

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ  
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 535.2

**ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ СВЕТОВОГО ПУЧКА  
ПРИ ТЕПЛОВОМ САМОВОЗДЕЙСТВИИ**

К. Д. Егоров

Распространение светового пучка при тепловом самовоздействии в слабопоглощающей движущейся среде сопровождается искажениями, которые проявляются в отклонении и уширении пучка (рис. 1). Для оценки искажений можно ввести интегральные характеристики [1]:

смещение энергетического центра пучка

$$r_c(z) = \frac{1}{W} \iint_{-\infty}^{\infty} r I(x, y, z) dx dy, \quad (1)$$

эффективную ширину

$$a_{эфф}^2(z) = \frac{1}{W} \iint_{-\infty}^{\infty} (r - r_c)^2 I(x, y, z) dx dy. \quad (2)$$

Здесь  $W = \iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy = \text{const}$  — полная мощность пучка.

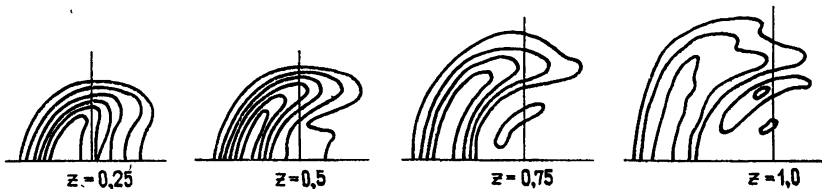


Рис. 1.

В приосевом приближении для этих характеристик получена система дифференциальных уравнений, описывающая их изменение в зависимости от длины распространения [2]. Аналогичные уравнения можно получить энергетическим методом в предположении, что пучок сохраняет гауссов профиль при распространении [3]. Такой подход справедлив в случае малых нелинейных искажений, т. е. когда дистанция распространения много меньше нелинейной длины,

$$L_T = \left( \frac{c_p \rho v a_0 n}{2\alpha I_0 |\partial n / \partial T|} \right)^{1/2}.$$

В настоящем сообщении на основе метода моментов выводится дифференциальное уравнение для смещения энергетического центра пучка, распространяющегося в движущейся среде. Для расширения области решения, полученного методом возмущений, вносятся поправки по результатам численного эксперимента.

Стационарное тепловое самовоздействие в безразмерных переменных описывается следующей системой (ось  $Ox$  направлена вдоль скорости потока  $v$ ):

$$2i \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp} E + TE; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = REE^*. \quad (4)$$

Здесь  $R = \left(\frac{L_d}{L_T}\right)^2 = \frac{2k^2 a_0 I_0}{c_p \rho v} \frac{\partial n}{\partial T}$  — параметр нелинейной рефракции, определяемый характеристиками среды  $c_p$ ,  $\rho$ ,  $\alpha$ ,  $\frac{\partial n}{\partial T}$  и пучка  $I_0$ ,  $a_0$ . Координаты  $x$ ,  $y$  нормированы на начальную ширину пучка  $a_0$ ,  $z$  — на дифракционную длину  $L_d = ka_0^2$ .

Следуя [1], домножим (3) на  $E^* x$ , а уравнение, сопряженное (3), — на  $E x$ . После сложения и интегрирования по  $x$ ,  $y$  получим

$$2W \frac{dx_c}{dz} = i \iint_{-\infty}^{\infty} \left( E^* \frac{\partial E}{\partial x} - E \frac{\partial E^*}{\partial x} \right) dx dy. \quad (5)$$

Величина, стоящая в правой части (5), имеет смысл проекции поперечного импульса пучка по оси  $Ox$ , который может изменяться в процессе распространения. Дифференцируя (5) по  $z$ , получим с учетом (3)

$$2W \frac{d^2 x_c}{dz^2} = \iint_{-\infty}^{\infty} EE^* \frac{\partial T}{\partial x} dx dy. \quad (6)$$

Выражение (6) справедливо для любого вида материального уравнения, определяющего распределение температуры в сечении пучка. Учитывая конкретный вид (4), окончательно имеем

$$2W \frac{d^2 x_c}{dz^2} = R \iint_{-\infty}^{\infty} (EE^*)^2 dx dy. \quad (7)$$

По аналогии с уравнением механики правую часть (7) можно интерпретировать как «силу»  $F$  нелинейной тепловой линзы, вызывающую «ускорение» энергетического центра. Величина силы

$$F = R \iint_{-\infty}^{\infty} (EE^*)^2 dx dy \quad (7a)$$

изменяется при распространении вследствие дифракции, начальной фокусировки, а также теплового расплывания пучка и может служить интегральной характеристикой проявления нелинейных эффектов в данной точке трассы. Нетрудно видеть, что по оси  $Oy$  энергетический центр не смещается в рассмотренной задаче,  $y_c = 0$ .

Для решения уравнения (7) можно воспользоваться методом возмущений. В случае подстановки в правую часть (7) начального гауссова профиля  $E(x, y, 0)$  следует известная зависимость  $x_c \sim z^2$ , полученная в приближении тонкой линзы [4]. Для дистанций, длина которых сравнима с  $L_d$ , необходимо учесть дифракционную расходимость пучка, т. е.

$$EE^*(x, y, z) = \frac{1}{1 + \gamma^2 z^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{1 + \gamma^2 z^2}\right),$$

где  $\gamma = 1$  для линейной среды. Тогда

$$\frac{d^2 x_c}{dz^2} = \frac{R}{4} (1 + \gamma^2 z^2)^{-1}. \quad (8)$$

Для определения параметра  $\gamma$ , характеризующего нелинейное уширение пучка, сила  $F$  вычислялась по формуле (7a) на основе результатов численного интегрирования исходной системы (3), (4). Зависимость  $F(z)$ , полученная таким образом для ряда значений  $R$ , приведена на рис. 2 сплошными линиями. Вследствие тепловой дефокусировки  $F(z)$  убывает быстрее, чем в линейной среде (пунктир). Введение эмпирической поправки  $\gamma(R)$  позволяет учесть эту дефокусировку. Численный эксперимент дает для  $\gamma$  выражение

$$\gamma = 1 + 0,197 |R|^{0,54}. \quad (9)$$

Подправленная согласно (9) формула (8) справедлива до расстояний  $z \leq 1$  и  $-55 \leq R \leq 0$ , т. е. для  $L_T \geq 0,12 L_d$ .

Интегрируя (8) с учетом (9) и нулевыми начальными условиями, получим смещение энергетического центра коллимированного гауссова пучка в виде

$$x_c(z) = \frac{R}{4\gamma} \left( z \operatorname{arctg} \gamma z - \frac{1}{2\gamma} \ln(1 + \gamma^2 z^2) \right). \quad (10)$$

Зависимость  $x_c(z)$ , полученная численно, отличается от аппроксимации (10) в указанном диапазоне параметров не более чем на 4%. При малых  $z$  формула (10) совпадает с полученной в [3].

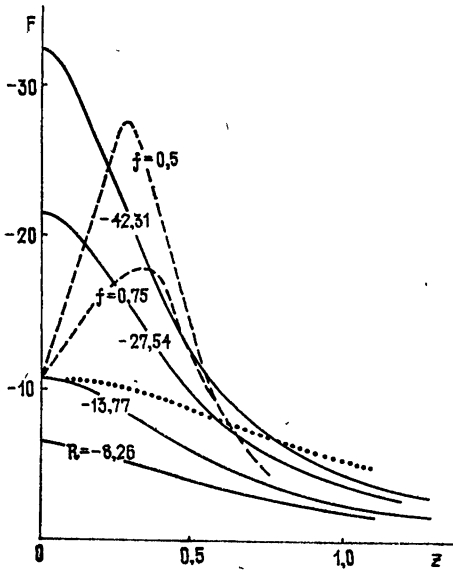


Рис. 2.

Для сфокусированных пучков может быть найдено аналогичное выражение (10). Сила  $F(z)$ , полученная численно для этого случая, приведена на рис. 2 штриховыми линиями. Видно, что вначале  $F(z)$  растет, достигая максимума на некотором расстоянии  $z$ , меньшем фокусного расстояния  $f$ . В результате смещение энергетического центра оказывается большим, чем для коллимированных пучков.

Численный эксперимент показывает, что нелинейные искажения пучка начинают проявляться на дистанциях  $z \leq 1$  при  $|R| \geq 1$ . Поэтому  $F(0)|_{R=-1}$  можно принять за критическое значение  $F_{кр}$ , ниже которого нелинейные эффекты несущественны. Задавшись граничным значением  $F_{кр}$ , по функции  $F(z)$  (рис. 2) можно оценить эффективную толщину тепловой линзы. Исследование зависимости  $F(z)$  для гауссовых пучков с различным начальным фазовым фронтом (сфокусированных, скорректированных и т. п.) показало, что в широком диапазоне значений  $R$  тепловая линза локализована на расстоянии  $z \leq 1,8$ .

Анализ, аналогичный описанному, может быть проведен и для интегральной

ширины пучка  $a_{эфф}$ . На основе численного эксперимента можно предложить для аппроксимации  $a_{эфф}(z)$  выражение

$$a_{эфф}(z) = [1 + (1 + 0,428 R^{3/4}) z^2]^{1/2},$$

которое пригодно в указанном выше диапазоне параметров.

Введение аппроксимационных формул для моментов пучка, распространяющегося в условиях теплового самовоздействия, позволяет обобщить и представить результаты численных экспериментов в виде простых аналитических зависимостей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Власов, В. А. Петрищев, В. И. Таланов, Изв. вузов — Радиофизика, 14, № 9, 1353 (1971).
2. А. П. Сухоруков, Э. Н. Шумилов, IV Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере (тезисы докладов), Томск, 1977, стр. 160.
3. В. В. Воробьев, В. В. Шеметов, Препринт ИФА АН СССР, М., 1978.
4. В. В. Воробьев, Изв. вузов — Физика, № 11, 61 (1977).

Московский государственный университет

Поступила в редакцию  
4 апреля 1979 г.