ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 11 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 538.574.4

АНАЛИЗ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

А. И. Саичев

Получены формулы для однократного рассеяния электромагнитных волн на мелкомасштабных компонентах случайных неоднородностей среды с учетом многократного рассеяния по направлению распространения волны на крупномасштабных компонентах. В диффузионном приближении рассчитаны когерентная составляющая, функция когерентности и лучевая интенсивность обратного рассеяния от турбулентного слоя. Обсуждается совместное влияние на обратное рассеяние эффектов усиления обратного рассеяния и потери когерентности волны за счет рассеяния на крупномасштабных случайных неоднородностях.

Наиболее эффективным и строгим методом расчета статистических характеристик многократно рассеянных вперед волн в настоящее время является их статистический анализ в диффузионном или марковском приближении (см., например, [1]). Статистический же анализ обратного рассеяния затрудняется тем, что обратное рассеяние не удовлетворяет условию причинности, выполнение которого необходимо для использования диффузионного приближения [1]. Представление однократного обратного рассеяния в турбулентной среде с учетом многократного рассеяния по направлению распространения волны в форме, удовлетворяющей условию причинности и пригодной для использования диффузионного приближения, было сделано в работах [2, 3] с помощью теоремы взаимности. Однако в этих работах рассматривалось рассеяние скалярных волн, в то время как корректный анализ обратного рассеяния должен явно учитывать векторный характер электромагнитных волн. Кроме того, в работе [2] не был использован аппарат диффузионного приближения, в результате чего результаты работы [2] носят полукачественный характер.

В данной работе с использованием гибридного метода, предложенного в работе [2], и в диффузионном приближении количественно рассчитываются среднее поле и функция когерентности обратного рассеяния. Общие формулы рассеяния в произвольном направлении находятся с учетом векторного характера электромагнитных волн.

Обратное рассеяние в крупномасштабной среде обладает рядом специфических особенностей. Так, распространение отраженной волны по тем же крупномасштабным неоднородностям, по которым волна распространялась до отражения, приводит к усилению обратного рассеяния [2, 4]. В данной работе рассчитан еще один эффект — насыщения функции когерентности обратного рассеяния, связанный с потерей когерентности при распространении волны до акта обратного рассеяния и после него.

1. РАСЧЕТ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ГИБРИДНЫМ МЕТОДОМ

Распространение электромагнитных волн в случайно-неоднородной среде, как известно, хорошо описывается уравнением

$$\Delta E + k^2 E = k^2 \varepsilon(r) E + \nabla (E \nabla \varepsilon(r)),$$

где $\varepsilon(\boldsymbol{r})$ — флуктуации диэлектрической проницаемости среды. Следуя [2], представим $\varepsilon(\boldsymbol{r})$ в виде суммы статистически независимых компонент: $\varepsilon(\boldsymbol{r}) = \nu(\boldsymbol{r}) + \mu(\boldsymbol{r})$, где $\nu(\boldsymbol{r})$ определяется крупномасштабными случайными неоднородностями среды, а $\mu(\boldsymbol{r})$ — мелкомасштабными. Будем еще считать, что рассеяние на крупномасштабных неоднородностях не приводит к сильному изменению направления распространения волны и в отсутствие мелкомасштабных неоднородностей ($\mu \equiv 0$) распространение волны хорошо описывается скалярным уравнением

$$\Delta \boldsymbol{E}_0 + k^2 \boldsymbol{E}_0 = k^2 \nu(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{E}_0 . \tag{1}$$

Рассеяние же $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r})$ на мелкомасштабных неоднородностях $\mu(\boldsymbol{r})$ учтем в борновском приближении, взяв в качестве нулевого приближения волну, многократно рассеянную на крупномасштабных неоднородностях:

$$\Delta \boldsymbol{E}_1 + k^2 \boldsymbol{E}_1 = k^2 \nu(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{E}_1 + k^2 \mu(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r}) + \nabla (\boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r}) \nabla \mu(\boldsymbol{r})). \tag{2}$$

Считая, как обычно, что точка наблюдения $\boldsymbol{r}$ находится в волновой зоне рассеивающего объема V, и пренебрегая флуктуациями поляризации волны за счет крупномасштабных неоднородностей, получим для $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r})$ следующее выражение:

$$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}) = k^2 \int\limits_V \mu(\boldsymbol{r}') G(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}) E_0(\boldsymbol{r}') [\boldsymbol{n}[\boldsymbol{e}\boldsymbol{n}]] \, d\boldsymbol{r}'. \tag{3}$$

Здесь $E_0(\boldsymbol{r})$ и $G(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r})$ — скалярные поля, удовлетворяющие уравнениям (1) и

$$\Delta G + k^2 G = k^2 \nu(\boldsymbol{r}) G + \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'),$$

$\boldsymbol{n}$ — единичный вектор, направленный из точки рассеяния $\boldsymbol{r}'$ в точку наблюдения $\boldsymbol{r}$, а $\boldsymbol{e}$ — вектор поляризации падающей волны $\boldsymbol{E}_0$. В отсутствие крупномасштабных неоднородностей ($\nu \equiv 0$) выражение (3) переходит в выражение обычного борновского приближения для рассеянной волны. Пределы применимости выражения (3) в крупномасштабной среде существенно шире пределов применимости обычного борновского приближения, так как для справедливости формулы (3) требуется малость рассеяния только в данном направлении $\boldsymbol{n}$, в то время как для справедливости обычного борновского приближения требуется малость рассеяния по всем направлениям.

2. ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФУЗИОННОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ К СТАТИСТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Обсудим возможности статистического описания обратного рассеяния с учетом многократного рассеяния по направлению распространения волны до и после акта обратного рассеяния. С точки зрения теории анализ обратного рассеяния много сложнее, например, анализа рассеяния вбок, когда флуктуации падающей E_0- и рассеянной на мелкомасштабных неоднородностях G-волн формируются различными неоднородностями крупномасштабной среды, в результате чего E_0 и G можно считать статистически независимыми. Рассеянная же назад волна проходит по тем же неоднородностям, по которым прошла и падающая. В результате E_0 и G оказываются статистически зависимыми, что существенно усложняет количественный расчет обратного рассеяния и приводит к принципиально новым эффектам [2, 4].

Сформулируем задачу анализа обратного рассеяния. Выделим продольную координату x, вдоль которой распространяется падающая и рассеянная назад волны. Поперечные координаты обозначим $\boldsymbol{\rho}$. Точку наблюдения поместим в плоскости $x=0$, а мелкомасштабные неоднородности будем считать статистически однородно распределенными в слое $x \in [0, L]$. Предположим, кроме того, что выполняются условия применимости скалярного приближения. Поэтому вместо векторного поля (3) рассмотрим его скалярный аналог

$$v(\rho) = \frac{ik}{2} \int_0^L dx' \int_{-\infty}^{\infty} d\rho' \mu(x', \rho') g(0, \rho; x', \rho') u(x', \rho') e^{2ikx'}. \tag{4}$$

Здесь учтена теорема взаимности $G(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}) = G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')$ и предположено, что справедливы френелевское и малоугловое приближение, согласно которым E_0 и G можно представить в виде

$$E_0(x, \rho) = u(x, \rho) e^{ikx}, \quad G(0, \boldsymbol{q}; x, \rho) = \frac{i}{2k} e^{ikx} g(0, \boldsymbol{q}; x, \rho)$$

и считать, что $u(x, \rho)$ и $g(0, \boldsymbol{q}; x, \rho)$ удовлетворяют параболическому уравнению квазиоптики:

$$\begin{gathered} 2ik \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} u \\ g \end{Bmatrix} + \Delta_\rho \begin{Bmatrix} u \\ g \end{Bmatrix} = k^2 \nu(x, \rho) \begin{Bmatrix} u \\ g \end{Bmatrix}, \\ u(0, \rho) = u_0(\rho), \qquad g(0, \boldsymbol{q}; 0, \rho) = \delta(\boldsymbol{q} - \rho), \end{gathered} \tag{5}$$

где $u_0(\rho)$ — комплексная амплитуда падающей на рассеивающий слой волны.

Заметим, что с помощью теоремы взаимности обратное рассеяние (4) записано в форме, позволяющей применить при его статистическом анализе диффузионное приближение.

Найдем вначале когерентную составляющую обратного рассеяния $\langle v(\rho) \rangle$. Она имеется, только если $\langle \mu \rangle \neq 0$, что может быть, когда $\mu(\boldsymbol{r})$ описывает хаотически распределенные в рассеивающем слое дискретные рассеиватели. При этом

$$\langle v(\rho) \rangle = \frac{ik}{2} \int_0^L f(x) \Phi(x, 0, \rho) e^{2ikx} dx, \tag{6}$$

где $\Phi(x, s, \rho)$ в диффузионном приближении удовлетворяет уравнению [5]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{i}{k} \Delta_s \Phi - \frac{k^2}{4} [A + A(s)] \Phi, \qquad \Phi(0, s, \rho) = u_0(\rho + s),$$

совпадающему с уравнением для поперечной функции корреляции поля $u(x, \rho)$ [1]. Здесь приняты обычные обозначения:

$$\langle \nu(x, \rho) \nu(x + \tau, \rho + s) \rangle = A(s) \delta(\tau), \qquad A = A(0).$$

Кроме того, в (6) предполагается, что концентрация дискретных рассеивателей меняется только вдоль x: $\langle \mu(\boldsymbol{r}) \rangle = f(x)$.

В реальной турбулентной среде Φ становится практически равной нулю на трассах порядка метра, на которых обычно несущественны эффекты дифракции и случайной фокусировки волн. Поэтому когерентная составляющая обратного рассеяния (6) с большой точностью равна

$$\langle v(\rho) \rangle = \frac{ik}{2} u_0(\rho) \int_0^\infty f(x) \exp\left[\left(2ik - \frac{k^2 A}{4}\right) x\right] dx.$$

Эта формула отличается от соответствующей формулы обычного борновского приближения только тем, что многократное рассеяние по направлению распространения волны, приводящее к затуханию Φ при увеличении x, существенно формирует эффективный рассеивающий объем.

3. ФУНКЦИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ И ЛУЧЕВАЯ ИНТЕНСИВНОСТЬ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

Перейдем к анализу функции когерентности и лучевой интенсивности обратного рассеяния. Проведем расчет, полагая для определенности, что дискретные рассеиватели отсутствуют, а $\mu(\boldsymbol{r})$ — мелкомасштабные компоненты неоднородностей турбулентного слоя $[0, L]$. Заметим, однако, что расчет функции когерентности при наличии дискретных рассеивателей, обратное рассеяние от которых в реальных ситуациях обычно намного превышает обратное рассеяние собственно от турбулентности, отличается от приведенного ниже лишь непринципиальными деталями.

Будем считать для простоты, что на турбулентный слой $x \in [0, L]$ падает плоская волна $u_0 \equiv 1$. Тогда, согласно (4), функцию когерентности обратного рассеяния можно записать в виде

$$\Gamma(s) = \langle v(\rho) v^*(\rho + s) \rangle = \frac{k^2}{4} \int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} a(\rho) M(x, \rho, 0, 0, s)\, d\rho . \qquad (7)$$

Здесь

$$a(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \mu(x, \rho') \mu(x + \tau, \rho' + \rho) \rangle e^{2ik\tau} d\tau .$$

Для турбулентных неоднородностей диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x, \rho)$ с пространственным спектром $\Phi_\varepsilon(\varkappa) = 0{,}033 C_\varepsilon^2 \varkappa^{-11/3} \times \exp(-\varkappa^2/\varkappa_m^2)$

$$a(\rho) = a(0) \exp\left(-\frac{\rho^2 \varkappa_m^2}{4}\right), \qquad a(0) = 2\pi^2 \varkappa_m^2 \Phi_\varepsilon(2k) \qquad (8)$$

и имеет ширину l порядка внутреннего масштаба турбулентности: $l \sim l_0 \sim 1/\varkappa_m$. Для одномасштабных случайных неоднородностей со спектром $\Phi_\varepsilon \sim \exp(-\varkappa^2 L^2)$ $l \sim L$. Заметим, что ширина $a(\rho)$ существенно зависит от быстроты спадания $\Phi_\varepsilon(\varkappa)$ при $\varkappa \sim 2k$. Если, например, $\Phi_\varepsilon \sim \varkappa^{-11/3} \exp(-\varkappa l_0)$, то $l \sim \sqrt{\lambda l_0} \ll l_0$, а при $\Phi_\varepsilon \sim \varkappa^{-11/3} \exp(-\varkappa^4 l_0^4)$ $l \sim k l_0^2 \gg l_0$. При наличии дискретных рассеивателей, хаотически и независимо расположенных в турбулентном слое, l имеет размеры порядка размеров дискретных рассеивателей. Входящая в (7) функция $M(x, \rho, \rho_1, \rho_2, s)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{gathered}
\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{i}{k} (\nabla_{\rho_1} \nabla_{\rho_2}) M - \frac{k^2}{4} F(\rho, \rho_1, \rho_2) M, \\
M(0, \rho, \rho_1, \rho_2, s) = \delta(\rho + s - \rho_2), \\
F(\rho, \rho_1, \rho_2) = D(\rho + \rho_1) + D(\rho - \rho_1) + D(\rho + \rho_2) + \\
+ D(\rho - \rho_2) - D(\rho_1 + \rho_2) - D(\rho_1 - \rho_2), \\
D(\rho) = A - A(\rho).
\end{gathered} \qquad (9)$$

Укажем вначале одно точное следствие равенств (7), (9), аналогичное закону сохранения средней интенсивности волны без учета рассеяния назад в квазиоптическом приближении. Нетрудно показать, что средняя интенсивность обратного рассеяния падающей на турбулентный слой толщины L плоской волны

$$\langle I \rangle = \Gamma(0) = \frac{k^2}{4} a(0) L \tag{10}$$

равна средней интенсивности обратного рассеяния, вычисленного в обычном борновском приближении без учета многократного рассеяния по направлению распространения волны. Аналогичное совпадение имеет место и для среднего полного потока обратного рассеяния, падающего на турбулентный слой волнового пучка. Это совпадение подтверждает почти очевидное соображение, что многократное рассеяние по направлению распространения волны не в силах изменить в среднем полного потока энергии волны, рассеянной назад, хотя и существенно влияет на угловое и пространственное распределения обратного рассеяния.

Дальнейшие расчеты удобнее проводить не для функции когерентности, но для лучевой интенсивности обратного рассеяния:

$$J(\boldsymbol{\Omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(s) \exp\left[ik(\boldsymbol{\Omega}s)\right] ds.$$

Введем вспомогательную функцию

$$N(x, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\Omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} M(x, \boldsymbol{\rho}, 0, 0, s) e^{ik(\boldsymbol{\Omega}s)} ds, \tag{11}$$

такую, что

$$J(\boldsymbol{\Omega}) = \frac{k^2}{4} \int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} a(\boldsymbol{\rho}) N(x, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\rho}.$$

Функция $N(x, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\Omega})$ имеет простой физический смысл четвертой моментной функции плоских волн, распространяющихся под углом $\boldsymbol{\Omega}$:

$$N(x, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\Omega}) = \langle u(x, 0) u_{\Omega}(x, 0) u^*(x, \boldsymbol{\rho}) u^*_{\Omega}(x, \boldsymbol{\rho}) \rangle.$$

Здесь $u(x, \boldsymbol{\rho})$, $u_{\Omega}(x, \boldsymbol{\rho})$ удовлетворяют уравнению (5) с граничными условиями $u(0, \boldsymbol{\rho}) \equiv 1$, $u_{\Omega}(0, \boldsymbol{\rho}) = \exp\left[ik(\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\rho})\right]$.

Обсудим вначале лучевую интенсивность обратного рассеяния в направлении строго назад ($\Omega = 0$):

$$J(0) = \frac{k^2}{4} \int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} a(\boldsymbol{\rho}) \langle u^2(x, 0) u^{*2}(x, \boldsymbol{\rho}) \rangle d\boldsymbol{\rho}.$$

Пока радиус когерентности волны $u(L, \boldsymbol{\rho})$ $\rho_к(L) > l$, в этом интеграле можно положить $\langle u^2(x, 0) u^{*2}(x, \boldsymbol{\rho}) \rangle = \langle I^2(x, 0) \rangle$ и

$$J(0) = \frac{k^2}{4} \tilde{a}(0) \int_0^L \langle I^2(x, 0) \rangle dx, \tag{12}$$

где $\tilde{a}(\boldsymbol{\Omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\boldsymbol{\rho}) e^{-ik(\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\rho})} d\boldsymbol{\rho}$ — угловой спектр $a(\boldsymbol{\rho})$. Таким образом, для турбулентных слоев, на выходе из которых флуктуации интенсивности волны значительны, интенсивность $J(0)$, определяемая в (12), существенно больше $J(0) = k^2 \tilde{a}(0) L/4$, вычисленной в обычном борновском приближении без учета многократного рассеяния по направлению распространения волны. Такое увеличение обратного рассеяния строго назад обусловлено известным эффектом усиления обратного рассеяния волн, прошедших вперед и назад по тем же неоднородностям [2, 4]. Ниже будет показано, что эффект усиления обратного рассеяния быстро пропадает при увеличении Ω, так как при этом падающая и рассеянная назад волны большую часть пути проходят по разным неоднородностям. В результате для средней интенсивности обратного рассеяния, как видно из точного результата (10), эффект усиления обратного рассеяния полностью пропадает.

При увеличении толщины слоя с эффектом усиления обратного рассеяния строго назад начинает конкурировать эффект ослабления, обусловленный тем, что уменьшается радиус когерентности расесянных волн. Он сказывается для слоев, радиус когерентности на выходе из которых удовлетворяет неравенству $\rho_к(L) < l$. Будем считать, что для таких L флуктуации интенсивности насыщены. Тогда выражение для интенсивности обратного рассеяния строго назад принимает вид

$$J(0) = \frac{k^2}{4} \int\limits_0^L dx \langle I^2(x,\ 0) \rangle \int\limits_{-\infty}^{\infty} a(\rho) \exp\left[-\frac{k^2}{2} D(\rho)\, x\right] d\rho .$$

Полагая, что справедлива формула (8), так что $l \sim l_0$, воспользуемся аппроксимацией $D(\rho) = D\rho^2$, $D \sim C_\varepsilon^2 \varkappa_m^{1/3}$. При этом

$$J(0) = \pi k^2 a(0) \int\limits_0^L \frac{\langle I^2(x,\ 0) \rangle}{\varkappa_m^2 + 2k^2 D x}\, dx. \tag{13}$$

Согласно этой формуле обратное рассеяние строго назад от турбулентных слоев толщиной L, удовлетворяющей неравенству $k^2 C_\varepsilon^2 \varkappa_m^{-5/3} L \gg 1$, растет, как $\ln L$, т. е. существенно медленнее, чем при расчете $J(0)$ без учета многократного рассеяния по направлению распространения волны.

Отметим, что эффект замедления роста $J(0)$ с увеличением толщины случайно-неоднородного слоя L не является следствием аппроксимации $D(\rho) = D\rho^2$, а связан только с ухудшением когерентности волны за счет многократного рассеяния по направлению ее распространения. Чтобы показать это, предположим, что $l \gg l_0$, как это может быть, например, в случае достаточно крупных дискретных рассеивателей, хаотически разбросанных в турбулентной среде. При этом более естественно пользоваться аппроксимацией $D(\rho) = \pi p C_\varepsilon^2 \rho^{5/3}$. Заметим еще, что качественный эффект замедления роста $J(0)$ с увеличением L практически не зависит от формы $a(\rho)$. Поэтому для упрощения расчетов возьмем $a(\rho)$ в виде $a(0)\exp[-(\rho/l)^{5/3}]$. Кроме того, заменим для простоты $\langle I^2(x,\ \rho)\rangle$ его насыщенным значением $\langle I^2 \rangle = 2$. Несложные выкладки с учетом этих допущений приводят к следующему выражению:

$$J(0) = \frac{6a(0)\, l^{1/3}\, \Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}{p C_\varepsilon^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt[5]{1 + (k^2/2) D(l) L}}\right].$$

Отсюда видно, что в случае $l \gg l_0$ при аппроксимации $D(\rho) \sim \rho^{5/3}$ лучевая интенсивность рассеяния строго назад $J(0)$ не только замедляет свой рост с увеличением L, но и насыщается при $\rho_к(L) \ll l$ к значению $J(0) \sim a(0) l^{1/3}/C_\varepsilon^2$. Заметим, однако, что указанное насыщение имеет место только при $l_0 \ll \rho_к(L) \ll l$. При дальнейшем увеличении толщины слоя L, когда $l_0 \gtrsim \rho_к(L)$, необходимо пользоваться аппроксимацией $D(\rho) = D\rho^2$, и $J(0)$ возрастает по указанному выше логарифмическому закону.

Обсудим теперь асимптотическое поведение лучевой интенсивности обратного рассеяния при произвольных Ω, полагая, что практически на всей турбулентной трассе флуктуации интенсивности насыщены. Как известно из асимптотических решений уравнения (9) (см., например, [6]), в области насыщенных флуктуаций интенсивности комплексную амплитуду волны, распространяющуюся без отражений в турбулентной среде, можно приближенно считать гауссовой. Соответственно решение уравнения (9) в области насыщенных флуктуаций интенсивности приближенно можно заменить на

$$N(x, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\Omega}) = \left\{\exp\left[-\frac{k^2}{2}D(\boldsymbol{\rho})x\right] + \exp\left[-\frac{k^2}{4}\int_0^x [D(\boldsymbol{\rho}+\boldsymbol{\Omega}z) + D(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\Omega}z)]\,dz\right]\right\} e^{-ik(\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\Omega})}.$$

Таким образом, при обратном рассеянии от случайно-неоднородного слоя, практически на всей протяженности которого флуктуации интенсивности падающей волны насыщены, лучевую интенсивность обратного рассеяния можно приближенно записать в виде

$$J(\boldsymbol{\Omega}) = J_1(\boldsymbol{\Omega}) + J_2(\boldsymbol{\Omega}),$$

$$J_1(\boldsymbol{\Omega}) = \frac{k^2}{4}\int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} a(\boldsymbol{\rho}) \exp\left[-\frac{k^2}{2}D(\boldsymbol{\rho})x\right] e^{-ik(\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\rho})}\,d\boldsymbol{\rho},$$

$$J_2(\boldsymbol{\Omega}) = \frac{k^2}{4}\int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} a(\boldsymbol{\rho}) \exp\left\{-\frac{k^2}{4}\int_0^x [D(\boldsymbol{\rho}+\boldsymbol{\Omega}z) + D(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\Omega}z)]\,dz\right\} e^{-ik(\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\rho})}\,d\boldsymbol{\rho}. \quad (14)$$

Физический смысл $J_1(\boldsymbol{\Omega})$ и $J_2(\boldsymbol{\Omega})$ существенно различен. Член $J_1(\boldsymbol{\Omega})$ описывает лучевую интенсивность обратного рассеяния так, как если бы волна до и после обратного рассеяния распространялась по разным, статистически независимым неоднородностям. Член $J_2(\boldsymbol{\Omega})$ учитывает то, что волна до и после обратного рассеяния распространяется по одним и тем же неоднородностям, и ответствен за эффекты усиления обратного рассеяния.

Оценим вначале вклад $J_1(\boldsymbol{\Omega})$ и $J_2(\boldsymbol{\Omega})$ в лучевую интенсивность обратного рассеяния в случае $\rho_к(L) > l$. При этом, как видно из (14), $J_1(\boldsymbol{\Omega})$ равно лучевой интенсивности обратного рассеяния без учета рассеяния по направлению распространения падающей и рассеянной назад волн:

$$J_1(\boldsymbol{\Omega}) = \frac{k^2}{4}\tilde{a}(\boldsymbol{\Omega})L, \quad (15)$$

$J_2(\boldsymbol{\Omega})$, описывающий вклад в $J(\boldsymbol{\Omega})$ усиления обратного рассеяния, сравним с $J_1(\boldsymbol{\Omega})$ при $\Omega L < \rho_к(L)$, т. е. пока «разбегание» плоских волн на трассе длины L под углом Ω меньше $\rho_к(L)$. При выполнении условия $\Omega L \ll \rho_к(L)$ можно пренебречь непараллельностью падающей и рассеянной назад волн, тогда $J_2(\boldsymbol{\Omega}) = J_1(\boldsymbol{\Omega})$. При этом $J(\boldsymbol{\Omega})$

переходит в (12) с точностью до замены $\langle I^2 \rangle = 2$, $\tilde{a}(0)$ на $\tilde{a}(\mathbf{\Omega})$. При произвольных Ω и $l < \rho_к(L)$ $J_2(\mathbf{\Omega})$ можно записать в более простой, чем (14), форме:

$$J_2(\mathbf{\Omega}) = \frac{k^2}{4}\,\tilde{a}(\mathbf{\Omega}) \int\limits_0^L \exp\left[-\frac{k^2}{2}\int\limits_0^x D(\mathbf{\Omega}\,z)\,dz\right] dx.$$

Обсудим это выражение, считая для определенности $l_0 < l < \rho_к(L)$ и положив $D(\rho) = \pi p C_\varepsilon^2 \rho^{5/3}$. Тогда $J_2(\mathbf{\Omega})$ примет вид

$$J_2(\mathbf{\Omega}) = \frac{k^2}{4}\,\tilde{a}(\mathbf{\Omega}) \int\limits_0^L \exp\left(-\frac{3\pi p}{16}\,k^2 C_\varepsilon^2\,\Omega^{5/3}\,x^{8/3}\right) dx.$$

Отметим, что при любых фиксированных Ω и $L > x(\Omega)$, где $x(\Omega)$ определяется условием $\Omega x(\Omega) \sim \rho_к[x(\Omega)]$, величина $J_2(\mathbf{\Omega})$ насыщается и перестает зависеть от толщины слоя L. Причем насыщенное значение равно

$$J_2^*(\Omega) = \frac{3k^{1/4}}{32 C_\varepsilon^{3/4}\,\Omega^{5/8}} \left(\frac{16}{3\pi p}\right)^{3/8} \Gamma\left(\frac{3}{8}\right). \qquad (16)$$

Насыщение усиления лучевой интенсивности обратного рассеяния связано с тем, что при каждом данном Ω усиление обратного рассеяния происходит только в слое толщины $x(\Omega)$. Вне этого слоя волны, формирующие $J(\mathbf{\Omega})$, распространяются по различным неоднородностям и усиления обратного рассеяния не происходит.

Ширина $J_1(\mathbf{\Omega})$ (15) порядка $\Omega_1 \sim 1/kl$. В то же время область Ω, где $J_2(\Omega)$ еще сравнима по величине с $J_1(\mathbf{\Omega})$, порядка $\Omega_2 \sim \sim \rho_к(L)/L$. Это условие, с учетом условия насыщенности флуктуаций интенсивности $\rho_к \ll L/k\rho_к$ [6], принимает вид $\Omega_2 \ll 1/k\rho_к(L)$. Таким образом, когда $l < \rho_к(L)$, $\Omega_2 \ll \Omega_1$ и $J_2(\Omega)$ вносит пренебрежимо малый вклад в функцию когерентности обратного рассеяния по сравнению с $J_1(\mathbf{\Omega})$. Следовательно, пока $l < \rho_к(L)$, функция когерентности обратного рассеяния, согласно (15), практически равна

$$\Gamma(s) = \frac{k^2}{4}\,a(s)\,L,$$

т. е. совпадает с функцией когерентности обратного рассеяния без учета многократного рассеяния по направлению распространения волны.

Заметим, что в другом случае $l < \rho_к(L) < l_0$ все сделанные выше выводы остаются справедливыми, только изменяется форма функции $J_2^*(\mathbf{\Omega})$ (см. (16)), описывающей насыщение усиления лучевой интенсивности обратного рассеяния.

Рассмотрим теперь случай, когда $\rho_к(L) < l$. Обсудим здесь только функцию когерентности обратного рассеяния. Как и ранее, нетрудно показать, что и здесь $J_2(\mathbf{\Omega})$ сравнима по величине с $J_1(\mathbf{\Omega})$ лишь в области $\Omega < \rho_к(L)/L$, много меньшей ширины $J_1(\mathbf{\Omega})$, $\Omega_1 \sim \sim 1/k\rho_к(L)$, и поэтому $J_2(\mathbf{\Omega})$ не вносит заметного вклада в $\Gamma(s)$. Перейдя от $J_1(\mathbf{\Omega})$ (см. (14)) к функции когерентности обратного рассеяния, получим

$$\Gamma(s) = \frac{a(s)}{2D(s)}\left\{1 - \exp\left[-\frac{k^2}{2}\,D(s)\,L\right]\right\}. \qquad (17)$$

Отсюда видно, что, пока $s \ll \rho_к(L)$, функция когерентности обратного рассеяния совпадает с функцией когерентности, вычисленной в обычном борновском приближении. Если же $s \gg \rho_к(L)$, то ухудшение когерентных свойств волны за счет многократного рассеяния по направлению ее распространения до и после обратного рассеяния приводит к насыщению функции когерентности обратного рассеяния на уровень

$$\Gamma(s) = \frac{a(s)}{2D(s)}. \tag{18}$$

Насыщение функции когерентности при $s > \rho_к(L)$ объясняется тем, что в функцию когерентности вносят вклад только те рассеянные назад волны, радиус когерентности которых в точке рассеяния назад был больше s. Таким образом, при данном s функция когерентности формируется обратным рассеянием не от всего турбулентного слоя, а только от слоя, толщина которого $x(s)$ удовлетворяет условию $\rho_к(x) \sim s$, откуда $x(s) \sim 1/k^2 D(s)$.

В заключение обсудим условия применимости формул (17), (18). Первая из них справедлива, пока справедливо приближение однократного рассеяния назад: $k^2 a(0) L \ll 1$. Применимость же формулы (18) не ограничена, по-видимому, условием малости обратного рассеяния от всего турбулентного слоя. Действительно, из качественных соображений ясно, что многократно рассеянные назад волны в турбулентном слое от $x(s)$ до L имеют радиус когерентности, меньший s, и поэтому не дают вклада в $\Gamma(s)$. Поэтому условием применимости формулы (18) должно быть условие малости обратного рассеяния лишь в слое толщиной $x(s)$, т. е. условие $a(s)/D(s) \ll 1$. Другое условие применимости формулы (18) связано с использованным выше предположением о насыщенности флуктуаций интенсивности падающей волны практически по всей области, обратное рассеяние в которой формирует $\Gamma(s)$. Следовательно, формула (18) справедлива, если $\{x(s)/k\rho_к^2[x(s)]\} \gg 1$.

Автор благодарен А. Н. Малахову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кляцкин В. И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. — М.: Наука, 1975.
2. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 7, с. 1055.
3. Малахов А. Н., Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, **22**, № 11, с. 1324.
4. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 7, с. 1064.
5. Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, **21**, № 9, с. 1290.
6. Заворотный В. У., Кляцкин В. И., Татарский В. И — ЖЭТФ, 1977, 73, № 2 (8), с. 481.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 4 октября 1979 г.

ANALYSIS OF BACK SCATTERING IN A TURBULENT MEDIUM TAKING INTO ACCOUNT MULTIPLE SCATTERING IN THE DIRECTION OF PROPAGATION IN THE DIFFUSE APPROXIMATION

A. I. Saichev

Formulas have been derived for a single scattering of electromagnetic waves by small-scale component of random inhomogeneities of a medium taking into account multiple scattering in the direction of wave propagation by large scale components. Coherent component, coherent function and ray intensity of back scattering from a turbulent layer are calculated in the diffuse approximation. Mutual influence of amplification effects of the back scattering on the back scattering and losses of the wave coherence due to scattering by large scale random inhomogeneities are discussed.