

УДК 621.373.826

СПЕКТР ФУНКЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОЛЯ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

М. С. Белецкий, В. М. Булдаков, В. Л. Миронов

Рассчитан спектр функции когерентности пространственно-ограниченного лазерного пучка в условиях сильных флуктуаций интенсивности. Показано, что когда отношение внутреннего масштаба турбулентности к радиусу когерентности плоской волной велико, форма спектров для разных типов источников совпадает, а когда это отношение мало, появляются особенности поведения спектра, связанные с пространственной ограниченностью пучка.

Известно [1], что один из наиболее распространенных оптических способов определения параметров атмосферной турбулентности основан на регистрации турбулентных искажений пространственной когерентности поля лазерного пучка. Согласно [1, 2], по распределению средней интенсивности в фокальной плоскости приемной линзы, в условиях, когда это распределение совпадает со спектром функции когерентности поля освещающего ее пучка, можно определить значение структурной характеристики C_n^2 и величину внутреннего масштаба турбулентности l_0 , который существенно влияет на форму спектра когерентности в области высоких частот.

В работах [2, 3] расчет спектра функции когерентности проводился для неограниченной плоской волны, а в работе [4] рассчитывался спектр когерентности пространственно-ограниченного пучка. Однако расчет [4] был выполнен приближенно, а других, более строгих результатов к настоящему времени не было получено. В связи с этим, а также принимая во внимание, что при измерениях на длинных (порядка нескольких километров) приземных трассах обычно используются пространственно-ограниченные лазерные пучки, в настоящей работе на основе общего интегрального представления для функции взаимной когерентности поля второго порядка Γ_2 [1, 5-7] получены строгие асимптотические и численные оценки спектра функции Γ_2 пространственно-ограниченного пучка.

В условиях, когда приемная линза и источник помещены в случайно-неоднородную среду, распределение средней интенсивности в фокальной плоскости линзы, согласно формуле Дебая, определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}) \rangle = & \frac{1}{\lambda^2 F^2} \iint d^4 \rho, R \Gamma_2(X, \mathbf{R}, \rho) Q \left(\mathbf{R} + \frac{\rho}{2} \right) \times \\ & \times Q \left(\mathbf{R} - \frac{\rho}{2} \right) \exp \left(\frac{ik}{F} \mathbf{r} \rho \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, F и $Q(\rho)$ — фокусное расстояние и амплитудный множитель функции пропускания линзы соответственно, $\Gamma_2(X, \mathbf{R}, \rho)$ — функция взаимной когерентности поля падающей волны, X — длина трассы, \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения в фокальной плоскости линзы. Из работ [1, 5-7] для функции Γ_2 известно интегральное представление, которое в случае коллимированного частично-когерентного гауссова пучка имеет вид

$$\Gamma_2(X, R, \rho) = \frac{k^2 a^2}{4\pi X^2} \int d^2 \rho' \exp \left[\frac{ikR\rho'}{X} - \frac{(\rho - \rho')^2}{4a^2} \right] \times \left(1 + \frac{a^2}{\rho_k^2} \right) - \frac{k^2 a^2 \rho'^2}{4X^2} - D(X, \rho', \rho) \quad (2)$$

Здесь a — начальный радиус пучка, ρ_k — радиус когерентности источника, $\rho = \rho_1 - \rho_2$, $2R = \rho_1 + \rho_2$, ρ_1, ρ_2 — радиусы-векторы в плоскости линзы, функция $D(X, \rho', \rho)$ в случае спектральной плотности флуктуаций показателя преломления, учитывающей конечность внутреннего масштаба турбулентности $\Phi_n(\mathbf{x}) = 0,0197 C_n^2 l_0^{11/3} (\mathbf{x}l_0)^{-11/6} \times K_{-11/6}(\mathbf{x}l_0)$, согласно [1, 2], имеет вид

$$D(X, \rho, \rho') = \rho_0^{-5/3} \int_0^1 \left(\left[|\rho - \rho' (1 - \xi)|^2 + l_0^2 \right]^{5/6} - l_0^{5/3} \right) d\xi,$$

где $\rho_0 = (1,45 k^2 C_n^2 X)^{-3/5}$ — радиус когерентности неограниченной плоской волны при $\rho_0 \gg l_0$.

Подставляя формулу (2) в (1) и проводя интегрирование по переменной R (при этом для функции $Q(\rho)$ мы воспользуемся приближенной гауссовой аппроксимацией вида $Q(\rho) = \exp(-2\rho^2/a_L^2)$, где a_L — радиус линзы), получим

$$\langle I(r) \rangle = \frac{k^4 a^2 a_L^2}{64\pi^2 F^2 X^2} \iint d^4 \rho, t \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^1 \left(\left[|\rho - (1 - \xi)t|^2 + \gamma^{6/5} \right]^{5/6} - \gamma \right) d\xi + \frac{ik\rho_0}{2^{3/5} F} r\rho \right] \exp \left\{ -\frac{1}{2^{6/5}} \left[\frac{k^2 \rho_0^2}{4X^2} \left(a^2 + \frac{a_L^2}{4} \right) t^2 + \frac{\rho_0^2}{4a^2} \left(1 + \frac{a^2}{\rho_k^2} \right) (\rho - t)^2 + \frac{\rho_0^2}{a_L^2} \rho^2 \right] \right\}, \quad (3)$$

где параметр $\gamma = 2(l_0/\rho_0)^{5/3}$ совпадает со структурной функцией флуктуаций фазы плоской волны, вычисленной на разное, равном l_0 . В дальнейшем турбулентные условия распространения мы будем характеризовать параметром $q = X/k\rho_0^2$, который связан соотношением вида $q = 1,22 \beta_0^{12/5}$ с величиной $\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/5} X^{11/6}$, пропорциональной дисперсии разности фаз на разное, равном радиусу первой зоны Френеля, и рассмотрим условия сильных флуктуаций интенсивности ($q \gg 1$).

Согласно [2, 3] при приеме неограниченной плоской волны ($a \gg X/k\rho_0$, $q \gg 1$) распределение средней интенсивности в фокальной плоскости линзы совпадает со спектром функции Γ_2 при $a_L \gg \rho_0$. Следуя [8], при приеме одномодового пространственно-ограниченного пучка ($X/k\rho_0 \gg a \gg \rho_0$, $q \gg 1$) при $\rho_0 \gg l_0$ ($\gamma \ll 1$) это условие принимает вид

$$\frac{X}{k\rho_0} \gg a_L \gg \rho_0. \quad (4)$$

Нетрудно заметить, что условие (4) имеет ясный физический смысл. Согласно (4) средний размер фокального пятна, обусловленный дифракцией на масштабе когерентности поля падающей волны, $F/k\rho_0$ должен существенно превышать размер пятна, обусловленный дифрак-

цией на апертуре линзы, F/ka_L , и размер, обусловленный отличной от нуля в пределах линзы кривизной среднего фазового фронта волны, Fa_L/X . Кроме того, из (4) следует, что средний размер падающего на линзу, уширенного турбулентностью лазерного пучка ρ_b (согласно [1] при $q \gg 1$ $\rho_b \approx X/k\rho_0$) должен существенно превышать радиус приемной линзы ($\rho_b \gg a_L$).

В другом предельном случае — $\gamma \gg 1$, при $X/k\tilde{\rho}_0 \gg a \gg \tilde{\rho}_0$, $q \gg 1$ условие (4) принимает вид

$$\frac{X}{k\tilde{\rho}_0} \gg a_L \gg \tilde{\rho}_0, \quad (5)$$

где $\tilde{\rho}_0 = (6/5)^{1/2} \rho_0^{5/6} l_0^{1/6}$ — радиус когерентности плоской волны при $l_0 \gg \rho_0$.

Считая условия (4), (5) выполненными, в случае частично-когерентного источника ($a/\rho_k \neq 0$) дополним их неравенством $\rho_k \gg \rho_0$, ρ_0 . Тогда вторую экспоненту в подынтегральном выражении (3) можно разложить в ряд Тейлора в окрестности точки ρ , $t = 0$:

$$\begin{aligned} \exp \{ \quad \} = & 1 - \frac{1}{2^{6/5}} \left[\frac{k^2 \rho_0^2}{4X^2} \left(a^2 + \frac{a_L^2}{4} \right) t^2 + \frac{\rho_0^2}{4a^2} \times \right. \\ & \left. \times \left(1 + \frac{a^2}{\rho_k^2} \right) (\rho - t)^2 + \frac{\rho_0^2}{a_L^2} \rho^2 \right] + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Если в разложении (6) ограничиться первым членом разложения ($\exp \{ \quad \} = 1$), то из формулы (3) получим, что распределение средней интенсивности $\langle I(\mathbf{r}) \rangle$ не зависит от параметров источника (a, ρ_k) и приемника (a_L) и совпадает со спектром функции Γ_2 . При этом выражение для среднего потока мощности, прошедшего через узкую щель [1, 2], параллельную оси z ($\langle I(y) \rangle = \int dz \langle I(y, z) \rangle$), принимает вид

$$\begin{aligned} V(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{\langle I(\tilde{\mathbf{x}}) \rangle}{\langle I(0) \rangle} = & \int d^2 \rho \int_0^\infty d\eta \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^1 (|\eta \mathbf{n}_y - (1 - \xi) \rho|^2 + \right. \\ & \left. + \gamma^{6/5} \xi^{5/6} - \gamma) d\xi \right] \cos(\tilde{\mathbf{x}} \eta) \left\{ \int d^2 \rho \int_0^\infty d\eta \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^1 (|\eta \mathbf{n}_y - (1 - \xi) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \rho|^2 + \gamma^{6/5} \xi^{5/6} - \gamma) d\xi \right] \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\tilde{\mathbf{x}} = k\rho_0 y / 2^{3/5} F$, y — координата щели в фокальной плоскости, $\tilde{\mathbf{n}}_y$ — единичный вектор оси y .

В двух предельных случаях — $\gamma = 0$, $\tilde{\mathbf{x}} \gg 1$ и $\gamma \gg 1$ — из анализа общего выражения, получающегося при подстановке (6) в (3), можно строго показать, что при выполнении условий (4), (5) распределение $V(\tilde{\mathbf{x}})$ совпадает со спектром функции Γ_2 и следующими членами разложения (6) можно пренебречь.

Расчет спектра функции Γ_2 по формуле (7) проводился на ЭВМ. В расчетах использовалось прямоугольное корреляционное окно и окно Тьюки [9]. Результаты расчетов представлены на рис. 1. Здесь же кривыми I' и I'' изображены спектры, вычисленные по приближенным формулам работы [4].

В работе [4] расчет распределения $V(\tilde{x})$ проводился в пренебрежении флуктуациями амплитуды, с использованием для расчета фазовых флуктуаций волны концепции средних дифракционных лучей [10]. При выполнении условий (4), (5), когда распределение $\langle I(\mathbf{r}) \rangle$ определяется лишь величиной характерного масштаба изменения Γ_2 по разностной переменной, в [4] осуществлялась приближенная замена — $\Gamma_2(X, R, \rho) \approx \Gamma_2(X, 0, \rho)$, и для функции $\Gamma_2(X, 0, \rho)$ использовалось представление вида $\Gamma_2(X, 0, \rho)/\Gamma_2(X, 0, 0) = \exp\left[-\frac{1}{2}D_s(\rho)\right]$, где $D_s(\rho)$ — структурная функция фазы падающей на линзу волны.

С использованием указанных приближений в [4] было показано, что спектры функции когерентности плоской, сферической волн и пространственно-ограниченного пучка подобны и могут быть совмещены друг с другом при изменении на постоянную величину масштаба \tilde{x} . В частности, спектр пространственно-ограниченного пучка с параметром $ka^2/X \approx 1$ при $q = 10^2$ может быть получен из спектра плоской волны путем замены \tilde{x} на $2\tilde{x}$.

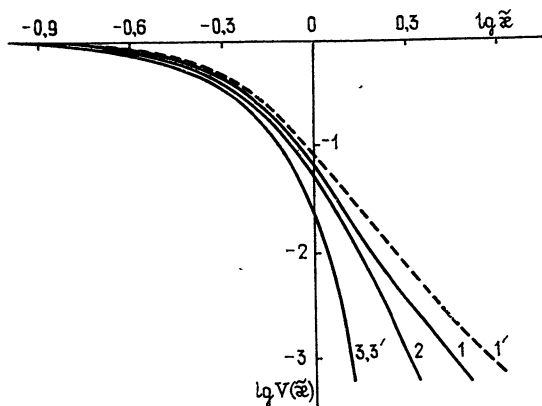


Рис. 1. Спектр функции когерентности пространственно-ограниченного лазерного пучка в условиях сильных флуктуаций интенсивности; $a/\rho_k = 0$, $ka^2/X = 1$, $q = 10^2$; 1–3 — результаты численных расчетов на основе общего интегрального представления (2) для функции Γ_2 : 1 — $\gamma = 0$, 2 — $\gamma = 1$, 3 — $\gamma = 10$; 1', 3' — приближенные результаты, соответствующие работе [4]: 1' — $\gamma = 0$, 3' — $\gamma = 10$.

Из результатов строгого численного расчета, приведенных на рис. 1, видно, что отмеченное в [4] подобие спектров имеет место не для всех значений параметра γ . В частности, если кривые 3 и 3' ($\gamma = 10$) совпадают, то при $\gamma = 0$ наблюдается значительное расхождение кривых. Спектр функции когерентности пространственно-ограниченного пучка (кривая 1) в области высоких частот убывает существенно быстрее, чем соответствующий ему, согласно [4], «эквивалентный» спектр плоской или сферической волн (кривая 1'). Это хорошо согласуется с возникающим в случае пространственно-ограниченного пучка ($X/k\rho_0 \gg a \gg \rho_0$, $q \gg 1$), в отличие от режимов плоской и сферической волн, изменением [11] вида функциональной зависимости от разности точек наблюдения модуля комплексной степени когерентности $\gamma(\rho)$.

Как отмечалось выше, в двух предельных случаях — $\gamma \gg 1$ и $\gamma = 0$, $\tilde{x} \gg 1$ — удается провести асимптотический анализ выражения, получа-

ющегося при использовании разложения (6) в (3). Так, при $\gamma \gg 1$, разлагая показатель первой экспоненты в подынтегральном выражении (3) по параметру γ^{-1} , после соответствующих вычислений получим

$$V(\tilde{x}) = \exp\left(-\frac{12}{5} \gamma^{1/5} \tilde{x}^2\right) \left[1 + O\left(\frac{\tilde{\rho}_0}{a}, \frac{\tilde{k}\rho_0 a}{X}, \frac{\tilde{k}\rho_0 a_L}{X}, \frac{\tilde{\rho}_0}{\rho_k}\right)\right]. \quad (8)$$

Отсюда видно, что при выполнении условия (5) распределение $V(\tilde{x})$ совпадает со спектром Γ_2 и следующими членами разложения (6) можно пренебречь. Кроме того, из (8) следует, что ширина спектра — средний размер изображения — в случае пространственно-ограниченного пучка оказывается в 2 раза меньше [12], чем в случае плоской волны, когда $V(\tilde{x}) = \exp\left(-\frac{3}{5} \gamma^{1/5} \tilde{x}^2\right)$ при $\gamma \gg 1$.

Другое асимптотическое представление функции $V(\tilde{x})$ можно получить при $\gamma = 0$, $\tilde{x} \gg 1$. Для этого необходимо применить интегрирование по частям по переменной ρ в формуле (3). При этом оказывается, что в случае пространственно-ограниченного пучка ($X/k\rho_0 \gg a \gg \rho_0$, $q \gg 1$) в области высоких частот ($\tilde{x} \gg 1$) имеет место зависимость $V(\tilde{x}) \sim \tilde{x}^{-3}$, в то время как в случае плоской ($a \gg X/k\rho_0$) и сферической ($a \ll \rho_0$) волн $V(\tilde{x}) \sim \tilde{x}^{-8/3}$.

Таким образом, из полученных результатов следует, что в случае пространственно-ограниченного пучка, так же как и в случае неограниченной плоской волны [2], поведение спектра функции когерентности в области высоких частот в условиях сильных флуктуаций интенсивности ($q \gg 1$) существенно зависит от величины параметра γ . Это позволяет определять значения внутреннего масштаба турбулентности l_0 путем лазерного просвечивания атмосферы, в том числе и в случае протяженных приземных трасс. При интерпретации результатов измерений спектров $V(\tilde{x}, \gamma)$, однако, следует иметь в виду, что форма спектров для разных типов источников совпадает лишь при больших значениях параметра γ ($\gamma \gg 1$), а при $\gamma \ll 1$ имеют место особенности поведения спектра, связанные с пространственной ограниченностью пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере.— М.: Наука, 1976.
2. Артемьев А. В., Гурвич А. С.—Изв. вузов — Радиофизика, 1971, 14, № 5, с. 734.
3. Денисов Н. Г., Татарский В. И.—Изв. вузов — Радиофизика, 1963, 6, № 3, с. 488.
4. Беленький М. С., Булдаков В. М. Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере.—Томск: 1977, с. 183.
5. Долин Л. С.—Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 6, с. 840.
6. Татарский В. И. Препринт ООФАГ АН СССР.—М., 1970.
7. Прохоров А. М., Бункин Ф. В., Гочелашвили К. С., Шишов В. И.—УФН, 1974, 114, № 3, с. 415.
8. Беленький М. С., Кон А. И., Миронов В. Л.—Квантовая электроника, 1977, 4, № 3, с. 517.
9. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Вып. 1.— М.: Мир, 1971.

10. Беленький М. С., Миронов В. Л. Тезисы докладов I Всесоюзного совещания по атмосферной оптике. — Томск: 1976, с. 138; Belen'kii M. S., Mironov V. L. — JOSA, 1980, 70, № 1, p. 159.
11. Беленький М. С., Миронов В. Л. Тезисы докладов V Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. — Томск: 1979, с. 84; Беленький М. С., Миронов В. Л. — Квантовая электроника, 1980, 7, № 5, с. 1042.
12. Beran M. J., Whitman A. M. — JOSA, 1971, 61, № 8, p. 1044.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР

Поступила в редакцию
2 января 1980 г.

SPECTRUM OF THE SPACE COHERENCE FUNCTION OF A LASER BEAM FIELD IN A TURBULENT ATMOSPHERE

M. S. Belen'kii, V. M. Buldakov, V. L. Mironov

A spectrum of the coherence function of a space-limited laser beam is calculated under the condition of strong intensity fluctuations. It is shown that when the relation between the internal scale of turbulence and the radius of coherence of a plane wave is large, the form of spectra for different types of sources coincide. When this relation is small peculiarities of the spectrum behaviour occur associated with space limitation of a beam.

В Институте прикладной физики АН СССР издан сборник «Спектральные исследования космического и атмосферного излучения». В него входят несколько обзорных и оригинальных статей, посвященных исследованиям радионизлучения галактических туманностей в континууме и в линиях (рекомбинационных и молекулярных), а также исследованиям теллурических радиолиний примесных газов атмосферы (O_3 , CO , N_2O и др.). Представлены результаты лабораторных исследований вращательного спектра озона в основном и наинищем возбужденном колебательном состоянии и описан высокочувствительный спектроскоп, использовавшийся для этих исследований. Статьи содержат богатый справочный материал.

Заказы на сборник можно направлять по адресу:
603600, Горький, ул. Ульянова, 46, Институт прикладной физики АН СССР,
Городецкой Н. А.