

УДК 621.371.24

## О ВОЗМОЖНОСТИ ФОКУСИРОВКИ СДВ ВО ВРЕМЯ СОЛНЕЧНОГО ЗАТМЕНИЯ

П. В. Блюх, Р. С. Шубова

Показана возможность фокусировки СДВ сигналов во время солнечного затмения. В приближении Кирхгофа с учетом сферичности Земли рассчитаны фокусное расстояние и коэффициент усиления «линзы»; возникшей за счет солнечного затмения. Эффект фокусировки проверен на гидроакустической модели.

В области солнечного затмения состояние ионосферы приближается к ночным условиям, а эффективная высота волноводного канала  $h$  возрастает. Увеличение  $h$  приводит к уменьшению фазовой скорости волны. Фазовый фронт деформируется таким образом, что в принципе возможна фокусировка какой-либо волноводной моды СДВ на определенном расстоянии от пятна лунной тени (рис. 1).

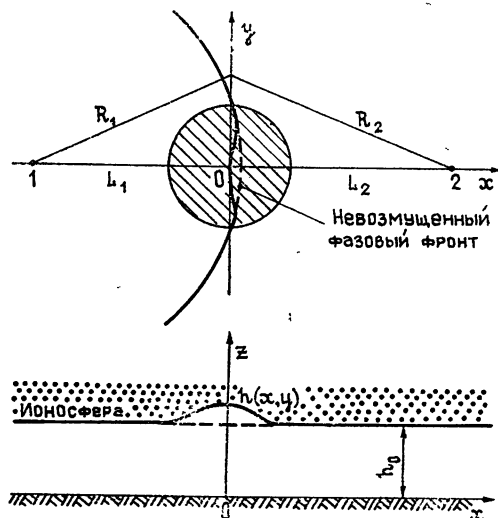


Рис. 1.

Для оценки параметров волноводной линзы максимально упростим постановку задачи. Будем считать, что лунная тень имеет форму круга (затмение происходит в экваториальной области во время, близкое к полудню), а волноводный канал является плоским. Предполагается также, что расстояния до передатчика ( $L_1$ ) и приемника ( $L_2$ ) значительно превосходят радиус возмущенной области  $a$ . Последнее обстоятельство дает возможность воспользоваться приближением фазового экрана, который можно совместить с плоскостью  $x = 0$ . При этом поле  $n$ -й моды в точке  $x = L_2$  определяется с помощью принципа Гюйгенса путем интегрирования по поперечному сечению волновода в плоскости  $x = 0$ . Интеграл по  $z$  дает некоторую константу, после чего остается интеграл по  $y$ , в котором необходимо учесть дополнительную фазу  $\varphi(y)$ , связанную с возмущением ионосферы\*:

$$U_n \approx \sqrt{\frac{i \gamma_n}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(y)}{\sqrt{R_2}} \exp \{i [\gamma_n R_2 + \varphi(y)]\} dy. \quad (1)$$

\* Предполагается, что изменения  $h(x, y)$  происходят столь плавно, что трансформацией мод можно пренебречь.

Здесь

$$U(y) = A \exp(iS_0) \frac{\exp(i\gamma_n R_1)}{\sqrt{R_1}} \quad (2)$$

— не зависящая от  $z$  часть поля передатчика на экране,  $\gamma_n$  — продольное волновое число  $n$ -й моды в невозмущенной волноводе,  $A$  и  $S_0$  — начальные амплитуда и фаза. Если рассматривается фокусировка плоской волны, то

$$U(y) = B \exp[i(S_0 + \gamma_n R_1)]. \quad (3)$$

Постоянный множитель перед интегралом в (1) выбран таким образом, чтобы при отсутствии возмущения ( $\varphi \equiv 0$ ) поле в точке 2 определялось обычной формулой

$$U_n = \frac{A \exp(iS_0)}{\sqrt{L_1 + L_2}} \exp[i\gamma_n(L_1 + L_2)]$$

( $U_n = B \exp[iS_0 + i\gamma_n(L_1 + L_2)]$  — в случае плоской волны). Дополнительная фаза  $\varphi(y)$  вычисляется в приближении геометрической оптики путем интегрирования вдоль  $x$ :

$$\varphi(y) = \int_{-\infty}^{\infty} [\gamma_n^*(x, y) - \gamma_n] dx, \quad (4)$$

где  $\gamma_n^*(x, y)$  — волновое число, соответствующее высоте  $h(x, y)$ . Для граничных условий  $U|_{z=h(x, y)} = \frac{\partial U}{\partial z}|_{z=0} = 0$  (см. [1]) и не очень больших  $n$  можно приближенно считать

$$\gamma_n^* \approx k - \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}{2kh^2(x, y)} \quad (5)$$

( $k = \omega/c$  — волновое число в вакууме,  $\gamma_n = \gamma_n^*$  при  $h(x, y) \equiv h_0$ ). Если, кроме того, изменения высоты ионосферы в области затмения  $\Delta h(x, y) = h(x, y) - h_0$  не очень велики, то

$$\varphi(y) \approx \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}{kh_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta h(x, y) dx. \quad (6)$$

При слабой деформации фазового фронта основной вклад в интеграл (1) дает область малых значений  $y$ . Поэтому, считая  $y \ll L_{1,2}$ , разложим полную фазу

$$\Psi(y) = \gamma_n \left[ \sqrt{L_1^2 + y^2} + \sqrt{L_2^2 + y^2} \right] + \varphi(y) \quad (7)$$

по степеням  $y$ :

$$\Psi(y) = \Psi_0 + \alpha y^2 + \beta y^4. \quad (8)$$

Интеграл (1) вычисляется методом стационарной фазы. Вообще говоря, могут быть три стационарные точки, соответствующие условию  $\frac{d\Psi}{dy} = 0$ ;

$y_1 = 0, y_2 = -y_3 = \sqrt{\frac{-\alpha}{2\beta}}$ . Однако последние две должны учитываться только в том случае, если их значения с одной стороны не выходят за пределы применимости (8) ( $|y| \ll L_{1,2}$ ), а с другой стороны они достаточно удалены от  $y = 0$  ( $\alpha^2 \gg \beta$ ). Если эти условия выполняются,

$$U_n = A \sqrt{\frac{\gamma_n}{L_1 L_2}} \frac{\exp[i(\Psi_0 + S_0)]}{\sqrt{2\alpha}} \left\{ 1 + \sqrt{2\alpha} \exp\left[-i\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha^2}{2\beta}\right)\right] \right\}. \quad (9)$$

В противоположном случае, когда вклад в интеграл (1) дает только область в окрестности  $y = 0$ , второе слагаемое в (9) отсутствует.

По мере уменьшения  $\alpha$  амплитуда поля возрастает. На некотором расстоянии  $L_2$   $\alpha$  может обратиться в нуль. При этом остается только одна стационарная точка  $y = 0$ . Соотношение (9), разумеется, не применимо, и сфокусированное в точке  $L_2$  поле определяется по формуле

$$U_n \approx A \sqrt{\frac{i\gamma_n}{2\pi L_1 L_2}} \exp\{i[S_0 + \gamma_n(L_1 + L_2) + \Psi_0]\} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\beta y^4) dy = \quad (10)$$

$$= \frac{A}{2} \sqrt{\frac{\gamma_n}{2\pi L_1 L_2}} \frac{\exp\left\{i\left[\frac{\pi}{4} + S_0 + \gamma_n(L_1 + L_2) + \Psi_0\right]\right\}}{\sqrt[4]{\beta}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right)$$

( $\Gamma(1/4) \approx 3,63$  — гамма-функция). В случае плоской волны множитель  $A/\sqrt{L_1}$  в (9) и (10) заменяется константой  $B$ . Основными параметрами, которые мы рассчитаем, являются фокусное расстояние линзы  $F$  и коэффициент усиления по мощности  $q$ . Для их оценки необходимо знать, как меняется высота ионосферы в области лунной тени. Задавшись для простоты гауссовой формой возмущения,

$$\Delta h(x, y) = \Delta h_0 \exp\left(\frac{-x^2 + y^2}{a^2}\right), \quad (11)$$

получим следующие значения коэффициентов полинома (8):

$$\Psi_0 = \gamma_n(L_1 + L_2) + \delta\varphi_0,$$

$$\alpha = \frac{\gamma_n}{2} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right) - \frac{\delta\varphi_0}{a^2}, \quad (12)$$

$$\beta = -\frac{\gamma_n}{8} \left(\frac{1}{L_1^3} + \frac{1}{L_2^3}\right) + \frac{\delta\varphi_0}{2a^4},$$

где

$$\delta\varphi_0 = \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2 \sqrt{\pi} a \Delta h_0}{kh_0^3} \quad (13)$$

— максимальное возмущение фазы. Выбор гауссовой формы (11), конечно, произволен, но возникающие при этом ошибки, по-видимому, не очень велики, так как в (6) входит только интеграл по всей области возмущения. Это означает, что на самом деле необходимо знать лишь максимальное изменение фазы  $\delta\varphi_0$  и характерный масштаб возмуще-

ния  $a$ . В дальнейших численных оценках эти величины будут согласованы с экспериментальными данными.

Фокусное расстояние  $F$  определяется из условия  $\alpha = 0$  (передатчик находится на бесконечности), на линзу падает плоская волна:

$$F = \frac{\gamma_n a^2}{2 \delta \varphi_0}. \quad (14)$$

При этом

$$\beta = -\frac{\gamma_n}{8F^3} + \frac{\delta \varphi_0}{2a^4} = \frac{\delta \varphi_0}{2a^4} \left(1 - \frac{a^2}{2F^2}\right).$$

Или, пренебрегая малой величиной  $(a/F)^2$ ,

$$\beta = \frac{\delta \varphi_0}{2a^4}. \quad (15)$$

Коэффициент усиления по мощности  $q$  в фокусе линзы равен  $\left| \frac{U_n}{B} \right|_{L_0=F}^2$ :

$$q = \frac{\sqrt{2}}{8\pi} \frac{\Gamma^2 \left(\frac{1}{4}\right) \gamma_n a^2}{\sqrt{\delta \varphi_0} F} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \Gamma^2 \left(\frac{1}{4}\right) \sqrt{\delta \varphi_0} \approx 1,3 \sqrt{\delta \varphi_0}. \quad (16)$$

Из формул (14) и (16) следует, что с ростом длины волны фокусное расстояние убывает  $\sim \lambda^{-2}$ , а коэффициент усиления растет  $\sim \lambda^{1/2}$ .

Перейдем к численным оценкам  $F$  и  $q$ . В 1972 г. нами проводились измерения фазовых возмущений сигнала радиостанции NAA ( $f = 17,8$  кГц) в Харькове, во время полного солнечного затмения. Условия наблюдения были таковы, что при максимальном затенении радиотрасса пересекала, примерно, половину лунной тени (полное затмение происходило в окрестности передатчика). При этом наблюдаемое возрастание фазы было около  $25^\circ$  [2]. Это означает, что можно считать  $\delta \varphi_0 \approx 2 \times 25 = 50^\circ \sim 1$  рад на частоте  $f = 17,8$  кГц. Примерно те же значения получаются путем расчета по формуле (13), если положить  $\Delta h_0 = 20$  км и  $a = 1000$  км (эти цифры согласуются с результатами наблюдений [2, 3] и не противоречат другим литературным данным).

Результаты расчета  $F$  и  $q$  для первых двух мод на частотах 3 и 30 кГц приведены в табл. 1.

Таблица 1  
Фокусное расстояние  $F$  и коэффициент усиления  $q$  для первых двух мод

$f, \text{кГц}$	$n = 0$		$n = 1$	
	$F, \text{км}$	$q$	$F, \text{км}$	$q$
3	$5 \times 10^3$	3,25	$5,7 \times 10^2$	9,6
30	$5 \times 10^5$	1,04	$5,7 \times 10^4$	3,3

Таким образом, в фокусе линзы можно ожидать усиления интенсивности в несколько раз. Что же касается фокусного расстояния, то оно меняется в широких пределах. Из приведенных в табл. 1 данных следует, что почти во всех случаях нарушаются условия применимости исходных формул. Величина  $F = 570$  км ( $n = 1, f = 3$  кГц) слишком мала (пред-

полагалось, что  $F \gg a$ ), а все остальные значения  $F$  слишком велики, чтобы можно было пренебречь сферичностью Земли. Строго говоря, это означает, что исходное выражение (1) неприменимо, и необходимо произвести заново все расчеты. Можно, однако, поступить иначе, представив формулы для  $F$  и  $q$  в «инвариантной» форме, пригодной как для плоского, так и для сферического волновода. Определим фокусное расстояние как точку пересечения лучей, идущих от краев апертуры линзы. Угол преломления лучей, прошедших область возмущения по порядку величины, равен

$$\chi \approx \frac{\delta \varphi_0}{\gamma_n a_{\text{эфф}}}, \quad (17)$$

где  $a_{\text{эфф}}$  — эффективные размеры апертуры. В плоском волноводе точка пересечения лучей находится на расстоянии  $F \approx \frac{a_{\text{эфф}}}{\chi} = \frac{\gamma_n a_{\text{эфф}}^2}{\delta \varphi_0}$ . Сравнивая этот результат с (14), видно, что определение  $F$  на основе геометрии лучей совпадает с дифракционной формулой (14), если положить  $a_{\text{эфф}} = a/\sqrt{2}$ . При переходе к сферическому волноводу следует, сохранив тот же угол преломления лучей  $\chi$ , определить точку пересечения лучей, пользуясь формулами сферической геометрии. При этом угол  $\chi$  отсчитывается от геодезических линий, проведенных от источника к экватору. Естественным аналогом плоской волны на сфере является волна от передатчика, расположенного на полюсе. В этом случае геодезические линии совпадают с меридианами, от которых и должен отсчитываться угол  $\chi$ . Расчет  $F$  при  $\chi \ll 1$  и  $a \ll R_0$  приводит к следующему выражению:

$$F_{\text{сф}} = R_0 \operatorname{arctg} \frac{a_{\text{эфф}}}{\chi R_0}$$

или

$$F_{\text{сф}} = R_0 \operatorname{arctg} \frac{F_{\text{пл}}}{R_0}, \quad (18)$$

где  $R_0 \approx 6370$  км — радиус Земли. Мы ввели фокусное расстояние на сфере  $F_{\text{сф}}$ . Оно отсчитывается от экватора вдоль меридиана, проходящего через центр линзы. Легко убедиться, что формула (18) удовлетворяет предельному переходу к плоскому волноводу ( $R_0 \rightarrow \infty$ ). С другой стороны, при отсутствии возмущения ( $\chi = 0$ ,  $F_{\text{пл}} = \infty$ ) получается естественный результат  $F_{\text{сф}} = \pi R_0/2$ , т. е. пересечение невозмущенных лучей происходит в антиподной точке.

Для оценки коэффициента усиления геометрия бесконечно тонких лучей уже не применима, и необходимо учесть их конечную «ширину». Сечение «луча»  $\Delta y$  определяется областью когерентности волнового поля. При отсутствии возмущения  $\Delta y_0$  равно зоне Френеля. Эффект фокусировки возникает благодаря расширению  $\Delta y$  и соответствующему увеличению интенсивности в точке наблюдения. Поэтому выражение для  $q$  в «инвариантной» форме можно записать так:

$$q = \left( \frac{\Delta y_{\text{ф}}}{\Delta y_0} \right)^2, \quad (19)$$

где  $\Delta y_{\text{ф}}$  — область когерентности с учетом возмущения. Легко убедиться, что в плоском случае оценка  $q$  по (19) с точностью до численного коэффициента порядка 1 совпадает с (16), если даже воспользоваться не очень строгим расчетом  $\Delta y$ . Действительно,  $(\Delta y_0)^2$  можно определить из условия  $\alpha(\Delta y_0)^2 \approx \pi$  (при отсутствии возмущения слагаемое  $\beta y^4$

в (8) удерживать не нужно). Если же наблюдатель находится в фокусе линзы,  $\alpha = 0$ , то  $(\Delta y_\phi)^2$  удовлетворяет соотношению  $\beta (\Delta y_\phi)^4 \approx \pi$ . Отсюда получаются следующие оценки:  $(\Delta y_0)^2 \approx 2\pi F/\gamma_n$ ,  $(\Delta y_\phi)^2 \approx \pi/\sqrt{\beta} = a^2 \sqrt{2\pi/\delta\varphi_0}$ ,  $q \approx 0,8 \sqrt{\delta\varphi_0}$ . Если определить  $\Delta y_0$  и  $\Delta y_\phi$  более

строго, после вычисления соответствующих интегралов  $(\Delta y = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\Psi(y)} dy)$ ,

то формулы (19) и (18) совпадут точно. В этом, однако, нет необходимости, так как поправку к  $q$ , связанную со сферичностью, легко получить непосредственно из (19). При переходе к сферическому волноводу изменения  $\Delta y_\phi$  можно пренебречь, поскольку они связаны с заменой интегрирования по прямым в (6) интегрированием по геодезическим в пределах ограниченной области возмущения  $a \ll R_0$ . Совершенно иначе обстоит дело при вычислении  $\Delta y$ . В этом случае надо определять разности фаз на расстояниях  $F$ , которые могут быть сравнимы с  $R_0$ . Проведя соответствующие расчеты, получим следующую приближенную формулу, справедливую при  $\Delta y \ll F$ :

$$q_{сф} = \frac{q_{пл} \frac{F_{сф}}{R_0}}{\operatorname{tg} \frac{F_{сф}}{R_0}} = q_{пл} \frac{F_{сф}}{F_{пл}}. \quad (20)$$

Поскольку  $F_{сф} < F_{пл}$ , коэффициент усиления в сферическом волноводе всегда меньше, чем в плоском. Результаты расчета  $q$  и  $F$  для сферического волновода приведены в табл. 2.

Таблица 2

Фокусное расстояние  $F$  и коэффициент усиления  $q$  в сферическом волноводе

$f, \text{кГц}$	$n = 0$		$n = 1$	
	$F, \text{км}$	$q$	$F, \text{км}$	$q$
3	$4,15 \times 10^3$	2,7	$5,5 \times 10^2$	9,3
30	$10^4$	0,02	$9,2 \times 10^3$	0,54

Значения  $q$  в последней строке являются заниженными, так как при  $F \approx 10^4 \text{ км}$  (приемник близок к антиподной точке) условия применимости (20) нарушаются ( $\Delta y_0$  становится  $\sim 2\pi R_0$ ). В этом случае можно ожидать значений  $q \leq 1$ . Для наблюдателя, находящегося точно в антиподе, невозмущенная зона Френеля  $\Delta y_0$  охватывает весь экватор. Любое возмущение ее только уменьшает, причем незначительно, так как  $a \ll 2\pi R_0$ . Отсюда следует вывод о том, что  $q \leq 1$  при  $F \sim 10^4 \text{ км}$ . Значение  $F = 550 \text{ км}$  ( $n = 1, f = 3 \text{ кГц}$ ), как и в случае плоского волновода, выходит за условия применимости исходной формулы (1) ( $a \ll F$ ), т. е. метод фазового экрана здесь неприменим.

Эффект фокусировки в волноводе переменного профиля исследовался нами также экспериментально с помощью гидроакустической модели, представляющей собой прямоугольную ванну из оргстекла размерами  $120 \times 60 \times 20 \text{ см}$ . Роль ионосферной стенки играл слой пенопласта толщиной 6 см на дне ванны. Увеличение высоты волновода, соответствующей солнечному затмению, моделировалось выемкой в пенопласте\*.

\* Мы не ставили цели получить количественное соответствие между модельными и натурными условиями. Поэтому форма и размеры углубления не связаны с реальной деформацией ионосферы во время солнечного затмения.

Для усиления эффекта фокусировки контуры углубления в плоскости  $(x, y)$  подбирались так, чтобы линза была короткофокусной и имела минимальную aberrацию:

$$x = \pm \frac{p_0}{p_1 - p_0} (\sqrt{L_0^2 + a^2} - \sqrt{L_0^2 + y^2}). \quad (21)$$

Здесь  $p_0 = \sqrt{k^2 - (\pi/h_0)^2}$ ,  $p_1 = \sqrt{k^2 - [\pi/(h_0 + \Delta h)]^2}$ ,  $L_0$  — расстояние от линзы до излучателя и приемника ( $L_1 = L_2 = L_0 = 2F$ ). Учитывая размеры ванны, были выбраны следующие параметры трассы: высота волновода (глубина слоя воды) вне области возмущения  $h_0 = 1,5$  см,  $\Delta h_0 = 1,5$  см,  $\lambda_{зв} = 1,5$  см. При этом расчетное фокусное расстояние было равно 20 см, а расстояние  $L_0 = 40$  см. Размер линзы по оси  $y$  выбран в соответствии с шириной диаграммы направленности излучателя ( $2a = 20$  см), а максимальная толщина линзы по оси  $x$  согласно (21) равнялась 23,4 см. В окрестности фокуса были сняты поперечные размеры поля при наличии углубления и без него. Соответствующие графики, построенные на рис. 2, иллюстрируют фокусирующее действие линзы. Коэффициент усиления не определялся, так как резкие края углубления приводят к возникновению сильных отражений, которые не учитываются при расчете по формуле (1).

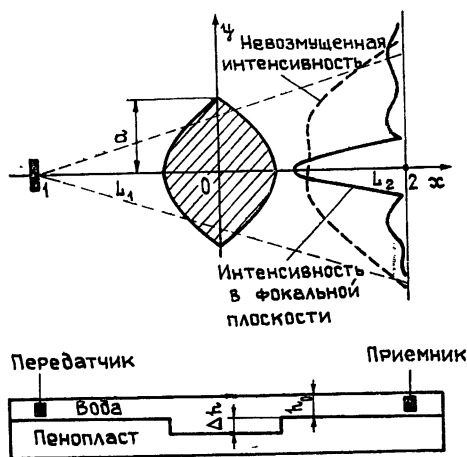


Рис. 2.

В заключение можно сделать вывод о том, что для основной моды длинноволновой части СДВ можно ожидать небольшого усиления интенсивности на расстояниях  $\sim 4 \times 10^3$  км от лунной тени. Обсуждаемый эффект вряд ли имеет значение для повышения уровня принимаемого сигнала, так как и коэффициент усиления невелик и условия возникновения «линзы» на заданной трассе редко реализуются. Однако, если провести более подробный анализ амплитудно-фазового распределения в окрестности фокуса, где изменения поля происходят наиболее резко, можно получить данные о параметрах возмущенной области. Это замечание относится не только к случаю солнечного затмения, но и к другим крупномасштабным возмущениям ионосферы.

Авторы выражают благодарность Ю. М. Ямпольскому за помощь в проведении измерений на гидроакустической модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Орлов, Г. В. Азарнин, в сб. Проблемы дифракции и распространения волн, ЛГУ, 10, 3 (1970).
2. Р. С. Шубова, Геомагнетизм и аэрономия, 14, № 1, 166 (1974).
3. Л. Н. Моисеенко, Р. С. Шубова — Изв. вузов — Радиофизика, 21, № 2, 269 (1978).

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
17 мая 1978 г.,  
после доработки  
25 декабря 1978 г.

THE POSSIBILITY OF VLF FOCUSING DURING SOLAR OCCULTATION

*P. V. Blokh, R. S. Shubova*

A possibility is shown of VLF signal focusing during the solar occultation. The focusing distance and the amplification coefficient of the «lense» occurred due to the solar occultation are calculated in the Kirchhoff's approximation taking into account the sphericity of the Earth. The focusing effect is verified by hydroacoustic model

---