

УДК 533.951

## ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ИСКАЖЕНИЙ АМ И ЧМ СИГНАЛОВ, ОТРАЖЕННЫХ ОТ СЛОЯ ЭПШТЕЙНА

А. П. Анютин

Анализируются дисперсионные искажения АМ и ЧМ радиосигналов, отраженных от плазменного слоя Эпштейна. Строгое решение задачи использовано для численного и асимптотического исследования. Приводятся характерные результаты расчетов, иллюстрирующие влияние вида модуляции сигнала, критической частоты и толщины слоя на искажения радиосигналов. Показано, что осцилляции огибающих сигналов объясняются интерференцией основных и краевых пространственно-временных лучей.

Как известно [1, 2], один из путей расширения информативности действующих ионосферных станций связан с изучением тонкой структуры радиосигналов с амплитудной и частотной модуляцией (АМ и ЧМ сигналов), отраженных от ионосферы. К аналогичной проблеме приводит также исследование искусственных плазменных образований с помощью радиозондирования [3, 4].

В связи с этим, в работе анализируются искажения АМ и ЧМ сигналов, отраженных от неоднородного слоя плазмы (слоя Эпштейна), концентрация электронов которого изменяется по закону [4]:

$$N_e = N_m \operatorname{sech}^2 \left( \frac{z - z_m}{2D} \right), \quad (1)$$

где  $z_m$  — расстояние, при котором концентрация электронов максимальна и равна  $N_e = N_m$ ;  $D$  — величина, характеризующая эффективную толщину слоя (1).

Отметим, что слой Эпштейна широко используется в различных физических приложениях для аппроксимации реальных законов изменения концентрации электронов плазмы [3–5].

В работах [6–9] обсуждались некоторые аспекты проблемы нестационарного взаимодействия радиоволн со слоем (1). Однако ряд важных вопросов, связанных с численным расчетом и наглядной физической интерпретацией искажений АМ и ЧМ сигналов в слое (1), все еще недостаточно изучен. В частности, не исследовалось влияние вида амплитудной и частотной модуляции сигнала, а также толщины  $D$  и критической частоты  $\omega_{кр}^2 = \frac{e^2 N_m}{\epsilon_0 m}$  слоя (1) на дисперсионные искажения отраженных сигналов. Эти вопросы и рассматриваются в настоящей работе.

Пусть при  $(z - z_m)/D \ll 0$  задана  $E_x$ -составляющая поля плоского  $H$ -поляризованного сигнала:

$$E_x(\tau) = F(\tau) \exp [i \omega_0 \{ \tau + f(\tau) \}], \quad (2)$$

где  $\tau = t - \frac{y}{c} \sin \theta - \frac{z}{c} \cos \theta$ ,  $c$  — скорость света,  $\theta$  — угол падения;

$F(\tau) \neq 0$  при  $\tau \in [0, T]$  и  $F(\tau) = 0$  при  $\tau$  не принадлежащем  $[0, T]$ ;  $F(\tau)$  и  $f(\tau)$  — функции, определяющие характер амплитудной и частотной модуляции сигнала;  $T$  и  $\omega_0$  — соответственно длительность и средняя несущая частота сигнала. Тогда точное решение задачи для отраженной  $E_x^{\text{отр}}$ -составляющей поля сигнала может быть получено с помощью преобразования Фурье [4, 5] и представлено в следующем виде:

$$E_x^{\text{отр}}(\tau_1) = \frac{1}{2\pi} \int_0^T d\eta \int_{-\infty}^{\infty} d\omega F(\eta) R(\omega) \exp[i\omega(\tau_1 - \eta) + i\omega_0\{\eta + f(\eta)\}]. \quad (3)$$

В выражении (3)  $\tau_1 = t - \frac{y}{c} \sin \theta - \frac{2(z_m - z)}{c} \cos \theta$ ,  $R(\omega)$  — коэффициент отражения гармонической волны частоты  $\omega$  и единичной амплитуды:

$$R(\omega) = \frac{\Gamma\left(-i \frac{2\omega D \cos \theta}{c}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + i\sigma + i \frac{2\omega D \cos \theta}{c}\right)}{\Gamma\left(i \frac{2\omega D \cos \theta}{c}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + i\sigma\right)} \times \\ \times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - i\sigma + i \frac{2\omega D \cos \theta}{c}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - i\sigma\right)}, \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{4\omega_{\text{кр}}}{c} D\right)^2 - 1}, \quad \Gamma(x) — \text{гамма-функция [10]}.$$

Будем считать, что в области, существенной для интегрирования (3), (4), можно воспользоваться первыми членами разложения для гамма-функции  $\Gamma(z_1)$  комплексного аргумента  $z_1$  [10]:

$$\ln \Gamma(z_1) \approx (z_1 - 0,5) \ln z_1 + \frac{1}{2} \ln 2\pi - z_1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n}}{2n(2n-1)} \frac{1}{z_1^{2n-1}}, \quad (5)$$

где  $|z_1| \gg 1$ ,  $|\text{Arg } z_1| \leq \pi - \epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ),  $B_{2n}$  — числа Бернулли. Тогда нетрудно найти асимптотику интеграла (3) с помощью двумерного метода стационарной фазы. Число и положение стационарных точек  $\eta_j$  и  $\omega_j$  интеграла (3) определяется из условий

$$\omega_j = \omega_0 [1 + f'(\eta_j)], \quad f'(\eta) \equiv \frac{d}{d\eta} f(\eta), \quad \tau_1 - \eta_j = t_0(\omega_j), \quad (6)$$

$$t_0(\omega) = \frac{D}{c} \left[ \frac{\frac{1}{4} + \frac{4\omega^2 D^2}{c^2} + \sigma^2}{\left(\frac{1}{4} + \sigma^2 + \frac{4\omega^2 D^2}{c^2}\right)^2 - 16 \frac{\omega^2 D^2 \sigma^2}{c^2}} \right] - \\ - \frac{D}{c} \ln \left[ \frac{\left(\frac{1}{4} + \sigma^2 + \frac{4\omega^2 D^2}{c^2}\right)^2 - 16 \frac{\omega^2 D^2 \sigma^2}{c^2}}{16 \frac{\omega^4 D^4}{c^4}} \right].$$

В результате применения двумерного метода стационарной фазы с учетом вклада концов области интегрирования [11] получим при  $T < \tau_1$  выражение для поля  $E_x^{\text{отр}}$  в виде, совпадающем с приближением пространственно-временной геометрической теории дифракции (ВГТД) [11–14]:

$$E_x^{\text{отр}}(\tau_1) = \sum_{j=1}^k E_{\text{осн } j} e^{i\varphi_{\text{осн } j}} + E_{\text{кр1}} e^{i\varphi_{\text{кр1}}} - E_{\text{кр2}} e^{i\varphi_{\text{кр2}}}, \quad (7)$$

где

$$E_{\text{осн } j} = F(\eta_j) |R(\omega_j)| \left| 1 - \frac{dt_0}{d\omega_j} \frac{d\omega_j}{d\eta_j} \right|^{-1/2}, \quad \varphi_{\text{осн } j} = \varphi_0(\eta_j) + \psi(\omega_j) + \frac{\pi}{2} - i\Delta_{\text{осн}} \frac{\pi}{4}, \quad \Delta_{\text{осн}} = \text{sgn} \frac{d\omega_j}{d\eta_j} \left\{ \text{sgn} \frac{dt_0}{d\eta_j} - 1 \right\}, \quad \varphi_0(\eta) = \omega_0 [\eta + f(\eta)], \quad (8a)$$

$$\psi(\omega) = -\frac{4\omega D}{c} \ln \frac{2\omega D}{c} + \frac{1}{2} \left( \frac{2\omega D}{c} + \sigma \right) \ln \left[ \frac{1}{4} + \left( \frac{2\omega D}{c} + \sigma \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{2\omega D}{c} - \sigma \right) \ln \left[ \frac{1}{4} + \left( \frac{2\omega D}{c} - \sigma \right)^2 \right];$$

$$E_{\text{кр } 1,2} = D_{\text{кр}}^0(t^0, \omega) F(t^0) |R(\omega)| \left| \frac{dt_0}{d\omega} \right|^{-1/2}, \quad D_{\text{кр}}^0(t^0, \omega) = \frac{e^{i(\pi/4)}}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\omega_j^0 - \omega},$$

$$\omega_j^0 = \omega_j(t^0), \quad \varphi_{\text{кр } 1,2} = \varphi_0(t^0) + \psi(\omega) + \frac{\pi}{2}, \quad |R(\omega)|^2 = \quad (8b)$$

$$= \frac{\text{ch}^2 \pi \sigma}{\text{ch} \left[ \pi \left( \sigma + \frac{2\omega D \cos \theta}{c} \right) \right] \text{ch} \left[ \pi \left( -\sigma + \frac{2\omega D \cos \theta}{c} \right) \right]}.$$

В выражениях (8) индекс « $k$ » определяет число корней уравнения  $\tau_1 - \eta_j - t_0(\omega_j) = 0$  и физически соответствует числу отраженных основных пространственно-временных лучей, приходящих в точку  $\tau_1$ ; индекс «1» соответствует началу  $t^0 = 0$  импульса, а «2» — его концу  $t^0 = T$ . Первый член в формуле (7) определяет вклад основных пространственно-временных лучей, а второй и третий — вклады двух крайних пространственно-временных лучей.

Исследование положения точек  $\tau_1$  от значений  $\eta_j$  эквивалентно исследованию пространственно-временных лучевых картин [13, 14]. При этом из (5), (6) следует, что отличительной от случая [13] чертой лучевых картин является наличие у каустики основных лучей ветви, уходящей на бесконечность (рис. 1), что связано с существованием пространственно-временного луча Педерсона.

Вблизи фронтов сигнала формулы (7), (8) пространственно-временной ГТД несправедливы вследствие того, что величины  $E_{\text{кр}}$  и  $D_{\text{кр}}^0$  стремятся к бесконечности ( $E_{\text{кр}} \rightarrow \infty$  и  $D_{\text{кр}}^0 \rightarrow \infty$  при  $\omega \rightarrow \omega_j(t^0)$ ). Поэтому для расчета структуры радиосигналов в этих областях следует использовать обобщение ГТД — полутеневую асимптотику:

$$E_x^{\text{отр}}(\tau_1) = E_{\text{осн}} e^{i\varphi_{\text{осн}}} \Phi(x_1, x_2) + E_{\text{кр1}} e^{i\varphi_{\text{кр1}}} - E_{\text{кр2}} e^{i\varphi_{\text{кр2}}} \quad (9)$$

$$\Phi(x_1, x_2) = \frac{e^{-i(\pi/4)}}{\sqrt{\pi}} \left( \int_{x_1}^{x_2} e^{iu^2} du - \frac{ie^{ix_1^2}}{2x_1} + \frac{ie^{ix_2^2}}{2x_2} \right),$$

$$x_1 = \pm \sqrt{|\varphi_{кр1} - \varphi_{осн}|}, \quad x_2 = \pm \sqrt{|\varphi_{кр2} - \varphi_{осн}|},$$

и величины  $E_{кр1,2}$ ,  $E_{оснj}$ ,  $\varphi_{кр1,2}$ ,  $\varphi_{оснj}$  определяются формулами (8).

Формулы полутеневого асимптотики (9) можно также получить на основе вычисления интеграла (3) с помощью модификации метода стационарной фазы [11].

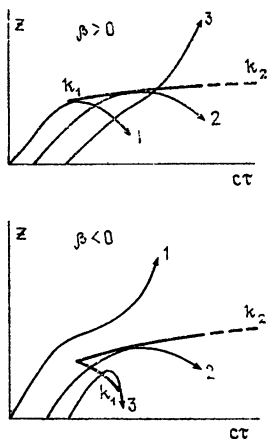


Рис. 1.

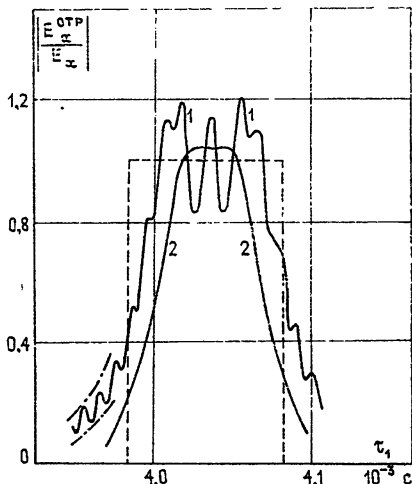


Рис. 2.

Рис. 1. Особенности пространственно-временных лучевых картин в случае ЛЧМ радиосигналов ( $f'(\eta) = 2\beta\eta$ ); 1, 2, 3—основные лучи,  $k_1, k_2$ —каустика. Рис. 2. Структура радиосигнала с прямоугольной и трапециoidalной огибающей,  $T_{фр}$ —время нарастания фронта сигнала,  $\frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,7$ ,  $D = 50$  км,  $T =$

$$= 100 \text{ мкс}, \quad z_m/2D = 6, \quad \omega_{кр} T = 1,2 \cdot 10^3;$$

1—прямоугольный радиосигнал ( $T_{фр} = 0$ ); 2—трапециoidalный радиосигнал ( $T_{фр} = 25$  мкс), пунктирная кривая—приближение ГО (7), (8а), [10]; штрихпунктирная—приближение ВГТД (7), (8б); сплошная—расчет по формулам (3), (4).

Если фронт сигнала расположен в окрестности пространственно-временных каустик (зон дисперсионного сжатия сигнала), полутеневая асимптотика не применима, так как величина  $E_{осн}$  стремится к бесконечности. Чтобы описать искажения сигнала, здесь необходимо воспользоваться формулами каустической асимптотики [12] или равномерного интегрального представления [16].

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Полученные выше формулы (3), (7) использовались для расчетов АМ и ЧМ радиосигналов, отраженных от слоя (1). Двукратные интегралы в строгом решении (3) вычислялись на основе метода быстрого преобразования Фурье и созданной программы расчета гамма-функции произвольного комплексного аргумента.

На рис. 2 представлены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние вида амплитудной модуляции радиосигнала на искажение его огибающей. Из рис. 2 видно, что для радиосигнала, первоначальная форма огибающей которого была прямоугольной ( $T_{фр} = 0$ ), характерным является наличие осцилляций на фронтах и на вершине сигнала. В то же время у радиосигнала, имевшего первоначальную форму в виде трапеции ( $T_{фр} = 0,25 \cdot T$ ), огибающая имеет вид монотонной кривой. Результаты расчетов по формулам пространственно-временной геомет-

рической оптики (ВГО) (7), (8а) и ВГТД (7), (8б) показывают, что вблизи фронтов прямоугольного сигнала (кривая 1, рис. 2) интерферируют поля двух пространственно-временных краевых лучей первого порядка. Для трапецеидального радиосигнала (кривая 2, рис. 2) краевые лучи первого порядка отсутствуют. Структура огибающей в этом случае определяется главным образом характером изменения поля основных лучей, т. е. близка к трапецеидальной.

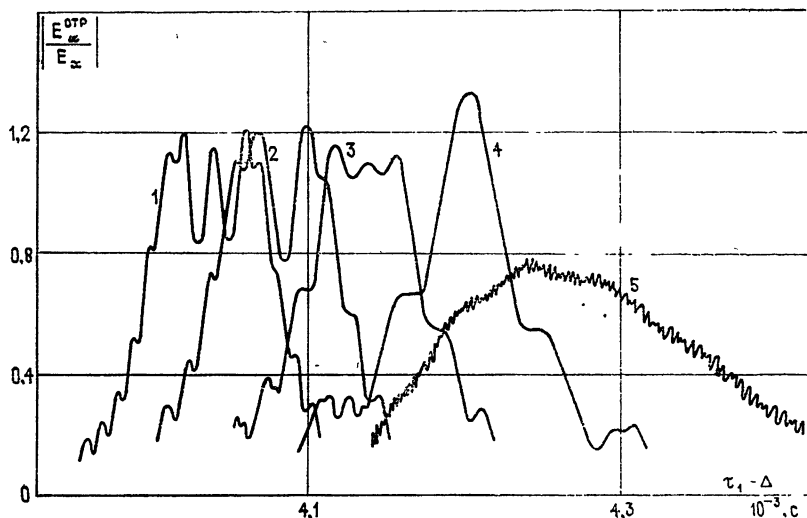


Рис. 3. Искажения прямоугольного радиосигнала в зависимости от отношения  $\frac{\omega_0}{\omega_{кр}}$

$$D = 50 \text{ км}, T = 100 \text{ мкс}, \omega_{кр} T = 1,2 \cdot 10^3, \frac{z_m}{2D} = 6;$$

$$1 - \frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,7, \Delta = 0; 2 - \frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,83, \Delta = 0,252; 3 - \frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,9, \Delta = 0,442; 4 - \frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,95, \Delta = 0,602; 5 - \frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,99, \Delta = 1,074.$$

Исследованию влияния отношения  $\omega_0/\omega_{кр}$  (где  $\omega_0$  — несущая частота сигнала, а  $\omega_{кр}$  — критическая частота слоя (1)) на искажения прямоугольного сигнала посвящен рис. 3. Как следует из рис. 3, основное тело сигнала сохраняется до значений величины  $\omega_0/\omega_{кр} = 0,95$ . При этом его огибающая представляет собой немонотонную кривую, число осцилляций которой уменьшается с увеличением отношения  $\omega_0/\omega_{кр}$ . С точки зрения пространственно-временной ГТД уменьшение числа осцилляций можно объяснить тем, что с ростом величины  $\omega_0/\omega_{кр}$  при фиксированной критической частоте  $\omega_{кр}$  слоя (1) относительно все меньшая часть краевых лучей отражается от слоя (1), причем их амплитуда также уменьшается.

Значительное дисперсионное распыление радиосигнала длительности  $T = 100 \text{ мкс}$  наступает лишь при значении отношения  $\omega_0/\omega_{кр} = 0,99$  (кривая 5, рис. 3) и сопровождается как уменьшением амплитуды огибающей, так и увеличением его эффективной длительности. Основное тело сигнала при этом представляет собой немонотонную кривую с большим периодом колебаний, на которой ярко выражены мелкомасштабные осцилляции. Крупномасштабные осцилляции связаны с диф-

фузией поля основных лучей, а мелкомасштабные — с интерференцией полей отраженных дифракционных лучей. Сравнение структуры сигнала для длительности  $T=31,4$  мкс и  $T=100$  мкс рис. 4 показывает, что уменьшение длительности  $T$  сигнала приводит к увеличению области значений отношения  $\omega_0/\omega_{кр}$ , в которых наблюдается значительное дисперсионное расплывание.

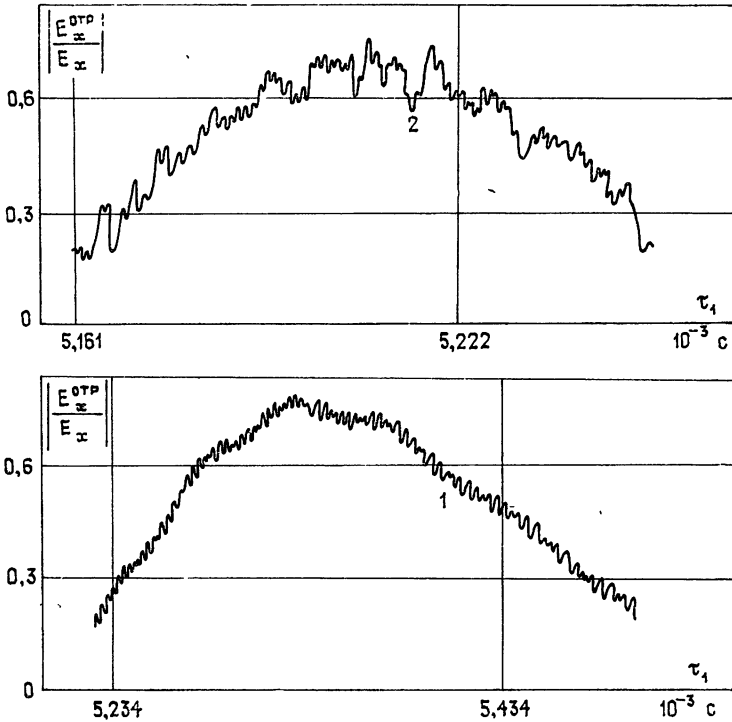


Рис. 4. Искажения прямоугольного радиосигнала в зависимости от его длительности  $T$ ;  $D = 50$  км,  $\frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,9$ ,  $\frac{z_m}{2D} = 6$ ;  
 1 —  $T \omega_{кр} = 1,2 \cdot 10^3$ ; 2 —  $T \omega_{кр} = 3,768 \cdot 10^2$ .

Из приведенных результатов расчетов (рис. 3, 4) следует, что при длительностях сигнала  $T \geq 100$  мкс значительное дисперсионное расплывание наступает довольно быстро при величине отношения  $\omega_0/\omega_{кр} \geq 0,99$ . К аналогичному выводу приводят и эксперименты по зондированию ионосферы, опубликованные в работе [2]. Таким образом, использование сигналов с длительностью  $T \geq 100$  мкс позволяет экспериментально определять критическую частоту  $\omega_{кр}$  плазменного слоя по границе области, с которой наступает значительное дисперсионное расплывание отраженного радиосигнала.

На рис. 5 изображены огибающие радиосигналов, отраженных от слоев с различной толщиной. Уменьшение эффективной толщины  $D$  (рис. 5) приводит к исчезновению осцилляций в области переднего фронта сигнала и развитию сложных колебаний огибающей в окрестности его вершины (кривая 1, рис. 5). В рамках ВГТД это объясняется тем, что с уменьшением величины  $D$  увеличивается область, в которую не попадает второй краевой луч. Поэтому при  $D = 5$  км в окрестность переднего фронта сигнала приходит только один краевой луч. Второй

краевой луч, попадая лишь в часть области вершины сигнала, интерферирует с первым краевым лучом и основным лучом, что и приводит к сложному характеру изменения огибающей сигнала.

Расчеты искажений ЛЧМ радиосигналов в зависимости от девиации частоты представлены на рис. 6. Как видно из рисунка, отрицательная девиация частоты  $\delta = -5,55\%$  приводит к сжатию сигнала и увеличению его амплитуды (кривая 1, рис. 6). Положительная девиация частоты  $\delta = 1,85\%$  вызывает декомпрессию сигнала, сопровождающуюся увеличением его длительности и уменьшением его амплитуды (кривая 2, рис. 6). Анализ пространственно-временных лучевых картин показывает, что при  $\delta < 0$  происходит фокусировка основных лучей, а при  $\delta > 0$  — их дефокусировка.

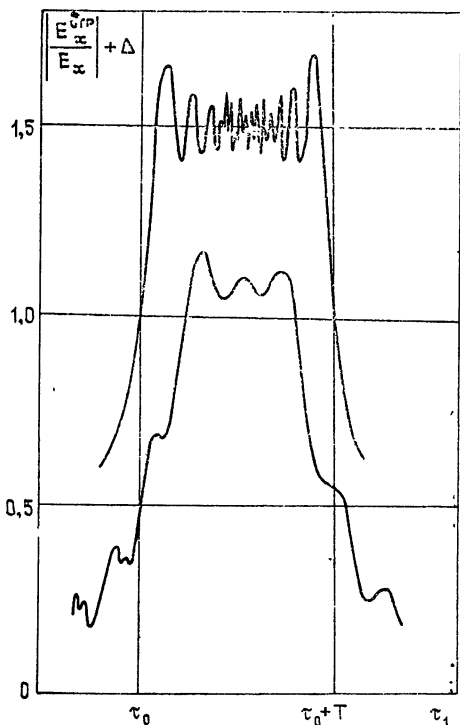


Рис. 5. Структура огибающей радиосигнала при различных значениях параметра  $D$ ;  $T = 100$  мкс,  $\omega_{кр} T = 1,2 \cdot 10^3$ ,

$$\frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,9;$$

1 —  $D = 50$  км; 2 —  $D = 5$  км.

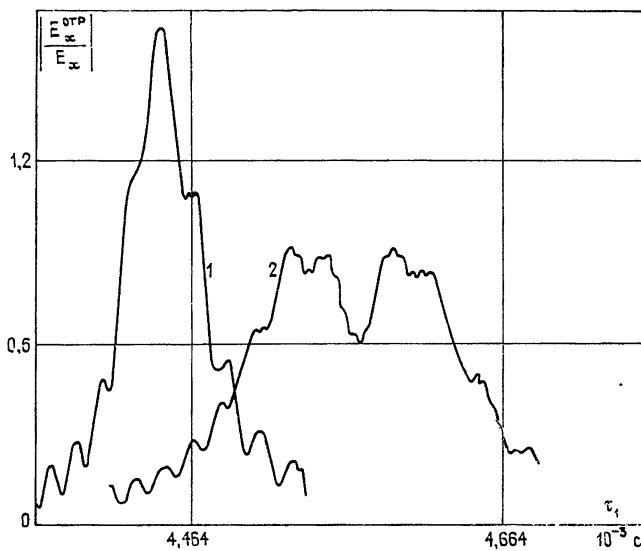


Рис. 6. Влияние линейной частотной модуляции на искажения прямоугольного радиосигнала ( $\omega_f = \omega_0 [1 + 2\beta\eta]$ );  $D = 50$  км,  $T = 100$  мкс,

$$\frac{\omega_0}{\omega_{кр}} = 0,9, \quad \omega_{кр} T = 1,2 \cdot 10^3;$$

1 —  $\delta = 2,3 \cdot 100\% = -5,55\%$ ; 2 —  $\delta = 1,85\%$ .

В заключение отметим, что полученные в работе результаты позволяют интерпретировать и предсказывать дисперсионные искажения АМ и ЧМ радиосигналов, отраженных от неоднородной плазмы, на основе пространственно-временной ГТД. Кроме того, построенный алгоритм расчета структуры радиосигналов может быть использован для анализа влияния многоскачковости трассы Земля—ионосфера, а также для исследования эффективности способов обработки принимаемых радиосигналов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Бек, Н. К. Бекасов и др., сб. IX Всесоюзная конференция по распространению радиоволн, ч. 1, 1969, стр. 25.
2. С. А. Намазов, Т. Е. Рыжкина, сб. Распространение радиоволн, изд. Наука, М., 1975, стр. 262.
3. Д. Мартин, Вход в атмосферу, изд. Мир, М., 1969.
4. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
5. K. G. Budden, Radio Waves in the Ionosphere, Cambridge, 1961.
6. G. H. Price, Proc. IEEE, 56, № 8, 1341 (1968).
7. C. Fongler, Proc. Int. Conf. Ionosph., London, 1963, p. 400.
8. В. О. Рённäng, Proc. IEEE, 54, № 9, 1207 (1966).
9. Л. И. Безрученко, Г. И. Макаров, сб. Проблемы дифракции и распространения волн, изд. ЛГУ, Л., вып. 5 (1966).
10. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш, Специальные функции, изд. Наука, М., 1964.
11. R. M. Lewis, Electromagnetic Wave Theory, part 2, Pergamon Press, 1967.
12. Ю. И. Орлов, А. П. Анятин, Изв. вузов — Радиофизика, 17, № 9, 1369 (1974).
13. А. П. Анятин, Ю. И. Орлов, Изв. вузов — Радиофизика, 19, № 4, 495 (1976).
14. А. П. Анятин, Ю. И. Орлов, Радиотехника и электроника, 22, № 10, 2082 (1977).
15. Ю. И. Орлов, А. П. Анятин, сб. Теория дифракции и распространения волн, VI Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн, Краткие тексты докладов, изд. АН СССР, 1973, т. 1, стр. 384.
16. Ю. А. Кравцов, Л. А. Островский, Н. С. Степанов, ТИИЭР, 62, № 11, 91 (1974).

Московский институт радиотехники,  
электроники и автоматики

Поступила в редакцию  
21 апреля 1978 г.,  
после доработки  
10 ноября 1978 г.

#### PECULIARITIES OF DISTORTIONS OF AM AND FM SIGNALS REFLECTED FROM EPSHTEIN LAYER

*A. P. Anyutin*

Dispersive distortions of AM and FM radio signals reflected from the plasma Epshtein layer are analysed. A strict solution of the problem is used for the numerical and asymptotic investigations. The characteristic results of calculation are given which illustrate the influence of the form of the signal modulation, the critical frequency and the layer depth on distortions of radio signals. It is shown that oscillations of the signal envelopes are due to interference of the principle and rim space-time rays.