

УДК 621.315.592

РАСПАДНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СВЕРХРЕШЕТКАХ

Л. К. Орлов, Ю. А. Романов

Исследованы вырожденные процессы параметрического распада волн типа $2\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ в сверхрешетках в условиях сильной нечетной нелинейности ($\omega_{1,2,3}$ — частоты накачки, холостой волны и сигнала соответственно). Специфика, связанная с сильной нелинейностью системы, заключается в существенной зависимости проводимостей от амплитуды поля накачки и включения процессов с $n > 1$. Найдены условия пространственного синхронизма и инкременты усиления волн с учетом эффекта самовоздействия волны накачки при конечных временах релаксации τ , выявлены области неустойчивости сигнала как в отсутствие, так и при наличии параметрической связи между волнами.

Как известно, полупроводниковая сверхрешетка (СР) становится нелинейной средой в сравнительно слабых электрических полях [1, 2]. С другой стороны, в СР, находящейся в сильном переменном поле, возникают низкочастотные [3, 4] и высокочастотные [5-7] области отрицательной проводимости. Следовательно, в условиях сильной нелинейности СР является активной нелинейной средой. Это должно приводить к специфическим особенностям нелинейных и параметрических эффектов в таких системах.

В настоящей работе исследованы вырожденные трехволновые процессы типа $n\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$. Здесь $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — частоты накачки, холостой волны и сигнала соответственно, n — целое положительное число. Указанный процесс описывает распадную неустойчивость n квантов поля накачки на квант сигнала и холостой волны и обладает следующими отличительными особенностями:

1) волна накачки выполняет две функции — обуславливает параметрическую связь между волнами и является единственным источником неравновесности, в частности активности системы. В отсутствие накачки система равновесна. Таким образом, здесь традиционная роль накачки как единственного источника энергии сохраняется;

2) за счет сильной нелинейности системы возможно эффективное параметрическое преобразование вверх по частоте при $n \geq 2$. При этом частота сигнала может существенно превышать частоты накачки и холостой волны;

3) линейные инкременты, фазовые скорости волн, величина и характер их взаимодействия сильно и немонотонно зависят от амплитуды и частоты поля накачки, что можно эффективно использовать для выделения нужной совокупности параметрически связанных волн. Кроме того, показано, что в системе возможен эффект распределенного супергетеродинного усиления [8, 9] — перенос линейных инкрементов усиления, существующих в отсутствие параметрической связи волн, с холостой волны на сигнал и обратно.

Пусть в плоскости слоев СР, находящейся под воздействием заданного сильного высокочастотного поля накачки «1», распространяются две параметрически связанные волны, поляризованные в направлении ее периодичности:

$$E_j(z, t) = E_j(z) \exp[-i\omega_j t + i\delta_j(z)] \quad (j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

$E_j(z)$, $\delta_j(z)$ — вещественные амплитуды и фазы волн. Под воздействием указанных волн в СР возникает нелинейный ток [4]. Если частоты $\omega_{2,3}$ не кратны и не полукратны частоте накачки, то линейные по слабым полям $E_{2,3}$ фурье-гармоники этого тока в общем случае можно представить в виде

$$j_{\omega_{2,3}}(t) = j_{\omega_{2,3}}^{(1)}(t) + j_{\omega_{2,3}}^{(2)}(t) = \quad (2)$$

$$= \sigma_1(\omega_{2,3}, |E_1|) E_{2,3} + \sigma_2(\omega_{2,3}, n, |E_1|) \left(\frac{E_1}{|E_1|} \right)^n E_{3,2}^*,$$

где

$$\sigma_1(\omega_{2,3}, |E_1|) = \sigma_2(\omega_{2,3}, 0, |E_1|), \quad (3)$$

$$\sigma_2(\omega_{2,3}, n, |E_1|) = i \frac{\omega_0^2}{4\pi} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{J_\nu(\Omega_1/\omega_1) J_{\nu+n}(\Omega_1/\omega_1)}{(1 + i\nu\omega_1\tau)[\omega_{2,3} - (\nu+n)\omega_1 + i\tau^{-1}]},$$

$\omega_0^2 = 4\pi\sigma_0/\tau$ — ленгмюровская частота свободной СР, σ_0 — ее статическая проводимость, τ — время релаксации функции распределения, $J_\nu(x)$ — функции Бесселя, $\Omega_1 = eE_1 d/\hbar$.

Если частоты слабых полей кратны или полукратны частоте накачки $\omega_{2,3} = n_{2,3}\omega_1$ ($n_2 \neq n_3$, $n_{2,3}$ — целые или полуцелые положительные числа), то параметрическая связь между волнами описывается выражением (2) с дополнительными слагаемыми:

$$j_{\omega_{2,3}}^{(3)} = \Delta j_{\omega_{2,3}}^{(1)} + \Delta j_{\omega_{2,3}}^{(2)} = \quad (4)$$

$$= \sigma_2(\omega_{2,3}, n_{2,3}, |E_1|) \left(\frac{E_1}{|E_1|} \right)^{2n_{2,3}} E_{2,3}^* + \sigma_3(n_{2,3}, |E_1|) \left(\frac{E_1}{|E_1|} \right)^{n_{2,3}-1} E_1,$$

где

$$\sigma_3(n, |E_1|) = \frac{1}{n} [\sigma_2(\omega, n-1, |E_1|) - \sigma_2(\omega, n+1, |E_1|)]_{\omega=n\omega_1}. \quad (5)$$

Третье слагаемое в (4) существует лишь для целых $n_{2,3}$. При $n_2 = n_3$ параметрическая связь между волнами полностью описывается выражением (4) [10]. Для систем с чисто четной нелинейностью ($j(E) = j(-E)$) дополнительная связь (4) возникает при $n_{2,3}$ целых, n нечетных числах, для систем с чисто нечетной нелинейностью ($j(E) = -j(-E)$) — при $n_{2,3}$ целых, n четных числах. В обоих случаях ограничения относительно полуцелых $n_{2,3}$ отсутствуют.

Входящие в (2), (4) слагаемые тока играют различную роль в процессах возбуждения и распространения параметрически связанных слабых полей $E_{2,3}$. Проводимость $\sigma_1(\omega, |E_1|)$ включает не зависящую от фаз взаимодействующих волн квазиоднородную часть нелинейной проводимости СР на частоте слабого поля. В общем случае она описывает несинхронные взаимодействия слабых волн с волной накачки и определяет их линейное (не параметрическое) усиление или затухание и изменение их фазовых скоростей полем накачки. Проводимость σ_2 описывает синхронные взаимодействия, т. е. взаимодействия волн, зависящие от их фазовых соотношений. При этом ток $j^{(2)}$ описывает параметрическую связь между сигналом и холостой волной, ток $\Delta j^{(1)}$ — параметрическую связь накачки со своей гармоникой, приводящую к параметрическому усилению последней. Ток $\Delta j^{(2)}$ и проводимость σ_3 при $n \neq 1$ описывает обычную генерацию гармоник накачки, при $n = 1$ проводимость $\sigma_3(n, |E_1|)$ описывает эффект самовоздействия.

Для описания процесса возбуждения и распространения параметрически связанных волн $E_{2,3}$ введем медленно меняющиеся в пространстве комплексные амплитуды $a_{2,3}(z)$:

$$E_{2,3}(z, t) = a_{2,3}(z) \exp[-i(\omega_{2,3}t - k_{2,3}z - \delta_{2,3}(0))], \quad (6)$$

где $\delta_{2,3}(0)$ — начальные фазы волн в точке $z = 0$, волновые векторы $k_{2,3}$ определяются дисперсионными уравнениями несвязанных собственных волн в СР, находящейся в поле E_1 ,

$$k_j = \frac{\omega_j}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega_j, |E_1|)}, \quad (7)$$

$$\varepsilon(\omega_j, |E_1|) = \varepsilon_0 + i \frac{4\pi}{\omega_j} \sigma_1(\omega_j, |E_1|).$$

Эти волны могут быть как нарастающими, так и затухающими. Соответствующие области неустойчивости могут быть получены из результатов работ [4, 6].

Используя приближение заданного поля для волны накачки, с помощью стандартной процедуры (см., например, [11]) получим систему параметрически связанных укороченных уравнений для $a_{2,3}$:

$$\frac{da_{2,3}}{dz} = -2\pi \frac{\omega_{2,3}}{c^2 k_{2,3}} [j_{\omega_{2,3}}^{(2)}(z) + j_{\omega_{2,3}}^{(3)}(z)] \exp[-i(k_{2,3}z + \delta_{2,3}(0))]. \quad (8)$$

В дальнейшем будем считать n четным, а частоты $\omega_{2,3}$ — не кратными частоте накачки ω_1 . При этом $\sigma_3 = 0$. Рассмотрим вырожденный $n + 2$ волновой процесс. Он соответствует виртуальному слиянию n квантов волны накачки и последующему распаду на два кванта с частотами ω_2 и ω_3 . Другими словами, он описывает распадную неустойчивость бестокового нелинейного возбуждения функции распределения с частотой $n\omega_1$ на два токовых возбуждения с частотами ω_2 и ω_3 .

Согласно (8), рассматриваемый процесс описывается уравнениями

$$\frac{da_2}{dz} = \beta_1(\omega_2) a_3^* \exp[(i\Delta k + \gamma)z + i\Delta\varphi], \quad (9)$$

$$\frac{da_3}{dz} = \beta_1(\omega_3) a_2^* \exp[(i\Delta k - \gamma)z + i\Delta\varphi],$$

где

$$\Delta k = nk'_1 - k'_2 - k'_3, \quad \gamma = k''_2 - k''_3, \quad \Delta\varphi = n\delta_1(0) - \delta_2(0) - \delta_3(0), \quad (10)$$

$$\beta_1(\omega_j) = -2\pi \frac{\omega_j}{c^2 k_j} \sigma_2(\omega_j, n, |E_1|), \quad n = 2, 4, 6, \dots$$

Уравнения (9) подобны уравнениям, описывающим связь между стоксовыми и антистоксовыми волнами (см., например, [11]). Их спецификой, связанной с сильной нелинейностью системы, являются существенная зависимость проводимостей $\sigma_{1,2}$ от амплитуды волны накачки и включение процессов с $n \geq 4$. Роль волны с промежуточной частотой в соответствующих стоксовых и антистоксовых процессах играют колебания частиц (токовые и бестоковые колебания функции распределения). Резонансными частотами последних являются штарковские частоты и частоты, кратные частоте накачки, что находит отражение в резонансном поведении $\sigma_{1,2}$. Поэтому, в частности, следует ожидать силь-

ной параметрической связи между волнами с частотами, отличающимися на $n\omega_1$.

Решение системы (9) имеет вид

$$\begin{aligned}
 a_2(z) &= \left\{ E_2(0) \left[\operatorname{ch} x z - \frac{i\Delta k + \gamma}{2x} \operatorname{sh} x z \right] + \right. \\
 &+ \left. \frac{\beta_1(\omega_2)}{x} E_3(0) e^{i\Delta\varphi} \operatorname{sh} x^* z \right\} \exp \left[\frac{z}{2} (i\Delta k + \gamma) \right], \\
 a_3(z) &= \left\{ E_3(0) \left[\operatorname{ch} x^* z - \frac{i\Delta k - \gamma}{2x^*} \operatorname{sh} x^* z \right] + \right. \\
 &+ \left. \frac{\beta_1(\omega_3)}{x^*} E_2(0) e^{i\Delta\varphi} \operatorname{sh} x z \right\} \exp \left[\frac{z}{2} (i\Delta k - \gamma) \right],
 \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$x = \left\{ \beta_1(\omega_2) \beta_1^*(\omega_3) + \frac{1}{4} (\gamma + i\Delta k)^2 \right\}^{1/2}. \quad (12)$$

Усиление (затухание) связанных сигнала и холостой волны описывается инкрементом

$$\alpha = |\operatorname{Re} x| - \frac{1}{2} \operatorname{Im} (k_2 + k_3). \quad (13)$$

Если параметрическая связь волн не сильная, т. е.

$$|\beta_1(\omega_2) \beta_1^*(\omega_3)| \ll \frac{1}{4} |\gamma + i\Delta k|^2,$$

то

$$\alpha = \max \operatorname{Im} (-k_{2,3}). \quad (14)$$

При одинаковых «линейных» инкрементах и синхронизме волн

$$\alpha = |\operatorname{Re} (\beta_1(\omega_2) \beta_1^*(\omega_3))^{1/2}| - \operatorname{Im} k_2, \quad (15)$$

т. е. линейное и параметрическое усиление дают аддитивный вклад в полное усиление волн.

Из (13), (14) следует, что за счет параметрической связи возможен эффективный перенос инкрементов усиления холостой волны на сигнал и обратно. В литературе этот эффект получил название супергетеродинного усиления и впервые рассматривался в работах [8, 9].

Рассмотрим условие пространственного синхронизма волн с учетом эффекта самовоздействия накачки и ее влияния на фазовые скорости слабых волн при $\varepsilon_0 = \operatorname{const}$, $\omega_{1,2,3} \tau \rightarrow \infty$. Подставляя в условие $\Delta k = 0$ (7), (3), получим соответствующие уравнения кривых:

$$\begin{aligned}
 2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = n \pm \left\{ n^2 - \frac{2\Omega_1}{\omega_1} \frac{J_0(\Omega_1/\omega_1)}{J_1(\Omega_1/\omega_1)} + \frac{4\omega_0^2}{\varepsilon_0\omega_1^2} J_0\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) \left[J_0\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) - \right. \right. \\
 \left. \left. - n^2 \frac{\omega_1}{2\Omega_1} J_1\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) \right] \right\}^{1/2}, \quad J_0\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) = 0.
 \end{aligned} \quad (16)$$

При $n = 2$, $\omega_1 \tau = 1$; 10 кривые пространственного синхронизма приведены на рис. 1.

Рассмотрим характер параметрического усиления волн при $\omega_j \tau \rightarrow$

$\rightarrow \infty$. Будем считать $\varepsilon_1(\omega_j) > 0$. Случай отрицательных ε соответствует областям нераспространения собственных волн и менее интересен. В рассматриваемом случае

$$\beta_1(\omega_j) = \frac{i\omega_0^2}{2c(n\omega_1 - \omega_j)\sqrt{\varepsilon(\omega_j)}} J_0\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) J_n\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right), \quad (17)$$

$$\alpha = \left\{ \beta_1(\omega_2)\beta_1^*(\omega_3) - \frac{(\Delta k)^2}{4} \right\}^{1/2}, \quad \text{Im } k_{2,3} = 0,$$

т. е. линейное усиление отсутствует. За счет распадной неустойчивости накачки сигнал и холостая волна экспоненциально нарастают при

$$4\beta_1(\omega_2)\beta_1^*(\omega_3) > (\Delta k)^2. \quad (18)$$

При пространственном синхронизме ($\Delta k = 0$) инкремент усиления равен

$$\alpha = \frac{\omega_0^2}{2c\sqrt{\omega_2\omega_3}} \frac{|J_0(\Omega_1/\omega_1)J_n(\Omega_1/\omega_1)|}{\sqrt[4]{\varepsilon(\omega_2)\varepsilon(\omega_3)}}. \quad (19)$$

Отношение амплитуд сигнала и холостой волны на больших расстояниях при граничном условии $E_2(0) = 0$ равно

$$\left| \frac{E_3}{E_2} \right| \approx \left(\frac{\omega_3}{\omega_2} \right)^{1/2} \left(\frac{\varepsilon(\omega_2)}{\varepsilon(\omega_3)} \right)^{1/4},$$

т. е. для получения большой мощности сигнала целесообразно работать вблизи его плазменного резонанса. На части кривой пространственного синхронизма, соответствующей $J_0(\Omega_1/\omega_1) = 0$, параметрическое усиление отсутствует. Это является характерным для связанных стоксовой и антистоксовой компонент. На остальной части кривой пространственного синхронизма усиление существует.

Рассмотрим случай конечных τ . На рис. 2 приведены соответствующие инкременты нарастания для процесса распада с $n=2$ и $n=4$ при $\omega_1\tau = 10$ и $\omega_1\tau = 1$. Очевидно, что для совпадающих частот ω_3 при $n=2$ и $n=4$ на больших расстояниях играют роль наибольшие α . Для промежуточных расстояний за счет предэкспоненциальных множителей основную роль могут играть медленно нарастающие или даже затухающие слагаемые в (11). На рис. 3 приведены области неустойчивости сигнала для процесса с $n=2$ и $\omega_1\tau = 1; 10$.

Из приведенных рисунков видно, что распадная неустойчивость приводит к значительному расширению «линейных» областей неустойчивости и, как правило, к увеличению инкрементов нарастания волн в СР. При $\omega_1\tau = 10$ для большой области частот инкременты нарастания волн в значительной степени определяются их линейными инкрементами, т. е. имеет место супергетеродинное усиление. Полные инкременты принимают экстремальные значения вблизи кривых синхронизма и при частотах волн, близких к кратным значениям частоты накачки, что связано с указанными выше резонансами $\sigma_{1,2}(\omega_j)$. При малых

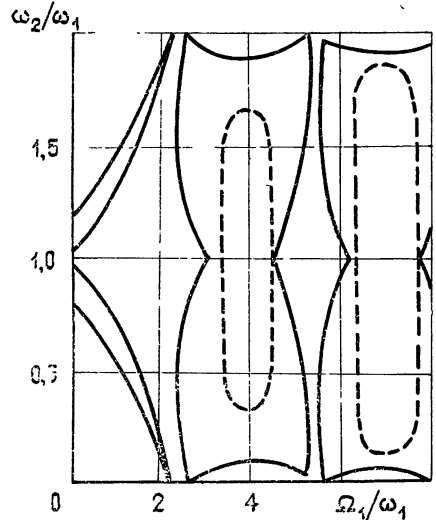


Рис. 1. Кривые пространственного синхронизма для процесса $\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2$, $\omega_1\tau = 10$ (сплошная линия), $\omega_1\tau = 1$ (штриховая линия), $\omega_0^2 = 0,8 \varepsilon_0\omega_1^2$.

$\omega_1 \tau \sim 1$ линейное усиление мало и основным является параметрическое усиление волн. Максимальное усиление реализуется вдали от кривых синхронизма. Резонансные области усиления практически отсутствуют.

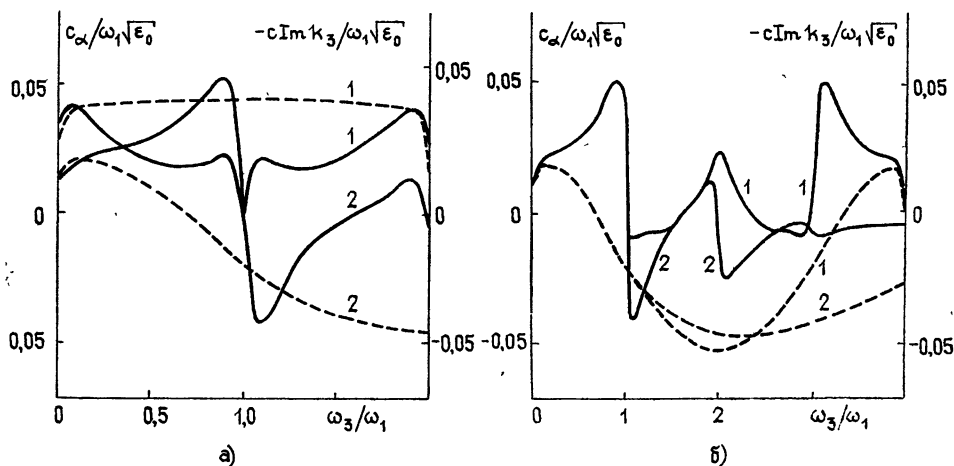


Рис. 2. Инкременты усиления (затухания) сигнала при наличии (а) — кривая 1 и в отсутствие ($\text{Im } k_3$) — кривые 2 параметрической связи для процесса $n\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ при $\omega_0^2 = 0,8 \epsilon_0 \omega_1^2$, $\Omega_1 = 2,5 \omega_1$, $\omega_1 \tau = 10$ (сплошная линия) и $\omega_1 \tau = 1$ (штриховая линия): а) $n = 2$; б) $n = 4$.

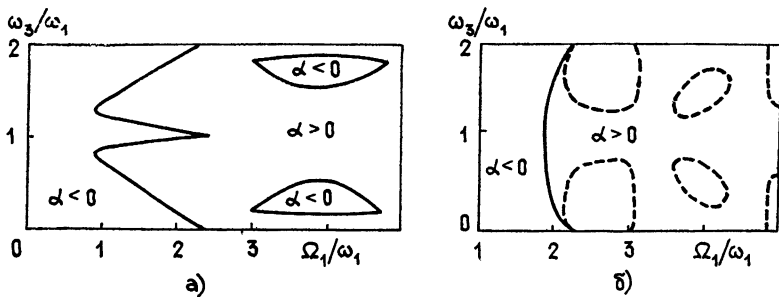


Рис. 3. Области неустойчивости сигнала ($\alpha > 0$) для процесса $2\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ при $\omega_0^2 = 0,8 \epsilon_0 \omega_1^2$; а) $\omega_1 \tau = 10$; б) $\omega_1 \tau = 1$. Штриховой линией обозначены области линейного усиления сигнала и холостой волны.

Интересно отметить, что в ряде случаев (рис. 2а, область $\omega_3 \approx \omega_1$) полный инкремент существенно меньше максимального линейного инкремента усиления сигнала или холостой волны при соответствующих частотах (но, конечно, он всегда больше их среднего арифметического). Это обусловлено сильной связью нарастающей и затухающей волн с приблизительно равными по абсолютной величине инкрементами, приводящей к быстрой перекачке энергии от первой волны ко второй. Эту связь можно уменьшить, например, путем введения фазового рассогласования волн (большие Δk) за счет зависимости $\epsilon_0(\omega)$ либо с помощью волноводных систем и получить полный инкремент усиления близким к соответствующему линейному. Однако при таком выигрыше в инкременте возрастают расстояния, с которых сигнал будет экспоненциально расти и уменьшается относительная доля его энергии в связанной

волне. Тем не менее этот путь может быть полезным, особенно при режиме детектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tsu R., Esaki L.—Appl. Phys. Lett., 1971, 19, № 7, p. 246.
2. Романов Ю. А.—Оптика и спектроскопия, 1972, 33, № 5, с. 917.
3. Игнатов А. А.; Романов Ю. А.—Изв. вузов—Радиофизика, 1978, 21, № 1, с. 132.
4. Романов Ю. А., Бовин В. П., Орлов Л. К.—ФТП, 1978, 12, № 9, с. 1665.
5. Орлов Л. К., Романов Ю. А.—ФТТ, 1977, 19, № 3, с. 726.
6. Романов Ю. А.—ФТТ, 1979, 21, № 3, с. 877.
7. Павлович В. В.—ФТТ, 1977, 19, № 1, с. 97.
8. Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е.—Письма в ЖЭТФ, 1970, 11, с. 421.
9. Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е.—ФТТ, 1971, 13, № 4, с. 955.
10. Романов Ю. А. Изв. вузов—Радиофизика, 1980, 23, № 5, с. 617.
11. Бломберген Н. Нелинейная оптика.—М.: Мир, 1966.

Научно-исследовательский физико-технический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
11 января 1980 г.

DECAY INSTABILITY OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN SUPERLATTICES

L. K. Orlov, Yu. A. Romanov

Degenerated processes of a parametric decay of waves of $2n\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ type in superlattices are investigated under the conditions of strong odd nonlinearity ($\omega_{1,2,3}$ are pump frequencies of an idle wave and the signal, respectively). The specifics associated with a strong nonlinearity of the system is in the essential dependence of conductivities on the pump field amplitude and including processes with $n > 1$. Conditions of space synchronism and wave increments have been found taking into account the effect of the pump wave self-action at finite relaxation time τ , regions of the signal instability both in the presence and in the absence of the parametric relation between waves have been found out.