ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 10 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 621.371

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОЛЯ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В СРЕДЕ С МНОГОМАСШТАБНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

А. Г. Виноградов, А. Н. Теохаров

На основе «гибридного» метода [4] исследованы корреляционные свойства радиоизлучения в случайно-неоднородной среде, содержащей как крупные (по сравнению с длиной волны), так и мелкие неоднородности диэлектрической проницаемости. Получено выражение для корреляционной функции направленной сферической волны, искаженной флуктуирующей средой. Найдены границы применимости «гибридного» метода при исследовании корреляционных свойств рассеянного поля. Найдены условия, при которых для исследования корреляционных свойств рассеянного поля достаточно ограничиться рассеянием только на крупномасштабных, либо только на мелкомасштабных неоднородностях.

Задача распространения волн в случайно-неоднородных средах с крупными и мелкими (по сравнению с длиной волны) неоднородностями представляет значительный интерес, так как реальные среды — тропосфера и ионосфера — характеризуются весьма широкими пространственными спектрами флуктуаций диэлектрической проницаемости. В связи с этим расчет флуктуаций радиоволн метрового и сантиметрового диапазонов нельзя проводить, используя такие хорошо разработанные методы, как коротковолновые асимптотические методы [1–3], пригодные лишь для крупномасштабной части спектра диэлектрической проницаемости, и борновское приближение [1–3], справедливое лишь при слабом рассеянии.

Для расчета флуктуаций радиоизлучения в таких средах был предложен [4, 5] так называемый «гибридный» метод, представляющий собой синтез коротковолновых асимптотических методов и борновского приближения. На основе этого метода дан анализ средней интенсивности рассеянного поля [4] и исследован эффект усиления обратного рассеяния [5] в среде с крупными и мелкими случайными неоднородностями.

В данной работе «гибридный» метод используется для анализа корреляционных свойств рассеянного поля в зоне прямой видимости.

Рассмотрим волновое уравнение

$$\Delta u + k^2 \varepsilon u = 0, \tag{1}$$

описывающее распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_1 + 1$, где ε_1 характеризует флуктуации ($\langle \varepsilon_1 \rangle = 0$). Как и в [4], представим ε_1 в виде $\varepsilon_1 = \nu + \mu$, где поле ν описывает крупномасштабные, а μ — мелкомасштабные флуктуации диэлектрической проницаемости. Им отвечают корреляционные функции $B_\nu(\mathbf{r})$, $B_\mu(\mathbf{r})$ и спектры $\Phi_\nu(\varkappa)$, $\Phi_\mu(\varkappa)$, причем $B_\nu + B_\mu = B_{\varepsilon_1}$, $\Phi_\nu + \Phi_\mu = \Phi_{\varepsilon_1}$. Разбиение диэлектрической проницаемости на части осуществляется так, чтобы спектр $\Phi_\nu(\varkappa)$ содержал только длинноволновые гармоники. Для этого необходимо, чтобы $\Phi_\nu(\varkappa) \approx 0$ при $|\varkappa| > \varkappa_*$, где $\varkappa_*$ — порог разбиения или уровень отсечки, причем $\varkappa_* \ll k$ (см. [4]). В [4] показано, что при однородной и изотропной связи ν и μ эти флуктуации некоррелированы, а дополнительное предположение об их гауссовости приводит к их независимости. Это и позволяет проводить независимое усреднение по ν и μ.

Перепишем уравнение (1) в виде

$$\Delta u + k^2(1+\nu)u = -k^2 \mu u. \tag{2}$$

Считая μ малым параметром, представим решение уравнения (2) в виде ряда теории возмущений по μ:

$$\begin{aligned} u(\boldsymbol{r}) = u_\nu(\boldsymbol{r}) - k^2 \int\limits_V \mu(\boldsymbol{r}') u_\nu(\boldsymbol{r}') g_\nu(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')\, d^3r' + \\ + k^4 \iint\limits_V \mu(\boldsymbol{r}')\mu(\boldsymbol{r}'') g_\nu(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') g_\nu(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}'')\, d^3r' d^3r'' + \dots \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $u_\nu(\boldsymbol{r})$ и $g_\nu(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ — решение и функция Грина уравнения

$$\Delta u(\boldsymbol{r}) + k^2[1+\nu(\boldsymbol{r})]u(\boldsymbol{r}) = 0,$$

описывающего распространение волны в среде, содержащей только крупные неоднородности, а V — объем, в котором $\varepsilon_1 \neq 0$.

Первичное поле $u_\nu(\boldsymbol{r})$ и функцию Грина $g_\nu(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ можно найти, используя любой из коротковолновых асимптотических методов, например, метод плавных возмущений (МПВ).

Будем считать, что поле создается источником с не очень узкой диаграммой направленности $F(\boldsymbol{m})$, так что в вакууме поле представляло бы собой слабонаправленную сферическую волну:

$$u_0(\boldsymbol{r}) = A_0 F(\boldsymbol{m}) \frac{e^{ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0|},$$

$$\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0|}.$$

Для вычисления корреляционной функции поля

$$R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \langle u(\boldsymbol{r}_1) u^*(\boldsymbol{r}_2)\rangle$$

ограничимся первыми тремя членами ряда (3). В результате находим

$$\begin{aligned} R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) \approx \langle u_\nu(\boldsymbol{r}_1) u_\nu^*(\boldsymbol{r}_2)\rangle + \langle u_1(\boldsymbol{r}_1) u_1^*(\boldsymbol{r}_2)\rangle + \\ + \langle u_\nu(\boldsymbol{r}_1) u_2^*(\boldsymbol{r}_2)\rangle + \langle u_2(\boldsymbol{r}_1) u_\nu^*(\boldsymbol{r}_2)\rangle \equiv \\ \equiv R_\nu(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) + R_1(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) + R_{\nu 2}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) + R_{2\nu}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2). \end{aligned} \tag{4}$$

Первое слагаемое в (4) R_ν представляет собой корреляционную функцию поля, распространяющегося в среде, содержащей только крупномасштабные неоднородности ν. В приближении МПВ это слагаемое имеет вид [1, 2]

$$R_\nu(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = u_0(\boldsymbol{r}_1) u_0^*(\boldsymbol{r}_2) \exp\left[-\frac{1}{2} D_{\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{r}}(\Delta \boldsymbol{r}_\perp)\right], \tag{5}$$

где $D_{\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{r}}(\Delta \boldsymbol{r}_\perp)$ — структурная функция комплексной фазы волны, вышедшей из точки $\boldsymbol{r}_0$ и наблюдаемой в точках $\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2$, причем $\boldsymbol{r} = (1/2)(\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2)$, а $\Delta \boldsymbol{r}_\perp$ — проекция вектора $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$ на плоскость, перпендикулярную прямой $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0$ [6].

Второе слагаемое в (4) аналогично первому борновскому приближению с тем отличием, что обычные первичное поле u_0 и функция Грина g_0 свободного пространства заменены на u_ν и g_ν соответственно:

$$R_1(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = k^4 \iint\limits_{VV} B_\mu(|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}''|) \langle u_\nu(\boldsymbol{r}') u_\nu^*(\boldsymbol{r}'') \times$$

$$\times g_\nu(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}_1) g_\nu^*(\boldsymbol{r}'', \boldsymbol{r}_2) \rangle d^3r' d^3r''.$$

Поля u_ν и g_ν в коротковолновом приближении удобно представить в виде

$$u_\nu(\boldsymbol{r}) = u_0(\boldsymbol{r}) W(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0),$$

$$g_\nu(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = g_0(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) W(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2),$$

где u_0, g_0 — «вакуумные» первичное поле и функция Грина, а $W(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ — случайный множитель, описывающий флуктуации ненаправленной сферической волны в случайно-неоднородной среде. Предположение о слабой направленности первичного поля u_0 позволяет считать, что его флуктуации совпадают с флуктуациями ненаправленной сферической волны [7]. Проводя выкладки, полностью аналогичные [4, 5], и используя предположение о малости масштаба мелких неоднородностей μ по сравнению с радиусом когерентности l_k поля u_ν, найдем

$$R_1(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \frac{\pi k^4}{2} A_0^2 |F(\boldsymbol{m})|^2 \int\limits_V \frac{\exp[ik(|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{R}| - |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{R}|)]}{|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}_0|^2 |\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{R}| |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{R}|} \times$$

$$\times \Phi_\mu \left[k \left(\frac{\boldsymbol{n}_1 + \boldsymbol{n}_2}{2} - \boldsymbol{m} \right) \right] Q(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) d^3R,$$

где

$$\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}_0}{|\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}_0|}, \qquad \boldsymbol{n}_{1,2} = \frac{\boldsymbol{r}_{1,2} - \boldsymbol{R}}{|\boldsymbol{r}_{1,2} - \boldsymbol{R}|},$$

$$Q(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) \equiv \langle W(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{R}) W^*(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{R}) W(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1) W^*(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_2) \rangle.$$

При рассеянии вперед и вбок точки $\boldsymbol{r}_0$ и $\boldsymbol{r}_{1,2}$ разнесены достаточно сильно и лучи $\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{R}$ и $\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{r}_{1,2}$ проходят через разные неоднородности. Поэтому поля $W(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{R})$ и $W(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_{1,2})$ некоррелированы между собой и момент Q расщепляется на произведение парных моментов:

$$Q(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \langle |W(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_0)|^2 \rangle \langle W(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1) W^*(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_2) \rangle =$$
$$= \langle W(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_2) W^*(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_2) \rangle = \exp\left[-\frac{1}{2} D_{\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{r}}(\Delta \boldsymbol{r}_{\text{пр}}) \right]. \tag{6}$$

Здесь $D_{\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{r}}(\Delta \boldsymbol{r}_{\text{пр}})$ — структурная функция комплексной фазы, аналогичная функции $D_{\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{r}}(\Delta \boldsymbol{r}_\perp)$, входящей в (5), а $\Delta \boldsymbol{r}_{\text{пр}}$ — проекция вектора $\Delta \boldsymbol{r}$ на плоскость, перпендикулярную вектору $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}$.

При выполнении условий

$$\begin{cases} k|\Delta \boldsymbol{r}|^3 \ll |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|^2 \\ k|\Delta \boldsymbol{r}|^2 l_\mu \ll |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|^2 \end{cases},$$

используя (6), получаем для R_1 выражение

$$R_1(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \int\limits_V \frac{I_0(\boldsymbol{R}) \sigma_\mu(\boldsymbol{q})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|^2} \exp[ik\boldsymbol{n} \Delta \boldsymbol{r} - (1/2) D_{\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{r}}(\Delta \boldsymbol{r}_{\text{пр}})] d^3R, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{q} = k(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{m})$ — вектор рассеяния, $\boldsymbol{n} = (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R})/|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|$, $I_0(\boldsymbol{R}) =$

$= u_0(\boldsymbol{R}) u_0^*(\boldsymbol{R})$ — интенсивность «вакуумного» поля в точке $\boldsymbol{R}$, $\sigma_\mu(\boldsymbol{q}) = (\pi k^4/2)\Phi_\mu(\boldsymbol{q})$ — борновское сечение рассеяния единичного объема.

Формула (7) отличается от стандартного борновского приближения однократно рассеянного на мелких неоднородностях поля μ наличием множителя (6), который описывает ослабление корреляции рассеянной волны из-за присутствия крупных неоднородностей ν. Можно представить R_1 в виде

$$R_1(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \int\limits_V I_0(\boldsymbol{R}) \sigma_\mu(\boldsymbol{q}) K_\nu(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) d^3R,$$

где

$$K_\nu(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \frac{\exp[ikn\,\Delta \boldsymbol{r} - (1/2) D_{\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{r}}(\Delta \boldsymbol{r}_{\text{пр}})]}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|^2}$$

— корреляционная функция ненаправленной сферической волны единичной амплитуды, источник которой находится в точке $\boldsymbol{R}$, а $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ — точки наблюдения.

Два последних слагаемых $R_{\nu 2}$ и $R_{2\nu}$ в (4), отвечающие второму порядку теории возмущения, описывают ослабление «первичной» волны из-за рассеяния на мелких неоднородностях и в направлении распространения волны имеют тот же порядок малости, что и R_1. Именно поэтому они сохранены в (4).

Подобно тому, как это сделано в [5], находим

$$R_{\nu 2} = k^2 A_0^2 F(\boldsymbol{m}_1) \frac{e^{ik|\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{r}_1|}}{4\pi|\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{r}_1|} \delta_\mu^* \times$$
$$\times \int\limits_V \frac{F^*(\boldsymbol{m}') T_1(\boldsymbol{r}') \exp[-ik(|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}_0| + |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}'|)]}{|\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{r}'||\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}'|} d^3r'. \tag{8}$$

Здесь введены обозначения

$$T_1(\boldsymbol{r}') = \langle W(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{r}_1) W^*(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{r}') W^*(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}_2)\rangle,$$

$$\delta_\mu = k^2 \int B_\mu(|\boldsymbol{\rho}|) \frac{\exp[ik|\boldsymbol{\rho}| + ik\boldsymbol{m}_*\boldsymbol{\rho}]}{4\pi|\boldsymbol{\rho}|} d^3\rho,$$

где $\boldsymbol{m}_*$ — случайный единичный вектор. Отметим, что δ_μ не зависит от направления этого вектора, в силу чего δ_μ^* и вынесено в (8) за знак интеграла по $\boldsymbol{r}'$.

Формула для $R_{2\nu}$ отличается от (8) заменой $\boldsymbol{r}_2$ на $\boldsymbol{r}_1$, комплексным сопряжением всех величин и заменой $T_1(\boldsymbol{r}')$ на

$$T_2(\boldsymbol{r}') = \langle W^*(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{r}_2) W(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{r}') W(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}_1)\rangle.$$

Величина δ_μ — это вклад мелких неоднородностей в эффективную диэлектрическую проницаемость [8]:

$$\varepsilon_{\text{эфф}} = 1 + \delta_\mu + \delta_\nu = 1 + k^2 \int B_{\varepsilon_1}(|\boldsymbol{\rho}|) \frac{\exp[ik|\boldsymbol{\rho}| + ik\boldsymbol{m}_*\boldsymbol{\rho}]}{4\pi|\boldsymbol{\rho}|} d^3\rho.$$

При анализе рассеяния вперед можно осуществить в (8) интегрирование по $\boldsymbol{r}'$ методом стационарной фазы. Получающееся в результате выражение для слагаемых второго порядка имеет вид

$$R_{\nu 2} + R_{2\nu} = \frac{ik}{2} u_0(\boldsymbol{r}_1) u_0^*(\boldsymbol{r}_2) A,$$

где

$$A \equiv L_2 \delta_\mu - L_1 \delta^*_\mu ,$$

$$L_1 \equiv \int T_1 \left(\boldsymbol{r}_0 + \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_0}{|\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_0|} x' \right) dx',$$

$$L_2 \equiv \int T_2 \left(\boldsymbol{r}_0 + \frac{\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_0}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_0|} x' \right) dx'.$$

Для A можно получить приближенное выражение*

$$A \approx 2iL \operatorname{Im} \delta_\mu \exp\left[-(1/2) D_{\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{r}} (\Delta \boldsymbol{r}_\perp)\right], \tag{9}$$

где L — длина трассы в среде. Следовательно,

$$R_{\nu 2} + R_{2\nu} = -2\alpha_\mu L R_\nu (\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2). \tag{10}$$

Здесь через α_μ обозначен коэффициент экстинкции:

$$\alpha_\mu = \frac{k}{2} \operatorname{Im} \delta_\mu = \frac{\pi^2 k^2}{2} \int_0^{2k} \Phi_\mu (\varkappa) \varkappa \, d\varkappa .$$

Подставив (5), (7) и (10) в (4), получаем выражение для искомой корреляционной функции $R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$:

$$R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = (1 - 2\alpha_\mu L) u_0 (\boldsymbol{r}_1) u_0^* (\boldsymbol{r}_2) \exp\left[-(1/2) D_{\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{r}} (\Delta \boldsymbol{r}_\perp)\right] + \int_V \frac{I_0(\boldsymbol{R}) \sigma_\mu (\boldsymbol{q})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|^2} \exp\left[ik\boldsymbol{n} \Delta \boldsymbol{r} - (1/2) D_{\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{r}} (\Delta \boldsymbol{r}_{\text{пр}})\right] d^3 R, \tag{11}$$

или

$$R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = R_\nu (\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)(1 - 2\alpha_\mu L) + \int_V I_0(\boldsymbol{R}) \sigma_\mu (\boldsymbol{q}) K_\nu (\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) d^3 R. \tag{12}$$

Для того, чтобы убедиться в инвариантности (11) и (12) относительно разбиения спектра, выделим из крупномасштабной части спектра Φ_ν небольшую область Φ_λ вблизи уровня отсечки $\varkappa_*$ и отнесем ее к мелкомасштабной части. После варьирования получаем:

$$\delta R = (1 - 2\alpha_\mu L) I_0 (\boldsymbol{r}) e^{ik\boldsymbol{m}_0 \Delta \boldsymbol{r}} \delta e^{-(1/2) D_0} - 2\alpha_\lambda L I_0 (\boldsymbol{r}) \times e^{ik\boldsymbol{m}_0 \Delta \boldsymbol{r} - (1/2) D_0} + \int_V \frac{I_0 (\boldsymbol{R}) \sigma_\lambda (\boldsymbol{q})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|^2} e^{ik\boldsymbol{n} \Delta \boldsymbol{r} - (1/2) D} d^3 R + \int_V \frac{I_0 (\boldsymbol{R}) \sigma_\lambda (\boldsymbol{q})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}|^2} e^{ik\boldsymbol{n} \Delta \boldsymbol{r}} \delta e^{-(1/2) D} d^3 R.$$

Здесь для краткости введены обозначения

$$\boldsymbol{m}_0 \equiv \frac{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0|}, \qquad D_0 \equiv D_{\boldsymbol{r}_0 \to \boldsymbol{r}} (\Delta \boldsymbol{r}_\perp), \qquad D \equiv D_{\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{r}} (\Delta \boldsymbol{r}_{\text{пр}}).$$

Как нетрудно убедиться, $\delta R \approx 0$ при выполнении условия

$$2\alpha_\mu L \ll 1, \tag{13}$$

---

* В приближении геометрической оптики выражение (9) является точным. Удается показать, что как для достаточно малых $|\Delta \boldsymbol{r}_\perp|$, так и для достаточно больших $|\Delta \boldsymbol{r}_\perp|$ это выражение верно и в приближении МПВ.

которое является ничем иным, как условием применимости борновского приближения для метода малых возмущений по μ. Кроме того, для уровня $\chi = \mathrm{Re}[\ln W(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{r})]$ должно выполняться ограничение

$$\langle \chi^2 \rangle \leqslant 1, \tag{14}$$

при котором справедлив МПВ. Необходимо помнить также, что

$$\varkappa_* \ll k. \tag{15}$$

Ограничение (13) определяет нижнюю границу выбора $\varkappa_*$, а (14) и (15) устанавливают верхнюю границу.

Для степенного спектра

$$\Phi_{\varepsilon_1}(\varkappa) = C_\varepsilon^2 \varkappa^{-11/3}$$

эти ограничения принимают вид

$$\varkappa_н \ll \varkappa_* (\ll k \cap \leqslant \varkappa_в),$$

где

$$\varkappa_н = \left(\frac{3}{5} \pi^2 k^2 C_\varepsilon^2 L\right)^{3/5},$$

$$\varkappa_в = \begin{cases} \infty, \text{ если } 2{,}3\, C_\varepsilon^2\, k^{7/6} L x^{5/6} \leqslant 1 & (x \equiv |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0|) \\ \left(\dfrac{7\pi^2}{4} C_\varepsilon^2 L x^2\right)^{-3/7} & \text{в противном случае} \end{cases}.$$

Для значений $k \sim 1$ *см*$^{-1}$, $x \sim L \sim 10^6$ *см*, $C_\varepsilon^2 \sim 10^{-16}$ *см*$^{-2/3}$ получаем

$$10^{-6} \text{ см}^{-1} \ll \varkappa_* \ll 1 \text{ см}^{-1},$$

что дает достаточно широкий диапазон для выбора $\varkappa_*$.

Выражение (12) все же довольно громоздко. Найдем условия, при которых рассеянием на мелкомасштабных неоднородностях можно пренебречь по сравнению с рассеянием на крупномасштабных и наоборот.

Если

$$D_0 \gg 1, \tag{16}$$

то $|R_\nu| \ll |R_0| = |u_0(\boldsymbol{r}_1) u_0^*(\boldsymbol{r}_2)|$ и нетрудно показать, что два последних слагаемых $-2\alpha_\mu L R_\nu + \int\limits_V I_0 \sigma_\mu K_\nu d^3R$ в выражении (12) малы по сравнению с первым слагаемым R_ν, и поэтому $R \approx R_\nu$.

Если же

$$D_0 \lesssim 1, \tag{17}$$

то следует сравнивать вклады, которые вносят крупные и мелкие неоднородности в корреляционную функцию. Влияния компонент ν и μ можно оценить выражениями

$$|\Delta R_\nu| \sim \frac{1}{2} D_0 |R_0|,$$

$$|\Delta R_\mu| \sim 2\alpha_\mu L |R_0|.$$

Нетрудно показать, что для степенного спектра

$$\Phi_{\varepsilon_1} = C_\varepsilon^2 \varkappa^{-\alpha} \qquad (2 < \alpha < 4)$$

мы получаем

$$|\Delta R_\nu| \sim |\Delta R_\mu| \left(\frac{|\Delta \boldsymbol{r}_\perp| \varkappa_* L}{x}\right)^\beta, \tag{18}$$

где $\alpha-2<\beta<2$, а $x=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0|$ — расстояние между источником и приемниками.

Используя (18), рассмотрим следующие возможности:

$$1) \qquad \frac{|\Delta \boldsymbol{r}_\perp| \varkappa_* L}{x} \gg 1, \tag{19}$$

или, если $L \sim x$, то $|\Delta \boldsymbol{r}_\perp| \varkappa_* \gg 1$, т. е. $|\Delta \boldsymbol{r}_\perp| \gg l_\mu \sim 1/\varkappa_*$, где l_μ — радиус корреляции мелких неоднородностей. В этом случае $|\Delta R_\nu| \gg$ $\gg |\Delta R_\mu|$ и можно положить

$$R \approx R_\nu; \tag{20}$$

$$2) \qquad \frac{|\Delta \boldsymbol{r}_\perp| \varkappa_* L}{x} \ll 1, \tag{21}$$

или при $L \sim x$ $|\Delta \boldsymbol{r}_\perp| \ll l_\mu \sim 1/\varkappa_*$. Тогда $|\Delta R_\nu| \ll |\Delta R_\mu|$ и, следовательно,

$$R \approx R_0(1-2\alpha_\mu L) + \int_V I_0(\boldsymbol{R}) \sigma_\mu(\boldsymbol{q}) K_0(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) d^3R; \tag{22}$$

$$3) \qquad \frac{|\Delta \boldsymbol{r}_\perp| \varkappa_* L}{x} \sim 1.$$

В этом промежуточном случае для расчета корреляционной функции следует использовать общее выражение (12), поскольку ΔR_ν и ΔR_μ одного порядка малости.

Как видно, при достаточно большом разнесении точек наблюдения $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$, определяемом неравенствами (16) или (19) и (17), основную роль в рассеянии играет крупномасштабная компонента, и для корреляционной функции можно ограничиться выражением (20). Для достаточно близких точек $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$ (неравенство (21)) основной вклад в корреляционную функцию вносят мелкомасштабные неоднородности. Для расчета интенсивности имеем из (22)

$$I(\boldsymbol{r}) \equiv R(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}) = I_0(\boldsymbol{r})(1-2\alpha_\mu L) + \int_V \frac{I_0(\boldsymbol{R}) \sigma_\mu(\boldsymbol{q})}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}|^2} d^3R.$$

При решении конкретных задач мы вправе выбирать порог разбиения $\varkappa_*$ так, чтобы можно было ограничиться одним из наиболее простых случаев — либо (16), либо (19), либо (21). При этом достаточно использовать только либо хорошо известные коротковолновые асимптотические методы (20), либо метод малых возмущений (22).

В заключение авторы благодарят С. М. Рытова за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику, Ч. 2. Случайные поля. — М.: Наука, 1978.
2. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.
3. Барабаненков Ю. Н., Кравцов Ю А., Рытов С. М., Татарский В. И. — УФН, 1970, 102, № 1, с. 3.

4. Виноградов А. Г., Кравцов Ю А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 7, с. 1055.
5. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 7, с. 1064
6. Кон А. И., Фейзулин З. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1970, **13**, № 1, с. 71.
7. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1966, **9**, № 5, с. 890.
8. Кравцов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, **11**, № 10, с. 1582.

Поступила в редакцию
1 августа 1979 г.

CORRELATION PROPERTIES OF A FIELD IN A RANDOM MEDIUM WITH MULTISCALE INHOMOGENEITIES

A. G. Vinogradov, A. N. Teokharov

Correlation properties of a radiation in a random medium with both large and small (compered with the wavelength) inhomogeneities of the dielectric permittivity are investigated on the basis of a «hybrid» method [4]. An expression for the correlation function of a distorted by random medium directed spherical wave is derived. Validity limits of the «hybrid» method for calculation of the scattered field correlation function are found. It is shown that under specified conditions the analysis of the scattered field correlation function can be carried out by considering either scattering on large-scale inhomogeneities only or on small-scale ones.