ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 11 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 621.396 67

СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ ИЗЛУЧАЮЩИХ ТЕЛ

Е. А. Коняшенко, А. Г. Моисеев, В. Н. Шмыков

При расчете тока на поверхности излучателя методом моментов предлагается использовать в качестве ортонормированного базиса собственные функции самосопряженного оператора, полученного из произведения матрицы взаимных импедансов и матрицы, ей эрмитово сопряженной Это позволяет находить коэффициенты разложения искомого тока независимо друг от друга и сформулировать условия резонансного возбуждения излучателя. Предложена верхняя оценка коэффициентов разложения искомого тока по предлагаемому базису.

Решение задач об излучении и рассеивании электромагнитных волн можно свести к решению интегрального уравнения, из которого отыскивается неизвестное распределение тока на излучателе. Это распределение может быть найдено при помощи метода моментов [1], в котором оно представляется в виде разложения по N первым базисным функциям произвольной полной системы. В [2] был предложен способ построения особой базисной системы, которая при решении поставленной задачи имеет ряд преимуществ по сравнению с произвольными базисами. В частности, коэффициенты разложения по этим функциям определяются независимо друг от друга, а не из решения системы линейных алгебраических уравнений. Однако, как отмечено в [1, 2], процедура нахождения специальных базисных функций неустойчива, что не позволяет в полной мере воспользоваться достоинством этого базиса.

В настоящем сообщении неизвестное распределение тока предлагается искать в виде разложения по новому специальному базису. Обладая преимуществами базиса [2], новый базис позволяет исследовать условия резонансного возбуждения излучателей, а также получить качественную оценку величины коэффициентов разложения искомого тока.

В качестве новых базисных функций $\{I_n\}$ выберем функции, удовлетворяющие однородному уравнению

$$HI_n = I_n h_n, \tag{1}$$

где $H = \tilde{Z}Z$ — матрица, полученная из произведения матрицы обобщенных импедансов Z и матрицы $\tilde{Z}$, эрмитово сопряженной Z. Так как матрица H самосопряженная ($H = \tilde{H}$), то решения уравнения (1), принадлежащие различным собственным значениям, образуют ортогональную совокупность [3], которую после нормирования будем называть собственными токами излучателя и использовать в качестве базиса.

Весовые функции V_n построим из базисных по следующему правилу:

$$V_n = U_n \frac{1}{\sqrt{h_n}}. \tag{2}$$

Здесь U_n — поля, создаваемые на излучателе собственными токами. Весовые функции V_n образуют также ортогональную совокупность, поскольку

$$(V_m, V_n) = (I_m, \tilde{Z}ZI_n)\frac{1}{h_n} = \delta_{mn}. \qquad (3)$$

Отметим, что весовые функции являются собственными функциями самосопряженного оператора $G = \tilde{Z}Z$. Это следует из уравнения (1), если его умножить на матрицу Z. Кроме того, у излучателей, описываемых симметричной матрицей Z, весовые и базисные функции связаны соотношением

$$V_n = I_n^* \alpha_n, \qquad (4)$$

где α_n — комплексное число, по модулю равное единице. Это можно показать, применяя операцию комплексного сопряжения к обеим частям уравнения (1).

Теперь, представив ток на излучателе в виде разложения по собственным токам,

$$I = \sum_{n=1}^{n=\infty} I_n^*(I_n, I), \qquad (5)$$

и реализовав метод моментов при помощи весовых функций, определяемых соотношением (2), получаем

$$\left(V_m, Z\sum_{n=1}^{n=N} I_n(I_n, I)\right) = (V_m, U), \qquad (6)$$

где U — возбуждающее поле на поверхности излучателя. Тогда, учитывая условие ортогональности (3), получим искомые коэффициенты разложения тока излучателя по базису собственных токов в виде

$$(I_m, I) = (V_m, U)\frac{1}{\sqrt{h_m}}. \qquad (7)$$

Поскольку

$$|(V_n, U)| \leqslant \sqrt{(U, U)}, \qquad (8)$$

то верхняя оценка для величины коэффициентов разложения (I_n, I) искомого тока имеет следующий вид:

$$|(I_n, I)| \leqslant \frac{\sqrt{(U, U)}}{\sqrt{h_n}}. \qquad (9)$$

Из (9) следует, что основной вклад в (5) дают собственные токи с малыми собственными значениями h_n. Следовательно, анализ собственных значений h_n в исследуемом диапазоне частот позволяет качественно определить число собственных токов I_n, хорошо аппроксимирующих искомый ток I.

На основе анализа частотных зависимостей величин $1/\sqrt{h_n}$ можно сформулировать условие резонансного возбуждения излучателя. Покажем на конкретном примере, как это сделать.

В качестве примера был произведен расчет симметричного трубчатого вибратора, возбуждаемого ступенькой напряжения. Отношение диаметра вибратора к его длине равно 0,1, а отношение ширины ступеньки напряжения к длине вибратора выбрано 0,3. В качестве первоначального базиса для вычисления матрицы Z были выбраны первые 5 функций тригонометрического ряда Фурье. На рис. 1 представлены частотные зависимости первых трех $1/\sqrt{h_n}$ в диапазоне $0{,}1 \leqslant A/\lambda \leqslant 1{,}6$, где A — длина вибратора, а λ — длина волны. Анализ частотных зависимостей $1/\sqrt{h_n}$ показывает, что $1/\sqrt{h_1}$ резко возрастает при $A/\lambda = 0{,}47$, а $1/\sqrt{h_2}$ имеет экстремум при $A/\lambda = 1{,}4$. При этом в окрестности $A/\lambda = 0{,}47 - 1/\sqrt{h_1} \gg 1/\sqrt{h_n}$ $(n \neq 1)$, а в окрестности $A/\lambda = 1{,}4 - 1/\sqrt{h_2} \gg 1/\sqrt{h_n} (n \neq 2)$. Кроме того, во всем исследуемом диапазоне остальные величины $1/\sqrt{h_n}$ $(n = 3, 4, 5)$ монотонно возрастают, так что $1/\sqrt{h_3} > 1/\sqrt{h_4} > 1/\sqrt{h_5}$. Характер частотных зависимостей первых пяти $1/\sqrt{h_n}$ показывает, что резонансные свойства полуволнового вибратора определяются возбуждением на нем только первого собственного тока I_1, а следующий резонанс при $A/\lambda = 1{,}4$ имеет место при возбуждении на вибраторе второго собственного тока I_2. Таким образом, при выполнении условий $(V_1, U) = 0$ и $(V_2, U) = 0$ трубчатый вибратор не имеет первого и второго резонанса соответственно, т. е. резонансные свойства вибратора определяются не только геометрией излучателя, но и типом возбуждающего поля.

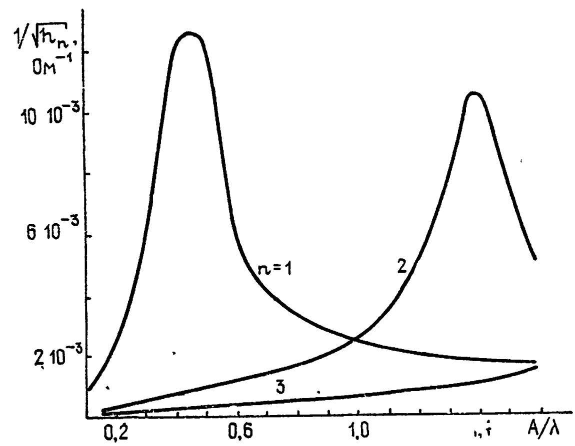

Рис. 1.

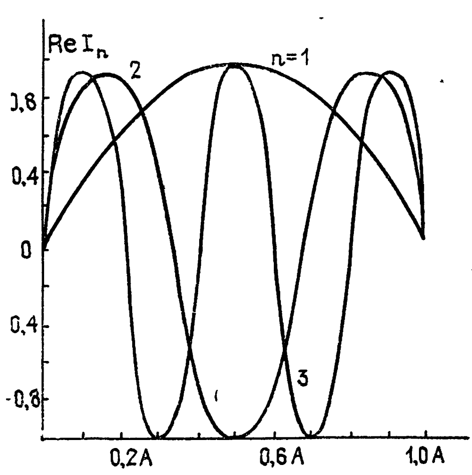

Рис 2.

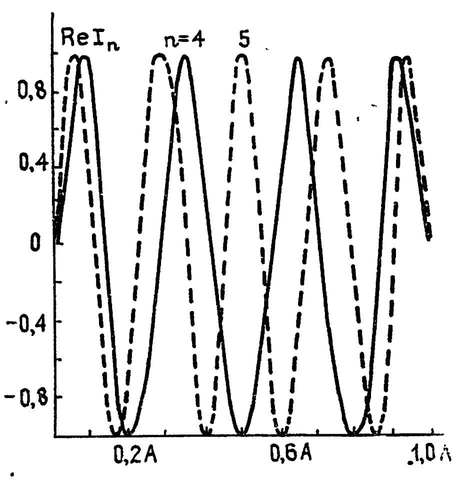

Рис. 3.

На рис. 2 представлены распределения действительных частей первых трех, а на рис. 3 — четвертого и пятого собственных токов полуволнового излучателя. При этом значения мнимой части собственных токов составляли не более 1% от соответствующих значений действительной части собственных токов. Анализ численных расчетов показал, что I_3, I_4, I_5 в диапазоне $0{,}1 \leqslant A/\lambda \leqslant 1{,}6$ изменяются в метрике C не более чем на 2—3%. Собственные токи I_1 и I_2 в диапазонах $0{,}1 \leqslant A/\lambda \leqslant 0{,}8$ и $1{,}25 \leqslant A/\lambda \leqslant 1{,}55$ отличаются от I_1 и I_2 полуволнового излучателя в метрике C не более чем на 10%. В диапазоне $0{,}8 \leqslant A/\lambda \leqslant 1{,}25$ I_1 и I_2 отличаются от I_1 и I_2 полуволнового излучателя существенно.

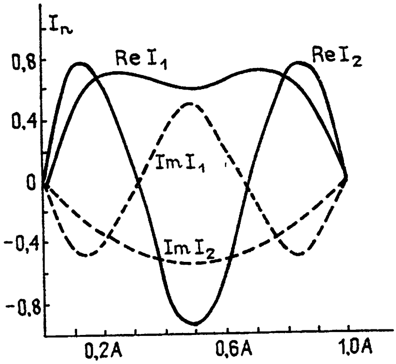

Рис. 4.

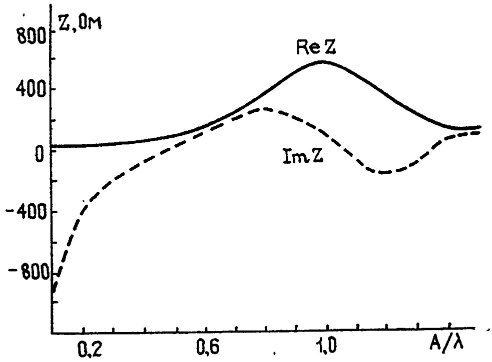

Рис. 5.

На рис. 4 приведены распределения I_1 и I_2 для $A/\lambda = 1{,}1$. Распределения собственных токов I_n вдоль излучателя также дают представление о распределении напряжений V_n, поскольку, согласно (4), $V_n \sim I_n^*$.

Поскольку новая базисная система $\{I_n\}$ является перегруппировкой исходного базиса $\{J_n\}$, то следует ожидать, что решения задач предложенным методом и методом Галеркина совпадают. Этот вывод подтверждают численные расчеты входного импеданса. На рис. 5 приведены частотные зависимости активной $\operatorname{Re} Z$ и реактивной $\operatorname{Im} Z$ части входного импеданса излучателя. Эти значения отличаются не более чем на 0,01 (*Ом*) от значений, полученных с помощью метода Галеркина.

В заключение необходимо отметить, что предложенный подход не дает преимуществ в вычислительном плане по сравнению с методом Галеркина, но позволяет провести дополнительное исследование резонансного возбуждения излучателя, которое невозможно при выборе произвольного базиса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Митра Р. Вычислительные методы в электродинамике. — М.: Мир, 1977.
2. Harrington R. F., Mautz J. R.— IEEE Trans. on Ant. and Propag., 1971, **AP-19**, № 5, p. 622.
3. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. — М.: Наука, 1975.

Новосибирский электротехнический институт

Поступила в редакцию 25 апреля 1979 г., после доработки 12 мая 1980 г.

FUNDAMENTAL FUNCTIONS OF RADIATING BODIES

E. A. Konyashenko, A. G. Moiseev, V. N. Shmykov

Authors suggest to use fundamental functions of a self-conjugated operator as an orthonormal basis when calculating the current on the surface of a radiator by the method of moments. The operator is obtained from a product of a matrix of mutual impedances and an Hermitian-conjugate matrix. This permits to find expansion coefficients of the unknown current independently and to form conditions of the resonance excitation of the radiator. The upper estimation of expansion coefficients of the unknown current according to the basis given is suggested.