

УДК 621.396 67

## ВОЗБУЖДЕНИЕ КРУГОВОЙ РЕШЕТКИ ИЗ ЦИЛИНДРОВ С ПРОДОЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ

Э. И. Велиев, В. П. Шестопалов

На основе строгого решения исследуются особенности излучения круговой решетки, представляющей собой систему из  $n$  ( $n = 2, 3, \dots, N$ ) незамкнутых цилиндров, периодически расположенных по окружности. Решетка возбуждается нитью магнитного тока. Показывается, что при определенных соотношениях между количеством цилиндров  $N$ , их волновыми размерами и шириной щели, а также радиусом окружности, по которому они расположены, амплитуда излучаемого поля может быть значительно увеличена. Дается физическое объяснение полученным результатам.

В антенной технике для получения в экваториальной плоскости ненаправленных диаграмм излучения широко используются круговые решетки, которые выполняются в виде системы стержней, периодически расположенных по окружности [1] (такие решетки применяются в телевизионных и радиовещательных антеннах [1], в летательных аппаратах [2] и т. д.).

В данной работе рассматривается новая круговая решетка, в которой вместо цилиндрических стержней используются полые круговые цилиндры с продольной щелью. Особый интерес при этом вызывает низкочастотный режим колебаний, который является аналогом резонанса Гельмгольца в акустике [3]. Подобная ситуация существует и для рассматриваемой круговой решетки, и изучение этого случая при возбуждении данной структуры нитью магнитного тока представляет основное содержание статьи.

### 1. ВОЗБУЖДЕНИЕ СТРУКТУРЫ НИТЬЮ МАГНИТНОГО ТОКА

На рис. 1а показана исследуемая структура. Все принятые обозначения относительно системы координат и рассматриваемой структуры показаны на этом рисунке. Стенки цилиндров бесконечно тонкие и идеально проводящие. На число цилиндров  $N$  и значение параметров  $ka$ ,  $kl$  ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число) ограничения не накладываются.

Рассмотрим возбуждение круговой решетки нитью магнитного тока интенсивности  $I$ , расположенной в центре структуры. Компонента поля такой нити вдоль оси  $Oz$  имеет вид

$$H_z^0 = -\frac{k}{4} IH_0^{(1)}(kR). \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем зависимость от времени  $e^{-i\omega t}$  опускается ( $H_0^{(1)}(x)$  — функция Ханкеля).

Полное поле в точке  $M(x, y)$  складывается из поля источника (1) и полей, излучаемых всеми цилиндрами, причем последние должны записываться с учетом взаимодействия между ними. Поэтому

$$H_z(x, y) = H_z^0 + H_z^p(x, y) = H_z^0 + \sum_{s=1}^N H_z^s, \quad (2)$$

где поле  $s$ -го цилиндра записывается в виде

$$H_z^s(x_s, y_s) = \frac{\pi}{2i} \int_L \mu_s(x_{s0}, y_{s0}) \frac{\partial}{\partial \nu} H_0^{(1)}(k \sqrt{(x_s - x_{s0})^2 + (y_s - y_{s0})^2}) dl_s. \quad (3)$$

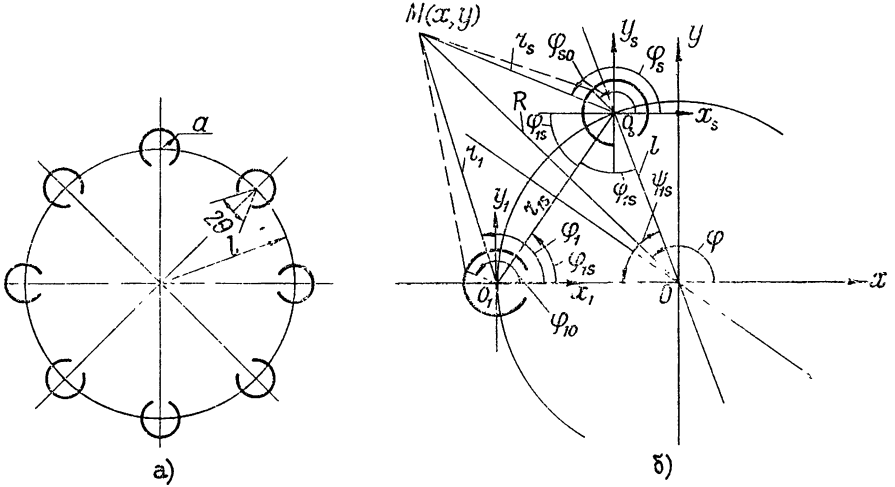


Рис. 1.

Здесь функция  $\mu_s(x_{s0}, y_{s0})$  описывает плотность поверхностного тока наводимой полем источника (1) на цилиндре.

Перейдем к цилиндрической системе координат  $(r_s, \varphi_s, z_s)$ . Учитывая, что функция  $\mu_s(x_{s0}, y_{s0})$  является периодической функцией с периодом  $2\pi$ , представим ее в виде ряда Фурье

$$\mu_s(\varphi_{s0}) = \frac{2}{i \pi k a} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^s \exp(im \varphi_{s0}). \quad (4)$$

Применяя теперь теорему сложения для цилиндрических функций, поле (3) можно записать в виде

$$H_z^s(r_s, \varphi_s) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \begin{cases} J'_m(ka) H_m^{(1)}(kr_s) \mu_m^s \\ J_m(kr_s) H_m^{(1)'}(ka) \mu_m^s \end{cases} \exp(im \varphi_s) \quad \begin{matrix} (r_s > a) \\ (r_s < a) \end{matrix}. \quad (5)$$

Для удобства дальнейших рассуждений выделим цилиндр с номером  $n=1$  и расположим его так, как показано на рис. 1б. Прежде всего заметим, что наличие зеркальной симметрии в структуре и вид источника позволяют, как это видно из рис. 1б, установить между функциями, описывающими плотность поверхностного тока на цилиндрах с номерами  $n=1$  и  $n=s$ , следующую связь:

$$\mu_1(\varphi_{10}) = \mu_s(\varphi_{10} - \pi + 2\varphi_{1s}). \quad (6)$$

Соотношение (6) приводит к очевидной связи между коэффициентами Фурье функций  $\mu_1(\varphi_{10})$  и  $\mu_s(\varphi_{s0})$  следующего вида:

$$\mu_m^s = \exp[-im(\pi + 2\varphi_{1s})] \mu_{-m}^1. \quad (7)$$

Из (6), (7) следует, что для определения поля, излучаемого всеми цилиндрами, достаточно найти плотность поверхностного тока, т. е. функцию  $\mu_1(\varphi_{10})$  на одном выделенном цилиндре.

Установим функциональные уравнения для  $\mu_1(\varphi_{10})$ , подчиняя полное поле граничному условию Неймана на поверхности выделенного цилиндра, т. е.

$$\left. \frac{\partial}{\partial \rho} \left( H_z^0 + \sum_{s=1}^N H_z^s \right) \right|_{\substack{r_1=a \\ \theta < |\varphi_{10}| < \pi - \theta}} = 0 \quad (8)$$

Для выполнения дифференцирования необходимо выразить поля, излучаемые всеми цилиндрами, а также поле источника в системе координат, связанной с выделенным цилиндром, т. е. в системе  $(r_1, \varphi_1, z_1)$ . Применяя теорему сложения для цилиндрических функций к треугольнику  $O_1MO_s$  (рис. 16) для поля  $s$ -го цилиндра в системе координат  $(r_1, \varphi_1, z_1)$  получим

$$H_z^s(r_1, \varphi_1) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^s J'_m(ka) \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(kr_1) H_{p-m}^{(1)}(kr_{1s}) \exp[i\varphi_{1s}(m-p) + ip\varphi_1] \quad (r_{1s} > r_1 > a). \quad (9)$$

Из рис. 16 видно, что

$$r_{1s} = 2l \left| \sin \frac{\psi_{1s}}{2} \right|, \quad \varphi_{1s} = \frac{\pi}{2} - \frac{\psi_{1s}}{2}, \quad \psi_{1s} = \frac{2\pi}{N}(s-1). \quad (10)$$

Учитывая соотношения (7), (10) в (9), для функции  $H_z^s$  находим следующее представление:

$$H_z^s(r_1, \varphi_1) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(kr_1) H_{p+m}^{(1)} \left( 2kl \left| \sin \frac{\psi_{1s}}{2} \right| \right) \times \exp \left[ i \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\psi_{1s}}{2} \right) (m-p) + ip\varphi_1 \right] \quad (r_1 > a). \quad (11)$$

Теперь можно записать поле, излучаемое всеми цилиндрами в системе координат  $(r_1, \varphi_1, z_1)$ . Оно имеет вид

$$H_z^p(r_1, \varphi_1) = H_z^1(r_1, \varphi_1) + \sum_{s=1}^{N-1} H_z^s(r_1, \varphi_1) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) \times \times H_m^{(1)}(kr_1) e^{im\varphi_1} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(kr_1) G_{p+m}(kl, N) e^{ip\varphi_1}, \quad (12)$$

где величина

$$G_{p+m}(kl, N) = \sum_{s=1}^{N-1} H_{p+m}^{(1)} \left( 2kl \left| \sin \frac{\pi}{N} s \right| \right) \exp \left[ i(m-p) \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} s \right) \right] \quad (13)$$

определяет электродинамическое взаимодействие цилиндров круговой решетки друг с другом.

Из треугольника  $O_1MO$  (рис. 16) для поля источника (1) можно записать следующее выражение:

$$H_z^0 = -\frac{k}{4} I \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(kr_1) H_m^{(1)}(kl) e^{im\varphi_1}, \quad (l > r_1). \quad (14)$$

Подставляя (12); (14) в граничное условие (8) для отыскания неизвестных  $\mu_m^1 (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ , получим функциональное уравнение вида

$$\begin{aligned} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) H_m^{(1)'}(ka) e^{im\varphi_1} &= \frac{k}{4} I \sum_{m=-\infty}^{\infty} J'_m(ka) H_m^{(1)}(kl) \times \\ &\times e^{im\varphi_1} - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) \sum_{p=-\infty}^{\infty} J'_p(ka) G_{p+m}(kl, N) e^{ip\varphi_1}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\theta < |\varphi_{10}| \leq \pi - \theta.$$

Определение функции  $\mu_1(\varphi_{10})$  на полном интервале  $[0, 2\pi]$  требует добавки к уравнению (15) еще уравнения

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 e^{im\varphi_{10}} = 0, \quad |\varphi_{10}| < \theta, \quad (16)$$

которое следует из очевидного равенства нулю плотности поверхностного тока на щели.

Таким образом, для определения неизвестных коэффициентов Фурье  $\mu_m^1$  получена система функциональных уравнений первого рода (15), (16). Эти уравнения методом полуобращения [6, 8] сводятся к системе линейных алгебраических уравнений второго рода

$$\mu_n^1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{nm} \mu_m^1 + \gamma_n, \quad (17)$$

где  $a_{nm} = c_{nm} + M_{nm}$ ,  $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,

$$c_{nm} = \begin{cases} (1)^{n+m} \frac{|m|}{n} \delta_m V_{n-1}^{m-1}(-u) & (m \neq 0, n \neq 0) \\ \frac{(-1)^n}{n} i\pi (ka)^2 J'_0 H_0^{(1)'} V_{n-1}^{-1}(-u) & (m = 0, n \neq 0) \\ (-1)^{m+1} |m| \delta_m W_m(-u) & (m \neq 0, n = 0) \\ -i\pi (ka)^2 J'_0 H_0^{(1)'} W_0(-u) & (m = 0, n = 0) \end{cases},$$

$$M_{nm} = \begin{cases} i\pi (ka)^2 \frac{(-1)^n}{n} J'_m \sum_{p=-\infty}^{\infty} J'_{-p} V_{n-1}^{p-1}(-u) G_{p+m}(kl, N) & (n \neq 0) \\ -i\pi (ka)^2 J'_m \sum_{p=-\infty}^{\infty} J'_{-p} W_p(-u) G_{p+m}(kl, N) & (n = 0) \end{cases},$$

$$\gamma_n = \begin{cases} \frac{(-1)^{n+1}}{n} i\pi (ka)^2 \frac{I}{4} k \sum_{p=-\infty}^{\infty} J'_{-p} H_p^{(1)}(kl) i^p V_{n-1}^{p-1}(-u) & (n \neq 0) \\ i\pi (ka)^2 \frac{I}{4} k \sum_{p=-\infty}^{\infty} i^p J'_{-p} H_p^{(1)}(kl) W_p(-u) & (n = 0) \end{cases},$$

$\delta_m = 1 + \frac{i\pi (ka)^2}{|m|} J'_m H_m^{(1)'}$ ,  $V_{n-1}^{p-1}(-u)$ ,  $W_m(-u)$  те же, что и в [9],  
 $u = -\cos \theta$ , аргументы цилиндрических функций  $ka$ .

Используя оценки для величин  $V_{n-1}^{p-1}(-u)$ ,  $W_p(-u)$ ,  $\delta_m$  [9] и функций Бесселя, можно показать, что при выполнении условия

$$a < 2l \sin \frac{\pi}{N}$$

(поверхности цилиндров не касаются друг друга) имеет место соотношение  $\sum_{n,m} |a_{nm}|^2 < \infty$ , а также  $\sum_n |\gamma_n|^2 < \infty$ . Следовательно, система (17) является фредгольмовой; при произвольных значениях параметров задачи ее можно решать методом редукции.

Оценка нормы матричного оператора

$$q = \max_n \sum_{m \neq n} \frac{|a_{nm}|}{|1 - a_{nn}|}$$

показывает, что к (17) применим метод последовательных приближений при условии  $a \ll 2l \sin \frac{\pi}{N}$  и  $u = -\cos \theta \rightarrow \pm 1$  (случай узких щелей или узких металлических лент).

## 2. ДИАГРАММА И СОПРОТИВЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕШЕТКИ

Для определения диаграммы и сопротивления излучения решетки запишем поле, излучаемое всеми цилиндрами в системе координат  $(R, \varphi, z)$ . С этой целью применим теорему сложения для цилиндрических функций к треугольникам  $O_1MO$  и  $OMO_s$  (рис. 1б). При этом для функции  $H_z^p(R, \varphi)$  получим следующее представление:

$$\begin{aligned} H_z^p(R, \varphi) = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_{m-p}(kl) H_p^{(1)}(kR) e^{ip\varphi} + \\ & + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_{p+m}(kl) H_p^{(1)}(kR) \times \\ & \times \sum_{s=1}^{N-1} \exp[ip(\psi_{1s} - \pi + \varphi)] \quad (R > l). \end{aligned} \quad (18)$$

Записывая выражение для поля  $H_z^p(R, \varphi)$  в дальней зоне ( $kR \gg 1$ ), можно определить диаграмму излучения (ДИ). Используя асимптотику для функций Ханкеля при больших аргументах, получим искомое выражение

$$\begin{aligned} H_z(R, \varphi) = H_z^0 + \sum_{s=1}^N H_z^s(R, \varphi) = \sqrt{\frac{2}{\pi kR}} \exp \left[ i \left( kR - \frac{\pi}{4} \right) \right] \times \\ \times \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mu_m^1 J'_m(ka) \left[ \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_{m-p}(kl) \exp \left[ ip \left( \varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_{p+m}(kl) \exp \left[ ip \left( \varphi - \frac{\pi}{2} \right) \right] \sum_{s=1}^{N-1} \exp \left( ip \frac{2\pi}{N} s \right) \right] - \frac{1}{4} k \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

В (19) выражение в фигурных скобках и определяет ДИ рассматриваемой антенны. Обозначим ее величиной  $F = F(ka, kl, N, \theta, \varphi)$ .

Проведем исследование ДИ, когда волновые размеры цилиндров малы ( $ka \leq 1$ ) и их число сравнительно невелико, т. е. выполняется

условие  $a \ll 2l \sin \frac{\pi}{N}$ . Предположим также, что цилиндры имеют узкую продольную щель ( $u = -\cos \theta \rightarrow -1$ ). Как следует из (19), для определения ДИ необходимо найти неизвестные коэффициенты Фурье  $\mu_m^1$ . При указанных ограничениях, накладываемых на параметры структуры, эти коэффициенты можно определить, решая систему уравнений (17) методом последовательных приближений. На основе этого метода с оценкой погрешности получаем

$$\begin{aligned} \mu_n^1 &= i \pi (ka)^2 \frac{(-1)^n}{n} V_{n-1}^{-1}(-u) \left\{ \mu_0^1 \left[ -\frac{i}{\pi} + \left(\frac{ka}{2}\right)^2 (1 + G_0(kl, N)) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{I}{4} kH_0^{(1)}(kl) \right\} + O \left[ (ka)^4 + \left( \frac{a}{2l \sin(\pi/N)} \right)^3 \right] \quad (n \neq 0, \\ \mu_0^1 &= \frac{2i \pi (ka)^2 (I/4) kH_0^{(1)}(kl) \ln \sin(\theta/2)}{1 + 2(ka)^2 \left[ 1 + i \pi \left(\frac{ka}{2}\right)^2 (1 + G_0(kl, N)) \right] \ln \sin(\theta/2)} + \\ &\quad + O \left[ (ka)^4 + \left( \frac{a}{2l \sin(\pi/N)} \right)^3 \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где  $V_{n-1}^{-1}(-u) = \frac{1}{2} [P_{n-1}(-u) - P_n(-u)]$ ,  $P_m(-u)$  — полиномы Лежандра.

Учитывая явный вид коэффициентов Фурье  $\mu_n^1$  (20), а также используя интегральное представление Мелера — Дирихле для полиномов Лежандра, можно выписать простую формулу для плотности поверхностного тока

$$\begin{aligned} \mu_1(\varphi_{10}) &= \frac{1}{D} i \pi (ka)^2 \frac{I}{4} kH_0^{(1)}(kl) U(\varphi_{10}) \times \\ &\quad \times \ln \left| \frac{\sin \frac{\varphi_{10}}{2} + \sqrt{\frac{\cos \theta - \cos \varphi_{10}}{2}}}{\sin(\theta/2)} \right|. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь

$$D = 1 + 2(ka)^2 \left\{ 1 + i \pi \left(\frac{ka}{2}\right)^2 [1 + G_0(kl, N)] \right\} \ln \sin \frac{\theta}{2},$$

$$U(\varphi_{10}) = \begin{cases} 1, & \theta < |\varphi_{10}| \leq \pi \\ 0, & |\varphi_{10}| < \theta \end{cases}.$$

Явный вид коэффициентов  $\mu_n^1$  позволяет также получить аналитические выражения для поля в дальней зоне и ДИ. С этой целью подставим значения  $\mu_n^1$  (20) в (19). Затем, заменяя функции Бесселя их асимптотическими значениями при малых аргументах и используя соотношения [10]

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} P_n(\cos \theta) z^n = e^{z \cos \theta} J_0(z \sin \theta) \quad (|z| < 1),$$

после несложных преобразований получим

$$H_z(R, \varphi) = \sqrt{\frac{2}{\pi kR}} \exp \left[ i \left( kR - \frac{\pi}{4} \right) \right] F(ka, kl, N, \theta, \varphi) = \\ = \sqrt{\frac{2}{\pi kR}} \exp \left[ i \left( kR - \frac{\pi}{4} \right) \right] \frac{1}{4} k \Phi(ka, kl, N, \theta, \varphi), \quad (22)$$

$$\Phi = 1 + \frac{i\pi(ka)^2}{D} H_0^{(1)}(kl) \left\{ ka f_0(kl, N, \varphi) \ln \sin \frac{\theta}{2} - f_1(kl, ka, \theta, N, \varphi) \right\},$$

$$f_0 = \sum_{j=0}^{N-1} \exp \left[ ikl \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{N} j \right) \right],$$

$$f_1 = \cos^2 \frac{\theta}{2} \sum_{j=0}^{N-1} \exp \left[ ikl \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{N} j \right) \right] \times$$

$$\times \left\{ 1 - \exp \left[ -i \frac{ka}{2} \cos \theta \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{N} j \right) \right] \right\}.$$

В работах [3, 4] было показано, что для цилиндра со щелью, а также плоской решетки из таких цилиндров [6] характерно наличие квазисобственных режимов. При возбуждении в этих структурах плоской  $H$ -поляризованной волной полей, близких к квазисобственным, плотность поверхностного тока резко увеличивается, что приводит к возрастанию амплитуды поля, рассеиваемого цилиндром во внешнее пространство. В частности, при возбуждении резонансного режима в длинноволновой области ( $ka < 1$ ) диаграмма направленности одиночного цилиндра с узкой щелью имеет почти изотропный характер (сравнительно с большим значением амплитуды поля в дальней зоне [4]), а для плоской решетки из таких цилиндров наблюдаются длинноволновые резонансные явления [7].

Для исследуемой структуры характерным является наличие не только уже известных резонансных режимов, имеющих место для одиночного цилиндра или плоской решетки из таких цилиндров, но и таких резонансных явлений, которые появляются за счет того, что сама круговая решетка представляет собой сложный открытый резонатор. Комплексные собственные частоты такой структуры определяются из характеристического уравнения  $D=0$ , т. е.

$$1 + 2(ka)^2 \left\{ 1 + i\pi \left( \frac{ka}{2} \right)^2 [1 + G_0(kl, N)] \right\} \ln \sin \frac{\theta}{2} + \\ + O \left[ (ka)^4 + \left( \frac{a}{2l \sin(\pi/N)} \right)^3 \right] = 0. \quad (23)$$

Они равны

$$ka = x_1 - ix_2, \quad x_1 = \frac{1}{W_0} \left( 1 + \frac{\pi \operatorname{Im} G_0}{8 W_0^2} \right), \quad (24)$$

$$x_2 = \frac{\pi}{8 W_0^3} (1 + \operatorname{Re} G_0), \quad W_0 = \left( -2 \ln \sin \frac{\theta}{2} \right)^{-1/2}.$$

При значениях параметра  $ka = x_1$  из (21) следует, что плотность поверхностного тока резко возрастает. Эти значения параметра ( $ka$ ) назовем резонансными.

Резонансные значения параметра  $ka$  в рассматриваемом случае отличаются от соответствующих значений  $ka$  для одиночного цилиндра [3] наличием в выражении (24) слагаемого, пропорционального величине  $G_0$ . Это обстоятельство приводит к качественно новому резонансному явлению, сущность которого заключается в следующем. Определим добротности колебаний, соответствующих этим резонансам, как добротность колебаний открытого резонатора в виде

$$Q = -\frac{x_1}{2x_2} = \frac{Q_0}{1 + \sum_{j=1}^{N-1} J_0\left(\frac{2s}{W_0} \sin \frac{\pi}{N} j\right)} \times \left[ 1 + \frac{\pi}{8W_0^2} \sum_{j=1}^{N-1} N_0\left(\frac{2s}{W_0} \sin \frac{\pi}{N} j\right) \right], \quad (25)$$

где  $s = l/a$ ,  $Q_0 = -\frac{8}{\pi} \ln \sin(\theta/2)$  — добротность колебаний одиночного цилиндра с узкой щелью при  $ka < 1$ .

Исследование величины  $1 + \sum_{j=1}^{N-1} J_0\left(\frac{2s}{W_0} \sin \frac{\pi}{N} j\right)$  показывает, что она имеет минимумы. Для конкретных значений  $s$ ,  $\theta$  и  $N$  минимумы этой величины приведены в табл. 1; видно, что подбором числа цилиндров  $N$  и радиуса окружности, по которой расположены цилиндры, можно эффективно управлять радиационной добротностью  $Q$  рассматриваемой резонансной системы в широких пределах изменения параметров. Плотность поверхностного тока на цилиндрах рассматриваемой решетки при этом в резонансе ( $ka = x_1$ ) будет значительно сильнее возрастать, чем на одиночном изолированном цилиндре. Следовательно, в данном случае и амплитуды излученных полей значительно возрастут. Этот факт иллюстрирует рис. 2 и табл. 1, где приводятся распределение плотности тока по поверхности одного цилиндра и значение амплитуды в резонансе. Распределение функции  $\mu_N(\varphi_{10})$  по контуру рассчитано по формуле (21). Как показывают расчеты для фиксированных значе-

$N$	2	3	4	5
$s$	4,775	5,5	6	6
$\frac{s}{W_0} (\theta = 5^\circ)$	1,91	2,2	2,4	2,4
$\sum_{j=1}^{N-1} J_0\left(\frac{2s}{W_0} \sin \frac{\pi}{N} j\right)$	-0,4027	-0,8053	-0,9678	-0,9977
$1 + \sum_{j=1}^{N-1} J_0\left(\frac{2s}{W_0} \sin \frac{\pi}{N} j\right)$	-0,5973	0,1947	0,0322	0,0023
$ka$	0,38	0,38	0,382	0,387
$ \Phi  (\theta = 5^\circ)$	0,7545	1,3067	16,444	85,585
$ \Phi  (\theta = 0^\circ)$	0,0665	0,06957	0,086	0,0924
$\mu_{\max}^N (\theta = 5^\circ)$	1,164	3,165	18,63	121,758



ний  $\theta$ , нормированное распределение функции  $\mu_N(\varphi_{10})$ , т. е. функции  $K_N(\varphi_{10}) = \mu_N(\varphi_{10})/\mu_{\max}^N$  для различных  $s$  и  $N$ , носит почти один и тот же характер. Они отличаются только значением  $\mu_{\max}^N$  для различных  $N$ . Поэтому на рис. 2 для примера приведена зависимость  $K_3(\varphi_{10})$

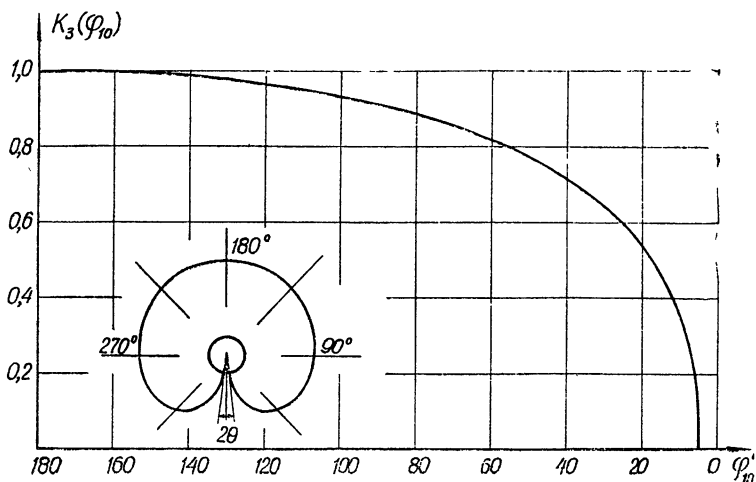
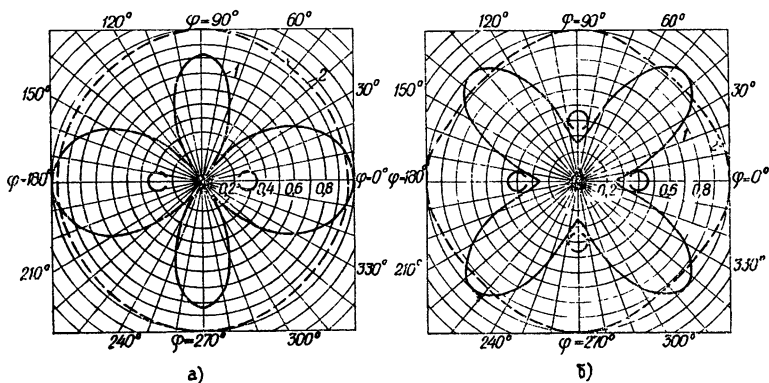


Рис. 2.

от угла  $\varphi_{10}$  (распределение плотности тока при наличии 3 цилиндров в решетке) для значений параметров  $\theta = 5^\circ$ ,  $kl = 2,2$ . При этом  $\mu_{\max}^3 = 3,165$  (во всех случаях максимум функции наблюдается в точке  $\mu_{10} = 180^\circ$ ; т. е.  $\mu_{\max}^N = \mu_N(180^\circ)$ ). Для различных  $N$  ( $N = 2, 3, 4, 5$ ) и  $s$  они представлены в табл. 1.

На рис. 3, 4 представлены нормированные ДИ в горизонтальной плоскости рассматриваемой решетки и круговой решетки из цилиндрических стержней (пунктирные линии на рисунках); они построены на основе формулы (22). ДИ этих двух антенн сравниваются при одинаковых значениях параметров  $s$ ,  $ka$ , приведенных в табл. 1.

Рис. 3. 1 —  $\theta = 5^\circ$ ; 2 —  $\theta = 0^\circ$ 

Для обеих антенн характерно, что с увеличением числа цилиндров ДИ приближаются к круговой. Это связано с тем, что в обоих случаях элементы рассматриваемых антенн возбуждаются синфазно, и поэтому сравнительно при небольших значениях параметра  $s$  отсутствуют про-

валы в ДИ. Однако значения амплитуд полей в дальней зоне для этих систем сильно различаются. В табл. 1 для сравнения приводятся значения амплитуд полей этих решеток. Из табл. 1 следует, что рассматриваемая решетка по сравнению с круговой решеткой из цилиндрических стержней обладает (в узкой полосе частот) значительно лучшими излучающими свойствами. Это связано как со свойством отдельного элемента рассматриваемой решетки, так и с взаимодействием между ними. Причем последнее играет решающую роль.

Заметим, что при нечетном количестве цилиндров для обеих решеток ДИ являются более не направленными. В частности, при  $N=5$  ДИ является полностью круговой (на рис. 4б пунктирная линия совпадает со сплошной).

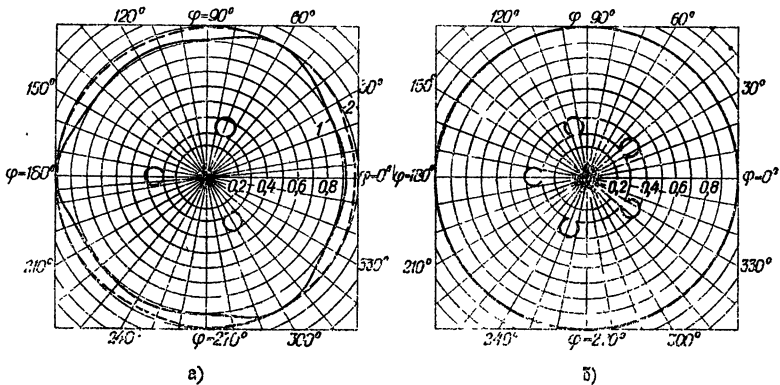


Рис. 4. 1 —  $\theta = 5^\circ$ ; 2 —  $\theta = 0^\circ$ .

И, наконец, для наглядного истолкования полученных результатов определим погонное сопротивление излучения  $R_c$  рассматриваемой антенны. С этой целью записывая выражение для средней мощности, излучаемое антенной через замкнутую цилиндрическую поверхность, окружающую ее, получим

$$P_c = \frac{R}{2} \int_0^{2\pi} E_\varphi H_z^* d\varphi = \frac{I^2 k}{16\pi} \int_0^{2\pi} |\Phi(ka, kl, N, \theta, \varphi)|^2 d\varphi. \quad (26)$$

Так как по определению  $P_c = \frac{1}{2} I^2 R_c$ , то из (27) получим искомое выражение для погонного сопротивления излучения

$$R_c = \frac{k}{8\pi} \int_0^{2\pi} |\Phi(ka, kl, N, \theta, \varphi)|^2 d\varphi. \quad (27)$$

Коэффициент перед интегралом в (27) определяет сопротивление излучения единицы длины нити магнитного тока в свободном пространстве.

Непосредственное вычисление интеграла в (27) сопряжено с большими трудностями, тем не менее, полученные выше результаты позволяют сделать относительно величины  $R_c$ , без вычисления интеграла в (27), следующие качественные выводы. При определенных соотношениях, существующих между параметрами  $ka$ ,  $s$ ,  $\theta$  и  $N$ , которые определяются из характеристического уравнения (23), как мы видели, модуль

величины  $\Phi$  сильно возрастает (см. табл. 1). Очевидно, что это в целом приведет к значительному возрастанию сопротивления и мощности излучения. Проблема увеличения сопротивления излучения любой антенны представляет большой интерес для антенной техники, поскольку с его увеличением связано увеличение действующей длины антенн, вопросы согласования при возбуждении антенных систем с генератором и т. д. [11]. С этой точки зрения рассмотренная антенна является уникальной, поскольку в ней имеются большие возможности для увеличения сопротивления излучения.

В данной работе подробно изучены свойства круговой решетки, составленной из цилиндров с продольными щелями при малых волновых размерах цилиндров и узких щелях. Для этого случая получены простые аналитические формулы для плотности поверхностного тока и ДИ, которые позволяют выявить основные свойства рассматриваемой решетки.

Для изучения свойств такой решетки при произвольных значениях параметров задачи ( $ka$ ,  $kl$ ,  $\theta$ ,  $N$ ) необходимо решать систему уравнений (17) на ЭВМ методом редукции. В дальнейшем эта работа будет выполнена.

Сочетание малых волновых размеров элементов рассматриваемой решетки с их резонансными свойствами, а также важные особенности самой решетки, установленные выше, позволят на ее основе создавать уникальные антенные конструкции.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Х. Мейнке, Ф. В. Гундлах, Радиотехнический справочник, 1, Госэнергоиздат, М., 1960.
2. Г. Б. Резников, Антенны летательных аппаратов, изд. Сов. радио, М., 1967.
3. А. И. Носич, В. П. Шестопалов, ДАН СССР, 234, № 1, 53 (1977).
4. А. И. Носич, Радиотехника и электроника, 23, № 8, 1733 (1978).
5. В. Н. Кошпаренок, П. Н. Мележик, В. П. Шестопалов, Письма в ЖТФ, 4, № 19, 1145 (1978).
6. Э. И. Велиев, В. П. Шестопалов, Журнал вычисл. математ. и математич. физ., 17, № 5, 1234 (1977).
7. Э. И. Велиев, В. П. Шестопалов, Письма в ЖТФ, 3, № 6, 276 (1977).
8. В. П. Шестопалов, Л. Н. Литвиненко, С. А. Масалов, В. Г. Сологуб, Дифракция волн на решетках, изд. ХГУ, Харьков, 1973.
9. В. П. Шестопалов, Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн, изд. ХГУ, Харьков, 1971.
10. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, СМБ, 2, изд. Наука, М., 1966.
11. Г. З. Айзенберг, Антенны ультракоротких волн, Связьиздат, М., 1957.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
26 марта 1979 г.

#### EXCITATION OF A CIRCULAR LATTICE MADE OF CYLINDERS WITH LONGITUDINAL SLOTS

*E. I. Veliev, V. P. Shestopalov*

Based on a strict solution, radiation peculiarities are studied of a circular lattice which is a system of  $n$  ( $n = 2, 3, \dots, N$ ) unclosed cylinders situated periodically over the circle. The lattice is excited by a magnetic current filament. It is shown that the amplitude of the radiated field may be essentially increased at the definite relations between the amount of cylinders  $N$ , their wave dimensions and the width of the slot, as well as the radius of the circle over which they are situated. The physical interpretation of the results obtained are presented.