

УДК 621.372.8.09

ПОРОГОВЫЕ ОСОБЕННОСТИ В ВОЛНОВОДНЫХ СИСТЕМАХ

Ю. М. Айвазян

Показано, что характер особенностей, возникающих в амплитудах и фазах распространяющихся волн в волноводных сочленениях на пороге образования новых волноводных волн, является корневым.

Известно, что при дифракции плоских электромагнитных волн на периодических структурах на пороге образования спектра нового порядка в спектрах уже существующих порядков появляются характерные особенности, которые носят название аномалий Вуда [1]. В работе [2] было показано, что это явление можно объяснить исходя из таких общих предположений, как трансляционная инвариантность, унитарность и аналитичность матрицы рассеяния. В работах [2, 3] было показано, что характер возникающих особенностей является корневым и что все амплитуды и фазы волн «открытых каналов» вблизи порога открытия спектра нового порядка ведут себя как $A + \zeta B$, причем пороговый параметр ζ является квадратным корнем от некоторого выражения. В связи с этим на пороге при $\zeta = 0$ в спектрах уже существующих порядков возникают характерные изломы в амплитудах и фазах, а производные от этих величин обращаются в бесконечность.

В настоящей работе мы покажем, что аналогичные пороговые особенности с неизбежностью возникают и при распространении электромагнитных волн в волноводных сочленениях, как бы сложны они ни были. Рассмотрим систему из Q регулярных волноводов, связанных между собой посредством узла L , относительно которого предположим только, что в нем не происходит диссипация энергии и преобразование частоты (рис. 1). Произвольные, но односвязные, поперечные сечения этих волноводов могут быть как все разными, так частично или полностью одинаковыми. Фурье компоненту электрического поля волноводной волны в j -м волноводе ($1 \leq j \leq Q$), соответствующую поперечному собственному числу x_j , в системе координат z_j, ρ_j , связанной с этим волноводом, представим в виде [4]

$$E_{x_j}^{\pm} = E_{x_j}^{\pm}(\rho_j) \exp(\pm h_j z_j - i\omega t), \quad (1)$$

где ρ_j — радиус-вектор в поперечном сечении j -го волновода, а $h_j = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - x_j^2}$ — постоянная распространения волноводной вол-

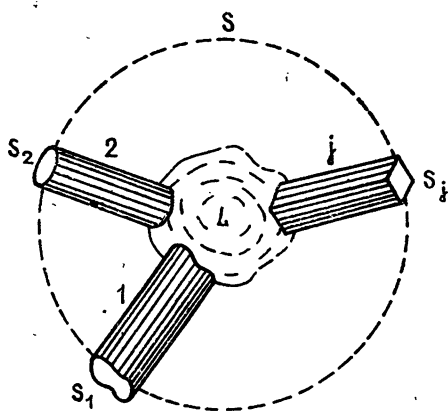


Рис. 1.

ны с собственным числом x_j . В выражении (1) верхнему знаку соответствуют волны, распространяющиеся в положительном направлении оси z_j , которое предполагается направленным в сторону узла L . Нормировка волноводных волн в (1) выбрана таким образом, что усредненный по времени полный поток энергии в волне с x_j , проходящий через поперечное сечение волновода s_j , равен

$$\frac{c}{8\pi} \int_{s_j} \operatorname{Re} \{ [E_{x_j}^{\pm} H_{x_j}^{\pm*}]_{z_j} \} ds_j = \pm \alpha h_j, \quad (2)$$

где α — размерный множитель, одинаковый для всех волноводов и волноводных волн. Отметим, что порогу возникновения волноводной волны с собственным числом x_j соответствует $\zeta(x_j) = h_j = 0$, а число N_j распространяющихся на данной частоте ω волноводных волн в j -м волноводе определяется условием $\frac{\omega^2}{c^2} - x_j^2 > 0$. Фурье компоненту электрического поля падающих и рассеянных волн во всех волноводах в сечении S , показанном на рис. 1, можно представить в следующем виде:

$$E = \sum_{x_n} \alpha_{x_n} E_{x_n}^+ + \sum_{x_j, x_m} \alpha_{x_j} R_{x_m x_j} E_{x_m}^- \quad (3)$$

Электрические поля $E_{x_n}^{\pm}$ в (3) определены в сечениях s_n n -го волновода поверхностью S . В суммах по x_n здесь и ниже предполагается суммирование и по всем волноводам n ($1 \leq n \leq Q$). В выражении (3) $R_{x_m x_j}$ представляет собой коэффициент трансформации падающей волны в j -м волноводе с собственным числом x_j в волну в волноводе m с собственным числом x_m . Коэффициенты $R_{x_m x_j}$ на данной частоте ω образуют квадратную матрицу R , порядок которой равен N , где $N = \sum_{j=1}^Q N_j$ — полное число волн, распространяющихся на данной частоте ω во всех волноводах. Отметим, что положительные величины x_j нумеруют элементы матрицы трансформации R , начиная с 1-го волновода в порядке возрастания x_1 , потом во втором волноводе в порядке возрастания x_2 и т. д. до Q -го волновода.

Из условия равенств средних по времени входящих и выходящих из узла L потоков энергии через поперечные сечения всех волноводов из (2) и (3) найдем

$$\sum_{x_j} |\alpha_{x_j}|^2 h_j = \sum_{x_j, x_n, x_m} \alpha_{x_j} \alpha_{x_n}^* R_{x_m x_j} R_{x_m x_n}^* h_m \quad (4)$$

Суммирование в (4) здесь и ниже проводится только по распространяющимся волнам. В силу произвольности коэффициентов α_{x_j} из (4) следует, что матрица рассеяния S , определяемая через матрицу R , является унитарной*, т. е. что

$$SS^+ = 1, \quad \sum_{x_m} S_{x_m x_j} S_{x_m x_n}^* = \delta_{x_j x_n}, \quad (5)$$

где

$$S_{x_m x_n} = \sqrt{\frac{h_m}{h_n}} R_{x_m x_n} \quad (6)$$

Предположим теперь, что частота возрастает, и что в одном или не-

* Отметим, что теорема взаимности также накладывает определенные ограничения на матрицы R и S .

скольких волноводах на частоте $\omega = \omega_n$ открываются новые каналы. Пусть для определенности новые каналы открываются сразу в R волноводах, так что размерность матрицы рассеяния S увеличивается с N на $N+R$. Рассмотрим только ту часть матрицы S , которая была до открытия новых каналов. В силу ее аналитичности [5] вблизи порога открытия новых каналов эту часть матрицы рассеяния можно представить в виде

$$S = S_0 + \zeta S_1, \quad (7)$$

причем пороговый параметр ζ после открытия новых каналов действителен, а до порога чисто мнимый. Используя соотношения (5), (6) и (7), найдем, что

$$\begin{aligned} (S_0^+ - i | \zeta | S_1^+) (S_0 + i | \zeta | S_1) &= 1 && \text{до порога,} \\ S_0^+ S_0 &= 1 && \text{на пороге,} \\ (S_0^+ + \zeta S_1^+) (S_0 + \zeta S_1) + \zeta P &= 1 && \text{после порога.} \end{aligned} \quad (8)$$

Квадратная матрица P размерности N определяется следующими соотношениями:

$$P_{x_m x_n} = \frac{1}{\sqrt{h_m h_n}} \sum_{x_s} R_{x_s x_m} R_{x_s x_n}^*, \quad (9)$$

где суммирование по x_s проводится по тем волноводам и по тем каналам, которые открываются после порога. Из уравнения (8), удерживая члены первого порядка по ζ , найдем выражение для матрицы S_1 :

$$S_1 = -\frac{1}{2} S_0 P. \quad (10)$$

Выражение (10) показывает, что матрица S_1 определяется через матрицу S_0 на пороге и матрицу P , определяемую коэффициентами трансформации во вновь открывающиеся каналы. Беря теперь соответствующие матричные элементы в соотношении (7), видим, что все амплитуды и фазы открытых каналов на пороге открытия новых каналов имеют вид $A + \zeta B$, т. е. испытывают характерные изломы в точках, где $\zeta = 0$.

Таким образом, мы показали, что в волноводных структурах при отсутствии затухания как в отдельных волноводах, так и в связывающем их узле L возникают корневые пороговые особенности в амплитудах и фазах всех распространяющихся волн на пороге открытия нового канала. Учет затуханий приводит к тому, что матрица рассеяния перестает быть унитарной. Поэтому вопрос о влиянии потерь в узле L и в отдельных волноводах требует дополнительного рассмотрения. В волноводах с неодносвязными сечениями, как известно, могут распространяться волны типа ТЕМ на всех частотах. Особенностью этих волн является то, что порог их образования совпадает с нулевой частотой. Нетрудно видеть, что сказанное выше оказывается справедливым и при учете волн типа ТЕМ, рассматриваемых как отдельные каналы. Отметим также, что корневой характер особенностей сохранится и для волноводов с диэлектрическим заполнением, в том числе и с анизотропным. В этом случае появляется интересная возможность измерения компонента тензора диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего волновод, по пороговым особенностям в амплитудах или фазах отраженных волн.

В заключение отметим, что пороговые аномалии, аналогичные рассмотренным, должны проявляться и для волн в диэлектрических волноводах, в световодах, для звуковых волноводных волн и др.

Автор выражает благодарность Болотовскому Б. М. за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 R. Wood, Phil. Mag, 4, 396 (1902).
- 2 Б. М. Болотовский, А. Н. Лебедев, ЖЭТФ, 53, 1349 (1967).
- 3 Б. М. Болотовский, К. И. Кугель, ЖЭТФ, 57, 165 (1969).
- 4 Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1959.
- 5 А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике, изд. Наука, М., 1966.

Всесоюзный научно-исследовательский институт
физико-технических и радиотехнических измерений

Поступила в редакцию
25 июля 1978 г.

THRESHOLD PECULIARITIES IN WAVEGUIDE SYSTEMS

Yu. M. Aivazyan

It is shown that the character of peculiarities occurred in amplitudes and phases of waves propagating in waveguide joints at the threshold of new waveguide wave formation is the root one.
