

$$\begin{aligned} & [(1 - R_s R_g)(1 - RR_g)]^{-1} = \\ & = \left[1 + \sum_{k=1}^{M-1} \left(\frac{\Delta R_i R_g}{1 - R_s R_g} \right)^k + \frac{(\Delta R_i R_g)^M}{(1 - RR_g)(1 - R_s R_g)^M} \right] (1 - R_s R_g)^{-2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для приближенной оценки интеграла (2) ограничимся первым членом разложения (4). Вычисляя первый интеграл по вычетам в полюсах кратности 2, получим

$$\begin{aligned} \Psi = & 2e^{i(\pi/4)} \sqrt{\pi x} \rho_l(0) \exp \left\{ i \frac{4}{3} [(y_i - y_s)^{3/2} + \delta(0)] \right\} \sum_{n=1}^N e^{i\xi t_n} \Delta(t_n) \times \\ & \times \left\{ \left(\frac{dt_n}{dq} \right)^2 \frac{1+q}{f(0, t_n)} \left[\left(\frac{\Delta'(t_n)}{\Delta(t_n)} + \frac{(\partial/\partial t_n)(f(0, t_n)/(dt_n/dq))}{(dt_n/dq)^{-1} f(0, t_n)} + i\xi \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times f_0(y_0, t_n) f(y, t_n) + \frac{1}{f(0, t_n)} \frac{\partial}{\partial t_n} [f_0(y_0, t_n) f(y, t_n) f(0, t_n)] \right] \right\}, \end{aligned}$$

где $\frac{dt_n}{dq}$ — константа, определенная в [2].

Отметим, что с укорочением λ ухудшаются условия просачивания поля из волновода, при этом уменьшается погонное затухание как первичного, так и вторично возбужденного поля, но одновременно ухудшаются условия вторичного возбуждения, так как увеличивается глубина захвата мода. Увеличение λ приводит с одной стороны к увеличению погонного затухания волноводного поля, но с другой стороны — к росту коэффициента отражения от приподнятого слоя. Наилучшие условия возбуждения будут при некотором оптимальном соотношении «мощностей» и высот поверхностной и приподнятой M -инверсий. Основной вклад во вторично возбужденное поле дают полухваченные моды, для которых $\text{Re } t_n \leq 0$, $|\text{Re } t_n| \ll 1$ и $\Delta(t_n) = 4\gamma^{1/3} \times (\gamma^{1/3} e^{i(\pi/3)} + e^{-i(\pi/3)})^{-1} + 0(t_n^2)$. С точки зрения геометрической оптики соответствующие волны «просачиваются» из волновода, однако, как показано Фоком [2], они активно участвуют в процессе дальнего распространения.

Пусть $\lambda = 3,2$ см, $h_s = 9$ м, $\Delta M = 0,9$ N ед., $h = 8,5$ м, $h_0 = 5$ м, $h_i = 200$ м, $\Delta M_i = M(h_i) - M(h_s) = 3,5$ N ед., $\Delta h = h_s - h_i = 100$ м. Оценки показывают, что на дистанции $D > D_1 \sim 150$ км, где начинается зона геометрической тени для однократно отраженных волн, уровень функции ослабления поля достигает -50 дБ.

В заключение автор выражает благодарность В. Г. Синицыну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кукушкин А. В., Синицын В. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 7, с. 802.
2. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. радио, 1970.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
29 января 1980 г.

УДК 551.501.81

О ХАРАКТЕРЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАДИОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ ОТ ПРИЗЕМНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

В. П. Борин, А. П. Наумов

В последнее время широкое распространение получили статистические методы определения высотных зависимостей метеорологических и радиохарактеристик земной атмосферы по известным значениям прогнозируемых величин на определенной высоте h (чаще — вблизи поверхности Земли) [1–3]. Получаемые методом оптимальной статистической экстраполяции [1] высотные распределения $f^0(h)$ уменьшают неопределенность в знании радиометеорологических элементов $f(h)$, которая обычно характеризу-

ется среднеквадратичным отклонением $\sigma_f(h)$ реализаций $f_i(h)$ от средних значений $\bar{f}(h)$. Среднеквадратичная ошибка $\sigma_f^{\circ}(h)$ статистической экстраполяции ($\sigma_f^{\circ}(h) < \sigma_f(h)$), в свою очередь, служит той мерой неопределенности, которая не устраняется применением априорных статистических данных, и используется при определении ценности различных методов измерений величины f . Например, при оперативном определении (с погрешностью $\sigma_f^{\circ}(h)$) метеозаписей из результатов дистанционных измерений радиотеплового излучения атмосферы с поверхности Земли можно считать, что последние обладают определенной ценностью, если среднеквадратичная ошибка их восстановления на некотором высотном интервале удовлетворяет условию $\sigma_f^{\circ}(h) < \sigma_f^{\circ}(h)^*$. Из изложенного видно, что количественные значения $\sigma_f^{\circ}(h)$ имеют существенное методологическое значение. Точность статистической экстраполяции коэффициентов поглощения и преломления радиоволн представляет интерес для оперативного определения полного вертикального поглощения [12] и рефракции радиоволн на малых углах места [13] по приземным значениям метеорологических элементов.

Метод оптимальной статистической экстраполяции обычно используется в литературе в линейной форме:

$$f_i^{\circ}(h_K) - \bar{f}(h_K) = \frac{B_{ff}^{11}(h_1, h_K)}{B_{ff}^{11}(h_1, h_1)} [f_i^{\circ}(h_1) - \bar{f}(h_1)], \quad (1)$$

где $B_{ff}^{11}(h_1, h_K) = [f_i(h_1) - \bar{f}(h_1)][f_i(h_K) - \bar{f}(h_K)]$ — ковариационная матрица (второй момент) искомой величины, l, K — номера высотных уровней, i — номер реализации. Среднеквадратичную ошибку статистической экстраполяции (1) можно оценить либо по соотношению [1]

$$\tilde{\sigma}_f^{\circ}(h_K) = \sigma_f(h_K) \sqrt{1 - r_{ff}(h_1, h_K)^2}, \quad (2)$$

либо путем непосредственного сравнения величин $f_i^{\circ}(h_K)$ с соответствующими реализациями $f_i(h_K)$:

$$\sigma_f^{\circ}(h_K) = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M [f_i^{\circ}(h_K) - f_i(h_K)]^2}. \quad (3)$$

В (2) $r_{ff}(h_1, h_K)$ — коэффициент корреляции между значениями f на высотах h_1 и h_K . В более общем виде связь $f_i^{\circ}(h_K)$ с $f_i(h_1)$ представляется в виде степенного ряда [4]

$$f_i^{\circ}(h_K) - \bar{f}(h_K) = \sum_{m=1}^L c_m^{(K)} [f_i(h_1) - \bar{f}(h_1)]^m. \quad (4)$$

Целью данного сообщения является сравнение ошибок определения основных радиометеорологических величин земной атмосферы по формулам (1), (4) и определение, таким образом, характера статистической зависимости высотных распределений этих величин от их приземных значений.

Коэффициенты $c_m^{(K)}$ определяются из условия минимума функционала F , образованного из (4) путем суммирования членов по совокупности реализаций:

$$\frac{\partial F [c_m^{(K)}]}{\partial c_m^{(K)}} = 0, \quad (5)$$

и выражаются (для $m > 1$) через моменты более высоких (по сравнению со вторым) порядков. При $m = 2$ из (5) получается:

$$c_1^{(K)} = \frac{B_{ff}^{11}(h_1, h_K) B_{ff}^{22}(h_1, h_1) - B_{ff}^{21}(h_1, h_K) B_{ff}^{12}(h_1, h_1)}{B_{ff}^{11}(h_1, h_1) B_{ff}^{22}(h_1, h_1) - B_{ff}^{12}(h_1, h_1) B_{ff}^{21}(h_1, h_1)}; \quad (6)$$

$$c_2^{(K)} = \frac{B_{ff}^{11}(h_1, h_K) B_{ff}^{21}(h_1, h_1) - B_{ff}^{21}(h_1, h_K) B_{ff}^{11}(h_1, h_1)}{B_{ff}^{11}(h_1, h_1) B_{ff}^{22}(h_1, h_1) - B_{ff}^{12}(h_1, h_1) B_{ff}^{21}(h_1, h_1)}, \quad (7)$$

где

$$B_{ff}^{21}(h_1, h_K) = [f(h_1) - \bar{f}(h_1)]^2 [f_i(h_K) - \bar{f}(h_K)]; \quad (8)$$

* О выполнимости указанного соотношения для восстановленных значений температуры и давления из радиометрических измерений в области $\lambda \sim 5$ мм. см. в [9-11].

$$B_{ff}^{12}(h_1, h_1) = B_{ff}^{21}(h_1, h_1) = \overline{[f_i(h_1) - \bar{f}(h_1)]^2}; \quad (9)$$

$$B_{ff}^{22}(h_1, h_1) = \overline{[f_i(h_1) - \bar{f}(h_1)]^4}. \quad (10)$$

Нами были проведены расчеты по формулам (1), (4) с $m = 2$ температуры атмосферы ($f = T$), удельной влажности ($f = q$), коэффициентов молекулярного поглощения ($f = \gamma$) в атмосферных окнах прозрачности диапазона $\lambda \approx 1,5 \text{ мм} \div 3 \text{ см}$ и приведенного коэффициента преломления ($f = N$) для метеорологической статистики, использованной в [6]. Расчеты радиохарактеристик атмосферы выполнялись по формулам работ [14-17]. По вычисленным значениям $\gamma^{\circ}(h)$ и $N^{\circ}(h)$ оценивались также вертикальное поглощение и астрономическая рефракция радиоволн при малых углах места. Оценки точности расчетов осуществлялись по формуле (3). В проведенном численном эксперименте данные аэрологического зондирования атмосферы и значения радиохарактеристик, которые вычислялись непосредственно по ним, считались «истинными» значениями (реализациями)

Таблица 1

Ошибки оптимальной статистической экстраполяции (1) для распределений ряда основных радиометеорологических параметров атмосферы при летних условиях года в Центральной части ЕТ СССР

$h, \text{ км}$	$\sigma_T^{\circ}, \text{ К}$	$\sigma_q^{\circ}/\bar{q}, \%$	$\sigma_N^{\circ},$ ед. N	$\sigma_{\gamma}^{\circ}/\bar{\gamma}, \%$			
				$\lambda = 3 \text{ см}$	$\lambda = 0,8 \text{ см}$	$\lambda = 0,33 \text{ см}$	$\lambda = 0,15 \text{ см}$
0,5	1,4	9,1	3,8	3,5	4,8	6,7	7,7
1	1,9	12,1	4,7	4,6	6,4	9,2	10,7
1,5	2,4	15,5	5,7	6,0	8,5	12,4	14,6
2	2,8	21,3	7,2	8,1	11,6	17,4	20,7
2,5	2,8	23,5	6,8	8,4	12,3	19,2	23,5
3	2,6	27,2	6,1	8,5	12,9	21,5	27,3
4	2,4	34,6	4,8	7,9	12,7	24,1	33,7
5	2,5	43,0	3,5	6,6	11,2	25,1	41,1
6	2,5	46,2	2,4	4,8	8,6	22,3	44,0
7	2,7	46,5	1,6	3,3	5,8	17,3	43,8
8	2,9	45,0	1,3	2,4	3,6	11,8	41,3

Таблица 2

Относительные ошибки определения вертикального поглощения радиоволн по статистически экстраполированным профилям $\gamma^{\circ}(h)$

Сезон	$\sigma_{\tau}^{\circ}/\bar{\tau}, \%$			
	λ			
	3 см	0,8 см	0,33 см	0,15 см
Лето	3,6	5,7	9,9	13,2
Зима	3,5	4,8	12,3	27,2

Среднеквадратичные ошибки экстраполяции метеорологических элементов (σ_T° , σ_q°) для линейного приближения (1) рассматривались в ряде работ [3, 7, 9, 18]. В табл. 1 абсолютные и относительные значения σ_T° , σ_q°/\bar{q} , полученные нами для летних условий в Центральной части ЕТ СССР, даны вместе с аналогичными величинами для коэффициентов молекулярного поглощения на ряде длин волн и для приведенного коэффициента преломления. В табл. 2 содержатся среднеквадратичные ошибки статистического определения вертикального поглощения τ радиоволн в летний и зимний периоды года.

Результаты выполненных исследований показали, что учет нелинейных членов в разложении (4) практически не влияет на величины экстраполированных элементов $T^{\circ}(h)$, $q^{\circ}(h)$, $N^{\circ}(h)$, $\gamma^{\circ}(\lambda, h)$. Так, соответствующие поправки к значениям σ° не превышают $\sim 0,1 = 0,2 \text{ К}$ для температуры, $\sim 0,6\%$ для σ_q°/\bar{q} , $\sim 0,1$ ед. N для приведен-

ного коэффициента преломления и $\sim 0,1-0,5\%$ для $\sigma_T^3/\bar{\gamma}$ на рассмотренных длинах волн. Таким образом, линейная экстраполяция (1) весьма полным образом характеризует возможности статистических методов при построении высотных зависимостей элементов атмосферы. Как следствие отмеченного обстоятельства, нелинейные члены в разложении (4) для $\gamma^3(h)$ и $N^3(h)$ приводят к поправкам $\sim 0,05-0,3\%$ для σ_T^3/τ и не более $0,5''$ для регулярной части астрономической рефракции радиоволн при угле места $\varphi = 1^\circ$. В зимнее время года возрастают ошибки высотной экстраполяции температуры (σ_T^3) и удельной влажности (σ_q^3/q), но влияние нелинейных членов (4) на значения $T^3(h)$ и $q^3(h)$ остается примерно таким же, как и в летний период. Приведенные результаты отражают близость распределений рассматриваемых физических величин к нормальным распределениям. На этом вопросе мы подробнее остановимся в другом месте. Поскольку, однако, для гауссовых переменных высокие моменты отличны от нуля, то выполненное рассмотрение позволяет установить количественные соотношения между аппроксимациями (1), (4).

В заключение заметим, что одним из существенных вопросов в теории статистических оценок является вопрос о количественной выборке данных, необходимых для обеспечения достаточной точности. Погрешности расчетов коэффициентов корреляции и вторых моментов для различных количеств исходных данных оцениваются в [3]. Требования к объему выборки для обеспечения аналогичных относительных погрешностей в моментах выше второго порядка еще более возрастают. Поскольку вклад квадратичных членов разложения (4) в текущие значения рассматриваемых величин для использованной статистики оказался весьма малым, то изменение моментов B_{ff} выше второго порядка даже в несколько раз несущественно повлияет на результаты статистической экстраполяции (4). С другой стороны, есть основания полагать, что порядки указанных моментов верно определены с помощью использованной выборки статистических данных, и, таким образом, выполненное в статье рассмотрение является вполне достаточным для выяснения принципиальной стороны вопроса.

Авторы признательны М. Б. Зиничевой за расчеты, выполненные на ЭВМ БЭСМ-6.

ЛИТЕРАТУРА

1. Обухов А. М. — Изв. АН СССР. Сер. Геофизическая, 1960, № 3, с. 432.
2. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных — Л.: Гидрометеоздат, 1976.
3. Гандин Л. С., Захариев В. И., Целнай Р. Статистическая структура метеорологических полей. — Будапешт: 1976.
4. Малкевич М. С. Оптические исследования атмосферы со спутников. — М.: Наука, 1973.
5. Наумов А. П. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1979, 15, № 2, с. 175.
6. Miner G. F., Thornton D. D., Welch W. J. — J. Geoph. Res., 1972, 77, № 6, p. 975.
7. Westwater E. R. — Monthly Weather Rev., 1972, 100, № 1, p. 15.
8. Алешин В. И., Наумов А. П., Плечков В. М., Сумин М. И., Троицкий А. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 2, с. 198.
9. Китай Ш. Д., Наумов А. П., Сумин М. И. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 3079—79. Деп. от 16 августа 1979 г.
10. Кузнецова М. Г., Рассадовский В. А., Троицкий А. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 8, с. 938.
11. Китай Ш. Д., Наумов А. П., Сумин М. И. — Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1979, 15, № 12, с. 1613.
12. Наумов А. П., Зиничева М. Б. — Радиотехника и электроника, 1980, 25, № 5, с. 919.
13. Алешин В. И., Наумов А. П., Плечков В. М., Сумин М. И., Троицкий А. В. Тезисы докладов XI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — Казань: Гос. ун-т, 1975, ч. 1, с. 103.
14. Жевакин С. А., Наумов А. П. — Радиотехника и электроника, 1965, 10, № 6, с. 987.
15. Reber E. E. — J. Geoph. Res., 1972, 77, № 21, p. 3831.
16. Жевакин С. А., Наумов А. П. — Радиотехника и электроника, 1967, 12, № 6, с. 955.
17. Борин В. П., Наумов А. П. — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 1, с. 44.
18. Ершов А. Т., Наумов А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 11, с. 1610.