

УДК 621.385.6

О РЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ МАГНЕТРОНЕ

М. Ю. Красников

С помощью метода усреднения рассмотрено движение электронов в цилиндрическом магнетроне при резонансном взаимодействии, приводящем к изменению радиусов электронных орбит. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными дает основания полагать, что режим циклотронного резонанса имеет место в магнетронах со слабым магнитным полем и является одним из возможных механизмов взаимодействия в магнетронах поверхностной волны.

Исследованию работы приборов магнетронного типа с катодом в пространстве взаимодействия в режиме циклотронного резонанса, при котором радиусы электронных орбит меняются, посвящено всего несколько работ [1, 2, 13]. Изучение же этого вопроса представляет интерес в связи с некоторыми экспериментальными фактами, остающимися не объясненными до настоящего времени.

Пытаясь разработать магнетроны, которые могли бы работать с минимально короткой длиной волны при приемлемых магнитных полях, Уилшоу и Робертшоу [3] обнаружили в магнетронах новый режим работы, который впоследствии был назван режимом слабых полей. Этот режим характеризуется значениями магнитных полей $B = (1,0 \div 1,5) B_0$ (B_0 — характеристическое магнитное поле; в обычном режиме в магнетроне $B > 2B_0$) и некоторыми другими свойствами, не наблюдающимися в обычном магнетроне (относительно широкий рабочий интервал магнитных полей на высоких частотах [8]; повышение устойчивости работы и сужение рабочего интервала магнитных полей с уменьшением отношения r_k/r_a ; особая роль процессов на катоде: более значительная обратная бомбардировка в ряде случаев, не зависящая от резонаторной системы и др. [3, 4, 7]). Похожими свойствами обладают так называемые магнетроны поверхностной волны [9-12], в которых ВЧ поле локализовано вблизи анода. Они работают в магнитных полях, близких к критическому. Проведенные в дальнейшем исследования носили преимущественно экспериментальный характер [4-8]. Для расчета параметров режима и геометрии использовались эмпирические соотношения [11]. Механизм взаимодействия в таких магнетронах остается до сих пор неясным.

Как показано ниже, многие экспериментальные факты, касающиеся магнетронов со слабым магнитным полем и магнетронов поверхностной волны, можно объяснить циклотронным резонансом. В данной статье с помощью метода усреднения исследуется движение электронов в цилиндрическом магнетроне в режиме циклотронного резонанса, оценивается влияние цилиндричности на характер взаимодействия и проводится сравнение теории с экспериментом.

1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим движение электронов в цилиндрическом магнетроне при наличии высокочастотного поля:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_r(r, \vartheta, t) &= \tilde{E} \frac{r_k}{r} \cos\left(\frac{r}{r_k}\right)^p \sin(p\vartheta - \omega t), \\ \tilde{E}_\vartheta(r, \vartheta, t) &= \tilde{E} \frac{r_k}{r} \operatorname{slr}\left(\frac{r}{r_k}\right)^p \cos(p\vartheta - \omega t), \\ \tilde{E} &= \frac{2E_1}{\pi} \frac{\sin(p\vartheta_h)}{\operatorname{slr}\left(\frac{r_a}{r_k}\right)^p} \left(\frac{r_a}{r_k}\right),\end{aligned}\quad (1)$$

где E_1 — амплитуда ВЧ поля между ламелями анодного блока, ϑ_h — угловая полуширина щели между ламелями, p — число пар резонаторов, r_a, r_k — соответственно радиусы анода и катода.

Применяя метод усреднения [1] с учетом условия резонанса

$$\omega = p\Omega_1 \pm n\sqrt{\omega_H^2 - 4C} \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (2)$$

где $\omega_H = \frac{eB}{m}$ — циклотронная частота, $C = \frac{2}{m} \frac{e u_a}{r_a^2 - r_k^2}$, u_a — анодное напряжение, получим уравнения движения, учитывающие неоднородность электрического поля [1]:

для верхнего знака

$$\dot{\alpha} = \frac{\frac{e}{m} \tilde{E}}{2\sqrt{\omega_H^2 - 4C}} C_{p-1}^n \frac{\alpha^{*(p-1-n)} \beta^{*n}}{r_k^{(p-1)}} - i \frac{\alpha}{\sqrt{\omega_H^2 - 4C}} \left(\frac{K}{|\alpha|^2} - C \right), \quad (3)$$

$$\dot{\beta} = - \frac{\frac{e}{m} \tilde{E}}{2\sqrt{\omega_H^2 - 4C}} C_{p-1}^{n-1} \frac{\alpha^{*(p-n)} \beta^{*(n-1)}}{r_k^{(p-1)}} - i \frac{\beta C}{\sqrt{\omega_H^2 - 4C}},$$

$$n = 1, 2, \dots, (p-1),$$

для нижнего знака

$$\dot{\alpha} = (-1)^{n-1} \frac{\frac{e}{m} \tilde{E}}{2\sqrt{\omega_H^2 - 4C}} C_{p+n}^n \frac{r_k^{(p+1)} \beta^{*n}}{\alpha^{*(p+n+1)}} - i \frac{\alpha}{\sqrt{\omega_H^2 - 4C}} \left(\frac{K}{|\alpha|^2} - C \right), \quad (4)$$

$$\dot{\beta} = (-1)^{n-1} \frac{\frac{e}{m} \tilde{E}}{2\sqrt{\omega_H^2 - 4C}} C_{p+n-1}^{n-1} \frac{r_k^{(p+1)} \beta^{*(n-1)}}{\alpha^{*(p+n)}} - i \frac{\beta C}{\sqrt{\omega_H^2 - 4C}},$$

$$n = 1, 2, \dots, \infty,$$

где $\alpha = \rho e^{i\vartheta}$, $\beta = a e^{i\varphi}$ — комплексные переменные,

$$C_p^n = \frac{pl}{n!(p-n)!}, \quad K = \frac{e}{m} \frac{u_a}{r_a^2 - r_k^2}.$$

Уравнения (3), (4) полностью описывают движение электронов в цилиндрическом резонансном магнетроне при принятых допущениях в условиях резонанса (2).

2. АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Уравнения (3), (4) имеют интеграл движения

$$\rho^2 - a^2 \left(1 \mp \frac{p}{n} \right) = \rho_0^2 - a_0^2 \left(1 \mp \frac{p}{n} \right) = \text{const}, \quad (5)$$

где ρ_0, a_0 — начальные значения соответствующих величин.

Нетрудно видеть, что при верхнем знаке электроны, двигаясь к аноду, отдают ВЧ полю как потенциальную, так и кинетическую энергию. При нижнем знаке соотношение между радиусом вращения и положением центра электронной орбиты таково, что при уменьшении потенциальной энергии электронов их кинетическая энергия возрастает, и наоборот. Таким образом, взаимодействие при нижнем знаке практического интереса не представляет и в дальнейшем рассматриваться не будет.

Полагая, что скорость дрейфа к аноду превышает скорость уменьшения радиуса орбиты, из уравнения (5) получим условие эффективности взаимодействия в цилиндрическом магнетроне:

$$\frac{a_0}{r_k} > \frac{1}{\frac{p}{n} - 2}. \quad (6)$$

В общем виде радиус у анода a_1 определяется выражением, которое можно получить из закона сохранения (5):

$$\frac{a_1}{r_k} = \frac{n}{p\sigma} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{p}{n} \left[1 - \sigma^2 - 2\sigma^2 \frac{a_0}{r_k} - \sigma^2 \left(\frac{a_0}{r_k} \right)^2 \frac{p}{n} \right]} \right\}, \quad (7)$$

где $\sigma = r_k/r_a$.

Для того, чтобы радиус у анода был минимальным, необходимо соблюдение условия

$$\frac{a_0}{r_k} \geq \frac{a_{0\min}}{r_k} \equiv \frac{-1 + \frac{1}{\sigma} \sqrt{(1 - \sigma^2) \left(\frac{p}{n} - 1 \right)}}{\frac{p}{n}}. \quad (8)$$

Сверху электронный радиус ограничен расстоянием между анодом и катодом:

$$\frac{a_0}{r_k} < \frac{a_{0\max}}{r_k} \equiv \frac{1 - \sigma}{2\sigma}. \quad (9)$$

Для электронного КПД получим аналогично [13]

$$\eta = 1 - \frac{\left\{ \frac{p\sigma a_0}{n r_k} + 1 + \sqrt{1 - \frac{p}{n} \left[1 - \sigma^2 - 2\sigma^2 \frac{a_0}{r_k} - \sigma^2 \left(\frac{a_0}{r_k} \right) \frac{p}{n} \right]} \right\}^2}{2\sigma(1 - \sigma) \frac{a_0}{r_k} \left(\frac{p}{n} \right)^2}. \quad (10)$$

При $a_0 = a_{0 \min}$ КПД достигает максимального значения

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{\left[1 - \sigma + \sqrt{(1 - \sigma^2) \left(\frac{p}{n} - 1 \right)} \right]^2}{\frac{2p}{n} (1 - \sigma) \left[-\sigma + \sqrt{(1 - \sigma^2) \left(\frac{p}{n} - 1 \right)} \right]}. \quad (11)$$

Выражения (6)—(11) переходят в формулы для плоского магнетрона при соответствующем предельном переходе.

3. ОБ УСЛОВИИ СИНХРОНИЗМА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ МАГНЕТРОНЕ, РАБОТАЮЩЕМ В РЕЖИМЕ ЦИКЛОТРОННОГО РЕЗОНАНСА

Условие резонанса (2) можно привести к виду

$$\frac{u}{u_0} = \frac{1}{1 - \sigma^2} \left[\frac{B}{B_0} - \left(\frac{1 - \sigma^2 - \frac{B}{B_0}}{1 \mp \frac{2n}{p}} \right)^2 \right], \quad (12)$$

где $u_0 = \frac{r_a^2 \omega^2}{2p^2 \frac{e}{m}}$, $B_0 = \frac{2\omega}{\frac{e}{m} p (1 - \sigma^2)}$ — соответственно характеристические магнитное поле и напряжение. При $n = 0$ из (12) следует:

$$\frac{u}{u_0} = \frac{2B}{B_0} - 1 + \sigma^2. \quad (13)$$

Уравнение (13) лишь слагаемым σ^2 в правой части отличается от известного порогового соотношения Хартри. Указанное отличие обусловлено различными предположениями о характере синхронизма. Формула (13) получена из предположения о равенстве скорости вращения высокочастотной волны и дрейфовой угловой скорости электронов, в то время как соотношение Хартри предполагает синхронизм со скоростью самого электрона на вершине петли.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Результаты расчетов, выполненных по формулам (7)—(12), представлены на рис. 1—6 и в табл. 1.

Как видно из рис. 1, рабочие точки лежат вблизи пороговой прямой или выше нее. На этом же рисунке приведены зоны генерации для случая $p = 11$.

Максимальный КПД η_{\max} уменьшается с ростом отношения радиусов катода и анода σ (рис. 2) и возрастает при увеличении числа резонаторов (рис. 3); его расчетные значения довольно высоки.

Таблица I

Сравнение некоторых экспериментальных данных с расчетными

№	Частота f , ГГц	η_{\max} , теор.	$\eta_{\text{эксп}}$	Интервал значений $\frac{V}{B_0}$		Интервал значений $\frac{u}{u_0}$		Рабочая область магнитных полей, кГс		Рабочая область анодных напряжений, кВ	
				теор.	экспер.	теор.	экспер.	теор.	экспер.	теор.	экспер.
1	52,7	0,60	—	1,26—1,36	1,18—2,00	1,60—1,72	1,2—2,8	5,45—5,85	—	13,2—14,4	—
2	23,3	0,64	0,10	1,21—1,30	1,16—1,29	1,46—1,60	1,41—1,68	2,24—2,41	2,15—2,70	2,15—2,36	2,10—2,50
3	76,9	0,60	0,095	1,27—1,36	1,20—1,50	1,60—1,73	1,5—2,10	7,96—8,52	7,30—9,40	12,3—13,2	12—16
4	52,6	0,60	0,16	1,27—1,36	1,30—1,90	1,60—1,73	1,80—2,80	5,45—5,83	5,70—8,20	12,3—13,4	14—22

Примечание: экспериментальные данные под номером 1 взяты из работы [4], остальные — из [9].

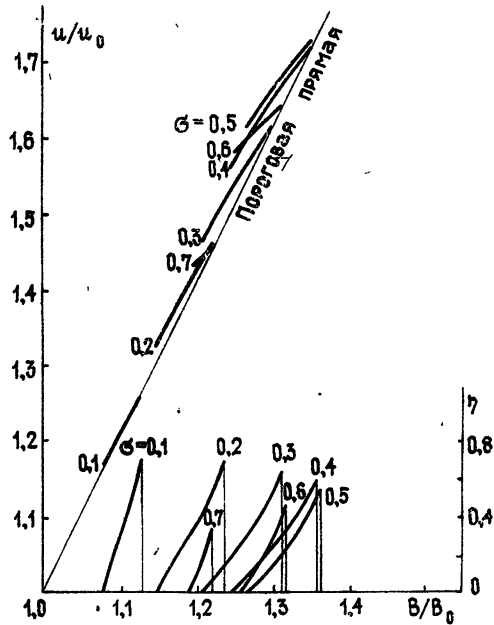


Рис. 1. Диаграмма $u/u_0 = f(B/B_0)$ и зависимость КПД от магнитного поля B/B_0 (зоны генерации) при различных отношениях радиуса катода к радиусу анода σ и $p = 11$.

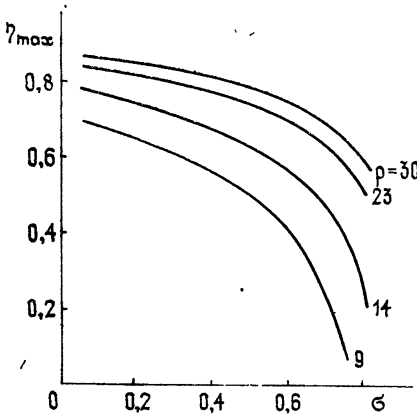


Рис. 2.

Рис. 2. Зависимость максимального КПД η_{\max} от σ при различных параметрах p .

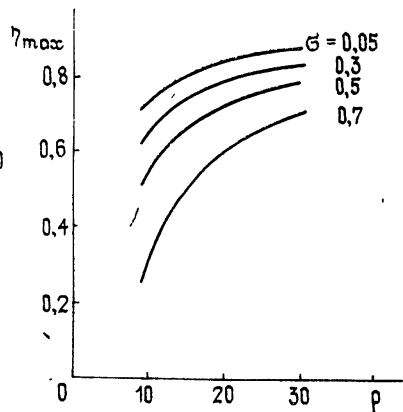


Рис. 3.

Рис. 3. Зависимость максимального КПД η_{\max} от p при различных параметрах σ .

Ширина рабочего интервала магнитных полей при малых σ возрастает с его увеличением, достигает максимума при $\sigma = 0,35 \div 0,50$, а затем начинает убывать (рис. 4, 1). Отметим, что большинство экспериментальных ламп имеют σ в указанных пределах [3, 8, 7]. Интересно, что отношение $B/B_{кр}$ также имеет максимум в зависимости от σ (рис. 5). Из рис. 5 следует, что в практически используемых конструкциях магнетронов эта величина не превосходит 1,13. Таким образом, магнитное поле в режиме циклотронного резонанса близко к критиче-

скому. Из расчетов следует, что при заданных параметрах геометрии существует максимальное значение магнитного поля, выше которого прибор работать не будет (рис. 6).

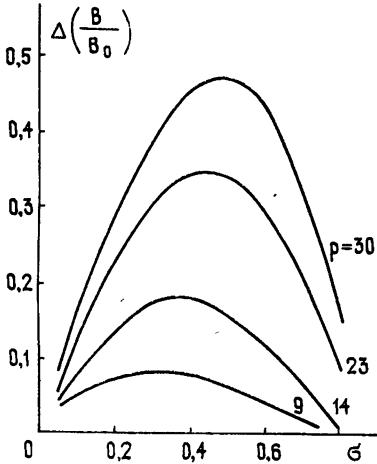


Рис. 4.

Рис. 4. Зависимость ширины рабочей зоны $\Delta(B/B_0)$ от отношения радиуса катода к радиусу анода σ при постоянном p .

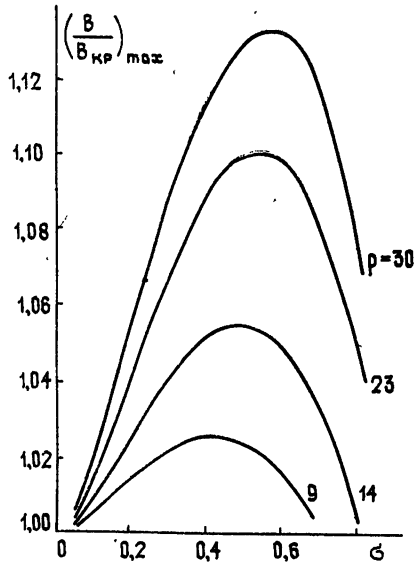


Рис. 5.

Рис. 5. Зависимость максимального значения отношения $B/B_{кр}$ от σ при различных p .

С увеличением номера гармоники циклотронного резонанса КПД убывает не слишком резко (для $n = 2$ $\eta_{max} \approx 0,3$), рабочая область сужается и сдвигается в сторону меньших B/B_0 , а параметры режима B и u_a уменьшаются всего на 10—15%. Поэтому использование резонансов с $n > 1$ (например, для уменьшения магнитного поля) вряд ли целесообразно.

Предположение о том, что при слабых магнитных полях в магнетроне осуществляется режим циклотронного резонанса, позволяет объяснить следующие экспериментальные факты.

1. Низкие значения магнитного поля находятся в соответствии с условием синхронизма. Практически, как видно из рис. 6, $1,1 < B/B_0 < 1,9$.

2. Зона генерации по магнитному полю лежит в довольно узких пределах, составляя, по расчету, не более 10%, экспериментально — 7—8%.

3. Сделанное выше замечание о сужении области генерации и увеличении КПД при уменьшении σ находится в соответствии с экспериментом [4].

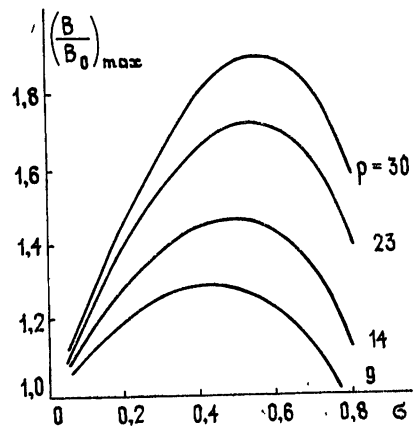


Рис. 6. Зависимость максимального значения магнитного поля $(B/B_0)_{max}$ от отношения радиуса катода к радиусу анода при различных p .

Тот факт, что теоретический КПД гораздо больше экспериментального, можно объяснить тем, что при выводе формулы для КПД не учитывались катодные потери и не принималось во внимание влияние объемного заряда. Накопление заряда в рабочем пространстве магнетрона может существенно изменить характер взаимодействия электронов с ВЧ полем. Из экспериментальных работ известно, что потери, связанные с обратной бомбардировкой катода, в магнетронах со слабым полем могут достигать значительной величины, вплоть до полного срыва колебаний [7, 8].

Как показывает сравнение некоторых расчетных данных с экспериментальными (табл. 1), взятыми из работ [4, 8], между ними наблюдается вполне удовлетворительное соответствие.

Исходя из представлений о циклотронном резонансе, нетрудно объяснить близость магнитного поля к критическому и локализованность ВЧ поля вблизи анода в магнетронах поверхностной волны. Чем больше отношение расстояния между анодом и катодом к длине замедленной волны, тем дальше магнитное поле от критического, устойчивее работает прибор и выше его максимальный КПД. Увеличение же этого отношения приводит к резкому спадаю ВЧ поля в пространстве взаимодействия магнетрона от анода к катоду. Наблюдаемое в эксперименте максимальное значение магнитного поля при заданных параметрах геометрии, выше которого прибор не работает, получается без учета эмиссионных свойств катода. Если в формулу для КПД плоского магнетрона, работающего в режиме циклотронного резонанса:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{1}{R_0}$$

(R_0 — безразмерный начальный радиус электронной орбиты), подставить R_0 , выраженный через $h = B/B_{\text{кр}}$ из соотношения $\frac{B}{B_{\text{кр}}} = \frac{1 + R_0}{2\sqrt{R_0}}$,

то получим

$$\eta = 1 - h^2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{h^2}} \right)^2,$$

что совпадает с эмпирически выведенной формулой для КПД магнетрона поверхностной волны [11, 12].

В результате аналитического исследования уравнений движения электронов получено условие эффективного взаимодействия в цилиндрическом магнетроне, работающем в режиме циклотронного резонанса, выражение для электронного КПД и некоторые другие параметры. Несмотря на то, что многие экспериментальные факты, относящиеся к режиму слабых полей, предстоит еще объяснить, на основании сравнения расчетных данных с экспериментальными можно сделать вывод о том, что режим циклотронного резонанса имеет место в магнетронах со слабым магнитным полем и является одним из возможных механизмов взаимодействия в магнетронах поверхностной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Л. Капица, Электроника больших мощностей, изд. АН СССР, М., 1962.
2. В. Н. Галимуллин, П. В. Романов, Вопросы радиоэлектроники, серия 1, Электроника, вып. 12, 3 (1964).
3. W. E. Willshaw, R. G. Robertshaw, Proc. Roy. Soc., 63B, 41 (1950).

4. Р. Г. Робертшоу, В. Е. Уилшоу, Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями, 2, ИЛ, М., 1961, с. 280.
5. T. M. Goos, R. G. Robertshaw, J. R. Tew, W. E. Willshaw, L'Onde Electrique, 37, 367, 804 (1957).
6. W. E. Willshaw, M. A. Lamont, E. M. Hickin, Proc. IEEE, 102B, № 1, 99 (1955).
7. Z. Fraenkel, IRE Trans. on Electron Devices, ED-4, № 3, 271 (1957).
8. М. Д. Бернштейн, Н. М. Кролл, Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями, 2, ИЛ, М., 1961, с. 229.
9. Г. Я. Левин, В. И. Михайлов, ЖТФ, 37, № 7, 1340 (1967).
10. Г. Я. Левин, А. В. Атласман, В. И. Вигдорчик, В. Д. Сахацкий, С. Н. Терехин, Радиотехника и электроника, 19, № 10, 2116 (1974).
11. Г. Я. Левин, Радиотехника и электроника, 20, № 8, 1679 (1975).
12. Г. Я. Левин, В. И. Максимов, С. Н. Терехин, Тезисы докладов Межвузовской конференции по электронике СВЧ, Минск, 1969.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
4 декабря 1978 г.,
после объединения
5 июня 1979 г.

RESONANCE INTERACTION IN A CYLINDRICAL MAGNETRON

M. Yu. Krasnikov

By the average method an electron motion is considered in a cylindrical magnetron with the resonance interaction which leads to the variation of electron orbit radii. Comparison of calculation results with the experimental data assumes that the regime of the cyclotron resonance takes place in magnetrons with a weak magnetic field and is one of the possible mechanism of interaction of a surface wave in magnetrons.
