

УДК 621.391.26

## О ВЛИЯНИИ КОНФИГУРАЦИИ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ НА ВОЗМОЖНОСТЬ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ПО ДАЛЬНОСТИ

*И. Я. Кремер, В. М. Петров*

Анализируется возможность применения крестообразных и кольцевых антенных решеток при определении расстояния до источников излучения по кривизне волновых фронтов создаваемых ими сигналов. Оценивается минимальное количество элементов решетки, необходимое для однозначного измерения расстояния и разрешения источников по дальности. Учивается влияние пространственно-временной широкополосности сигналов.

При обработке сигналов от источников, расположенных в зоне Френеля приемной антенны, наряду с разрешением по направлению появляется возможность пространственного разрешения источников излучения по дальности за счет различия в кривизне волновых фронтов сигналов, приходящих с различных расстояний. Это позволяет повысить разрешающую способность систем, предназначенных для определения координат источников сигналов [1, 2], а также осуществлять пространственную селекцию полезных сигналов от помех, создаваемых внешними источниками, не только по угловому положению, но и по дальности их источников [2].

Однако хорошее пространственное разрешение по дальности может быть получено лишь при относительно больших размерах приемной антенной системы, сравнимых с расстоянием до источников сигналов. Поэтому при создании антенных систем с равномерным размещением приемных элементов на плоскости и заданной разрешающей способностью по дальности для достижения однозначного определения дальности требуется большое число элементов антенны. Попытка уменьшить число элементов такой антенны, сохранив при этом ее размеры, неизбежно приводит к увеличению уровня боковых лепестков автокорреляционной функции по дальности и, вследствие этого, к возможности неоднозначного отсчета дальности и ухудшению разрешающей способности. Гораздо меньшее число элементов необходимо для сохранения заданного уровня боковых лепестков автокорреляционной функции по дальности в антенных системах, элементы которых размещены вдоль плоской кривой. К антенным системам такого типа относятся широко известные кольцевые [4], крестообразные и Т-образные антенные решетки [5].

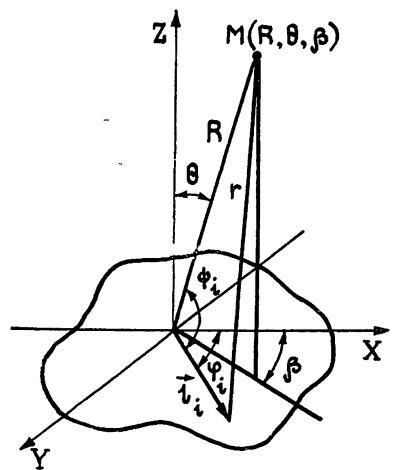


Рис. 1.

В данной статье проводится сравнительный анализ возможности применения крестообразных и кольцевых антенных решеток для обработки сигналов со сферическими волновыми фронтами. Критерием

сравнения является минимальное количество элементов решетки, необходимое для однозначного измерения дальности в заданном диапазоне.

1. *Автокорреляционная функция по дальности пространственно-временного сигнала.* Возможности пространственного разрешения по дальности при больших отношениях сигнал/шум и согласованной когерентной обработке сигналов можно оценить с помощью автокорреляционной функции пространственно-временного сигнала [2]. Пусть антенная решетка с центром в начале координат состоит из  $N$  приемных элементов, расположенных на плоскости  $XY$  (рис. 1). Если пренебречь неодинаковостью амплитуд сигнала на различных элементах антенной решетки, что допустимо, если расстояния до источников излучения не менее чем в 1,5—2 раза превосходят размеры решетки, то автокорреляционная функция пространственно-временного сигнала по дальности и направлению будет иметь вид [2]

$$\rho(R_1, R_2, \theta_1, \theta_2, \beta_1, \beta_2) = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{\rho}_\tau \left( \frac{r_{2i} - R_2 - r_{1i} + R_1}{c} \right) \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} (r_{2i} - R_2 - r_{1i} + R_1) \right\} \right|, \quad (1)$$

где  $(R_1, \theta_1, \beta_1)$  и  $(R_2, \theta_2, \beta_2)$  — координаты источников сигналов,  $\rho_\tau(\tau)$  — нормированная автокорреляционная функция по времени излучаемых сигналов,  $r_{1i}, r_{2i}$  — расстояния от источников до  $i$ -го элемента антенны, определяемые соотношением

$$r_i = \sqrt{R^2 + l_i^2 - 2l_i R \cos \psi_i} \quad (2)$$

или, в пределах применимости френелевского приближения [2],

$$r_i \approx R - l_i \cos \psi_i + \frac{l_i^2 \sin^2 \psi_i}{2R}, \quad (3)$$

$l_i = |l_i| = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$  — радиус-вектор, определяющий положение  $i$ -го элемента антенны на плоскости  $XY$ ,  $\psi_i$  — угол между направлением на источник и радиусом-вектором  $l_i$ .

Так как нас интересует разрешающая способность по дальности, то потребуем, чтобы источники сигналов находились на одном направлении  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ , т. е. разрешение по направлению невозможно и возможно разрешение только по дальности. В этом случае автокорреляционная функция по дальности, с учетом (3), будет иметь вид

$$\rho(\Delta R, R_0, \theta, \beta) = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{\rho}_\tau \left( \frac{\Delta R l_i^2 \sin^2 \psi_i}{2R_0^2 c} \right) \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta R l_i^2 \sin^2 \psi_i}{2R_0^2} \right\} \right|, \quad (4)$$

где  $\Delta R = R_2 - R_1$ ,  $R_0 = \sqrt{R_1 R_2}$ ,  $\sin^2 \psi_i = 1 - \sin^2 \theta \cos^2 (\beta - \varphi_i)$ ,  $\cos \varphi_i = x_i/l_i$ .

Анализ выражения (4) показывает, что ширина главного пика автокорреляционной функции на половинном уровне  $\Delta R_{0,5}$  для решеток с заполненными апертурами определяется соотношением, справедливым в весьма широком диапазоне значений параметров, где пригодно приближенное выражение (3):

$$\Delta R_{0,5} \approx 16 \frac{R_0^2}{R_{д.з}} = 8 \frac{R_0^2 \lambda}{L_{0,\beta}^2}, \quad (5)$$

где  $R_{д.з} = \frac{2L_{\theta, \beta}^2}{\lambda}$  — радиус дальней зоны — граница, за пределами которой волновой фронт сигналов можно считать плоским [2],  $L_{\theta, \beta}$  — видимые размеры антенны с направления  $\theta, \beta$ .

При одних и тех же значениях видимых размеров антенны  $L_{\theta, \beta}$  форма автокорреляционной функции по дальности и уровень ее боковых лепестков зависят от размещения элементов. Проанализируем пространственную разрешающую способность для крестообразных и кольцевых решеток, предполагая, что используются сигналы узкополосные в пространственно-временном смысле, т. е.  $\rho_{\tau} \left( \frac{\Delta R l_i^2 \sin^2 \psi_i}{2R_0^2 c} \right) \approx 1$  [2].

2. *Крестообразная антенная решетка.* Для крестообразной антенны с эквидистантным расположением элементов в каждом плече (плечи ориентированы вдоль осей  $X$  и  $Y$ ) автокорреляционная функция по дальности для узкополосных сигналов будет иметь вид

$$\begin{aligned} \rho(\Delta R, R_0, \theta, \beta) &= \frac{1}{2M} \left| \sum_{i=1}^M \left[ \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta R x_i^2}{2R_0^2} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \beta) \right\} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta R y_i^2}{2R_0^2} (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \beta) \right\} \right] \right| = \\ &= \frac{1}{2M} \left| \sum_{i=-m}^m \exp \left\{ j \frac{2\pi i^2 \Delta R}{m^2 \Delta R_{0,5}^{(1)}} \right\} + \sum_{i=-m}^m \exp \left\{ j \frac{2\pi i^2 \Delta R}{m^2 \Delta R_{0,5}^{(2)}} \right\} \right| = \\ &= \frac{1}{2} \left| \rho_1(\Delta R, R_0, \theta, \beta) + \rho_2(\Delta R, R_0, \theta, \beta) \right|, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $M = 2m + 1$  — число элементов в одном плече,  $x_i = \frac{L}{2m} i$ ,  $y_i = \frac{L}{2m} i$ ,  $\rho_1, \rho_2$  — автокорреляционные функции по дальности для каждого плеча в отдельности,  $L$  — размеры плеча,  $\Delta R_{0,5}^{(1)} = 8 \frac{R_0^2 \lambda}{L^2 (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \beta)}$ ,

$\Delta R_{0,5}^{(2)} = 8 \frac{R_0^2 \lambda}{L^2 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \beta)}$  — разрешающие способности первого и второго плеча соответственно.

Из соотношения (6) следует, что уровень боковых лепестков автокорреляционной функции по дальности для крестообразной антенной решетки определяется уровнями лепестков автокорреляционных функций составляющих ее плеч. Уровень же боковых лепестков для автокорреляционной функции каждого плеча можно определить, если воспользоваться следующей асимптотической оценкой, справедливой для  $M > 20 \div 30$  [3]:

$$\rho_{1,2} = \left| \frac{1}{M} \sum_{i=-m}^m \exp \left\{ j \frac{2\pi i^2 \Delta R}{m^2 \Delta R_{0,5}^{(1,2)}} \right\} \right| \approx \frac{2}{M} + \frac{\sqrt{\Delta R_{0,5}^{(1,2)}}}{2\sqrt{\Delta R}} + \frac{2\sqrt{\Delta R}}{M\sqrt{\Delta R_{0,5}^{(1,2)}}}. \quad (7)$$

Как видно, при  $M \gg 1$ ,  $\Delta R \gg \Delta R_{0,5}$  максимальный диапазон изменения дальности  $\Delta R$ , при котором достигается заданный уровень боковых лепестков, определяется последним членом данного приближения,

Очевидно, уровень боковых лепестков автокорреляционной функции по дальности будет минимальным, если

$$M \gg 2 \sqrt{\frac{\Delta R_{\max}}{\Delta R_{0,5}}}, \quad (8)$$

где  $\Delta R_{\max}$  — наибольшее значение интервала дальностей  $\Delta R$ , при котором должна сохраняться однозначность;  $\Delta R_{0,5} = 8 \frac{R_0^2 \lambda}{L^2}$  — минимальный интервал разрешения по дальности в диапазоне изменения  $R_0$ .

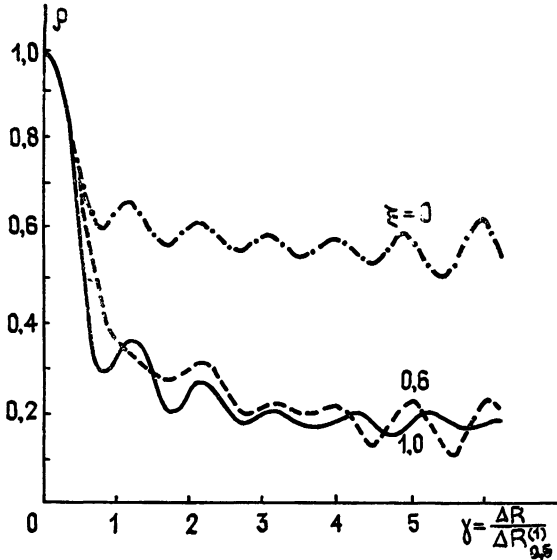


Рис. 2.

Если плечи решетки имеют одинаковые размеры, то общее число элементов антенны  $N = 2M$ . На рис. 2 показана автокорреляционная функция по дальности крестообразной решетки с  $N = 2M = 50$  для различных положений источников сигналов. Кривые построены в зависимости от обобщенной координаты по дальности  $\gamma$ -разности дальностей, нормированной к ширине главного лепестка  $\Delta R_{0,5}$ . Направление на источники задается обобщенным параметром  $\xi = \frac{\Delta R_{0,5}^{(1)}}{\Delta R_{0,5}^{(2)}} = \frac{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \beta}{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \beta}$ , кривые показаны для случая, когда  $\Delta R_{0,5}^{(1)} < \Delta R_{0,5}^{(2)}$  (если  $\Delta R_{0,5}^{(1)} > \Delta R_{0,5}^{(2)}$ , то вводя обозначения  $\xi = \frac{\Delta R_{0,5}^{(2)}}{\Delta R_{0,5}^{(1)}}$ ,  $\gamma = \frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}^{(2)}}$ , приходим к тем же самым кривым). Как показывают расчеты, для данных значений  $\frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}}$  и  $M$  третий член разложения (7) не превышает значения 0,2. Максимальный уровень боковых лепестков, как видно из рис. 2, наблюдается при  $\xi = 0$ , т. е. когда видимые размеры одного из плеч креста практически равны нулю ( $\theta = \pi/2$ ,  $\beta = 0$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi$ ,

$3\pi/2$ ). Это объясняется тем, что в этом случае автокорреляционная функция по дальности одного из плеч практически равна единице, что, как следует из выражения (6), приводит к большим боковым лепесткам.

Таким образом, анализ показывает, что при согласованной обработке сигналов крестообразными антенными решетками можно получить узкий пик автокорреляционной функции по дальности при любом положении источников сигналов. Однако из-за большого уровня боковых лепестков при  $\theta = \pi/2$  использование крестообразных решеток наиболее целесообразно в случае, когда источники расположены при больших значениях угла места  $\pi/2 - \theta$ .

3. *Кольцевая антенная решетка.* Рассмотрим кольцевую антенную решетку из  $N$  элементов, расположенную в плоскости  $XY$ , с центром в начале координат и диаметром  $L$ . Автокорреляционная функция по дальности в этом случае будет иметь вид

$$\rho(\Delta R, R_0, \theta, \beta) = \frac{1}{N} \left| \sum_{i=1}^N \exp \left\{ j\pi \frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}} \cos \left( \frac{4\pi i}{N} - 2\beta \right) \right\} \right|, \quad (9)$$

где  $\Delta R_{0,5} = 8 \frac{R_0^2 \lambda}{L^2 \sin^2 \theta}$  — разрешающая способность по дальности кольцевой антенны.

Преобразуем выражение (9), используя известное представление [6]:

$$e^{jz \cos v} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} j^m J_m(z) e^{jmv}. \quad (10)$$

При этом

$$\rho(\Delta R, R_0, \theta, \beta) = \frac{1}{N} \left| \sum_{i=1}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} j^m J_m \left( \pi \frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}} \right) \exp \left[ jm \left( \frac{4\pi i}{N} - 2\beta \right) \right] \right|. \quad (11)$$

Учитывая далее, что

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp \left( j \frac{4\pi m i}{N} \right) = \begin{cases} 1 & \text{при } 2m/N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \\ 0 & \text{для других } m, \end{cases} \quad (12)$$

найдем окончательно

$$\rho(\Delta R, R_0, \theta, \beta) = \left| \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_{qN/2} \left( \pi \frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}} \right) \exp \left\{ j \frac{qN}{2} \left( 2\beta + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \right|. \quad (13)$$

Так как члены, содержащие функцию Бесселя, порядок которой превышает величину ее аргумента, весьма малы, то при

$$N > 2\pi \frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}} \quad (14)$$

автокорреляционная функция по дальности хорошо аппроксимируется функцией Бесселя нулевого порядка и не зависит от координатного угла  $\beta$ :

$$\rho(\Delta R, R_0, \theta) = \left| J_0 \left( \pi \frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}} \right) \right|, \quad (15)$$

где  $\Delta R_{0,5} = 8 \frac{R_0^2 \lambda}{L^2 \sin^2 \theta}$ .

Если число элементов  $N$  не удовлетворяет условию (14), то необ-

ходимо учитывать другие члены суммы (13), представляющие собой функции Бесселя более высоких порядков, так как эти члены будут существенно влиять на уровень боковых лепестков. Вышеизложенное иллюстрируется рис. 3, где показана автокорреляционная функция по дальности для кольцевой антенны с  $N = 51$  в зависимости от нормированной разности дальностей  $\gamma$ . Как видно, при значениях  $\Delta R$ , не удовлетворяющих условию (14), автокорреляционная функция существенно зависит от координатного угла  $\beta$ , что может привести к боковым лепесткам со значительным уровнем.

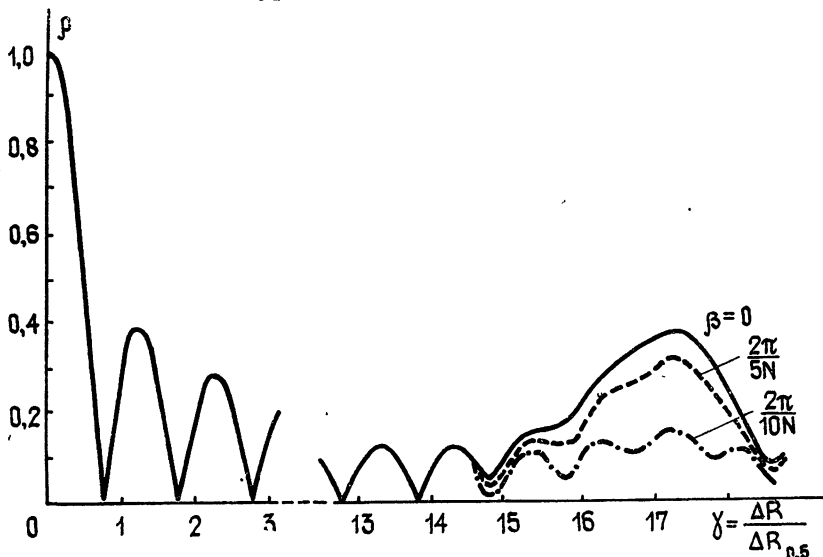


Рис. 3.

Сравнение полученных результатов для кольцевой и крестообразной антенны показывает, что более экономичной является кольцевая антенна. В самом деле, автокорреляционная функция по дальности для кольцевой антенны хорошо аппроксимируется при  $\Delta R < \frac{N \Delta R_{0,5}}{2\pi}$  следующим соотношением [9]:

$$\rho(\Delta R, R_0, \theta) = \left| J_0 \left( \pi \frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}} \right) \right| \leq \frac{\sqrt{2}}{\pi \epsilon} \sqrt{\frac{\Delta R_{0,5}}{\Delta R}}. \quad (16)$$

Если сравнить последнее приближение с (7), то становится ясным, что при изменении  $\Delta R$  в одинаковых пределах уровень боковых лепестков у крестообразной решетки за счет третьего члена разложения (7) будет несколько выше. Таким образом, для достижения того же диапазона однозначности для кольцевой решетки требуется по сравнению с крестообразной несколько меньшее число элементов. Однако в отличие от крестообразной антенны разрешающая способность по дальности в данном случае более существенно зависит от координатного угла  $\theta$ . В самом деле, как следует из выражения для  $\Delta R_{0,5}$ , кольцевая решетка имеет по нормали к плоскости антенны нулевую разрешающую способность. Это вызвано тем, что источники излучения при  $\theta = 0$  создают на всех элементах кольцевой антенны одинаковый набег фаз. Поэтому использование кольцевых решеток для пространственного разрешения по дальности целесообразно тогда, когда наблюдаемые источники излучения расположены под небольшими углами места.

Сравнение крестообразной и кольцевой антенны с антенной решеткой с равномерным размещением элементов на плоскости показывает, что при одинаковом числе элементов размещение их вдоль плоской кривой позволяет значительно снизить уровень боковых лепестков автокорреляционной функции по дальности. Сказанное иллюстрируется рис. 4, где показаны автокорреляционные функции по дальности для кольцевой антенны ( $N = 49$ , сплошная кривая), крестообразной антенны ( $N = 25 + 25$ ,  $\theta = 0$ , пунктирная кривая) и квадратной эквидистантной решетки ( $N = 7 \times 7$ ,  $\theta = 0$ , штрихпунктирная кривая).

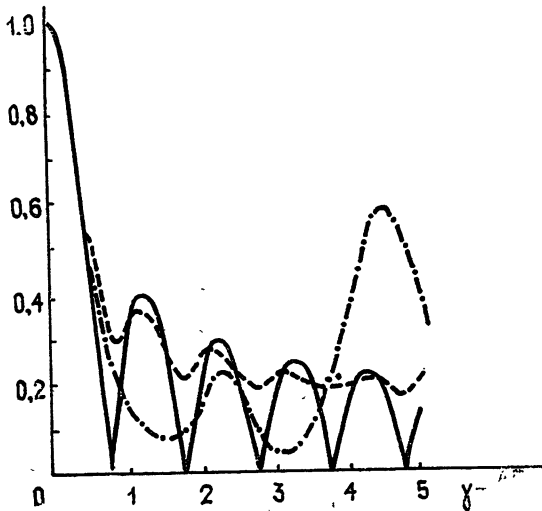


Рис. 4.

4. Влияние пространственно-временной широкополосности сигналов. До сих пор при выводе соотношений предполагалось, что выполняется условие пространственно-временной узкополосности сигнала [2]. В этом случае  $\rho_r \approx 1$  и автокорреляционная функция не зависит от вида сигнала. Однако при использовании антенных систем больших размеров или при достаточно большой ширине спектра сигнала условие пространственно-временной узкополосности нарушается, и в этом случае ширина спектра существенно влияет на вид автокорреляционной функции по дальности. Оценим влияние пространственно-временной широкополосности сигнала для кольцевой и крестообразной решетки.

Очевидно, основной вклад в сумму (4) будут вносить члены, для которых аргумент функции  $\rho_r$  не превышает  $1/2\Delta f_c$ :

$$\frac{\Delta R l_i^2 \sin^2 \psi_i}{2R_0^2 c} < \frac{1}{2\Delta f_c}, \quad (17)$$

где  $\Delta f_c$  — эффективная ширина спектра сигнала, обратное значение которой определяет ширину главного пика автокорреляционной функции  $\rho_r$ . Для уменьшения уровня  $P$  бокового лепестка, расположенного при определенном значении  $\Delta R$ , до уровня  $\alpha P \approx \frac{m}{N} P$  необходимо,

чтобы условие (17) для данного значения  $\Delta R$  выполнялось лишь для членов суммы (4), общее количество которых не превышает  $m$ . Количество  $m$  элементов антенны, вносящих основной вклад в сумму (4), определяется конкретным видом размещения элементов. Так, например,

для крестообразной решетки анализ выражения (17) показывает, что значение ширины спектра сигнала, необходимое для уменьшения бокового лепестка при определенном значении  $\Delta R$  в  $1/\alpha$  раз, определяется из соотношения

$$\frac{\Delta f_c}{f_0} \approx \frac{\Delta R_{0,5}}{2\alpha^2 \Delta R}, \quad (18)$$

где  $\alpha \approx m/N$  — степень подавления боковых лепестков.

Для кольцевой антенной решетки выражение (17) будет иметь вид

$$\frac{\Delta R L^2 \left( 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \left( 2\pi \frac{i}{N} - \beta \right) \right)}{8R_0^2 c} < \frac{1}{2\Delta f_c}. \quad (19)$$

Анализ этого выражения в частном случае, когда  $\theta = \pi/2$ , показывает, что ширина спектра для кольцевой решетки будет определяться соотношением

$$\frac{\Delta f_c}{f_0} \approx \frac{\Delta R_{0,5}}{2\Delta R \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \alpha \right)}. \quad (20)$$

Для других значений  $\theta$  степень подавления боковых лепестков будет несколько больше. Как видно из выражений (18) и (20), ширина спектра сигнала существенно влияет на боковые лепестки, расположенные лишь при больших значениях  $\frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}}$  ( $\frac{\Delta R}{\Delta R_{0,5}} > 50 \div 100$ ). Таким образом, влияние ширины спектра необходимо учитывать лишь для антенных систем с высокой пространственной разрешающей способно-

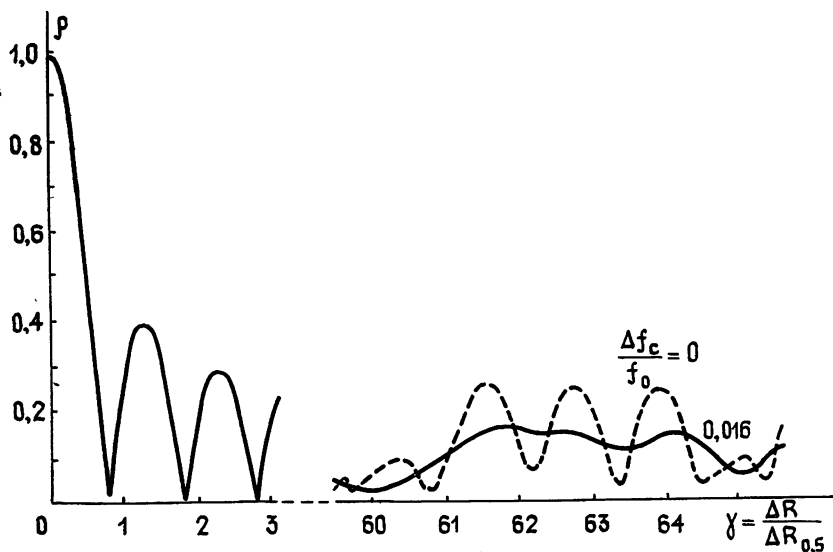


Рис. 5.

стью (с  $L/\lambda$  порядка  $10^3$ — $10^4$ ). В качестве примера на рис. 5 показано влияние ширины спектра сигнала на вид автокорреляционной функции по дальности для кольцевой решетки с  $N = 51$ . Степень подавления боковых лепестков при  $\Delta R/\Delta R_{0,5} = 60 \div 65$  совпадает со значениями, рассчитанными по формуле (20).



Таким образом, на основании проведенного исследования показано, что при использовании крестообразных и кольцевых антенных решеток может быть получено высокое однозначное пространственное разрешение по дальности за счет различия в кривизне волновых фронтов сигналов при количестве элементов антенны, значительно меньшем, чем у решетки с равномерным расположением элементов на плоскости. Однозначность измерения дальности достигается за счет рационального выбора числа элементов антенны и ширины спектра сигналов в соответствии с соотношениями, приведенными в данной статье.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов. — М.: Сов. радио, 1974.
- 2 Кремер И. Я., Нахмансон Г. С — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1978, 21, № 11, с. 3.
- 3 Классен В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 4, с. 615.
- 4 Антенные решетки. /Под ред. Л. С. Бененсона. — М.: Сов. радио, 1966.
- 5 Цейтлин Н. М. Антенная техника и радиоастрономия. — М.: Сов. радио, 1976.
- 6 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1974.

Воронежский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
22 октября 1979 г.

THE EFFECT OF ANTENNA LATTICE CONFIGURATION ON THE POSSIBILITY  
OF RANGE RESOLUTION OF RADIATION SOURCES

*I. Ya. Kremer, V. M. Petrov*

The possibility of application of crossed and ring antenna lattices is analysed when defining the source range over the curvature of wave fronts of signals. The minimal amount of the lattice elements necessary for the unambiguous measurement of the distance and resolution of sources is evaluated. The effect of space-time wide-band nature of signals is taken into account.

---