ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 12 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 538.56 : 519.25

О РАСЧЕТЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ ДИСКРЕТНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ*

В. А. Крутиков

На основе приближенного решения стохастического волнового уравнения в фазовом представлении, учитывающем взаимодействие со случайной непрерывной средой и последовательное рассеяние на каждом из ансамбля независимых дискретных рассеивателей, получено выражение для статистического момента волнового поля произвольного порядка. Использование разложения поля гауссова пучка в турбулентной среде по плоским волнам в границах применимости параболического волнового уравнения позволяет выразить статистические моменты волнового поля через многократные интегралы. Для вычисления этих интегралов в общем случае предлагается использовать методы Монте-Карло, а с увеличением длины трассы, когда необходимая кратность интегрирования уменьшается, возможно использование обычных квадратур.

Для описания распространения монохроматического излучения в случайно-неоднородной среде используем стохастическое скалярное волновое уравнение

$$[\Delta + k^2 + V_1(\boldsymbol{r})]\,\Psi(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{1}$$

с потенциалом, описывающим как случайное непрерывное турбулентное поле диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r})$, так и свойства ансамбля дискретных рассеивателей [1]

$$V_1(\boldsymbol{r}) = k^2\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r}) - \sum_{j=1}^{n} V_0(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}_j;\ \zeta_j). \tag{2}$$

Здесь n — общее случайное число частиц внутри некоторого рассеивающего объема, $\boldsymbol{R}_j$ — положение центра j-го рассеивателя, ζ_j — все прочие случайные параметры, характеризующие j-й рассеиватель, такие, как размер, форма, ориентация. В общем случае рассеивающий потенциал $V_1(\boldsymbol{r})$ является комплексной величиной, т. е. среда может быть поглощающей.

Переход к фазовому представлению решения волнового уравнения (1)

$$\Psi(\boldsymbol{r}) = \exp(\Phi(\boldsymbol{r})) = \\ = \exp\left[\Phi_0(\boldsymbol{r}) + \sum_{j=1}^{n}\Phi_1(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_j;\ \zeta_j) + \sum^{n}\sum^{n}_{l\neq j}\Phi_2(\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{R}_l,\ \boldsymbol{R}_j;\ \zeta_l,\ \zeta_j) + \ldots\right] \tag{3}$$

позволяет получить систему нелинейных зацепляющихся уравнений, имеющих сходную структуру:

$$\Delta\Phi_0 + k^2 + (\nabla\Phi_0)^2 = -k^2\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r}),$$
$$\Delta\Phi_1 + 2\nabla\Phi_0\nabla\Phi_1 + (\nabla\Phi_1)^2 = V_0(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R};\ \zeta), \tag{4}$$

* Результаты статьи были доложены на V Всесоюзном симпозиуме по распространению лазерного излучения в атмосфере, Томск, 1979.

$$\Delta\Phi_2 + 2\nabla\Phi_0\nabla\Phi_2 + (\nabla\Phi_2)^2 = \nabla\Phi_1\nabla\Phi_1'.$$

Для упрощения записи в системе (4) индексы суммирования, а также параметры, от которых зависят функции Φ_0, Φ_1, Φ_2 и т. д., опущены. Штрих в правой части третьего уравнения обозначает несовпадение номеров частиц, которым соответствуют две функции Φ_1.

Из системы уравнений (4) следует, что первое слагаемое в (3) полностью учитывает взаимодействие излучения с непрерывной случайно-неоднородной средой, а второе — приближенно-многократное рассеяние на ансамбле дискретных рассеивателей. При этом сохраняются все особенности рассеяния поля $\exp(\Phi_0(\boldsymbol{r}))$ на отдельном рассеивателе $V_0(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R};\ \zeta)$, а приближенный учет многократного рассеяния проводится через суммирование фазовых искажений, вносимых каждым из n рассеивателей.

Анализ системы уравнений (4), проведенный для падающей плоской волны в отсутствие турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости $(\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r}) \equiv 0)$, показал [1, 13], что при выполнении условия

$$\tau \langle \theta_0^2 \rangle < 1,$$

где τ — величина оптической толщи рассеивающего слоя в направлении распространения падающей волны, $\langle \theta_0^2 \rangle$ — средний квадрат угла рассеяния излучения изолированным рассеивателем, слагаемое с однократным суммированием в (3) достаточно полно описывает процесс взаимодействия излучения с ансамблем дискретных рассеивателей.

Следующие члены (соответственно третье и т. д. уравнения системы (4)) осуществляют последовательное приближение фазовой функции $\Phi(\boldsymbol{r}) - \Phi_0(\boldsymbol{r})$ по концентрации рассеивателей. Эти добавки за счет двойного и выше суммирования по ансамблю рассеивателей слабо коррелированы с $\Phi_0(\boldsymbol{r})$ и $\Phi'(\boldsymbol{r})$ и вносят наибольший вклад при значительных оптических толщах рассеивающей среды в излучение, рассеянное под большими углами. Эту величину суммарно можно приближенно учесть как, например, диффузионную часть решения уравнения переноса исходного оптического пучка в рассеивающей среде [2].

Для построения статистических характеристик излучения, распространяющегося в случайно-неоднородной среде с дискретными неоднородностями, необходимо определить статистические свойства поля $V_1(\boldsymbol{r})$. Будем считать, что ансамбль рассеивателей, фиксированная реализация которого полностью определяется числом частиц n, положением их центров и набором параметров ζ, состоит из большого числа статистически независимых рассеивателей. Следовательно, рассеивающий потенциал $V(\boldsymbol{r}) = \sum\limits_{j=1}^{n} V_0(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}_j;\ \zeta_j)$ можно рассматривать как случайный пуассоновский процесс [1] при фиксированной реализации случайного поля $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r})$. И если исходное волновое поле $\exp(\Phi_0^0(\boldsymbol{r}))$ носит неслучайный характер, то статистическая зависимость функций $\Phi_0(\boldsymbol{r})$ и $\Phi'(\boldsymbol{r}) = \sum\limits_{j=1}^{n} \Phi_1(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}_j;\ \zeta_j)$ полностью определяется случайным характером диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r})$.

Следует отметить, что дискретные рассеиватели, находящиеся в турбулентной среде и испытывающие с ее стороны воздействие, вообще говоря, не являются статистически независимыми, поскольку их движение будет коррелированным [3]. Но при реальных концентрациях крупномасштабных рассеивателей расстояние между ними превышает масштаб корреляции поля скоростей, и поэтому корреляцией положения частиц можно пренебречь.

С другой стороны, тяжелые частицы размером более сотен микрон (осадки, гидрозоли) будут иметь значительную скорость падения, и ансамбль таких рассеивателей уже не будет пассивной примесью. Появление таких частиц приводит к разрушению турбулентных неоднородностей, т. е. к изменению статистической структуры поля диэлектрической проницаемости.

Однако при фиксированной реализации поля $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r})$ рассеиватели по-прежнему остаются статистически независимыми.

Таким образом, использование первых двух слагаемых в (3) в качестве приближенного решения стохастического волнового уравнения (1) позволяет осуществить полное статистическое описание случайной комплексной фазы $\Phi(\boldsymbol{r})$ через ее характеристический функционал [1]:

$$X_{\Phi}[\nu, \eta] \equiv \left\langle \exp\left\{ i \int d\boldsymbol{r}' \left[\Phi(\boldsymbol{r}')\,\nu(\boldsymbol{r}') + \Phi^*(\boldsymbol{r}')\,\eta(\boldsymbol{r}')\right] \right\} \right\rangle = \\ = \left\langle \exp\left\{ i \int d\boldsymbol{r}' \left[\Phi_0(\boldsymbol{r}')\,\nu(\boldsymbol{r}') + \Phi_0^*(\boldsymbol{r}')\,\eta(\boldsymbol{r}')\right]\right\} X_{\Phi'}[\nu, \eta] \right\rangle_{\varepsilon}; \tag{5}$$

$$X_{\Phi'}[\nu, \eta] \equiv \left\langle \exp\left\{ i \int d\boldsymbol{r}' \left[\Phi'(\boldsymbol{r}')\,\nu(\boldsymbol{r}') + \Phi^{*\prime}(\boldsymbol{r}')\,\eta(\boldsymbol{r}')\right] \right\} \right\rangle_{\boldsymbol{R},\zeta} = \\ = \exp\left\{ n_0 \left\langle \exp\left[i \int d\boldsymbol{r}' \left[\Phi_1(\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{R}; \zeta)\,\nu(\boldsymbol{r}') + \Phi_1^*(\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{R}; \zeta)\,\eta(\boldsymbol{r}')\right]\right] - 1 \right\rangle \right\}_{\boldsymbol{R},\zeta}. \tag{6}$$

Выражения для характеристических функционалов (5) и (6) содержат полную информацию о статистических свойствах излучения как в чисто турбулентной атмосфере, так и в случае только дискретных рассеивателей, поскольку из (5) и (6) могут быть получены моментные функции многократно рассеянного волнового поля $\Psi(\boldsymbol{r})$ путем задания функций $\nu(\boldsymbol{r})$ и $\eta(\boldsymbol{r})$ в виде соответствующих комбинаций дельта-функций Дирака [4]. При этом случайные фазы $\Phi_0(\boldsymbol{r})$ и $\Phi_1(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}; \zeta)$ входят только в виде $\exp(\Phi_0(\boldsymbol{r}))$ и $\exp[\Phi_1(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}; \zeta)]$, т. е. как волновое поле $\Psi_0(\boldsymbol{r})$, прошедшее слой турбулентной среды, — точное решение уравнения

$$[\Delta + k^2 + k^2\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r})]\,\Psi_0(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{7}$$

или эквивалентного ему первого уравнения системы (4) и волны, образованной при рассеянии поля $\Psi_0(\boldsymbol{r})$ на отдельном рассеивателе, — точное решение уравнения

$$[\Delta + k^2 + k^2\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r}) - V_0(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}; \zeta)]\,\Psi_1(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{8}$$

или в фазовом представлении — первых двух уравнений системы (4) с учетом соотношения

$$\Psi_1(\boldsymbol{r}) = \exp\{\Phi_0(\boldsymbol{r}) + \Phi_1(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}; \zeta)\}. \tag{9}$$

К решению этих двух задач и последующему осреднению выражений, составленных из требуемых комбинаций $\exp(\Phi_0)$ и $\exp(\Phi_1)$, сводится проблема построения статистических характеристик волнового поля в случайной среде с крупномасштабными дискретными неоднородностями.

Как известно, для уравнения (7) не получено точного решения и разработка приближенных методов решения непосредственно волнового уравнения (7) или уравнений для моментов волнового поля составляет предмет исследования теории распространения излучения в турбулентной среде [4–8]. Решение более общего уравнения (8) получено для плоской волны также с помощью теории возмущений [9, 10], но в виде, не удобном для дальнейшего использования с целью исследования статистических характеристик излучения. Поэтому, считая известным решение уравнения (7), монохроматическое волновое поле $\Psi_0(\boldsymbol{r})$, падающее на изолированный рассеиватель $V_0(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R};\ \zeta)$, разложим по плоским волнам

$$\Psi_0(\boldsymbol{r}) = \int A(k\boldsymbol{s})\, e^{ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}}\, d\boldsymbol{s}\,, \tag{10}$$

где

$$A(k\boldsymbol{s}) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \Psi_0(\boldsymbol{r})\, e^{-ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}}\, k^2 dk d\boldsymbol{r}. \tag{11}$$

Для каждой составляющей плоской волны решение задачи рассеяния на отдельном рассеивателе можно представить соотношением

$$\varphi(\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{s}) = e^{ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}} + \int G_0(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'')\, d\boldsymbol{r}''\, t(\boldsymbol{r}'',\ \boldsymbol{r}')\, d\boldsymbol{r}'\, e^{ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}'}. \tag{12}$$

Это выражение можно переписать, используя под интегралом фурье-образы функции Грина $G_0(\boldsymbol{r})$ и оператора рассеяния $t(\boldsymbol{r}'',\ \boldsymbol{r}')$:

$$\varphi(\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{s}) = e^{ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}} + (2\pi)^{3/2} e^{ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}} \int \widetilde{G}_0(\boldsymbol{q}+k\boldsymbol{s})\, \widetilde{t}(\boldsymbol{q}+k\boldsymbol{s},\ k\boldsymbol{s})\, e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}}\, d\boldsymbol{q}. \tag{13}$$

Если будем искать решение в малоугловой области, где справедливо соотношение $|\boldsymbol{q}| \ll k$, т. е. $|\boldsymbol{q}+k\boldsymbol{s}| \approx k$, то в (13) вместо фурье-образа оператора рассеяния $\widetilde{t}(\boldsymbol{q}+k\boldsymbol{s},\ k\boldsymbol{s})$ можно использовать его значение, вычисленное на поверхности $|\boldsymbol{q}+k\boldsymbol{s}| = k$, т. е. амплитуду рассеяния $f(\boldsymbol{q},\ \zeta)$ [11]. В этом случае

$$\varphi(\boldsymbol{r},\ \boldsymbol{s}) = e^{ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}} + (2\pi)^{3/2} e^{ik\boldsymbol{s}\boldsymbol{r}} \int \widetilde{G}_0(\boldsymbol{q}+k\boldsymbol{s})\, f(\boldsymbol{q},\ \zeta)\, e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}}\, d\boldsymbol{q}\ . \tag{14}$$

В рамках малоуглового приближения, т. е. в границах применимости параболического волнового уравнения, интеграл в (14) можно преобразовать, проведя интегрирование по продольной составляющей вектора $\boldsymbol{q} = \{q_\parallel,\ \boldsymbol{q}_\perp\}$:

$$\begin{gathered}\int \widetilde{G}_0(\boldsymbol{q}+k\boldsymbol{s})\, f(\boldsymbol{q},\ \zeta)\, e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}}\, d\boldsymbol{q} = \frac{\pi i}{k} \int d^2 \boldsymbol{q}_\perp f(\boldsymbol{q}_\perp,\ \zeta) \times \\ \times \exp\left\{ i \left[\boldsymbol{q}_\perp(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{R}_\perp) - \frac{q_\perp^2}{2k}(x-\xi) - \boldsymbol{s}_\perp \boldsymbol{q}_\perp (x-\xi) \right] \right\}.\end{gathered} \tag{15}$$

Здесь $\boldsymbol{r} = \{x,\ \boldsymbol{\rho}\}$ — положение приемника и $\boldsymbol{R} = \{\xi,\ \boldsymbol{R}_\perp\}$ — координаты центра рассеивателя. Окончательно выражение для рассеянного поля при падении волны $\Psi_0(\boldsymbol{r})$ на изолированный рассеиватель $V_0(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R};\ \zeta)$ с учетом соотношения (9) имеет вид

$$\begin{gathered}\exp\left[\Phi_1(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R};\ \zeta) - 1\right] \equiv \exp\left[\Phi_1(x-\xi,\ \boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{R}_\perp;\ \zeta) - 1\right] = \\ = \frac{i}{2\pi k} \int d^2 \boldsymbol{q}_\perp f(\boldsymbol{q}_\perp,\ \zeta) \times \\ \times \frac{\Psi_0\left(x,\ \boldsymbol{\rho} - \frac{\boldsymbol{q}_\perp}{k}(x-\xi)\right)}{\Psi_0(x,\ \boldsymbol{\rho})} \exp\left\{ i \left[\boldsymbol{q}_\perp(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{R}_\perp) - \frac{q_\perp^2}{2k}(x-\xi) \right] \right\}.\end{gathered} \tag{16}$$

Следует подчеркнуть, что для крупномасштабных дискретных неоднородностей ($ka \gg 1$, a — характерный размер рассеивателя) соотношение (16) соответствует точному выражению для волны, прошедшей через турбулентный слой и рассеянной на изолированном рассеивателе. Следовательно, необходимость использования теории возмущений возникает лишь на этапе получения конкретных выражений для волнового поля в турбулентной среде $\Psi_0(x, \rho)$ и амплитуды рассеяния $f(q, \zeta)$ плоской волны на отдельном рассеивателе $V_0(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}; \zeta.)$ А решение этих задач предполагается известным с необходимой точностью.

В отсутствие турбулентных флуктуаций диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r})$ для поля с гауссовым распределением амплитуды в плоскости излучения

$$\Psi_0^0(0, \rho_0) = \exp\left[-\frac{(\rho_0 - \tilde{\rho}_0)^2}{2\alpha^2}\right] = \exp\left[-\frac{(\rho_0 - \tilde{\rho}_0)^2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik(\rho_0 - \tilde{\rho}_0)^2}{2F}\right] \tag{17}$$

выражение для $\Psi_0^0(x, \rho)$ в области точного решения параболического волнового уравнения примет вид (для $\tilde{\rho}_0 = 0$)

$$\Psi_0^0(x, \rho) = \frac{1}{1 + iD(x)} \exp\left\{ik\left[x + \frac{\rho^2}{2x}\frac{iD(x)}{1 + iD(x)}\right]\right\}, \tag{18}$$

где $D(x) = x/(k\,\alpha^2)$.

Если представить волновое поле, прошедшее турбулентный слой, в виде

$$\Psi_0(x, \rho) = \Psi_0^0(x, \rho)\exp[S(x, \rho)], \tag{19}$$

то подстановка (19) в выражение (16) дает

$$\exp[\Phi_1(x - \xi, \rho - \boldsymbol{R}_\perp; \zeta) - 1] = \frac{i}{2\pi k}\int d^2q_\perp f(q_\perp, \zeta)\exp\left[S\left(x, \rho - \frac{q_\perp}{k}(x - \xi)\right) - S(x, \rho)\right] \times \exp\left\{i\left\{\left[q_\perp(\rho - \boldsymbol{R}_\perp) - \frac{q_\perp^2}{2k}(x - \xi)\right]g(x, \xi)\right\}\right\}, \tag{20}$$

где введено обозначение

$$g(x, \xi) = \frac{1 + iD(\xi)}{1 + iD(x)} = g_1(x, \xi) + ig_2(x, \xi). \tag{21}$$

В дальнейшем для упрощения записи будем считать $q \equiv q_\perp$. Заметим, что для падающей плоской волны $g(x, \xi) = 1$ и при отсутствии турбулентных искажений комплексной фазы выражение (20) совпадает с аналогичной формулой для рассеянного поля плоской волны, используемой в работах [12, 13]. Представление для рассеянного поля в виде (16) или (20) позволяет использовать его непосредственно для расчета статистических характеристик волнового поля из характеристических функционалов (5) и (6). Так для момента волнового поля порядка $(n + m)$

$$M_{n,m}(x;\ \rho_1,\ \rho_2,\ \ldots,\ \rho_n;\ \rho'_1,\ \rho'_2,\ \ldots,\ \rho'_m) =$$
$$= \langle \Psi(x,\ \rho_1) \ldots \Psi(x;\ \rho_n)\Psi^*(x,\ \rho'_1) \ldots \Psi^*(x;\ \rho'_m)\rangle =$$
$$= \Big\langle \exp\{\Phi_0(x,\ \rho_1) + \ldots + \Phi_0(x,\ \rho_n) + \Phi^*_0(x,\ \rho'_1) + \ldots + \Phi^*_0(x,\ \rho'_m)\} \times \tag{22}$$
$$\times \exp\Big\{n_0\Big\{\sum_{l=0}^{n}\sum_{(C^l_n)}\sum_{k=0}^{m}\sum_{(C^k_m)}\Phi_{l,k}[x;\ \{\rho_l\};\ \{\rho'_k\};\ V,\ S]\Big\}\Big\}\Big\rangle_\varepsilon ,$$

где $\sum\limits_{(C^l_n)}$ — есть сумма по всевозможным сочетаниям l переменных $\rho_{\alpha_1}, \ldots, \rho_{\alpha_l}$ внутри множества $\rho_1,\ \rho_2,\ \ldots,\ \rho_n$. Введенные функции $\Phi_{l,k}$ имеют смысл

$$\Phi_{l,k}[x;\ \{\rho_l\};\ \{\rho'_k\};\ V,\ S] = \Big\langle \prod_{p=0}^{l}[\exp(\Phi_1(x-\xi,\ \rho_p - R_\perp;\ \zeta)) -$$
$$-1]\prod_{s=0}^{k}[\exp(\Phi^*_1(x-\xi,\ \rho'_s - R_\perp;\ \zeta)) - 1]\Big\rangle_{\zeta,\ R_\perp}, \tag{23}$$
$$l + k \geqslant 1,\quad s + p \geqslant 1,\qquad \rho_0 = \rho'_0 = 0,$$

и могут быть построены с помощью выражений (16) или (20). После усреднения по $R_\perp$ и использования свойств дельта-функций Дирака для плоскопараллельного слоя случайной среды, заключенной между плоскостями, проходящими через точки x_0 и $x_0 + L$ на оси распространения пучка, получим

$$\Phi_{l,k}[x;\ \{\rho_l\};\ \{\rho'_k\};\ V,\ S] =$$
$$= (2\pi)^2\left(\frac{i}{2\pi k}\right)^{k+l}(-1)^k\int_{x_0}^{x_0+L}d\xi\int d^2q_1 \ldots d^2q_l\, d^2q'_1 \ldots$$
$$\ldots d^2q'_{k-1}\langle F_{l,k}(q;\ \zeta)\rangle_\zeta \exp[G_{l,k}(x,\ \xi;\ \rho,\ q)] \times \tag{24}$$
$$\times \exp\Big\{i\Big[\sum_{p=0}^{l}\Big(q_p\rho_p - \frac{q_p^2}{2k}(x-\xi)\Big) - \sum_{s=0}^{k}\Big(q'_s\rho'_s - \frac{q'^2_s}{2k}(x-\xi)\Big)\Big] \times$$
$$\times g_1(x,\ \xi)\Big\}\exp\Big\{-\Big[\sum_{p=0}^{l}\Big(q_p\rho_p - \frac{q_p^2}{2k}(x-\xi)\Big) +$$
$$+ \sum_{s=0}^{k}\Big(q'_s\rho'_s - \frac{q'^2_s}{2k}(x-\xi)\Big)\Big]g_2(x,\ \xi)\Big\},$$

где введены обозначения

$$F_{l,k}(q,\ \zeta) = \prod_{p=0}^{l} f(q_p,\ \zeta)\prod_{s=0}^{k} f^*(q'_s,\ \zeta); \tag{25}$$

$$G_{l,k}(x,\ \xi;\ \rho,\ q) = \sum_{p=0}^{l}\Big[S\Big(x,\ \rho_p - \frac{q_p}{k}(x-\xi)\Big) - S(x,\ \rho)\Big] +$$
$$+ \sum_{s=0}^{k}\Big[S^*\Big(x,\ \rho'_s - \frac{q'_s}{k}(x-\xi)\Big) - S^*(x,\ \rho'_s)\Big] \tag{26}$$

и необходимо выполнение условий

$$l+k \geqslant 1, \quad s \mp p \geqslant 0, \quad q'_k = \sum_{p=0}^{l} q_p - \sum_{s=0}^{k-1} q'_s, \qquad (27)$$
$$\rho_0 = \rho'_0 = q_0 = q'_0 = 0.$$

Поскольку в выражение (26) взаимодействие излучения с турбулентной средой входит в виде изменения комплексной фазы $S(x, \rho)$ на расстоянии порядка поперечного размера пучка, то основной вклад в эту величину вносят флуктуации действительной фазы S_1, а не амплитуды, причем S_1 удовлетворяет нормальному закону распределения вероятностей [8]. Тогда для проведения усреднения по характеристикам турбулентной среды воспользуемся соотношением, справедливым для случая гауссова случайного процесса $z(\tau)$, имеющего корреляционную функцию $B(\tau-\tau_1)$ [6]:

$$\left\langle \exp\left\{i\int d\tau\, v(\tau) z(\tau)\right\} F[z(\tau)]\right\rangle =$$
$$= X_z[v(\tau)] \left\langle F\left[z(\tau) + i\int d\tau_1 B(\tau-\tau_1) v(\tau_1)\right]\right\rangle, \qquad (28)$$

где $F[z(\tau)]$ — функционал, явно зависящий от процесса $z(\tau)$.

Используя очевидное равенство

$$\exp(G_{l,k}) = (\exp(G_{l,k}) - 1) + 1, \qquad (29)$$

представим (21) в виде

$$\Phi_{l,k}[x; \{\rho_l\}; \{\rho'_k\}; V, S] =$$
$$= \Phi_{l,k}[x; \{\rho_l\}; \{\rho'_k\}; S] + \Phi_{l,k}[x; \{\rho_l\}; \{\rho'_k\}; V], \qquad (30)$$

и сомножители с функциями $\Phi_{l,k}[x; \{\rho_l\}; \{\rho'_k\}; V]$, не связанные с влиянием турбулентной среды, вынесем из-под знака усреднения по реализации случайной диэлектрической проницаемости $\langle \ldots \rangle_\varepsilon$. Выделяя в оставшемся выражении действительную часть комплексной фазы и преобразуя его в соответствии с правилом (28), для момента волнового поля $M_{n,m}$ окончательно получим

$$M_{n,m} = M^0_{n,m} M^S_{n,m} M^V_{n,m} M^{SV}_{n,m}, \qquad (31)$$

где величина

$$M^0_{n,m} \equiv M^0_{n,m}(x; \rho_1, \ldots, \rho_n; \rho'_1, \ldots, \rho'_m) =$$
$$= \Psi^0_0(x, \rho_1) \ldots \Psi^0_0(x, \rho_n) \Psi^*_0(x, \rho'_1) \ldots \Psi^*_0(x, \rho'_m) \qquad (32)$$

связана с распространением волнового поля оптического пучка в однородной среде;

$$M^S_{n,m} \equiv M^S_{n,m}(x; \rho_1, \ldots, \rho_n; \rho'_1, \ldots, \rho'_m) =$$
$$= \langle \exp[S(x, \rho_1) + \ldots + S(x, \rho_n) + S^*(x, \rho'_1) + \ldots + S^*(x, \rho'_m)] \rangle_\varepsilon \qquad (33)$$

описывает флуктуации волнового поля, обусловленные турбулентностью среды;

$$M^V_{n,m} \equiv M^V_{n,m}(x; \rho_1, \ldots, \rho_n; \rho'_1, \ldots, \rho'_m) =$$
$$= \exp\left\{n_0 \left\{\sum_{l=0}^{n} \sum_{(C^l_n)} \sum_{k=0}^{m} \sum_{(C^k_m)} \Phi_{l,k}[x; \{\rho_l\}; \{\rho'_k\}; V]\right\}\right\} \qquad (34)$$

описывает флуктуации волнового поля, обусловленные наличием дискретных рассеивателей, а последний сомножитель

$$M^{SV}_{n,m} \equiv M^{SV}_{n,m}(x;\ \rho_1, \ldots, \rho_n;\ \rho'_1, \ldots, \rho'_m) =$$

$$= \left\langle \exp\left\{ n_0 \left\{ \sum_{l=0}^{n} \sum_{\left(C_n^l\right)} \sum_{k=0}^{m} \sum_{\left(C_m^k\right)} \Phi_{l,k}[x;\ \{\rho_l\};\ \{\rho'_k\};\right.\right.\right. \tag{35}$$

$$\left.\left.\left. S(\rho_1, \ldots, \rho_n;\ \rho'_1, \ldots, \rho'_m)]\right\}\right\}\right\rangle_\varepsilon$$

возникает из-за взаимного облучения турбулентных неоднородностей и дискретных рассеивателей и получен в соответствии с соотношением (29);

$$S(\rho_1, \ldots, \rho_n;\ \rho'_1, \ldots, \rho'_m)$$

обозначает наличие в выражении для $\Phi_{l,k}[S]$ комбинаций функций $S(x, \rho)$ и их корреляционных функций $B_S(x, \rho_1, \rho_2)$ в соответствии с предположением о преимущественном вкладе в изменение комплексной фазы $S(x, \rho)$ в выражении (26) гауссова случайного процесса $S_1(x, \rho)$, т. е. действительной фазы, и с правилом усреднения произведения двух функционалов от гауссова случайного процесса (28).

Значение величины $M^0_{n,m}$ следует из представления для свободно распространяющегося волнового поля $\Psi^0_0(x, \rho)$ в виде (18), а для получения $M^S_{n,m}$ необходимо воспользоваться одним из приближений теории распространения излучения в турбулентной среде [4–8]. Расчет функций $M^V_{n,m}$ и $M^{SV}_{n,m}$ проводится в соответствии с их определениями (34) и (35) и выражениями (24)—(29). Для вычисления величины $M^{SV}_{n,m}$ удобно использовать разложение выражения, находящегося внутри скобок $\langle\ldots\rangle_\varepsilon$, в ряд по степеням концентрации рассеивателей n_0, что дает возможность провести усреднение по турбулентным флуктуациям фазы волнового поля. Таким образом, задача расчета статистического момента волнового поля произвольного порядка $(n+m)$ сводится к вычислению многократных интегралов, возникающих из выражения (24). Анализ структуры этих интегралов, составляющих основу выражения (24), в самом общем виде позволяет сделать вывод о необходимости использования численных методов Монте-Карло [14, 15]. Пример использования такого алгоритма для расчета статистических моментов волнового поля в дискретной рассеивающей среде приведен в работе [16]. Однако без проведения численных расчетов можно заметить, что из-за наличия в выражении (24) знакопеременного сомножителя $\exp\left\{i\left[\sum_{p=0}^{l}\ldots+\sum_{s=0}^{k}\ldots\right]g_1(x, \xi)\right\}$ с увеличением порядка $(l+k)$ величина функции $\Phi_{l,k}$ уменьшается и для слоев толщиной $L \gg ka^2$ (когда осцилляции в (24) увеличиваются) необходимо учитывать только функции $\Phi_{l,k}$ с порядком $l+k \leqslant 2$. Учет этого существенно упрощает расчет статистических характеристик. В другом предельном случае очень тонких слоев неоднородной среды $L \ll ka^2$ все функции $\Phi_{l,k}$ имеют один порядок величины, и в этой области используемое приближение переходит в модель статистической экранировки [17, 18].

В дальнейшем наше рассмотрение ограничим случаем $L \gg ka^2$ и проведем анализ полученных соотношений на примере первых двух статистических моментов флуктуаций интенсивности, регистрируемой точечной приемной апертурой. Для этого выпишем необходимые выражения для функций $\Phi_{l,k}$ порядка $l+k \leqslant 2$ в явном виде:

$$\Phi_{1,0}(x;\ \rho;\ V) = i\frac{2\pi}{k} L \langle f(0,\ \zeta)\rangle_\zeta = \Phi^*_{0,1}(x;\ \rho;\ V); \tag{36}$$

$$\Phi_{1,1}(x;\ \rho_1,\ \rho_2; V) = \int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int d^2q F_{1,1}(x,\ \xi;\ \rho_1,\ \rho_2;\ q) = \Phi^*_{1,1}(x;\ \rho_2,\ \rho_1; V); \tag{37}$$

$$\Phi_{2,0}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ V) = \int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int d^2q F_{2,0}(x,\ \xi;\ \rho_1,\ \rho_2;\ q) = \Phi^*_{0,2}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ V), \tag{38}$$

где с целью упрощения структуры выражений введены следующие обозначения:

$$\begin{gathered} F_{1,1}(x,\ \xi;\ \rho_1,\ \rho_2;\ q) = \frac{1}{k^2} \langle\, |f(q,\ \zeta)|^2 \rangle_\zeta \times \\ \times \exp\left\{-\left[q(\rho_1+\rho_2) - \frac{q^2}{k}(x-\xi)\right] g_2(x,\ \xi)\right\} \times \\ \times \exp\left[iq(\rho_1-\rho_2)\, g_1(x,\ \xi)\right]; \end{gathered} \tag{39}$$

$$\begin{gathered} F_{2,0}(x,\ \xi;\ \rho_1,\ \rho_2;\ q) = -\frac{1}{k^2} \langle f^2(q,\ \zeta)\rangle_\zeta \times \\ \times \exp\left\{-\left[q(\rho_1-\rho_2) - \frac{q^2}{k}(x-\xi)\right] g_2(x,\ \xi)\right\} \times \\ \times \exp\left\{i\left[q(\rho_1-\rho_2) - \frac{q^2}{k}(x-\xi)\right] g_1(x,\ \xi)\right\}; \end{gathered} \tag{40}$$

$$\begin{gathered} g_1(x,\ \xi) = \frac{1-D_2}{D}(1-\eta) + \eta = B(1-\eta) + \eta, \\ g_2(x,\ \xi) = -\frac{D_1}{D}(1-\eta) = -C(1-\eta), \end{gathered} \tag{41}$$

$$\eta = \xi/x, \quad \eta_0 = x_0/x, \quad \eta_1 = (x_0+L)/x,$$

$$D_1 \equiv D_1(x), \quad D_2 \equiv D_2(x), \quad D \equiv (1-D_2)^2 + D_1^2,$$

$$D_1(x) = x/(k\alpha_0^2), \quad D_2(x) = x/F,$$

α_0, F — параметры гауссова пучка.

Для вычисления выражения для $M^{SV}_{n,m}$, учитывающего взаимное облучение турбулентных неоднородностей и дискретных рассеивателей, экспоненту разложим в ряд по степеням концентрации рассеивателей n_0. Тогда в предположении гауссовой статистики фазы, связанной с влиянием турбулентной среды, в выражении для $\Phi_{l,k}[S]$ получим

$$\Phi_{1,0}(x;\ \rho;\ S) = \Phi_{0,1}(x;\ \rho;\ S) = 0; \tag{42}$$

$$\Phi_{1,1}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ S(\rho_1;\ \rho_2)) = \int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int d^2q F_{1,1}(x,\ \xi;\ \rho_1,\ \rho_2;\ q) \times$$

$$\times\left\{\exp\left[-\frac{1}{2}D\left(x;\ \rho_1-\frac{q}{k}(x-\xi);\ \rho_2-\frac{q}{k}(x-\xi)\right)+\right.\right. \tag{43}$$

$$\left.\left.+\frac{1}{2}D(x;\ \rho_1;\ \rho_2)\right]-1\right\}.$$

Это функции, составляющие выражение для второго момента волнового поля, а для четвертого момента получаем

$$\Phi_{1,1}[x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ S(\rho_1,\ \rho_3;\ \rho_2,\ \rho_4)]=\int\limits_{x_0}^{x_0+L}d\xi\int d^2qF_{1,1}(x,\ \xi;\ \rho_1,\ \rho_2;\ q)\times$$

$$\times\left\{\exp\left[-\frac{1}{2}D\left(x;\ \rho_1-\frac{q}{k}(x-\xi),\ \rho_3;\ \rho_2-\frac{q}{k}(x-\xi),\ \rho_4\right)+\right.\right. \tag{44}$$

$$\left.\left.+\frac{1}{2}D(x;\ \rho_1,\ \rho_3;\ \rho_2,\ \rho_4)\right]-1\right\};$$

$$\Phi_{2,0}[x;\ \rho_1,\ \rho_3;\ S(\rho_1,\ \rho_3;\ \rho_2,\ \rho_4)]=\int\limits_{x_0}^{x_0+L}d\xi\int d^2q\times$$

$$\times F_{2,0}(x,\ \xi;\ \rho_1,\ \rho_3;\ q)\left\{\exp\left[-\frac{1}{2}D\left(x;\ \rho_1-\frac{q}{k}(x-\xi),\ \rho_3+\right.\right.\right. \tag{45}$$

$$\left.\left.\left.+\frac{q}{k}(x-\xi);\ \rho_2,\ \rho_4\right)+\frac{1}{2}D(x;\ \rho_1,\ \rho_3;\ \rho_2,\ \rho_4)\right]-1\right\},$$

где

$$D(x;\ \rho_1,\ \ldots,\ \rho_l;\ \rho_1',\ \ldots,\ \rho_k')=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{k}D_{SS^*}(x;\ \rho_i,\ \rho_j')-$$

$$-\sum_{i>j}^{l}\sum^{l}D_{SS}(x;\ \rho_i,\ \rho_j)-\sum_{i>j}^{k}\sum^{k}D_{S^*S^*}(x;\ \rho_i',\ \rho_j'), \tag{46}$$

г D_{SS} и D_{SS^*} — структурные функции случайной комплексной фазы $S(x,\ \rho)$.

В этих обозначениях искомые статистические моменты интенсивности имеют вид

$$\langle I(x,\ \rho)\rangle=\langle\Psi_0(x,\ \rho)\,\Psi_0^*(x,\ \rho)\rangle_\varepsilon\exp\left\{n_0\left\{\Phi_{1,1}(x;\ \rho,\ \rho;\ V)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{4\pi}{k}L\,\mathrm{Im}\langle f(0,\ \zeta)\rangle_\zeta\right\}\right\}\{1+n_0\Phi_{1,1}(x;\ \rho,\ \rho;\ S(\rho;\ \rho))\}; \tag{47}$$

$$\langle I(x,\ \rho_1)\,I(x,\ \rho_2)\rangle=\langle\Psi_0(x,\ \rho_1)\,\Psi_0^*(x,\ \rho_1)\,\Psi_0(x,\ \rho_2)\times$$

$$\times\Psi_0(x,\ \rho_2)\rangle_\varepsilon\exp\left\{n_0\left\{\Phi_{2,0}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ V)+\Phi_{1,1}(x;\ \rho_1,\ \rho_1;\ V)+\right.\right.$$

$$+\Phi_{1,1}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ V)+\Phi_{1,1}(x;\ \rho_2,\ \rho_1;\ V)+\Phi_{1,1}(x;\ \rho_2,\ \rho_2;\ V)+ \tag{48}$$

$$\left.\left.+\Phi_{0,2}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ V)-\frac{8\pi}{k}L\,\mathrm{Im}\langle f(0,\ \zeta)\rangle_\zeta\right\}\right\}\times$$

$$\times \{1 + n_0 [\Phi_{2,0}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ S(\rho_1,\ \rho_2;\ \rho_1,\ \rho_2) + \Phi_{1,1}(x;\ \rho_1,\ \rho_1;$$

$$S(\rho_1,\ \rho_2;\ \rho_1,\ \rho_2)) + \Phi_{1,1}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ S(\rho_1,\ \rho_2;\ \rho_1,\ \rho_2)) +$$

$$+ \Phi_{1,1}(x;\ \rho_2,\ \rho_1;\ S(\rho_1,\ \rho_2;\ \rho_1,\ \rho_2)) + \Phi_{1,1}(x;\ \rho_2,\ \rho_2;\ S(\rho_1,\ \rho_2;\ \rho_1,\ \rho_2)) +$$

$$+ \Phi_{0,2}(x;\ \rho_1,\ \rho_2;\ S(\rho_1,\ \rho_2;\ \rho_1,\ \rho_2))]\} .$$

Заметим, что предположение о гауссовом характере случайной комплексной фазы $S(x,\ \rho)$ не является обязательным, поскольку после разложения в ряд величины, соответствующей $M^{SV}_{n,\ m}$, усреднение может быть проведено для произвольного типа процесса $S(x,\ \rho)$. Естественно, что в этом случае явное представление для функций $\Phi_{l,\ k}[S]$ будет несколько в ином виде.

Выражение для структурной функции D_{SS} и D_{SS^*} случайной комплексной фазы $S(x,\ \rho)$ оптического гауссова пучка возьмем в приближении МПВ [8]:

$$S(x,\ \rho) = \frac{ik}{2}\int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int d^2\varkappa \exp\left\{i\left[\varkappa\rho - \frac{\varkappa^2}{2k}(x-\xi)\right] g(x,\ \xi)\right\} g_\varepsilon(\xi,\ \varkappa), \quad (49)$$

где $g_\varepsilon(\xi,\ \varkappa)$ — фурье-образ функции $\tilde{\varepsilon}(\xi,\ \rho)$:

$$\tilde{\varepsilon}(\xi,\ \rho) = \int e^{i\varkappa\rho} g_\varepsilon(\xi,\ \varkappa)\, d^2\varkappa, \quad (50)$$

и выполняются равенства

$$\begin{aligned} \langle g_\varepsilon(\xi_1,\ \varkappa_1)\, g^*_\varepsilon(\xi_2,\ \varkappa_2)\rangle &= 2\pi\delta(\varkappa_1 - \varkappa_2)\,\delta(\xi_1 - \xi_2)\,\Phi_\varepsilon(\xi_1,\ \varkappa_1), \\ \langle g_\varepsilon(\xi_1,\ \varkappa_1)\, g_\varepsilon(\xi_2,\ \varkappa_2)\rangle &= 2\pi\delta(\varkappa_1 + \varkappa_2)\,\delta(\xi_1 - \xi_2)\,\Phi_\varepsilon(\xi_1,\ \varkappa_1), \end{aligned} \quad (51)$$

$\Phi_\varepsilon(\xi,\ \varkappa)$ — спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной среды.

Следовательно, корреляционная функция случайной комплексной фазы

$$B_{SS^*} = \frac{\pi k^2}{2}\int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int d^2\varkappa\, \Phi_\varepsilon(\xi,\ \varkappa) \exp\left\{-\left[\varkappa(\rho_1 + \rho_2) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\varkappa^2}{k}(x-\xi)\right] g_2(x,\ \xi)\right\} \exp\left[i\varkappa(\rho_1 - \rho_2)\, g_1(x,\ \xi)\right],$$

$$B_{SS} = -\frac{\pi k^2}{2}\int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int d^2\varkappa\, \Phi_\varepsilon(\xi,\ \varkappa) \exp\left\{-\left[\varkappa(\rho_1 - \rho_2) - \right.\right. \quad (52)$$

$$\left.\left. - \frac{\varkappa^2}{k}(x-\xi)\right] g_2(x,\ \xi)\right\} \exp\left\{i\left[\varkappa(\rho_1 - \rho_2) - \frac{\varkappa^2}{k}(x-\xi)\right] g_1(x,\ \xi)\right\}.$$

Учитывая связь между корреляционными и структурными функциями

$$D(\rho) = 2\,[B(0) - B(\rho)]$$

и предполагая изотропность флуктуаций диэлектрической проницаемости после интегрирования по угловой переменной вектора $\varkappa$, имеем

$$D_{SS^*} = 2\pi^2 k^2 \int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int \varkappa d\varkappa\, \Phi_\varepsilon(\xi, \varkappa) \exp(-\varkappa^2\alpha) \{1 - J_0[\varkappa(\gamma + i\delta_1)]\},$$

$$D_{SS} = -2\pi^2 k^2 \int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int \varkappa d\varkappa\, \Phi_\varepsilon(\xi, \varkappa) \times \tag{53}$$

$$\times \exp[-\varkappa^2(\alpha + i\beta)] \{1 - J_0[\varkappa(\gamma + i\delta_2)]\},$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha = -\frac{(x-\xi)}{k} g_2(x, \xi), \qquad \beta = \frac{(x-\xi)}{k} g_1(x, \xi),$$

$$\gamma = |\rho_1 - \rho_2| g_1(x, \xi), \qquad \delta_1 = |\rho_1 + \rho_2| g_2(x, \xi), \tag{54}$$

$$\delta_2 = |\rho_1 - \rho_2| g_2(x, \xi).$$

Заметим, что к виду, аналогичному (53), можно привести и выражения (39), (40), используя изотропность рассеяния на отдельном рассеивателе:

$$\Phi_{1,1}(x; \rho_1, \rho_2; V) = \frac{2\pi}{k^2} \int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int q dq \langle |f(q, \zeta)|^2 \rangle_\zeta \times$$

$$\times \exp(-q^2\alpha) J_0[q(\gamma + i\delta_1)], \tag{55}$$

$$\Phi_{2,0}(x; \rho_1, \rho_2; V) = -\frac{2\pi}{k^2} \int\limits_{x_0}^{x_0+L} d\xi \int q dq \langle f^2(q, \zeta) \rangle_\zeta \times$$

$$\times \exp[-q^2(\alpha + i\beta)] J_0[q(\gamma + i\delta_2)].$$

Из выражений (43)—(46) с учетом представления для структурной функции случайной комплексной фазы $S(x, \rho)$ оптического гауссова пучка следует, что выражения $n_0 \Phi_{l,k}[S] < 1$, и поэтому в (47) и (48) можно ограничиться лишь первыми членами разложения по плотности рассеивателей n_0. Тогда выражение для корреляционной функции интенсивности получается в виде

$$B(x, \rho_1, \rho_2) = \frac{\langle I(x, \rho_1) I(x, \rho_2) \rangle}{\langle I(x, \rho_1) \rangle \langle I(x, \rho_2) \rangle} - 1 =$$

$$= [B^S(x, \rho_1, \rho_2) + 1][B^V(x, \rho_1, \rho_2) + 1][B^{SV}(x, \rho_1, \rho_2) + 1] - 1, \tag{56}$$

где B^S и B^V — соответственно корреляционные функции флуктуаций гауссова пучка в турбулентной среде и в ансамбле дискретных рассеивателей, а B^{SV} определяется взаимным облучением турбулентных и дискретных неоднородностей. Эта структура сохраняется и для выражений статистических моментов волнового поля произвольного порядка.

Корреляционную функцию флуктуаций интенсивности гауссова пучка в турбулентной среде

$$B^S(x, \rho_1, \rho_2) = \frac{\langle |\Psi_0(x, \rho_1)|^2 |\Psi_0(x, \rho_2)|^2 \rangle}{\langle |\Psi_0(x, \rho_1)|^2 \rangle \langle |\Psi_0(x, \rho_2)|^2 \rangle} - 1 \tag{57}$$

можно получить, используя подходящий метод из теории распространения оптических пучков в случайно-неоднородной среде, а функция $B^V(x, \rho_1, \rho_2)$ рассчитывается с использованием выражений (36)—(41), (55) и представления

$$B^V(x, \rho_1, \rho_2) = \exp\{2n_0 \operatorname{Re}[\Phi_{2,0}(x; \rho_1, \rho_2; V) + \Phi_{1,1}(x; \rho_1, \rho_2; V)]\} - 1. \quad (58)$$

Корреляцию флуктуаций оптического излучения, вызываемых турбулентностью и рассеянием на дискретных неоднородностях B^{SV}, можно рассчитать из выражений (43)—(46) с учетом (53), (54). Таким образом, статистические характеристики излучения, распространяющегося в случайной среде, состоящей из турбулентных неоднородностей и дискретных рассеивателей, соответственно разделяются и могут быть получены путем независимого расчета искомых характеристик отдельно для турбулентных и дискретных неоднородностей при соответствующих условиях распространения и некоторой их комбинации, учитывающей взаимное облучение турбулентных и дискретных неоднородностей. Следует отметить, что вклад случайной турбулентной среды и статистически независимого от нее ансамбля независимых же рассеивателей в статистические характеристики оптического излучения не является чисто аддитивным, поскольку имеются произведения (для корреляционных функций) или свертки (для спектральных функций) соответствующих независимо рассчитанных функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крутиков В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, **22**, № 1, с. 84.
2. Исимару А. — ТИИЭР, 1977, **65**, № 7, с. 46.
3. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. — М.: Наука, 1967.
4. Барабаненков Ю. Н., Кравцов Ю. А, Рытов С. М., Татарский В. И. — УФН, 1970, **102**, с. 3.
5. Прохоров А. М., Бункин Ф. В., Гочелашвили К. С., Шишов В. И. — УФН, 1974, **114**, с 415.
6. Кляцкин В. И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. — М: Наука, 1975.
7. Furutsu K. — Radio Science, 1975, **10**, p. 29.
8. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1976.
9. Chen Y. M. — J. Math. Anal. Appl., 1966, **16**, p. 405.
10. Knollman G. C. — J. Appl. Phys., 1970, **41**, p. 113.
11. Барабаненков Ю. Н., Финкельберг В. М. — В сб.: Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света. — Минск: Наука и техника, 1971, с. 171.
12. Калашников Н. П., Рязанов М. И. — ЖЭТФ, 1964, **47**, с. 1055.
13. Калашников Н. П, Рязанов М. И. — ЖЭТФ, 1966, **50**, с. 459.
14. Соболь И. М. Численные методы Монте-Карло. — М.: Наука, 1973.
15. Михайлов Г. А. Некоторые вопросы теории Монте-Карло. — Новосибирск: Наука, 1974.
16. Крутиков В. А. — В сб.: Рассеяние и рефракция оптических волн в атмосфере. — Томск: Ин-т оптики атмосферы СО АН СССР, 1976, с. 41.
17. Кабанов М. В., Крутиков В. А. — Изв. вузов — Физика, 1974, № 3, с. 37.
18. Боровой А. Г., Крутиков В. А. — Опт. и спектр., 1976, **40**, с. 728.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР

Поступила в редакцию
19 сентября 1979 г.

ON CALCULATION OF STATISTICAL CHARACTERISTICS OF OPTICAL RADIATION IN A MEDIUM WITH MACRODISPERSED DISCRETE INHOMOGENEITIES

V. A. Krutikov

Based on an approximate solution of the stochastic wave equation which in phase representation considers interaction with a random continuous medium and step-by-step scattering at each ensemble of independent discrete scatterers, and the expansion of the Gaussian beam field in a turbulent medium over plane waves, the expression for a statistical moment of an arbitrary-order wave field was obtained. In a general case numerical calculation of the moments is reduced to calculation of multiple integrals, in this case the integration multiplicity decreases with the path length increase.