

УДК 534.222.232

ИЗЛУЧЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВИБРАТОРА, РАСПОЛОЖЕННОГО НА ОСИ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕГО ДИСКА

Ю. В. Пименов, А. Г. Давыдов

На основе решения строгого интегрального уравнения получены удобные для расчетов и справедливые в любой точке пространства асимптотические выражения, определяющие электромагнитное поле элементарного электрического вибратора, расположенного на оси идеально проводящего диска большого диаметра. Приведены результаты численных расчетов.

Осьсимметричная задача о влиянии идеально проводящего диска на излучение вертикального электрического вибратора имеет большое практическое значение и рассматривалась в ряде работ. Строгое решение этой задачи (см., например, [1, 2]) при больших по сравнению с длиной волны размерах диска становится практически непригодным для численных расчетов, так как ряды по сфероидальным функциям, через которые оно выражается, сходятся в этом случае крайне медленно. Поэтому значительный интерес представляет построение асимптотического решения при $\gamma = ka \gg 1$, где a — радиус диска, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, λ — длина волны. Анализ существенно упрощается, если воспользоваться принципом двойственности [3]; при этом вначале рассматривается дополнительная задача об излучении вертикального магнитного вибратора, расположенного на оси круглого отверстия в идеально проводящей плоскости, а затем по известным формулам [3] осуществляется переход к исходной задаче.

Таким путем в [4] было исследовано излучение элементарного электрического вибратора, расположенного в центре идеально проводящего диска перпендикулярно его поверхности. В [5] рассматривалась дополнительная задача при произвольной высоте подъема элементарного магнитного вибратора над плоскостью экрана. Было составлено строгое интегральное уравнение Фредгольма первого рода для плотности токов, наведенных на плоскости с круглым отверстием, и получено его асимптотическое решение. В настоящей работе, являющейся продолжением работы [5], получены удобные для расчетов при $\gamma \gg 1$ формулы для электромагнитного поля в случае дополнительной задачи и осуществлен переход к исходной задаче. Полученные формулы позволяют проанализировать структуру электромагнитного поля во всем пространстве, а не только в дальней зоне.

Рассмотрим излучение элементарного магнитного вибратора, расположенного на оси круглого отверстия в идеально проводящей плоскости. Окружающее пространство — среда без потерь с абсолютными диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ и μ соответственно. Введем сферическую систему координат R, ϕ, θ , как показано на рис. 1. Начало координат совпадает с центром отверстия, а угол ϕ отсчиты-

вается от плоскости, проходящей через полярную ось и точку наблюдения $N_1(R, 0, \theta)$. Элементарный магнитный вибратор длины l , обтекаемый магнитным током I^M , расположен в точке $R = h$, $\theta = 0$ перпендикулярно плоскости $z = \text{const}$. Зависимость от времени принята в виде множителя $e^{i\omega t}$, который всюду опущен. Под воздействием создаваемого вибратором первичного поля E^0, H^0 на экране наводятся кольцевые электрические токи с плотностью $j(r) = \Phi_0 j(r)$, где r — расстояние от центра круглого отверстия до рассматриваемой точки.

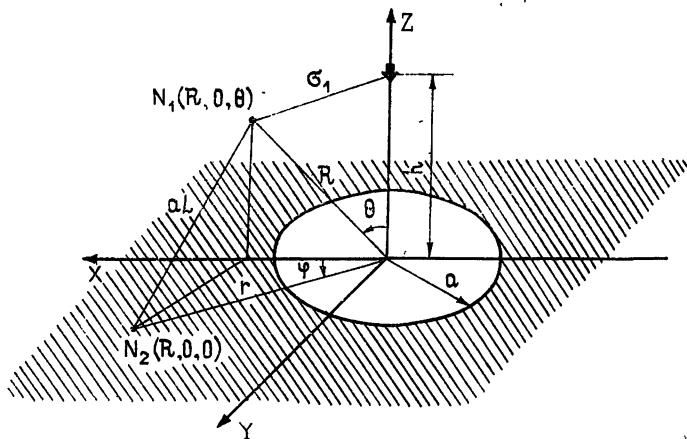


Рис. 1.

ние от центра круглого отверстия до рассматриваемой точки. В [5] для функции $j(r)$ было получено следующее асимптотическое выражение:

$$j(r) = 2 \sqrt{\frac{a}{r}} j_n^{(r)}(r - a) + 2 \hat{H}_n^0(r) + \\ + \frac{i l I^M}{V^2 \pi^2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{e^{-ik\delta}}{\delta^2} \frac{1 - 2 \cos(\alpha/2)}{(1 - c) \sin(\alpha/2)} \frac{e^{-ik(r+a)}}{\sqrt{r(r-a)(r+a)}}, \quad (1)$$

где

$$\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{\delta}\right), \quad \delta = \frac{\sqrt{a^2 + h^2}}{a}, \quad c = \frac{\exp\left[-i\left(2\gamma - \frac{\pi}{4}\right)\right]}{2\sqrt{\pi\gamma}},$$

функция $\hat{H}_n^0(r)$ представляет собой касательную к экрану, составляющую напряженности первичного магнитного поля в точке $N_2(R, 0, 0)$, и определяется выражением

$$\hat{H}_n^0(r) = -\frac{iklhI^M}{4\pi} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{r \exp(-ik\sqrt{h^2 + r^2})}{(h^2 + r^2)^{3/2}} [1 + O(\gamma^{-1})],$$

а $j_n^{(r)}(r - a)$ — плотность теневых токов, наведенных на идеально проводящей полуплоскости параллельной ее ребру синфазной токовой нитью, расположенной, как показано на рис. 2, и обтекаемой электрическим током

$$I_n = -\frac{k l I^M}{\delta \sqrt{2\pi\gamma\delta}} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right). \quad (2)$$

Точное выражение для функции $j_{\text{H}}^{(r)}$ дается формулой (5) работы [6]. В рассматриваемом случае $\gamma\delta \gg 1$ можно пользоваться (см. (6) работы [6]) асимптотической формулой

$$j_{\text{H}}^{(r)}(r-a) = \frac{kI_{\text{H}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right)}{2\sqrt{2\gamma\pi}} \frac{e^{-i\gamma\delta}}{\sqrt{\delta}} \left\{ \frac{\sqrt{2} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{k\pi}} \frac{e^{-ik(r-a)}}{\sqrt{r-a}} \times \right. \\ \left. \times \sin \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha \exp[ik(r-a) \cos \alpha] \hat{\Phi}\left[\sqrt{2ik(r-a)} \cos \frac{\alpha}{2}\right] \right\}, \quad (3)$$

где

$$\hat{\Phi}(\sqrt{iw}) = \frac{2\exp\left(i \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-it^2} dt. \quad (4)$$

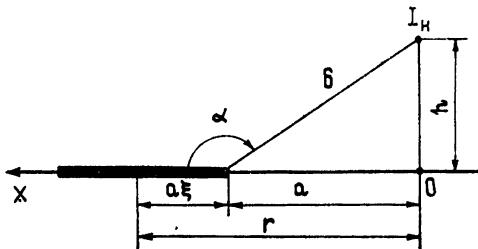


Рис. 2.

Перейдем к вычислению электромагнитного поля. Напряженность полного электрического поля в случае дополнительной задачи имеет только азимутальную составляющую, равную

$$E_{\varphi}(R, \theta) = E_{\varphi}^0(R, \theta) + E_{\varphi}^{(\text{вт})}(R, \theta),$$

где E_{φ}^0 и $E_{\varphi}^{(\text{вт})}$ — азимутальные составляющие первичного и вторичного электрических полей соответственно, причем

$$E_{\varphi}^{(\text{вт})} = -\frac{i\omega\mu a}{4\pi} \int_0^\infty j[a(1+\xi)] (1+\xi) d\xi \int_0^{2\pi} \frac{e^{-i\gamma L}}{L} \cos \beta d\beta, \quad (5)$$

где $L \equiv L(R_0, \xi, \theta, \beta) = \sqrt{R_0^2 + (1+\xi)^2 - 2R_0(1+\xi)\sin\theta\cos\beta}$, а R_0 и ξ — безразмерные величины, связанные с R и r соотношениями $R = aR_0$, $r = a(1+\xi)$.

В дальнейшем будем различать две области пространства, а именно: область, примыкающую к полярной оси, где выполняется соотношение $\sin\theta \ll 1$, и остальную часть пространства, где $\gamma \sin\theta \gg 1$.

Для нахождения напряженности вторичного электрического поля в первой области изменим в (5) порядок интегрирования:

$$E_{\varphi}^{(\text{вт})} = -\frac{i\omega\mu a}{4\pi} \int_0^{2\pi} T(R_0, \theta, \beta) \cos \beta d\beta, \quad (6)$$

где

$$T(R_0, \theta, \beta) = \int_0^\infty j[a(1+\xi)] (1+\xi) \frac{e^{-i\gamma L}}{L} d\xi. \quad (7)$$

Асимптотическое вычисление интеграла (7) дает

$$T(R_0, \theta, \beta) = \frac{II^m}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{e^{-i\gamma\delta}}{\delta} e^{-i\gamma D} M(\sin \theta \cos \beta), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} M(\sin \theta \cos \beta) = & \frac{\sqrt{2D} \sin \alpha \cos (\alpha/2)}{[D + \delta(1 - R_0 \sin \theta \cos \beta)] (D + 1 - R_0 \sin \theta \cos \beta)^{1/2}} - \\ & - \frac{2 \sin \alpha}{D + \delta(1 - R_0 \sin \theta \cos \beta)} - \\ & - \frac{\sqrt{2} \cos \alpha [\sin (\alpha/2) - c \operatorname{ctg} (\alpha/2)(2 - \cos (\alpha/2))]}{(1 - c)[(D + 1 - R_0 \sin \theta \cos \beta) D]^{1/2}}, \\ D \equiv D(R_0, \theta, \beta) = & \sqrt{R_0^2 + 1 - 2R_0 \sin \theta \cos \beta}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя (8) в (6) и переходя к новой переменной t , связанной с β соотношением

$$\sqrt{R_0^2 + 1 - 2R_0 \sin \theta \cos \beta} = s - q \cos t, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} s = & \frac{D(R_0, \theta, \pi) + D(R_0, \theta, 0)}{2}, \\ q = & \frac{D(R_0, \theta, \pi) - D(R_0, \theta, 0)}{2}, \end{aligned} \quad (11)$$

получаем

$$E_{\varphi}^{(вт)} = - \frac{iklI^m}{4\pi a} F_1(R_0, \theta), \quad (12)$$

где

$$F_1 = \frac{1}{\pi \delta} \exp(-i\gamma(\delta + s)) \int_0^\pi \exp(i\gamma q \cos t) M_1(q \cos t) dt, \quad (13)$$

$$M_1(q \cos t) \equiv M_1(v) = \frac{[1 + R_0^2 - (s - v)^2]}{R_0 \sin \theta} \frac{(s - v)}{\sqrt{(2s - v)^2 - q^2}} M_2(v),$$

а $M_2(v) \equiv M_2(q \cos t)$ — функция, получающаяся из (9) в результате подстановки (10):

$$M_2(v) = M\left(\frac{1 + R_0^2 - (s - v)^2}{2R_0}\right) \quad (v = q \cos t).$$

Как следует из (11), при $\sin \theta \ll 1$ параметр $q \ll 1$ и функцию $M_1(v)$ удобно представить в виде быстро сходящегося степенного ряда:

$$M_1 = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \cos^n t,$$

где

$$P_n = \frac{q^n}{n!} \left. \frac{d^n M_1(v)}{dv^n} \right|_{v=0}.$$

При этом выражение (13) принимает вид

$$F_1(R_0, \theta) = \frac{\exp[-i\tau(\delta + s)]}{\delta} \sum_{n=0}^{\infty} P_n B_n, \quad (14)$$

где

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(i\tau q \cos t) \cos^n t dt.$$

Интегралы B_n выражаются через функции Бесселя 1-го рода:

$$B_n = (-i)^n \left. \frac{d^n J_0(v)}{dv^n} \right|_{v=\tau q}.$$

Пренебрегая величинами порядка $\sin^m \theta$ при $m \geq 2$, получаем следующие выражения для коэффициентов P_n :

$$P_0 = \frac{R_0 \sin \theta}{2\tau^2} P_1,$$

$$P_1 = 2 \frac{x - 2 \cos(\alpha/2)}{\tau + \delta} \sin \frac{\alpha}{2} - \frac{c \cos \alpha (1 - 2 \cos(\alpha/2))}{(1 - c) \tau x \sin(\alpha/2)},$$

$$\begin{aligned} P_2 = & \frac{R_0 \sin \theta}{\tau^2 x} \left[R_0^2 \frac{4x \cos(\alpha/2) - \cos^2(\alpha/2) - x^2}{2 \cos(\alpha/2) \operatorname{ctg} \alpha (\tau + \delta)^2} + \right. \\ & \left. + \frac{c(1 - x^2)(1 - 2 \cos(\alpha/2))}{(1 - c) \delta \sin(\alpha/2)} \right], \end{aligned}$$

$$x = \sqrt{(1 + \tau)/2\pi}, \quad \tau = \sqrt{R_0^2 + 1},$$

$P_n = 0$ при $n \geq 3$.

В дальней зоне формула (12) упрощается:

$$E_\varphi^{(\text{вт})} = \frac{i k l I^m}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} f_1(\theta),$$

где

$$\begin{aligned} f_1(\theta) = & -\frac{e^{-i\tau\delta}}{\delta} \sum_{n=0}^{\infty} p_n b_n, \\ b_n = & (-i)^n \left. \frac{d^n J_0(v)}{dv^n} \right|_{v=\tau \sin \theta}. \end{aligned} \quad (15)$$

Коэффициенты p_n связаны с P_n соотношениями

$$P_n|_{R_0 \rightarrow \infty} = \frac{p_n}{R_0},$$

откуда следует, что

$$p_0 = 0,$$

$$p_1 = \sin \frac{\alpha}{2} (\sqrt{2} - 4 \cos(\alpha/2)) + \frac{\sqrt{2} c (1 - 2 \cos(\alpha/2))}{\delta (1 - c) \sin(\alpha/2)},$$

$$p_2 = \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \left[\frac{2\sqrt{2} \cos(\alpha/2) - \cos^2(\alpha/2) - 1/2}{\operatorname{ctg} \alpha \cos(\alpha/2)} + \frac{1}{\delta} \times \right.$$

$$\times \frac{c(1 - 2 \cos(\alpha/2))}{(1 - c) \sin(\alpha/2)} \Big],$$

$p_n = 0$ при $n \geq 3$.

Перейдем к вычислению $E_{\phi}^{(вт)}$ во второй области. Так как в этом случае выполняется неравенство $\gamma \sin \theta \gg 1$, то внутренний интеграл в (5) можно преобразовать по формуле [7]:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\exp[-i\gamma L(R_0, \xi, \theta, \beta)]}{L(R_0, \xi, \theta, \beta)} \cos \beta d\beta \approx - \frac{\pi i}{\sqrt{R_0(1 + \xi) \sin \theta}} \times \\ \times \{ H_0^{(2)}[\gamma L(R_0, \xi, \theta, 0)] - i H_0^{(2)}[\gamma L(R_0, \xi, \theta + \pi, 0)] \}. \quad (16)$$

Кроме того, представим функцию $2j_n^{(r)}$ в виде

$$2j_n^{(r)}(a\xi) = j_n^{(n)}(a\xi) - 2\hat{H}_{n\tau}^0[a(1 + \xi)], \quad (17)$$

где $j_n^{(n)}$ — плотность полного тока, наведенного на идеально проводящей полуплоскости токовой нитью (2), а $\hat{H}_{n\tau}^0$ — касательная, составляющая напряженности магнитного поля указанной нити на этой полуплоскости (рис. 2).

С учетом (16) и (17) получаем из (5)

$$E_{\phi}^{(вт)} = E'(R_0, \theta) - iE'(R_0, \theta + \pi) + K(R_0, \theta),$$

где

$$E'(R_0, \theta) = \frac{1}{\sqrt{R_0 |\sin \theta|}} \left\{ -\frac{\omega \mu a}{4} \int_0^\infty j_n^{(n)}(a\xi) \times \right. \\ \times H_0^{(2)}[\gamma L(R_0, \xi, \theta, 0)] d\xi - \frac{iikI^m e^{-i\gamma b}(1 - 2 \cos(\alpha/2))}{4\sqrt{2\pi^2 a \delta^2(1 - c) \sin(\alpha/2)}} \times \quad (18)$$

$$\left. \times \int_0^\infty \frac{\exp[-i\gamma(2 + \xi)]}{\sqrt{\xi}(\xi + 2)} H_0^{(2)}[\gamma L(R_0, \xi, \theta, 0)] d\xi \right\};$$

$$K(R_0, \theta) = -\frac{i\omega \mu}{2\pi a} \int_0^\infty \left[\hat{H}_\tau^0(\rho) - \sqrt{\frac{a}{\rho}} \hat{H}_{n\tau}^0(\rho) \right] \rho d\rho \times \\ \times \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-i\gamma L)}{L} \cos \beta d\beta. \quad (19)$$

Первый член в фигурных скобках в правой части (18) равен напряженности вторичного электрического поля $E_n^{(вт)}$, возникающего при возбуждении идеально проводящей полуплоскости линейным током (2); выражение для $E_n^{(вт)}$ приведено в работе [6]. Второй член выражается [4] через обобщенные интегральные синусы и косинусы, табулированные в [8].

Рассмотрим интеграл $K(R_0, \theta)$, определяемый формулой (19). В наиболее важном для практики случае небольших подъемов вибратора над поверхностью диска ($h \leq \lambda/4$) функция \hat{H}_τ^0 совпадает с функцией $\sqrt{\frac{a}{\rho}} \hat{H}_{n\tau}^0$, и значение интеграла $K(R_0, \theta)$ можно считать равным

нулю. В общем случае можно показать, что вследствие обращения подынтегральной функции в нуль на краю экрана выполняется асимптотическое равенство

$$K(R_0, \theta) = -\frac{iklI^M}{4\pi a} [\Psi(R_0, \theta) + O(\gamma^{-1})],$$

где

$$\Psi(R_0, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{при } \pi - \alpha \leq \beta \leq \pi + \alpha \\ \exp(-i\gamma\tilde{\sigma}) \left(\frac{1}{\delta \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}}{\delta R_0 \sin \theta}}} - \frac{R_0 \sin \theta}{\tilde{\sigma}^2} \right) & \text{при } 0 \leq \beta \leq \pi - \alpha, \\ \pi + \alpha \leq \beta \leq 2\pi \end{cases}$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{R_0^2 + h_0^2 + 2R_0 h_0 |\cos \theta|} \quad (h_0 = h/a).$$

Угол β определяется из соотношений

$$R_1 \cos \beta = R_0 \sin \theta - 1, \quad R_1 \sin \beta = R_0 \cos \theta, \quad R_1 = \sqrt{R_0^2 - 2R_0 \sin \theta + 1}.$$

Окончательное выражение для $E_\varphi^{(вт)}$ во второй области имеет вид

$$E_\varphi^{(вт)} = -\frac{iklI^M}{4\pi a} F_2(R_0, \theta),$$

где

$$F_2(R_0, \theta) = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right)}{\delta \sqrt{\delta R_0 \sin \theta}} \sqrt{\frac{\pi\gamma}{2}} \left\{ G(\delta, \theta, \alpha) - iG(\delta, \theta + \pi, \alpha) + G(\delta, \theta, 2\pi - \alpha) - iG(\delta, \theta + \pi, 2\pi - \alpha) - [G(2, \theta, \pi) - iG(2, \theta + \pi, \pi)] \times \right. \\ \left. \times \frac{1 - 2 \cos(\alpha/2)}{(1 - c) \sin(\alpha/2)} \sqrt{\frac{2}{\pi\gamma\delta}} \exp\left[-i\left(\gamma\delta - \frac{\pi}{4}\right)\right] \right\} + \Psi(R_0, \theta), \quad (20)$$

$$G(\delta, \theta, \alpha) = \frac{1}{\pi i} \int_v^\infty \frac{\exp(-i\gamma\sqrt{u^2 + t^2})}{\sqrt{u^2 + t^2}} dt = \\ = \frac{1}{\pi} \{S(\gamma u, v) - i[w - C(\gamma u, v)]\} - \frac{1}{2} H_0^{(2)}(\gamma u),$$

$$u = \sqrt{R_1^2 + \delta^2 - 2R_1 \delta \cos(\alpha - \beta)}, \quad v = 2\sqrt{R_1 \delta} \cos \frac{\beta - \alpha}{2},$$

$$w = \operatorname{Arsh} \frac{v}{u},$$

$S(\gamma u, v)$ и $C(\gamma u, v)$ — обобщенные интегральные синусы и косинусы, табулированные в [8].

В дальней зоне функция $G(\delta, \theta, \alpha)$ сводится к интегралам Френеля (4):

$$G(\delta, \theta, \alpha) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma R_0}} \exp\left[-i\left(\gamma R_0 - \frac{\pi}{4}\right)\right] g(\delta, \theta, \alpha),$$

$$g(\delta, \theta, \alpha) = \exp\{i\gamma[(\delta \cos \alpha + 1) \sin \theta + \delta \sin \alpha \cos \theta]\} \times$$

$$\times \hat{\Phi} \left(\sqrt{2i\gamma\delta} \cos \frac{\pi/2 - \theta - \alpha}{2} \right),$$

и формула для $E_{\varphi}^{(\text{вт})}$ упрощается:

$$E_{\varphi}^{(\text{вт})} = \frac{iklI^m}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} f_2(\theta),$$

где

$$f_2(\theta) = \frac{1}{2\delta\sqrt{\delta \sin \theta}} \left\{ g(\delta, \theta, \alpha) - ig(\delta, \theta + \pi, \alpha) + g(\delta, \theta, 2\pi - \alpha) - ig(\delta, \theta + \pi, 2\pi - \alpha) + [g(2, \theta, \pi) - ig(2, \theta + \pi, \pi)] \frac{1 - 2 \cos(\alpha/2)}{(1 - c) \sin(\alpha/2)} \sqrt{\frac{2}{\pi\gamma\delta}} \exp \left[-i \left(\gamma\delta - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right\} + \psi(\theta), \quad (21)$$

$$\psi(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{при } \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \geq \pi - \alpha, \\ \exp(-ikh |\cos \theta|) \left(\frac{1}{\delta\sqrt{\delta \sin \theta}} - \sin \theta \right) & \text{при } \left| \theta - \frac{\pi}{2} \right| \leq \pi - \alpha. \end{cases}$$

Таким образом, полностью определена напряженность вторичного электрического поля в случае дополнительной задачи. Используя формулы перехода [3] к исходной задаче, запишем выражение для напряженности магнитного поля элементарного электрического вибратора, расположенного на оси идеально проводящего диска:

$$H_{\varphi}(R, \theta) = -\frac{iklI}{4\pi} \left\{ R \sin \theta \left[\frac{\exp(-ik\sigma_1)}{\sigma_1^2} \left(1 - \frac{i}{k\sigma_1} \right) + \frac{\exp(-ik\sigma_2)}{\sigma_2^2} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(1 - \frac{i}{k\sigma_2} \right) \right] - \frac{1}{a} F_v(R_0, \pi - \theta) \right\} \quad \text{при } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad (22)$$

$$H_{\varphi}(R, \theta) = \frac{iklI}{4\pi a} F_v(R_0, \theta) \quad \text{при } \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, \quad (23)$$

где $\sigma_1 = \sqrt{R^2 + h^2 - 2Rh \cos \theta}$ и $\sigma_2 = \sqrt{R^2 + h^2 + 2Rh \cos \theta}$ — расстояния от точки наблюдения до элементарного электрического вибратора и до его зеркального отображения относительно плоскости $\theta = \pi/2$ соответственно, I — амплитуда тока элементарного электрического вибратора, l — его длина. В области, прилегающей к полярной оси (где $\sin \theta \ll 1$), следует положить $F_v = F_1$ (формула (14)); в остальной части пространства (где $\gamma \sin \theta \gg 1$) нужно считать $F_v = F_2$ (формула (20)).

Подчеркнем, что выражения (22) и (23) определяют напряженность магнитного поля в любой точке пространства. В дальней зоне они принимают более простой вид:

$$H_{\varphi}(R, \theta) = -\frac{iklI}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \hat{F}(\theta), \quad (24)$$

где

$$\hat{F}(\theta) = \begin{cases} 2 \sin \theta \cos(kh \cos \theta) - f_v(\pi - \theta) & \text{при } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \\ f_v(\theta) & \text{при } \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \end{cases}, \quad (25)$$

причем $f_s = f_1$ (формула (15)) или $f_s = f_2$ (формула (21)) в зависимости от положения точки наблюдения.

На рис. 3—6 приведены диаграммы направленности анализируемой системы при различных значениях радиуса диска и высоты подъема элементарного электрического вибратора. На графиках показаны значения функции $\hat{F}(\theta)$, рассчитанные по формуле (25). Графики построены в полярной системе координат, угол θ отсчитывается от оси диска.

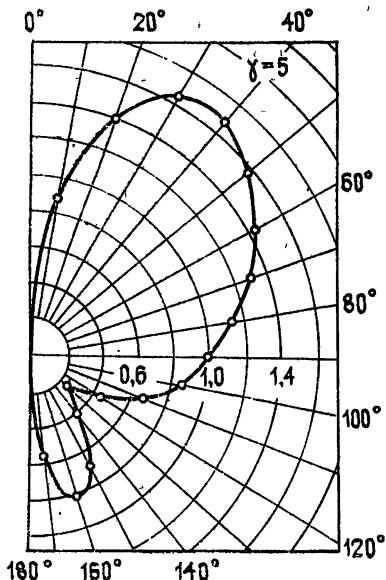


Рис. 3.

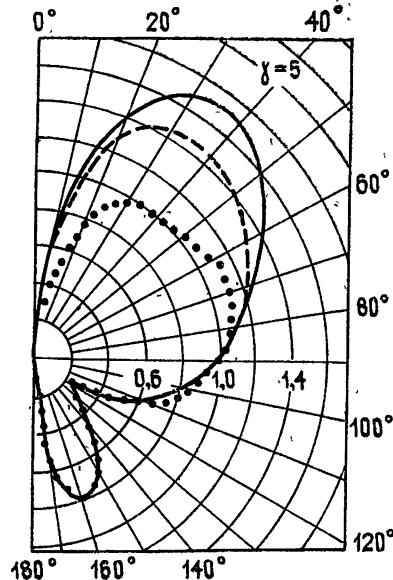


Рис. 4.

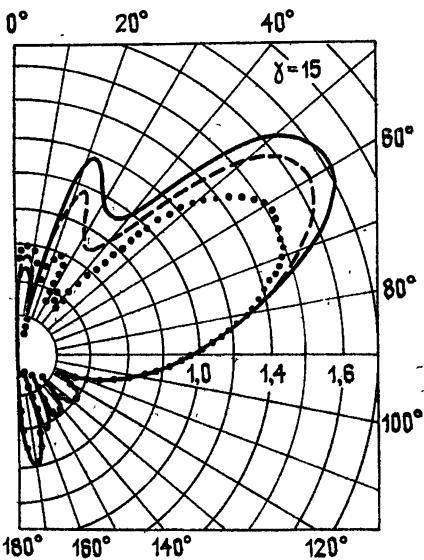


Рис. 5

На рис. 3 показана диаграмма направленности элементарного электрического вибратора, расположенного в центре идеально проводящего

диска ($h = 0$), при $\gamma = 5$. Сплошная линия соответствует строгому решению [1], кружки — результаты расчета по формуле (25).

На рис. 4 и 5 приведены диаграммы направленности элементарных электрических вибраторов, расположенных на высоте $h = 0,025\lambda$ (сплошная линия), $h = 0,125\lambda$ (пунктир) и $h = 0,225\lambda$ (точки) над центром идеально проводящего диска для случаев $\gamma = 5$ (рис. 4) и $\gamma = 15$ (рис. 5). Из графиков видно, что изменение высоты подъема вибратора h от $0,025\lambda$ до $0,225\lambda$ заметно влияет на диаграмму направленности в верхнем $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ полупространстве и практически не сказывается на диаграмме направленности в нижнем $\left(\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi\right)$ полупространстве.

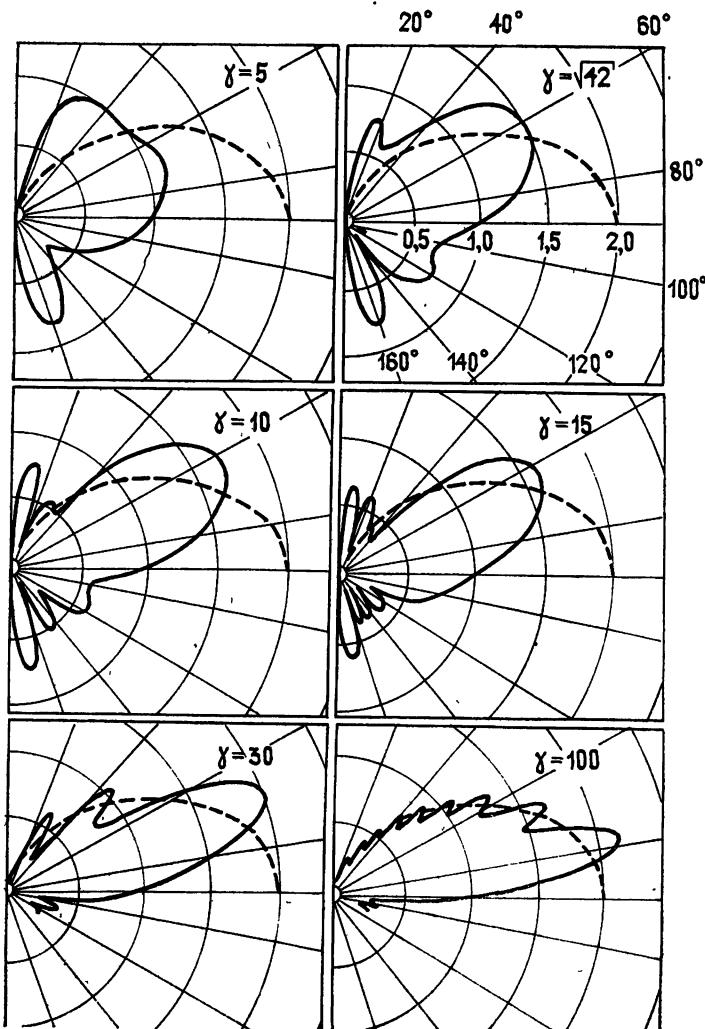


Рис. 6.

На рис. 6 приведена серия графиков, иллюстрирующая влияние изменения радиуса идеально проводящего диска на диаграмму направ-

ленности элементарного электрического вибратора, расположенного на высоте $h = 0,225\lambda$ над центром диска. При $\gamma \geq 30$ на рисунках не показана часть диаграммы направленности, соответствующая значениям θ , близким к $\theta = 0$ и $\theta = 180^\circ$, так как при этом в указанной области имеется большое число лепестков, которые трудно изобразить в полярной системе координат при небольших размерах рисунка. На всех графиках, приведенных на рис. 6, пунктиром показана диаграмма направленности элементарного электрического вибратора, расположенного над идеально проводящей плоскостью ($\gamma = \infty$). Как видно из приведенных данных, влияние края диска заметно проявляется даже при больших значениях его радиуса (см., например, диаграмму направленности для случая $\gamma = 100$).

На основе формулы (25) методом численного интегрирования были рассчитаны также диаграммы направленности четвертьволнового электрического вибратора, расположенного на идеально проводящем диске вдоль его оси. Как и в случае элементарного вибратора, сравнение расчетов по асимптотическим формулам при $\gamma = 5$ показало хорошее совпадение с точными значениями, взятыми из работы [2]. На рис. 7 представлена нормированная диаграмма направленности четвертьволнового электрического вибратора, расположенного на идеально проводящем диске, при $\gamma = 15$ (сплошная линия). На этом же графике точками показана нормированная диаграмма направленности элементарного электрического вибратора, расположенного на высоте $h = 0,125\lambda$ над поверхностью диска. Как видно, при указанных параметрах имеет место хорошее совпадение нормированных диаграмм. При других значениях h нормированная диаграмма направленности, соответствующая элементарному электрическому вибратору, может заметно отличаться от аналогичной диаграммы, соответствующей четвертьволновому вибратору (см. рис. 5).

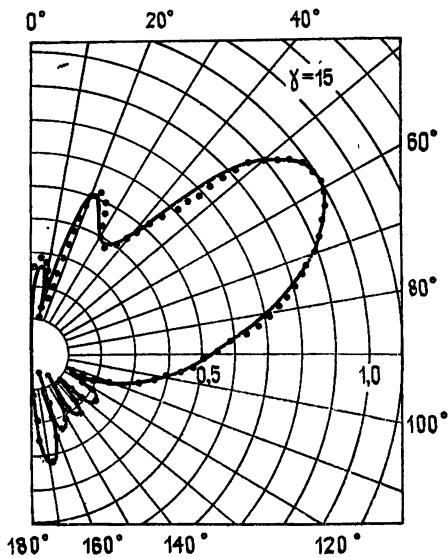


Рис. 7.

Полученное решение построено в предположении $\gamma \gg 1$. Однако, как показало сравнение с точными результатами, оно хорошо передает структуру электромагнитного поля уже при относительно небольшом значении $\gamma = 5$. С ростом γ точность решения повышается.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Г. Белкина, В кн. Дифракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения, изд. Сов. радио, М., 1957, стр. 148.
2. A. Leitner, R. D. Spense, J. Appl. Phys., 21, № 10, 1001 (1950).
3. Я. Н. Фельд, Основы теории щелевых антенн, изд. Сов. радио, М., 1948.
4. Ю. В. Пименов, В кн. Антенны, вып. 3, изд. Связь, М., 1968, стр. 93.
5. Ю. В. Пименов, А. Г. Давыдов, Радиотехника, 33, вып. 7, 91 (1978).
6. Ю. В. Пименов, Радиотехника, 30, вып. 11, 50 (1975).
7. Г. А. Гринберг, Ю. В. Пименов, ЖТФ, 29, вып. 10, 1206 (1959).
8. Tables of generalities Sine—Cosine and exponential function, 1, 2, Harward Univ. Press, 1949.

Московский электротехнический
институт связи

Поступила в редакцию
22 января 1979 г.,
после доработки
13 августа 1979 г.

RADIATION OF A VERTICAL ELECTRIC VIBRATOR LOCATED ON THE AXIS
OF A PERFECTLY CONDUCTING DISK

Yu. V. Pimenov, A. G. Davydov

On the basis of a rigorous integral equation asymptotic expressions convenient for calculation and valid at any point of the space have been obtained which defined the electromagnetic field of an elementary electric vibrator located on the axis of a perfectly conducting disk of a large diameter. Results of numerical calculations are given.