ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 10 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 535.41

О ВЗАИМОСВЯЗИ КОГЕРЕНТНЫХ СВОЙСТВ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ С ИХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

Г. А. Пасманик, В. Г. Сидорович

Выведены формулы, связывающие функцию когерентности световой волны и видность интерференционных полос в опыте Юнга с распределениями полей составляющих эту волну пространственно-когерентных мод и величинами их энергий. Показано, что при большом числе N мод и расстоянии между точками, существенно превышающем периоды осцилляции полей большинства из этих мод в рассматриваемой плоскости, взаимная когерентность световых колебаний в указанных точках почти не зависит от расстояния между ними и в среднем равна $1/2\sqrt{N}$. Если число $N(\tau)$ когерентных мод, необходимых для исчерпывающего описания светового поля в течение некоторого интервала времени τ, составляет величину, не превышающую нескольких единиц, то на этом интервале поле способно образовывать достаточно высококонтрастную интерференционную картину, даже если длительность τ существенно больше интервала $1/\Delta\omega$ постоянства фазы световых колебаний На примере ВРМБ рассмотрена взаимосвязь $N(\tau)$ и эффективности стимулируемых интерференцией световых волн нелинейных оптических процессов с временем релаксации $\tau_р \sim \tau$.

1. Общепринято когерентные свойства линейно-поляризованного электрического поля $E(\boldsymbol{r}_\perp, t)$ в поперечном сечении светового пучка характеризовать такими параметрами, как функция когерентности γ и видность интерференционных полос V в опыте Юнга [1]:

$$\gamma = \frac{\widetilde{E(\boldsymbol{r}_{\perp 1}, t) E^*(\boldsymbol{r}_{\perp 2}, t)}}{[\widetilde{|E(\boldsymbol{r}_{\perp 1}, t)|^2}\, \widetilde{|E(\boldsymbol{r}_{\perp 2}, t)|^2}]^{1/2}}; \tag{1}$$

$$V = \frac{\tilde{I}_{\max} - \tilde{I}_{\min}}{\tilde{I}_{\max} + \tilde{I}_{\min}}, \tag{2}$$

где $\tilde{I}_{max}$ и $\tilde{I}_{min}$ — максимальная и минимальная освещенности интерференционных полос, пропорциональные соответствующим значениям средней (за время измерения) интенсивности излучения в фокальной плоскости линзы, расположенной за двумя отверстиями, пропускающими световую волну в точках с поперечными координатами $\boldsymbol{r}_{\perp 1}$ и $\boldsymbol{r}_{\perp 2}$, волнистая линия означает операцию интегрирования $\int\limits_{-\tau/2}^{\tau/2} dt \times \ldots$, τ — время усреднения, меньшее или равное длительности светового импульса $t_и$.

Полная пространственная когерентность ($|\gamma| = 1$), как известно, соответствует такому излучению, у которого во всех точках поперечного сечения пучка поле E световой волны изменяется синфазно, т. е. в плоскости наблюдения $z = 0$ (z — продольная координата) оно представимо в факторизованном виде:

$$E_ф(\boldsymbol{r}_\perp, t, 0) = e(t) \mathscr{E}(\boldsymbol{r}_\perp, 0). \tag{3}$$

Если же соотношение (3) не имеет места, то $|\gamma| < 1$.

Настоящая работа посвящена вопросу о том, каким образом уменьшение параметров $|\gamma|$ и V, наблюдаемое в интерференционных экспериментах, связано с отличием вида поля E от факторизованного представления (3).

2. На интервале времени наблюдения τ представим поле $E(\boldsymbol{r}_\perp, t, 0)$ в плоскости $z=0$ в виде суммы факторизованных когерентных мод — произведений ортогональных по пространственным и временным координатам функций $e_k(t)$ и $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, 0)$ (разложение Карунена — Лоэва) [2]:

$$E(t, \boldsymbol{r}_\perp, 0) = \sum_{k=1}^{N} \lambda_k e_k(t) \mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, 0), \tag{4}$$

где

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathscr{E}_k \mathscr{E}_m^* d^2\boldsymbol{r}_\perp = \delta_{km}, \qquad \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e_k(t) e_m^*(t) dt = \delta_{km}. \tag{5}$$

Для заданного интервала времени τ и заданной функции $E(\boldsymbol{r}_\perp, t, 0)$ разложение (4) является единственным: в нем к новому базису e_k' и $\mathscr{E}_k'$ могут быть преобразованы лишь члены с одинаковыми «энергиями» $w_k = |\lambda_k|^2$ [4].

Удобным способом получения разложения (4) (на него внимание авторов обратил В. П. Козлов) является решение задачи на собственные значения для самосопряженного оператора с ядром [3]

$$K(t, t') = \int_{-\infty}^{\infty} E(t, \boldsymbol{r}_\perp, 0) E^*(t', \boldsymbol{r}_\perp, 0) d^2\boldsymbol{r}_\perp .$$

При этом роль $e_k(t)$ и w_k будут играть нормированные собственные функции и собственные значения указанного оператора, а функции $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r})$ выразятся следующим образом:

$$\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, 0) = \mathrm{const} \int_{-\infty}^{\infty} E(t, \boldsymbol{r}_\perp, 0) e_k^*(t) dt,$$

где значение постоянной определяется из условия нормировки.

В квазиоптическом приближении разложение (4) и соотношения (5) сохраняют свой вид и при $z > 0$, по крайней мере вплоть до значений продольной координаты $z \leqslant (\Delta k \Theta^2)^{-1}$, поскольку в этом случае разность хода приосевых лучей $z\Theta^2$ не превышает длину когерентности $(\Delta k)^{-1}$, где $\Delta k = \Delta\omega/v$, $\Delta\omega$ и Θ — соответственно ширина временного спектра и расходимость волны, v — скорость света. В сказанном легко убедиться, если для $z > 0$ в (4) и (5) $e_k(t, 0)$ и $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, 0)$ заменить новыми ортогональными функциями $e_k(\eta, z)$ и $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, z)$, являющимися для среды с распределением диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon(\boldsymbol{r}_\perp, z)$ решениями уравнений

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i(\partial v/\partial\omega)_{\omega=\bar\omega}}{2} \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right] e_k(\eta, z) = 0,$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2\bar k}\Delta_\perp + \frac{i\bar k \Delta\varepsilon}{2\varepsilon_0}\right) \mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, z) = 0 \tag{6}$$

с граничными условиями $e_k(\eta, 0)$ и $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, 0)$ $\left(\eta = t - \frac{z}{v},\ \bar k = \bar\omega/v -\right.$ — продольное волновое число, $\left.\bar\omega \text{ — средняя частота}\right)$, Важно подчеркнуть, что если пространственно-неоднородная часть диэлектрической проницаемости $\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r}_\perp)$ изменяется во времени или, например, параметр $(\partial v/\partial\omega)_{\omega=\bar{\omega}}$, определяющий дисперсию среды, изменяется в пространстве, то разложение (4) не сохраняет свой вид при $z > 0$, в частности, пространственно-когерентное излучение (3) перестает быть таковым по мере его распространения в среде.

Найдем, каким образом в квазиоптическом приближении значения $|\gamma|$ и V выражаются через «энергии» w_k и «орты» $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, 0)$.

Подставляя (4) в (1) с учетом (5), получим

$$\gamma = \frac{\sum\limits_{k=1}^{N} w_k \mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 1}, 0)\mathscr{E}_k^*(\boldsymbol{r}_{\perp 2}, 0)}{\left[\sum\limits_{k=1}^{N} w_k |\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 1}, 0)|^2 \sum\limits_{k=1}^{N} w_k |\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 2}, 0)|^2\right]^{1/2}}. \tag{7}$$

Интересно отметить, что аналогичная формула получена в работе [6] путем диагонализации матрицы интенсивности. Для расчета V предположим, что распределение поля световой волны в плоскости $z = 0$ промодулировано непрозрачным экраном с двумя малыми (в масштабе неоднородностей поля) отверстиями с центрами в точках $\boldsymbol{r}_{\perp 1}$ и $\boldsymbol{r}_{\perp 2}$. После пересчета поля в фокальную плоскость расположенной за экраном линзы находим ($z = F$ — фокальное расстояние линзы):

$$E(\eta, \boldsymbol{r}_\perp, z) = \sum_{\alpha=1}^{2}\sum_{k=1}^{N} e_k(\eta)\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha}, 0)s_\alpha \exp\left[-\frac{ik}{2F}(\boldsymbol{r}_\perp - \boldsymbol{r}_{\perp\alpha})^2 + \frac{ik}{2F}\boldsymbol{r}_{\perp\alpha}^2\right],$$

где s_α — радиус отверстия (в дальнейшем считаем $s_1 = s_2$). Подставляя это значение в выражение (2), окончательно получим

$$V = \frac{2\left|\sum\limits_{k=1}^{N} w_k \mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 1}, 0)\mathscr{E}_k^*(\boldsymbol{r}_{\perp 2}, 0)\right|}{\sum\limits_{k=1}^{N} w_k |\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 1}, 0)|^2 + \sum\limits_{k=1}^{N} w_k |\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 2}, 0)|^2}. \tag{8}$$

Из (7) и (8) легко видеть, что $|\gamma|$ и V связаны обычным соотношением [1]

$$V = 2\frac{[\tilde{I}(\boldsymbol{r}_{\perp 1})\tilde{I}(\boldsymbol{r}_{\perp 2})]^{1/2}}{\tilde{I}(\boldsymbol{r}_{\perp 1}) + \tilde{I}(\boldsymbol{r}_{\perp 2})}|\gamma|, \tag{9}$$

где $\tilde{I}(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha}) = \sum\limits_{k=1}^{N} w_k |\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha}, 0)|^2$. При $\boldsymbol{r}_{\perp 1} \to \boldsymbol{r}_{\perp 2}$ значения $|\gamma|$ и V, как и следовало ожидать, стремятся к единице.

3. При выводе (7) и (8) использована только ортогональность функций $e_k(t)$ и нигде не учитывалась ортогональность функций $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp, 0)$. Поэтому данные формулы справедливы при разложении поля E по любому набору ортогональных функций e_k', не обязательно совпадающих с e_k. Однако характерное число членов, входящих в разложение, представленное формулой (4), будет минимально лишь при таком выборе e_k, при котором функции $\mathscr{E}_k$ будут взаимно ортогональны на плоскости (см. [2, 4, 5]).

При статистической обработке выражений (7) и (8) с целью определения моментов $|\gamma|$ и V предположим, что значения $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})$ и $\mathscr{E}_m(\boldsymbol{r}_{\perp\beta})$

при $k \neq m$ или (и) $\alpha \neq \beta$ являются статистически независимыми знакопеременными случайными величинами, подчиняющимися нормальному закону с равновероятным распределением фазы в интервале $(0, 2\pi)$, так что при усреднении их произведений по ансамблю измерений (сплошная линия сверху) можно считать

$$\overline{\mathscr{E}_{k_1}(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})\mathscr{E}^*_{k_2}(\boldsymbol{r}_{\perp\beta})\mathscr{E}^*_{m_1}(\boldsymbol{r}_{\perp\gamma})\mathscr{E}_{m_2}(\boldsymbol{r}_{\perp\delta})} = \overline{\mathscr{E}_{k_1}(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})\mathscr{E}^*_{k_2}(\boldsymbol{r}_{\perp\beta})} \times$$
$$\times \overline{\mathscr{E}^*_{m_1}(\boldsymbol{r}_{\perp\gamma})\mathscr{E}_{m_2}(\boldsymbol{r}_{\perp\delta})} + \overline{\mathscr{E}_{k_1}(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})\mathscr{E}^*_{m_1}(\boldsymbol{r}_{\perp\gamma})}\;\overline{\mathscr{E}^*_{k_2}(\boldsymbol{r}_{\perp\beta})\mathscr{E}_{m_2}(\boldsymbol{r}_{\perp\delta})}, \tag{10а}$$

где

$$\overline{\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})\mathscr{E}^*_m(\boldsymbol{r}_{\perp\beta})} = \overline{|\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})|^2}\,\delta_{km}\delta_{\alpha\beta}. \tag{10б}$$

Условие (10а) выполняется, если, например, волна $E(\boldsymbol{r}_\perp, t, 0)$ сформирована из N одномодовых световых пучков с различными частотами, каждый из которых сначала пропускается через свою фазовую пластинку (ФП), приводящую к случайной модуляции поля на масштабе ρ, существенно меньшем радиуса пучка r, а затем замешивается с другими в дальней зоне или на общей ФП.

Для приближенного выполнения (10а) достаточно, чтобы характерное число наиболее интенсивных членов $N_{\text{эфф}}$ в разложении (4) было значительно больше единицы и расстояние между точками $\boldsymbol{r}_{\perp 1}$, $\boldsymbol{r}_{\perp 2}$ существенно превышало интервалы постоянства знака ρ_k большинства ортогональных функций $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp)$, входящих в (4) (под интервалом постоянства знака, вообще говоря, комплексной функции здесь подразумевается наибольший в области определения функции линейный интервал, на котором ее фаза изменяется менее, чем на $\pi/2$). При $|\boldsymbol{r}_{\perp 1} - \boldsymbol{r}_{\perp 2}| \gg \rho$, где $\rho = \max_k \{\rho_k\}$, моменты величин $|\gamma|$ и V перестают зависеть от расстояния между выбранными точками $\boldsymbol{r}_{\perp 1}$, $\boldsymbol{r}_{\perp 2}$ и стремятся к пределам $\overline{|\gamma|^n_{\text{пр}}}$, $\overline{V^n_{\text{пр}}}$, определяемым только характерным числом членов $N_{\text{эфф}}$.

Найдем значения указанных пределов, учитывая, что при сделанных выше предположениях параметр

$$y(\alpha, \beta) = \sum_{k=1}^{N} w_k \mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})\mathscr{E}^*_k(\boldsymbol{r}_{\perp\beta}) \tag{11}$$

представляет сумму большого числа независимых случайных величин. Флуктуации $y(\alpha, \alpha)$, как легко видеть, относительно малы, и поэтому в выражениях для $|\gamma|$ и V можно приближенно заменить $y(1, 1)$ и $y(2, 2)$ на $\overline{y(1, 1)} = \tilde{I}(\boldsymbol{r}_{\perp 1})$ и $\overline{y(2, 2)} = \tilde{I}(\boldsymbol{r}_{\perp 2})$.

Для расчета величины $\overline{|y(1, 2)|^n}$ воспользуемся тем, что при $N \gg 1$ ансамбль значений $y(1, 2)$ в соответствии с центральной предельной теоремой распределен по нормальному закону. Тогда значения $|y(1, 2)|$ распределены по рэлеевскому закону (см. [5])

$$f(|y(1, 2)|) = \frac{|y(1, 2)|}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{|y(1, 2)|^2}{2\sigma^2}\right), \tag{12}$$

где

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}\overline{|y(1, 2)|^2} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} w_k^2 \overline{|\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 1})|^2}\;\overline{|\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp 2})|^2}.$$

Учитывая, что

$$\overline{|y(1,2)|^n} = \int |y(1, 2)|^n f(|y(1, 2)|)\,d|y(1, 2)| = \left(\frac{n}{2}\right)!\left(\sqrt{2\sigma^2}\right)^n,$$

получим:

$$\overline{|\gamma|^n_{\text{пр}}} = \frac{(n/2)!\,(2\sigma^2)^{n/2}}{[\overline{\tilde{I}}(\boldsymbol{r}_{\perp 1})\,\overline{\tilde{I}}(\boldsymbol{r}_{\perp 2})]^{n/2}}, \quad \overline{V^n_{\text{пр}}} = \frac{2^n\,(n/2)!\,(2\sigma^2)^{n/2}}{[\overline{\tilde{I}}(\boldsymbol{r}_{\perp 1}) + \overline{\tilde{I}}(\boldsymbol{r}_{\perp 2})]^n}. \tag{13}$$

При $\overline{|\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})|^2} \approx U(\boldsymbol{r}_{\perp\alpha})$ (т. е. когда все когерентные моды имеют одинаковые огибающие интенсивностей) формулы (13) упрощаются:

$$\overline{|\gamma|^n_{\text{пр}}} = \left(\frac{n}{2}\right)!\,N_{\text{эфф}}^{-n/2}, \quad \overline{V^n_{\text{пр}}} = \left[\frac{2\sqrt{U(\boldsymbol{r}_{\perp 1})\,U(\boldsymbol{r}_{\perp 2})}}{U(\boldsymbol{r}_{\perp 1}) + U(\boldsymbol{r}_{\perp 2})}\right]^n \left(\frac{n}{2}\right)!\,N_{\text{эфф}}^{-n/2}, \tag{14}$$

где введено эффективное число членов разложения (4), определяемое формулой

$$N_{\text{эфф}} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{N} w_k}{\langle w_k \rangle} = \frac{\left(\sum\limits_{k=1}^{N} w_k\right)^2}{\sum\limits_{k=1}^{N} w_k^2}. \tag{15}$$

Здесь $\langle w_k \rangle = \sum\limits_{k=1}^{N} w_k^2 / \sum\limits_{k=1}^{N} w_k$ — средняя «энергия», приходящаяся на один член в разложении (4).

Подставляя в (14) $n = 1$ и $n = 2$, находим

$$\overline{|\gamma|}_{\text{пр}} = \frac{1}{2\sqrt{N_{\text{эфф}}}}, \quad \overline{|\gamma|^2_{\text{пр}}} = \frac{1}{N_{\text{эфф}}}, \quad \frac{\Delta\gamma}{\overline{|\gamma|}_{\text{пр}}} = \sqrt{3}, \tag{16}$$

где $\Delta\gamma = \left(\overline{|\gamma|^2_{\text{пр}}} - \overline{|\gamma|}^2_{\text{пр}}\right)^{1/2}$.

Как видно из проведенного рассмотрения, при выполнении условия (10а) значения $\overline{|\gamma|}_{\text{пр}}$ и $\overline{V}_{\text{пр}}$ уменьшаются по закону $N_{\text{эфф}}^{-1/2}$ с ростом характерного числа членов $N_{\text{эфф}}$ в разложении (4). Этот результат можно пояснить следующим образом. В опыте Юнга каждая пространственно когерентная мода, соответствующая одному факторизованному члену в разложении (4), создает интерференционную картину с контрастом 100% при равных интенсивностях ее поля в обоих отверстиях используемого экрана. Фазы таких картин при сделанных предположениях случайны .Поэтому амплитуда модуляции средней (за время измерения) освещенности суммарной интерференционной картины $\sim N_{\text{эфф}}^{1/2}$. В то же время постоянная составляющая освещенности этой картины пропорциональна $N_{\text{эфф}}$. Так как межмодовая интерференция несущественна в силу ортогональности временных зависимостей различных мод на интервале времени измерения, то контраст результирующей интерференционной картины $\sim N_{\text{эфф}}^{-1/2}$. Множитель $^1/_2$ в формуле для $\overline{|\gamma|}_{\text{пр}}$ появляется из-за того, что интенсивность поля пространственно когерентной моды, вообще говоря, различна в отверстиях используемого экрана.

4. Эффективное число членов $N_{\text{эфф}}$ в разложении (4) в общем случае зависит от времени измерения τ, совпадающего при регистрации $|\gamma|$ и V с помощью фотопленки с длительностью светового импульса. Например, для предельного случая теплового излучения с расходимостью Θ, существенно превышающей дифракционную $\Theta_{\text{д}} \approx \dfrac{2}{\overline{k}r}$

(r — радиус пучка), и шириной спектра $\Delta\omega$, много большей обратной длительности импульса $1/t_и$, характерное число членов $N_{эфф}$ максимально и определяется как $\min\left(\frac{\Theta^2}{\Theta_д^2}, \Delta\omega t_и\right)$. Ясно, что при $t_и < t^* = \left(\frac{\Theta}{\Theta_д}\right)^2 \Delta\omega^{-1}$ величина $N_{эфф} = \Delta\omega t_и$. Если воспользоваться формулой (16), то получим, что

$$\overline{|\gamma|_{пр}} = \frac{1}{2}(\Delta\omega t_и)^{-1/2} \qquad (17)$$

спадает с увеличением длительности импульса. Однако при $t_и > t^*$ значение $\overline{|\gamma|_{пр}} \approx \frac{\Theta_д}{2\Theta}$ перестает зависеть от длительности импульса, потому что поперечное распределение поля E в моменты $t > t^*$ с достаточно хорошей точностью может быть разложено по поперечным структурам этого поля, представленным в предшествующие моменты времени $t \leqslant t^*$ и исчерпавшим все пространственные степени свободы поля с расходимостью Θ в апертуре, соответствующей дифракционной расходимости $\Theta_д$. В этом смысле значение t^* является временем переходного процесса, по истечении которого формируется стационарное число членов $N_{эфф}$, определяющее величины $\overline{|\gamma|_{пр}}$ и $\overline{V}_{пр}$, соответствующие $|\boldsymbol{r}_{\perp 1} - \boldsymbol{r}_{\perp 2}| \gg \rho$.

Отметим, что при $\Delta_{12} = |\boldsymbol{r}_{\perp 1} - \boldsymbol{r}_{\perp 2}| \lesssim \rho$ величины $\overline{|\gamma|_{пр}}$ и $\overline{V}_{пр}$ определяются не только $N_{эфф}$, но и соотношением между числами n_1 и n_2 слагаемых $e_k(t)\,\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp)$ в (4), для которых Δ_{12} соответственно меньше или больше интервала их знакопостоянства ρ_k. Это объясняется тем, что члены с $\rho_k > \Delta_{12}$ дают в числителях (7) и (8) слагаемые с почти одинаковыми, а не случайными фазами. Сумма таких слагаемых $\sim n_1$ при $w_k \approx \text{const}$. Сумма же слагаемых, для которых $\rho_k \ll \Delta_{12}$, составляет $\sim \sqrt{n_2}$. Поэтому формулы (16) приближенно справедливы при $\Delta_{12} < \rho$, если $n_1 \ll \sqrt{n_2}$.

Рассмотрим, например, случай, когда поле $E(\boldsymbol{r}_\perp, t, 0)$ задано на апертуре $L \times L$ и имеет N примерно равных по энергии мод $\mathscr{E}_k(\boldsymbol{r}_\perp) = \frac{4}{L^2}\sin\left(k\frac{2\pi}{L}x\right)\sin\left(k\frac{2\pi}{L}y\right)$, где x, y — поперечные координаты. При этом $\rho_k \approx \frac{L}{2k}$ $(k \neq 0)$, $n_1 \approx \frac{L}{2\Delta_{12}}$, $n_2 \approx N - n_1$. Условие, при котором приближенно справедливо (16), в этом случае имеет вид

$$\Delta_{12} \gg \frac{L}{2\sqrt{N}} \approx \sqrt{\rho_N L/2}\,.$$

Если же $\Delta_{12} < \rho_N$, то $\overline{|\gamma|_{пр}} \approx \overline{V}_{пр} \approx 1$, так как интерференционные картины всех когерентных мод, составляющих поле E, имеют в центре плоскости наблюдения одинаковую фазу.

Для излучения с произвольной (не обязательно соответствующей тепловому излучению) статистикой также можно ввести время формирования t^* стационарного числа членов в разложении вида (4). В общем случае число членов $N_{эфф}$ будет, очевидно, меньше, чем $\min(\Theta^2/\Theta_д^2, \Delta\omega t_и)$. Поскольку в течение времени t^* были представлены все поперечные структуры, входящие в разложение поля E, и число этих структур определяется значением $N_{эфф}$, то характерный масштаб времени

$t_0 \approx t^*/N_{эфф}$ дает среднее время «существования» одной структуры. На интервале времени $\sim t_0$ поле E приближенно представимо в факторизованном виде $e(t)\mathscr{E}(\mathbf{r}_\perp, z)$, причем конкретный вид функций e и $\mathscr{E}$ зависит от текущего момента времени t. Если при этом $t_0 \gg \frac{1}{\Delta\omega}$, то время, в течение которого сфазированы световые колебания по сечению пучка, существенно превышает интервал стабильности их фаз в каждой точке.

5. В соответствии со сказанным выше факторизуемость поля в течение некоторого времени $t_0 \gg \frac{1}{\Delta\omega}$ («динамическая» когерентность поля) характеризует его способность создавать высококонтрастную интерференционную картину, стабильную в течение указанного времени. Поэтому вполне естественной представляется взаимосвязь величины $\overline{|\gamma|_{пр}}$, введенной для интервала времени усреднения τ, вообще говоря, меньшего $t_и$, с эффективностью возбуждения стимулируемых интерференцией светового поля физических процессов, имеющих время релаксации $\tau_р \sim \tau$.

Проследим эту взаимосвязь на примере процесса вынужденного рассеяния Мандельштама — Бриллюэна (ВРМБ), вызываемого, как известно, отражением падающего на вещество светового импульса от гиперзвуковых волн, усиленных в результате интерференции возбуждающего и стоксова полей. Роль $\tau_р$ в данном случае играет время установления гиперзвуковых колебаний в объеме среды.

Допустим, что в разложении (4), соответствующем интервалу времени $\tau \approx \tau_р$, присутствуют $N_{эфф}$ членов с близкими значениями w_k. Тогда при $t^* \ll \tau_р$ и $t_и > \tau_р$ для излучения с угловым спектром, равномерно распределенным в интервале $\Theta > \Theta_д \Delta\omega\tau_р$, порог ВРМБ увеличивается примерно в $N_{эфф}$ раз по сравнению с порогом для излучения, обладающим «динамической» когерентностью в течение интервала $\tau_р$ [4]. Это объясняется тем, что при ВРМБ подобного излучения запись гиперзвуковых решеток $\mathscr{E}_k\mathscr{E}_m$ (так же, как и рассеяние на них) с участием любых пар из рассматриваемой совокупности ортогональных компонент накачки ($e_k\,\mathscr{E}_k$) и стоксовой волны ($e_k\mathscr{E}_m^*$) происходит независимо. Поскольку на интервале $\sim \tau_р$ все $N_{эфф}$ когерентных мод существуют одновременно, то мощность накачки, участвующая в возбуждении отдельной решетки, оказывается в $N_{эфф}$ раз меньшей суммарной мощности всех компонент $\frac{1}{\tau}\sum_{k=1}^{N} w_k$. Отсюда следует, что отношение измеренной пороговой мощности ВРМБ $\tilde{I}_п$ к пороговой мощности $I_п$, характерной для излучения, когерентного на масштабе времени $\sim \tau_р$, позволяет оценить величину $\overline{|\gamma|_{пр}}$ при $\Delta_{12} \gg \rho$ по формуле $\overline{|\gamma(\tau_р)|_{пр}} \approx \approx \frac{1}{2}\sqrt{\frac{I_п}{\tilde{I}_п}}$. Эта оценка представляет интерес в условиях, когда прямое измерение $\overline{|\gamma(\tau_р)|_{пр}}$ практически затруднено, например, из-за отсутствия фотоматериалов, чувствительных к исследуемому излучению, или затворов, обеспечивающих время экспозиции $\tau_р$.

Обсудим теперь особенности изменения функции когерентности при нелинейном преобразовании оптического излучения за счет ВРМБ. Из результатов работы [4] вытекает, что при падении световой волны вида (4) с шириной спектра $\Delta\omega \gg \tau_р^{-1}$ на ВРМБ-зеркало с временем релаксации, меньшем или сравнимым с длительностью импульса, в обратном направлении отражается волна, состоящая только из компонент, входящих в разложение (4), мощность которых превышает порог ВРМБ. Отсюда, в соответствии с (16), следует, что в отраженном обратном стоксовом излучении значение функции когерентности, вообще говоря, выше, чем в падающем. В прошедшем через кювету излучении, наоборот, функция когерентности может уменьшиться, поскольку мощность наиболее интенсивных компонент в разложении (4) для волны накачки падает до порогового уровня вследствие перерассеяния этих компонент во встречную стоксову волну, и $N_{\text{эфф}}$ возрастает за счет увеличения относительной доли более слабых компонент.

Возможность отделения с помощью ВРМБ одной, наиболее интенсивной составляющей в разложении (4) от других, менее мощных, компонент может быть использована, в принципе, для извлечения информации, содержащейся в многомодовой многочастотной световой волне. Для этого подлежащее анализу излучение должно быть пропущено, например, через последовательность резонаторов, зеркала которых отражают с обращением волнового фронта стоксову волну, возбуждаемую в расположенной внутри резонатора ВРМБ-кювете. Если в каждом из таких резонаторов порог ВРМБ превышен только для одной, наиболее мощной когерентной моды, то в них произойдет поочередная селекция всех таких мод, т. е. мы получим принципиальную возможность непосредственно наблюдать все когерентные составляющие, входящие в разложение (4). В заключение подчеркнем, что в подобном эксперименте осуществима селекция компонент светового поля не по их способности образовывать интерференционные структуры заранее определенного вида, как, например, в спектральных приборах типа интерферометров или решеток, а по признаку пространственно-временной стабильности интерференционных картин, естественно присущих факторизованным компонентам.

Авторы благодарны В. П. Козлову за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики — М.: Наука, 1970.
2. К. Фу. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин — М.: Наука, 1971.
3. Ф. Р. Гантмахер. Теория матриц — М., Гостехиздат, 1954.
4. В. И. Беспалов, В. Г. Манишин, Г. А. Пасманик. — ЖЭТФ, 1979, 77, № 5(11), с. 1756.
5 С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1966.
6. Gamo H.— In. Progress in Optics. / Ed. E. Wolf.— Amsterdam: North-Holland, 1964, —v. 3, p. 226.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
15 августа 1979 г.

INTERRELATION BETWEEN COHERENT PROPERTIES OF LIGHT BEAMS AND SPACE-TIME STRUCTURE

G. A. Pasmanik, V. G. Sidorovich

Formulars are derived which relate the coherent function of a light wave and the visibility of interference fringes in Young's experiment with the field distributions, the number of space-coherent modes in the given light wave and their energy values. It is shown, that a mutual coherence of the light oscillations in two points does not depend on the distance between them and its average value is equal to $1/2\sqrt{N}$ if the mode number N is high and the distance between the points is essensially larger than the oscillation periods of the majority of this modes in the given plane. By an example of Mandel'shtam — Brillouen stimulated scatterings an interrelation is considered between N and the effectiveness of stimulated interferences of light waves of nonlinear optical processes with the relaxation time much greater $1/\Delta\omega$ — the interval of a constant phase of light oscillations.