ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXI, № 7 *РАДИОФИЗИКА* *1978*

ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ВОЛНЫ НАКАЧКИ В ИЗЛУЧЕНИИ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ

В. И. Беспалов, А. А. Бетин, Г. А. Пасманик

Теоретически исследуется эффект воспроизведения стоксовой волной амплитудной и фазовой модуляции накачки при ВР многомодовых коллимированных или сфокусированных световых пучков. Найдены радиус огибающей и инкремент воспроизводящей накачку стоксовой волны, определены условия реализации эффекта воспроизведения в зависимости от параметров возбуждающего излучения и величины коэффициента усиления Показано, что при отсутствии воспроизведения волнового фронта накачки могут быть реализованы условия, при которых заданный на границе среды стоксов пучок усиливается с сохранением пространственной когерентности.

Исследовано влияние на эффект воспроизведения таких факторов, как снос и дифракция звуковой волны при ВРМБ, взаимодействие стоксовых и антистоксовых компонент при ВКР, немонохроматичность возбуждающего излучения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Еще в первых работах по исследованию вынужденного рассеяния Мандельштама — Бриллюэна (ВРМБ) и вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) было замечено, что рассеянное излучение распространяется примерно в том же телесном угле, что и пучок возбуждающего света [1–3]. В частности, при фокусировке в кювету лазерного излучения с расходимостью, близкой к дифракционной, пучок обратно рассеянного света имел почти столь же малую угловую расходимость [4, 5]. Для пучков накачки с более сложной пространственной структурой отмечалось, что распределение интенсивности излучения ВКР в дальней зоне примерно повторяет соответствующее распределение в угловом спектре возбуждающего света [6]. В 1972 г. в экспериментах по ВРМБ в световоде было впервые показано, что стоксово излучение воспроизводит комплексно-сопряженную лазерную волну, промодулированную сильно неоднородной фазовой пластинкой [7]*. Дальнейшие исследования [10] показали, что эффект воспроизведения может наблюдаться и в сфокусированных многомодовых пучках (см. также [11–13]), причем только в том случае, если длина рассеивающей среды больше длины фокальной перетяжки. При фокусировке наблюдалось также восстановление в стоксовом излучении крупномасштабных контуров непрозрачных объектов, вносимых в одномодовый лазерный пучок. Более детально эффект воспроизведения изучался в схеме с затравочной стоксовой волной, позволяющей проводить эксперименты при различных уровнях полного инкремента M. Оказалось, в частности, что при небольших значениях инкремента воспроизведение отсутствует, однако с повышением инкремента наблюдается сначала частичное, а затем и полное воспроизведение углового спектра накачки и ее распределения в ближней зоне [11, 12]. В то же время при фиксированном уровне ин-

* Позднее этот эффект наблюдался и при ВКР [8, 9, 12].

кремента с уменьшением масштаба поперечной модуляции поля накачки эффект воспроизведения резко ухудшался [14].

В работе [7] отмечалось, что наблюдаемый эффект обращения волнового фронта связан с преимущественным усилением такой структуры в стоксовой волне, пространственное распределение поля которой совпадает с распределением поля в лазерном пучке. Количественный анализ данного эффекта при ВР в световоде показал, что инкремент стоксовой волны, подобной накачке, вдвое превышает инкремент некоррелированных с ней компонент [15, 16]. В то же время экспериментальные исследования эффекта воспроизведения в сфокусированных многомодовых пучках указывают на то, что в этом случае дискриминация инкрементов оказывается меньшей, чем в световоде [14]. Теоретическое рассмотрение соответствующей задачи необходимо проводить с учетом дифракционных потерь воспроизводящей накачку стоксовой волны.

В настоящей работе для исследования эффекта воспроизведения предлагается подход, основанный на выделении в поляризации, наведенной при рассеянии стоксовой волны на профиле усиления, оптимальной структуры, ответственной за возбуждение наиболее интенсивно нарастающих стоксовых компонент. Найдены инкремент и радиус воспроизводящей накачку стоксовой волны. Сравнивая мощность этой волны с мощностью других, слабокоррелированных с накачкой компонент, находятся условия, при выполнении которых должен наблюдаться эффект воспроизведения. В том случае, когда эффект воспроизведения не наблюдается, могут быть реализованы условия, при которых заданный на границе достаточно узкий, слаборасходящийся стоксов пучок усиливается с сохранением своей пространственной когерентности. Предлагаемый в данной работе подход используется также для анализа влияния на эффект воспроизведения таких факторов, как снос и дифракция звуковой волны при ВРМБ, взаимодействие стоксовых и антистоксовых компонент при ВКР, немонохроматичность возбуждающего света.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В приближении заданного поля накачки E_L попутное усиление стоксовой волны с комплексной амплитудой E_s описывается квазиоптическим уравнением

$$\hat{L}_s E_L - \frac{1}{2} g |E_L|^2 E_s = 0, \tag{1}$$

где $\hat{L}_L E_L = 0$, $\hat{L}_{s,L} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k_{s,L}} \Delta_\perp$. Предположим, что на входе в среду ($z=0$) задан многомодовый коллимированный пучок накачки с нормальным законом распределения поля, гауссовой огибающей и гауссовой функцией корреляции*

$$\overline{E_L(0, \boldsymbol{r}_\perp + \boldsymbol{\rho}/2) E_L^*(0, \boldsymbol{r}_\perp - \boldsymbol{\rho}/2)} = \overline{I}_L \exp\left(-\frac{r_\perp^2}{r_L^2(0)} - \frac{\rho^2}{4\rho_L^2(0)}\right), \tag{2}$$

где $r_L(0)$ и $\rho_L(0)$ — соответственно радиусы огибающей и поперечной корреляции падающего излучения; эти параметры определяют расходи-

---

* Результаты, полученные для коллимированного пучка, легко переносятся на случай сфокусированных пучков накачки. Для получения соответствующих формул достаточно предположить, что отсчет координаты z производится из центра фокальной перетяжки.

мость пучка накачки $\theta_L = \dfrac{1}{k_L \rho_L(0)}$ и длину дифракционного уширения огибающей $z_L = k_L \rho_L(0) r_L(0) = r_L(0)/\theta_L$. Дальнейший анализ проведем в предположении малости усиления на длине продольной корреляции накачки $z_к = k_L \rho_L^2(0)$ [15], т. е. при условии $M_к = g\overline{I}_L z_к \ll 1$. Будем считать, что рассеянная волна задается в плоскости $z=0$ шумовым стоксовым излучением с мощностью $P_s(0)$ на апертуре радиусом $r_L(0)$ и в угле $\sim \theta_L$.

В уравнении (1) поляризация $N_s = \dfrac{1}{2} g |E_L|^2 E_s$ возбуждает стоксово излучение сложной пространственной структуры, которое в свою очередь приводит к возрастанию поляризации и т. д. Однако эффективный вклад в возбуждение вносит лишь та составляющая поляризации N, которая обеспечивает наиболее быстрое (вдоль оси z) нарастание стоксовой волны. Определим явный вид этой составляющей, исходя из условия максимального усиления возбуждаемых ею компонент.

Выделим проекцию на N, т. е. представим N_s в виде $N_s = N + \widetilde{N}_s$. Полагая $\int\limits_{-\infty}^{\infty} N\widetilde{N}_s^* ds = 0$ и $N = C_s(z) F(z, r_\perp)$, где F — пока не известная, подлежащая определению функция координат, $C_s(z)$ — весовой множитель, находим

$$C_s(z) = \frac{1}{2P_f} \int\limits_{-\infty}^{\infty} g|E_L|^2 E_s F^* ds, \quad P_f = \int |F|^2 ds. \tag{3}$$

Поле E_s представим в виде суммы двух слагаемых: $E_s = E + \widetilde{E}_s$, где $\hat{L}_s E = C_s F$ и $\hat{L}_s \widetilde{E}_s = \dfrac{1}{2} g|E_L|^2 E_s - C_s F$. На границе $z = 0$ полагаем $E = \sigma F$, где $\sigma = \dfrac{1}{P_f} \int E_s(0, r_\perp) F^* ds$ и $\widetilde{E}_s(0, r_\perp) = E_s(0, r_\perp) - E(0, r_\perp)$.

Подставляя в (3) $E_s = E + \widetilde{E}_s$, получаем

$$C_s(z) - \frac{1}{2} \int\limits_0^z \Gamma(z, z') C_s(z') dz' = \frac{\sigma}{2} \Gamma(z, 0) + \frac{g}{2P_f} \int\limits_{-\infty}^{\infty} |E_L|^2 F^* \widetilde{E}_s ds; \tag{4}$$

$$\begin{gathered} \Gamma(z, z') = \frac{g}{P_f} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} dr_\perp^2 d^2 r'_\perp G_s(z - z', r_\perp - r'_\perp) \times \\ \times |E_L(z, r_\perp)|^2 F^*(z, r_\perp) F(z', r'_\perp), \\ G_s(z, r_\perp) = \frac{ik_s}{2\pi z} \exp\left(-\frac{ik_s}{2z} r_\perp^2\right). \end{gathered} \tag{5}$$

Поле $\widetilde{E}_s$ удовлетворяет, в свою очередь, уравнению

$$\begin{gathered} \hat{L}_s \widetilde{E}_s - \frac{1}{2} g |E_L|^2 \widetilde{E}_s + \frac{gF}{2P_f} \int\limits_{-\infty}^{\infty} ds |E_L|^2 F^* \widetilde{E}_s = \\ = \frac{1}{2} g |E_L|^2 E - \frac{gF}{2P_f} \int\limits_{-\infty}^{\infty} ds |E_L|^2 F^* E, \end{gathered} \tag{6}$$

Система уравнений (4), (6) эквивалентна исходному уравнению (1), причем в (6) исключено возбуждение выделенной структуры F.

Разобьем поле $\tilde{E}_s$ на два слагаемых, $\tilde{E}_s = \tilde{E} + \tilde{E}'$, полагая, что составляющая $\tilde{E}'$ удовлетворяет уравнению (6) при нулевых граничных условиях. Возбуждение этой составляющей связано с источником в правой части (6), зависящим от E и структуры F. Тогда поле $\tilde{E}$ описывается уравнением

$$\hat{L}_s\tilde{E} - \frac{1}{2} g\,|E_L|^2\tilde{E} + \frac{gF}{2P_f}\int_{-\infty}^{\infty} ds\,|E_L|^2 F^*\tilde{E} = 0 \tag{7}$$

с граничным условием $\tilde{E}(0, \boldsymbol{r}_\perp) = E_s(0, \boldsymbol{r}_\perp) - E(0, \boldsymbol{r}_\perp)$. В разд. 4 на основании (7) будет рассмотрено усиление некоррелированных с накачкой волн.

3. УСИЛЕНИЕ ВОСПРОИЗВОДЯЩЕЙ НАКАЧКУ СТОКСОВОЙ ВОЛНЫ

Предположим, что выделенная нами структура F является оптимальной в том смысле, что соответствующая ей составляющая E нарастает с наибольшим коэффициентом усиления. Тогда собственное усиление поля $\tilde{E}_s$, определяемое оператором в левой части уравнения (6), будет меньше, чем усиление поля E.

При исследовании эффекта воспроизведения функцию F будем оптимизировать среди класса функций, повторяющих по мелкомасштабному распределению структуру лазерной волны, поскольку структуры такого типа приводят к наиболее интенсивному нарастанию стоксовой волны в поле многомодовой накачки [7, 15, 16]*. Полагаем поэтому $F = fE_L$, где f — медленная в масштабе ρ_L огибающая. Исходя из условия максимального нарастания коэффициента $C_s(z)$, определим явный вид огибающей $f(z, \boldsymbol{r}_\perp)$.

Оценим вклад составляющих $\tilde{E}$ и $\tilde{E}'$ в нарастание коэффициента $C_s(z)$. Предположим, что длина дифракционного расплывания $z_f = r_f/\theta_L$ (r_f — радиус огибающей fE_L) структуры fE_L в свободном пространстве больше характерной длины нарастания коэффициента $C_s(z)$. Тогда источник в правой части (6) можно записать в виде

$$(g\,\overline{|E_L|^2} - A_f)fE_L\int_0^z C_s(z')dz' + \left(\frac{1}{2} g\,|E_L|^2 - g\,\overline{|E_L|^2}\right)\times$$
$$\times fE_L\int_0^z C_s dz, \quad A_f = \frac{g}{2P_f}\int_{-\infty}^{\infty}|E_L|^4|f|^2 ds. \tag{8}$$

Второе слагаемое в (8) эквивалентно шумовому (нерезонансному) источнику, вклад от которого в мощность $\tilde{P}'$ поля $\tilde{E}'$ и в инкремент коэффициента $C_s(z)$ пропорционален малому параметру $M_к$ (см. Приложение), и при $M_к \ll 1$ им можно пренебречь. Первое слагаемое (8) определяет вклад в поле E компонент, коэффициент возбуждения которых — медленная функция z, и в этом смысле оно является резонансным. Однако в том случае, когда $r_f \ll r_L$, само это слагаемое и возбуждае-

* При обратном ВР ($\hat{L}_s \to -\hat{L}_s^*$) функция F должна быть близка по структуре к комплексно-сопряженному полю лазерной волны E_L^*.

мое им поле $\tilde{E}'$ будут относительно малы, и в первом приближении полем $\tilde{E}'$ и его вкладом в уравнение (6) можно пренебречь. Далее мы уточним справедливость этого приближения.

Для определения вклада составляющей $\tilde{E}$ необходимо учесть, что поле $\tilde{E}$ включает усиление некоррелированных с накачкой волн и потому даже при сравнимых мощностях полей E и $\tilde{E}$ вклад составляющей $\tilde{E}$ в коэффициент $C_s(z)$ будет незначителен, если только $M_к \ll 1$*.

Итак, пренебрегая вкладом поля $\tilde{E}_s = \tilde{E} + \tilde{E}'$ в нарастание коэффициента $C_s(z)$, рассмотрим уравнение (4), положив в нем $\tilde{E}_s = 0$**.

Предположим, что воспроизводящая накачку стоксова волна на входе в среду имеет (как и лазерный пучок) гауссов профиль огибающей, т. е. $f(0, \boldsymbol{r}_\perp) = \exp\left(-\frac{\alpha^2(0)}{2}\frac{\boldsymbol{r}_\perp^2}{r_L^2(0)}\right)$. В этом случае естественно искать оптимальную огибающую в виде осемметричной гауссовой кривой, $f(z, \boldsymbol{r}_\perp) = \exp\left(-\frac{\alpha^2(z)}{2}\frac{\boldsymbol{r}_\perp^2}{r_L^2(z)}\right)$, где $r_L^2(z) = r_L^2(0)[1 + z^2/z_L^2]$, $r_L(z)$ — радиус огибающей пучка накачки в плоскости z. Закон изменения радиуса выделенной структуры найдем, исходя из условия максимального нарастания поля E. Коэффициент $\Gamma(z, z')$ уравнения (8) удается рассчитать в явном виде для гауссовой функции корреляции поля E_L:

$$\Phi_L(z, \boldsymbol{r}_\perp, z', \boldsymbol{r}'_L) = \overline{E_L(z, \boldsymbol{r}_\perp) E_L^*(z', \boldsymbol{r}'_\perp)} =$$

$$= \frac{\overline{I}_L}{\mu} \exp\left[-\frac{\frac{ik_L}{2z_L^2}z' + \frac{k_L}{4}\left(\frac{1}{z_к} + \frac{1}{z_д}\right)}{\mu}\boldsymbol{r}_\perp^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{-\frac{ik_L}{2z_L^2}z + \frac{k_L}{4}\left(\frac{1}{z_к} + \frac{1}{z_д}\right)}{\mu}\boldsymbol{r}'^2_\perp + \frac{\frac{k_L}{2}\left(\frac{1}{z_к} - \frac{1}{z_д}\right)}{\mu}\boldsymbol{r}_\perp \boldsymbol{r}'_\perp\right], \tag{9}$$

$$\mu = 1 + zz'/z_L^2 - \frac{i}{2}(z - z')\left(\frac{1}{z_к} + \frac{1}{z_д}\right),$$

$$z_д = k_L r_L^2(0).$$

---

* Вклад слагаемого $g(2P_f)^{-1}\int_{-\infty}^{\infty} ds\, |E_L|^2 f^* E_L^* \tilde{E}$ в инкремент для C_s пропорционален $M_к$, так как силу статистической независимости полей $\tilde{E}$ и E_L эта свертка — знакопеременная функция координаты z с характерным масштабом, меньшим или порядка $z_к$ (этот масштаб определяется длиной взаимной корреляции полей $\tilde{E}$ и E_L).

** Найденные условия означают, что при $M_к \ll 1$ усиление достаточно узкого стоксова пучка в поле многомодовой накачки происходит независимо от остальных пучков Далее (разд 4) аналогичные приближения будут использоваться при оценке инкремента некоррелированных с накачкой волн.

Эта формула получена из решения уравнения $\hat{L}_L E_L = 0$ при граничном условии (2). После введения новых переменных $\zeta = \operatorname{arctg} z/z_L$, $U(\zeta) = \dfrac{C_s(z)}{(1 + z^2/z_L^2)}$ вместо (4) получим*

$$U(\zeta) - \frac{1}{2}\int\limits_0^{\zeta} d\zeta' U(\zeta')\,\Gamma(\zeta, \zeta') = \frac{\sigma}{2}\Gamma(\zeta, 0), \tag{10}$$

$$\Gamma(\zeta, \zeta') = 2M_L\,[1 + \alpha^2(\zeta)]\left\{2 + \frac{1}{2}\,[\alpha^2(\zeta) + \alpha^2(\zeta')] + \frac{\alpha^2(\zeta')}{2}\times\right.$$
$$\times\left(1 + \frac{1}{2}\alpha^2(\zeta)\right)\sin^2(\zeta - \zeta') - \frac{i}{2}\,\delta\sin(\zeta - \zeta')\left[\frac{1}{\cos\zeta\cos\zeta'} + \frac{\cos\zeta}{\cos\zeta'}\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left(1 + \frac{\alpha^2(\zeta)}{2}\right) + \frac{\cos\zeta'}{\cos\zeta}\,\frac{\alpha^2(\zeta')}{2}\right]\right\}^{-1},$$

$$\delta = \frac{k_L - k_s}{k_L}\,\frac{\theta_L}{\theta_д}, \quad \theta_д = \frac{1}{k_L r_L(0)},$$

$$M_L = g\bar{I}_L z_L.$$

Решение уравнения (10), зависящее от произвольной функции $\alpha(\zeta)$, надо оптимизировать так, чтобы $U(\zeta)$ было максимально на выходе из рассеивающего слоя при заданном значении $\alpha(0)$. Ограничимся, однако, решением более простой задачи. Пусть на входе задано оптимальное значение параметра $\alpha(0) = \alpha_0$. Полагая $\alpha(\zeta) = \mathrm{const}$, найдем решение $U(\zeta)$, оптимизируя которое определим величину α_0. Этот прием оправдан, если значение α_0 действительно окажется независимым от ζ. При $\operatorname{tg}\zeta \ll \max\left(\alpha, \dfrac{\alpha^2}{\delta}\right)$ решение (10) находится преобразованием Лапласа. В результате при $1 \ll \alpha \ll 2M_L$ и $\delta \ll 2M_L$ получим

$$U(\zeta, \alpha) = M_L\sigma\exp\left[M_L\zeta\left(1 - \frac{1}{\alpha^2} - \frac{\alpha^2 + \delta^2}{2M_L^2} - \frac{i\delta}{M_L^2}\right)\right].$$

Отыскивая максимум $U(\zeta, \alpha)$ по α, определяем $\alpha_0 = \sqrt[4]{2}\,\sqrt{M_L}$, т. е. условие $1 \ll \alpha \ll 2M_L$ действительно выполняется при $M_L \gg 1$. Полученное значение α_0 не зависит от ζ, что указывает на обоснованность предположения, используемого для отыскания α. Амплитудный инкремент $M_a(\zeta)$ при $\alpha = \alpha_0$ равен $M_a(\zeta) \doteq M_L\zeta\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{M_L} - \dfrac{\delta^2}{2M_L^2} - \dfrac{i\delta}{M_L^2}\right)$. Таким образом, поле E, задаваемое на входе в среду функцией $E(0, r_\perp) = \sigma\exp\left(-\dfrac{\alpha^2(0)}{2}\,\dfrac{r_\perp^2}{r_L^2(0)}\right)E_L(0, r_\perp)$, в первом приближении записывается в виде

$$E(z, r_\perp) = \sigma M_L\int\limits_0^z dz'\exp(M_a(z'))\int\limits_{-\infty}^{\infty} d^2r'_\perp G_s(z - z', r_\perp - r'_\perp)\times$$

---

* При расчете выражений для $\Gamma(\zeta, \zeta')$ мы учли, что интегрирование по сечению автоматически означает усреднение по ансамблю, что оправдано при $M_к \ll 1$.

$$\times \exp\left(-\frac{\alpha_0^2}{2}\frac{r_\perp'^2}{r_2^2(z')}\right)E_L(z', r_\perp') + \sigma\int_{-\infty}^{\infty} dr_\perp' G_s(z, r_\perp - r_\perp')\times \tag{11}$$

$$\times \exp\left(-\frac{\alpha_0^2 r_\perp'^2}{2r_L^2(0)}\right)E_L(0, r_\perp').$$

Найдем относительный вес χ воспроизводящей накачку структуры $f_0 E_L \left[f_0(z, r_\perp) = \exp\left(-\frac{\alpha_0^2}{2}\frac{r_\perp^2}{r_L(z)}\right)\right]$ в поле E: $\chi = \dfrac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} ds E f_0^* E_L^*\right|^2}{P_f P}$, где $P = \int_{-\infty}^{\infty} |E|^2 ds$. Используя (11) при $M_L \gg 1$, получим, что $\chi \approx 1 - O\left(1/\sqrt{M_L}\right)$, т. е. с точностью до членов $\sim 1/\sqrt{M_L}$ поперечная структура поля E совпадает с $f_0 E_2$.

Уточним теперь условия, когда вклад поля $\tilde{E}'$ в нарастание $C_s(z)$ будет относительно мал. Как указывалось выше, для этого необходимо, чтобы выполнялись неравенства $r_f = \dfrac{r_L(z)}{\sqrt{1+\alpha_0^2}} \ll r_L$ и $z_f = \dfrac{r_f}{\theta_L} \gg \dfrac{1}{g\bar{I}_L}$. При $1 \ll \alpha_0 \ll 2M_L$ оба эти условия выполняются и поэтому исходные предположения оказываются верными. Мощность составляющей поля $\tilde{E}'$, возбуждение которой определяется первым слагаемым (8), оказывается существенно меньше мощности поля E. Полный инкремент воспроизводящей накачку стоксовой волны (по интенсивности) определяется выражением

$$M(z) = 2M_L\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{M_L} - \frac{1}{2M_{Ls}^2}\right)\operatorname{arctg}\frac{z}{z_L}, \quad M_{Ls} = g\bar{I}_L z_{Ls}, \tag{12}$$

$z_{Ls} = z_L/\delta$ — длина рассогласования стоксовой волны и накачки. Предельное значение инкремента в неограниченной среде ($z \to \infty$) для коллимированного на входе пучка равно $M_{\text{кол}} = \pi M_L\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{M_L} - \dfrac{1}{2M_{Ls}^2}\right)$; для сфокусированного пучка $(F \ll z_L)\, M_{\text{сф}} \approx 2M_{\text{кол}} = 2\pi M_L\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{M_L} - \dfrac{1}{2M_{Ls}^2}\right)$. Последние формулы пригодны лишь при $\operatorname{arctg}[\max(\alpha_0, \alpha_0^2/\delta)] - \dfrac{\pi}{2} \ll \dfrac{\pi}{2}$. Как видно из формулы (12), инкремент воспроизводящей накачку стоксовой волны превышает инкремент $\bar{M}$ некоррелированных с накачкой волн, определяемых средним профилем интенсивности лазерного пучка (см. разд. 4), $\bar{M}(\zeta) = M_L\zeta$, и это превышение $\beta = \dfrac{M(\zeta)}{\bar{M}(\zeta)}$ при возрастании коэффициента усиления M_L стремится к величине, соответствующей световоду (при $M_L \to \infty$ и $k_L = k_s$, $\beta \to 2$, см. [15, 16]).

Найденная выше структура поля E является оптимальной и обладает максимальным инкрементом. Если на входе в среду воспроизводящая накачку стоксова волна имеет огибающую, отличную от оптимальной f_0 (например, $\alpha(0) \neq \alpha_0$), то по мере усиления, на достаточно большой трассе, в стоксовом пучке должна формироваться структура с радиусом, соответствующим $\alpha = \alpha_0$. Для исследования процесса формирования воспроизводящей накачку стоксовой волны вдоль трассы при произвольном радиусе огибающей функции f на входе в среду и произвольных (не обязательно больших) значениях инкремента выделим в поляризации $N_s = \frac{1}{2} g |E_L|^2 E_s$ в явном виде проекции на совокупность n ортогональных мод $\mathscr{E}_j$, совпадающих по внутреннему заполнению с накачкой

$$\frac{1}{2} g |E_L|^2 E_s = \sum_{j=0}^{n} C_j(z) \mathscr{E}_j + \tilde{N}_s, \text{ где } \int \tilde{N}_s \mathscr{E}_j^* ds = 0. \tag{13}$$

Моды $\mathscr{E}_j$ определим по рекуррентному соотношению

$$\mathscr{E}_{j+1} = \frac{\overline{|E_L(z, \mathbf{r}_\perp)|^2}}{\overline{|E_L(z, 0)|^2}} \mathscr{E}_j - \sum_{k=0}^{j} A_{k,j} \mathscr{E}_k,$$

$$A_{k,j} = \frac{1}{P_k} \int ds \frac{\overline{|E_L(z, \mathbf{r}_\perp)|^2}}{\overline{|E_L(z, 0)|^2}} \mathscr{E}_k^* \mathscr{E}_j, \quad \int \mathscr{E}_k^* \mathscr{E}_j ds = \delta_{kj} P_k,$$

построенному таким образом, чтобы каждая последующая мода совпадала с частью поляризации $\frac{1}{2} g |E_L|^2 \mathscr{E}_j$, оставшейся после вычитания из нее проекций на все моды с индексами $k \leqslant j$*. В качестве нулевой моды возьмем функцию $\mathscr{E}_0 = \varphi_0 E_L$, где $\varphi_0 = \exp\left(-\frac{\mu^2}{2} \frac{r_\perp^2}{r_L^2(z)}\right)$, μ — произвольный параметр, выбираемый далее из удобства численного интегрирования. Матрица коэффициентов $A_{k,j}$ при указанном выше алгоритме введения согласованных мод имеет ленточный вид $A_{k,j} = A_{k,k-1} \delta_{k,j+1} + A_{k,k} \delta_{k,j} + A_{k,k+1} \delta_{k,j-1}$, что существенно упрощает последующие расчеты.

Использование данной системы мод позволяет описывать усиление воспроизводящей накачку стоксовой волны не только с гауссовой, но и более сложной зависимостью огибающей от поперечных координат.

Подставляя (13) в (1), найдем поле $E_s = E + \tilde{E}_s$, где $\hat{L}_s E = \sum_{j=0}^{n} C_j \mathscr{E}_j$, $\hat{L}_s \tilde{E}_s = \tilde{N}_s$. Повторяя далее процедуру, аналогичную той, которая была проведена выше, получим вместо одного уравнения (4) систему связанных уравнений для коэффициентов $C_j(z)$. Выделяя достаточно большое число мод n и используя условие $M_\text{к} \ll 1$, как и в предыдущем случае, можно пренебречь вкладом поля $\tilde{E}_s$ в нарастание коэффициентов $C_j(z)$. Дальнейший анализ этой системы, также записанной в переменных $\zeta = \operatorname{arctg} z/z_L$ и $U_j(\zeta) = C_j(z)(1 + z^2/z_L^2)^{-1}$, проведен с использованием численного интегрирования при $\delta = 0$ и различных значениях параметров M_L, $\alpha(0)$ и μ. После нахождения решения $U_j(\zeta)$ вычислялись проекции $\sigma_j = \frac{1}{P_j} \int E \mathscr{E}_j^* ds$ $\left(P_j = \int |\mathscr{E}_j|^2 ds\right)$

---

* Для удобства последующих расчетов в приближении $M_\text{к} \ll 1$ шумовая составляющая поляризации $\frac{1}{2} [g |E_L|^2 - 2g \overline{|E_L|^2}] \mathscr{E}_j$ при введении мод $\mathscr{E}_j$ отбрасывается.

поля E на моды $\mathscr{E}_j$ в результате чего можно было определить мощность воспроизводящей накачку структуры $P_\sigma \doteq \sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2 P_j$, ее долю $\chi = P_\sigma/P$ $\left(P = \int |E|^2 ds\right)$ в поле E, а также относительную долю $\chi_j = \sigma_j^2 P_j/P_\sigma$ каждой моды $\mathscr{E}_j$ в мощности P_σ. Кроме того, вычислялся инкремент воспроизводящей накачку стоксовой волны $M(\zeta) = \ln(P_\sigma(\zeta)/P(0))$. Проведенные расчеты показали, что независимо от радиуса огибающей на входе в среду (т. е. независимо от $\alpha(0)$) на достаточно большой трассе ($z \gg z_L$) в стоксовом излучении формируется структура с определенными соотношениями коэффициентов χ_j. Если выбрать $\alpha(0)$ так, что данное соотношение между коэффициентами χ_j выполняется при $\zeta = 0$, то это соотношение практически не изменяется в процессе усиления вдоль всей трассы $0 \leqslant \zeta \leqslant \pi/2$, причем в этом случае достигается наибольшее значение полного инкремента $M(\pi/2)$. Соответствующее значение $\alpha(0) = \alpha_0$ примерно определяет радиус оптимальной огибающей стоксова пучка, который формируется на трассах $z \gg z_L$. Результаты расчетов, представленные в таблице, хорошо согласуются при $M_L \gg 1$ с развитой выше теорией.

Таблица

M_L	α_0	μ	$\beta = \frac{M}{\overline{M}}$	χ	χ_0	χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
1	1	0	1,15	0,873	0,947	0,05	$2{,}8 \cdot 10^{-4}$	$6{,}2 \cdot 10^{-7}$	0	0
2	1,3	0	1,31	0,858	0,817	0,18	$5{,}1 \cdot 10^{-3}$	$7{,}5 \cdot 10^{-5}$	$3{,}9 \cdot 10^{-7}$	0
4	2,2	0	1,52	0,855	0,537	0,40	0,055	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$	$1{,}1 \cdot 10^{-4}$	$2{,}6 \cdot 10^{-6}$
6	2,8	0	1,64	0,872	0,388	0,46	0,13	$1{,}9 \cdot 10^{-2}$	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$	$6{,}7 \cdot 10^{-5}$
6	2,8	2,8	1,64	0,864	0,998	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-4}$	$8{,}9 \cdot 10^{-7}$	0	0
8	3,2	0	1,7	0,878	0,313	0,46	0,19	$3{,}8 \cdot 10^{-2}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$	$2{,}9 \cdot 10^{-4}$
8	3,2	3,2	1,7	0,872	0,999	$5{,}5 \cdot 10^{-4}$	$4{,}8 \cdot 10^{-4}$	$8{,}4 \cdot 10^{-7}$	0	0
10	3,4	3,2	1,71	0,881	0,995	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$4{,}8 \cdot 10^{-7}$	0	0

Итак, как показывает аналитический и численный анализ, проводимый в приближении заданного поля, при ВР сфокусированных пучков воспроизводящая накачку стоксова волна имеет более узкую огибающую. Максимальным инкрементом обладает пучок с оптимальным радиусом огибающей. Для более широких пучков инкремент падает из-за снижения интенсивности накачки к периферии пучка, для более узких пучков — из-за увеличения дифракционных потерь.

4. УСИЛЕНИЕ НЕКОРРЕЛИРОВАННЫХ С НАКАЧКОЙ ВОЛН

Рассмотрим уравнение (7) при заданном на границе поле $\widetilde{E} = E_s - \sigma f_0 E_L$. Поскольку на входе в среду это поле слабо скоррелировано с полем падающего излучения и в уравнении (7) исключено усиление наиболее нарастающей структуры $f_0 E_L$, то можно ожидать, что при $z > 0$ поле $\widetilde{E}$ также останется слабо скоррелированным с полем E_L. В этой связи представляет интерес нахождение условий, при выполнении которых поле $\widetilde{E}$ будет усиливаться с сохранением структуры $\widetilde{E}_0 = \int d^2 r'_\perp G_s(z, r_\perp - r'_\perp)\, \widetilde{E}(0, r'_\perp)$, соответствующей ему при распространении в свободном пространстве.

Выделим в поляризации $\frac{1}{2}g|E_L|^2\tilde{E}$ проекцию на $\tilde{E}_0$, т. е. запишем $\frac{1}{2}g|E_L|^2\tilde{E}=\tilde{C}_s\tilde{E}_0+\tilde{N}_0$. Осуществляя далее процедуру, аналогичную той, которая была выполнена в предыдущем разделе, с точностью до членов, пропорциональных $M_к$, при $\rho_L\ll r_L$ и статистически независимых поля E_L и $\tilde{E}$, получаем

$$\tilde{E}=\tilde{E}_0(1+\int_0^z\tilde{C}_s dz)+\tilde{E}_1,$$

$$\tilde{C}_s-\tilde{A}_0(z)\int_0^z\tilde{C}_s(z')dz'=\frac{g}{2\tilde{P}_0}\int ds\,|E_L|^2\tilde{E}_0^*\tilde{E}_1,\quad \tilde{P}_0=\int|\tilde{E}_0|^2 ds, \tag{14}$$

$$\hat{L}_s\tilde{E}_1-\frac{1}{2}g|E_L|^2\tilde{E}_1+\frac{g\tilde{E}_0}{2\tilde{P}_0}\int ds\,|E_L|^2\tilde{E}_0^*\tilde{E}_1=$$

$$=\left[\frac{1}{2}g|E_L|^2-\tilde{A}_0(z)\right]\tilde{E}_0\int_0^z\tilde{C}_s(z')dz',\quad \tilde{A}_0(z)=\frac{g}{2\tilde{P}_0}\int|E_L|^2|\tilde{E}_0|^2 ds. \tag{15}$$

Пользуясь статистической независимостью полей E_L и $\tilde{E}_0$, нетрудно убедиться, что в том случае, когда радиус стоксова пучка $\tilde{r}_s(z)$ меньше или порядка $2r_L(z)/(1+\int_0^z\tilde{A}_0 dz)^{1/2}$, собственный инкремент $\tilde{A}_0$ максимален и выражается через среднее значение приосевой интенсивности: $\tilde{A}_0=\frac{1}{2}g\overline{|E_L(z,0)|^2}$. Оценим вклад составляющей $\tilde{E}_1$ в усиление поля $\tilde{E}_0$. Эта составляющая при $z=0$ равна нулю и ее возбуждение связано с источником в (15). Разобьем его на два слагаемых:

$$\left[\frac{1}{2}g|E_L|^2-\tilde{A}_0\right]\tilde{E}_0=\left[\frac{1}{2}g\overline{|E_L|^2}-\tilde{A}_0\right]\tilde{E}_0+\frac{1}{2}g[|E_L|^2-\overline{|E_L|^2}]\tilde{E}_0. \tag{16}$$

Легко убедиться, что вклад первого слагаемого в поле $\tilde{E}_1$ при $\tilde{r}_s\lesssim 2r_L(z)/(1+\int_0^z\tilde{A}_0 dz)^{1/2}$ оказывается незначительным. Второе слагаемое в (16) представляет собой шумовой (нерезонансный) источник, вклад от которого пропорционален $M_к$*. Поскольку на границе среды $\tilde{E}_1=0$, то при достаточно малом значении параметра $M_к$ возбуждением поля $\tilde{E}_1$ можно пренебречь. Из уравнения (14) тогда следует, что некоррелированный с накачкой стоксов пучок, имеющий узкую огибающую, усиливается с инкрементом (по интенсивности), равным $\overline{M}=2\int_0^z\tilde{A}_0 dz=$ $=M_L\zeta$. Уточним теперь условия на параметр $M_к$, при которых вклад источника $\frac{g}{2}[|E_L|^2-\overline{|E_L|^2}]\tilde{E}_0$ в поле $\tilde{E}_1$ несуществен. Расчет, аналогичный тому, который выполнен в Приложении, показывает, что свя-

* Высказанное утверждение доказывается точно так же, как это сделано в Приложении для источника $\frac{1}{2}g[|E_L|^2-2\overline{|E_L|^2}]fE_L$.

занная с этим источником добавка в инкремент для $\widetilde{C}_s$ оказывается порядка $\overline{M}M_к$. Для оценки мощности $\widetilde{P}_1$ составляющей $\widetilde{E}_1$ учтем, что поле $\widetilde{E}_0$ сосредоточено вблизи оси пучка, а собственный инкремент поля $\widetilde{E}_1$, определяемый левой частью уравнения (15), при $\overline{M}M_к \ll 1$ примерно равен $\overline{M}(z)$. В результате получаем приближенную оценку

$$\widetilde{P}_1/P_0\left(\int\limits_0^z \widetilde{C}_s dz\right)^2 \approx \overline{M}M_к. \tag{17}$$

Из (17) следует, что при

$$\overline{M}M_к \ll 1 \tag{18}$$

мощность поля $\widetilde{E}_1$ будет мала по сравнению с мощностью поля $\widetilde{E}_0$. Это означает, что при $\overline{M}M_к \ll 1$ достаточно узкий и, следовательно, слаборасходящийся стоксов пучок при усилении в поле многомодовой накачки сохраняет то же пространственное распределение, что и при распространении в среде без усиления. Условие (18) совпадает с аналогичным условием, найденным в работе [17], где рассматривалось усиление некоррелированных с накачкой волн (в [17] показано, что при $\overline{M}M_к \ll 1$ усиление таких волн определяется усредненным профилем интенсивности)*. Условие (18) является необходимым, но не достаточным для усиления стоксова пучка с сохранением его пространственной когерентности. Для этого требуется также, чтобы на усилении стоксова излучения не сказывалось преимущественное усиление воспроизводящей накачку структуры, т. е. необходимо отсутствие эффекта воспроизведения.

5. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ЭФФЕКТА ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА НАКАЧКИ. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Преимущественное усиление воспроизводящей накачку структуры по сравнению с усилением некоррелированных с ней волн само по себе не обеспечивает эффекта воспроизведения, поскольку относительный вес этой структуры во входном стоксовом излучении обычно мал. Для определения условий реализации эффекта воспроизведения необходимо сравнить мощность P воспроизводящей накачку стоксовой волны с мощностью $\widetilde{P}$ некоррелированных с ней компонент $\widetilde{E}$. Если на входе в среду задан шумовой стоксов сигнал мощностью $P_s(0)$ на апертуре $r_s \gtrsim r_L$ и в угле $\theta_s \gtrsim \theta_L$, то на выходе слоя величины $P(z)$ и $\widetilde{P}(z)$ запишутся в виде**

$$\widetilde{P} = \widetilde{P}(0)e^{\overline{M}} \approx \frac{\widetilde{\theta}_s^2}{\theta_s^2}\,\frac{\widetilde{r}_s^2}{r_s^2}\,P_s(0)e^{\overline{M}},$$

$$P = P(0)\,e^{M} = \frac{\theta_f^2}{\theta_L^2}\,\frac{\theta_L^2}{\theta_s^2}\,\frac{r_f^2}{r_s^2}\,P_s(0)e^{\beta\overline{M}},$$

---

* В первых экспериментах [18, 19] по усилению плоской волны в поле многомодовой накачки в световоде выполнялось условие, аналогичное (18) — $\overline{M}M'_к \ll 1$, где $M'_к = g\,\overline{|E_L|^2}\rho_L/\theta_{Ls}$, θ_{Ls} — угол между лазерной и стоксовой волнами.

** При оценке мощности $\widetilde{P}$ учтено, что среди всех некоррелированных с накачкой стоксовых компонент с наибольшим инкрементом нарастают компоненты, сосредоточенные на апертуре $\widetilde{r}_s \lesssim 2r_L/\sqrt{\overline{M}}$, т. е. имеющие расходимость $\widetilde{\theta}_s \leqslant \theta_L/\zeta\sqrt{\overline{M}}$ [17].

где множитель θ_f^2/θ_L^2 $\left(\theta_f = \frac{1}{k_L r_f}\right)$ примерно определяет относительную величину проекции входного стоксова поля на воспроизводящую накачку структуру. Эффект воспроизведения может наблюдаться, если $P > \widetilde{P}$. Для сфокусированного внутрь среды ($F \ll z_L$) пучка накачки условие $P > \widetilde{P}$ сводится к соотношению

$$\frac{\theta_L}{\theta_д} < \left(\frac{\theta_L}{\theta_д}\right)_{кр} = \frac{M_L}{\sqrt{2}} \exp\left[\frac{\pi}{2}(\beta - 1)M_L\right]. \tag{19}$$

Если угловой спектр входного стоксова пучка θ_s уже, чем $\widetilde{\theta}_s$, то условие (19) заменится на

$$\frac{\theta_L}{\theta_д} < \sqrt{\frac{\pi}{8} M_L} \exp\left[\frac{\pi}{2} M_L (\beta - 1)\right]. \tag{20}$$

Преимущественное усиление воспроизводящей структуры характеризуется параметром β, который зависит от величины инкремента. При ВР, когда затравкой для стоксова излучения служит спонтанный шум, значение полного инкремента составляет величину $\overline{M} \approx 19$, что для сфокусированного пучка соответствует $M_L \approx 6$, $\beta \approx 1{,}64$ (см. табл.). Подстановка $M_L \approx 6$ и $\beta \approx 1{,}64$ в (19) дает $(\theta_L/\theta_д)_{кр} \approx 1{,}6 \cdot 10^3$.

В эксперименте [14] существенное падение доли воспроизводящей накачку структуры в полной мощности рассеянного света наблюдалось при $(\theta_L/\theta_д) \gtrsim 800$*. Максимальное измеренное значение χ в пределах точности эксперимента [14] практически совпадает с расчетным (см. таблицу). Уменьшение доли воспроизведения χ при уменьшении отношения $\theta_L/\theta_д$ (см. график в [14]) связано с ростом параметра $M_к$ и увеличением мощности составляющей поля $\widetilde{E}'$, возбуждаемой нерезонансным источником $\frac{g}{2}[|E_L|^2 - 2\overline{|E_L|^2}] f_0 E_L$ (см. Приложение). Когда $\theta_L/\theta_д$ уменьшается настолько, что $M_к$ становится близким к единице, эффект воспроизведения также ухудшается (рис. 1).

Экспериментальное исследование зависимости эффекта воспроизведения от величины инкремента показало, что при $\theta_L/\theta_д \approx 70$ и плоской затравочной стоксовой волне воспроизведение модуляции накачки в ближней зоне становилось заметным лишь для $\overline{M} \gtrsim 13$ [11, 12], что соответствует оценке по формуле (20). Воспроизведение в угловом спектре начиналось с меньших значений инкремента, чем воспроизведение в ближней зоне, так как для него не обязательно выполнение условий (19) или (20), а достаточно только преимущественного усиления повторяющей накачку структуры. При небольших значениях инкремента $\overline{M} \lesssim 5$ ($M_L \lesssim 1{,}6$) воспроизведение модуляции накачки отсутствовало и в угловом спектре стоксова излучения. Этот результат также

---

* Небольшое превышение теоретического значения $(\theta_L/\theta_д)_{кр}$ над экспериментальным связано, по-видимому, с тем, что в реальных условиях дискриминация инкрементов ослабевает из-за сноса и дифракции звуковых волн или частичной нестационарности процесса ВРМБ (например, уменьшение длительности импульса до значений, меньших или порядка времени релаксации фононов, для накачки с плоской огибающей и $k_L = k_s$ приводит к снижению коэффициента β до $\sqrt{2}$).

согласуется с расчетом, из которого следует, что при небольших инкрементах преимущественное усиление оказывается незначительным (см. таблицу).

При небольших значениях инкремента ($\overline{M} \lesssim 7$), когда эффект воспроизведения волнового фронта накачки отсутствовал, при выполнении условия (18) наблюдалось усиление заданной на границе стоксовой волны с сохранением ее пространственной когерентности, а при нарушении условия (18) пространственная структура стоксова пучка в процессе усиления существенно искажалась [20]*. Таким образом, проведенное сопоставление показывает хорошее согласие экспериментальных и теоретических результатов.

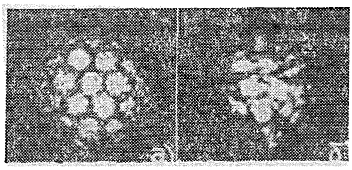

Рис. 1. Поперечное распределение излучения ВРМБ, прошедшего в обратном направлении фазовую пластинку, увеличивающую расходимость накачки до значений *а*) $\theta_L \approx 4{,}7 \cdot 10^{-3}$ *рад* ($M_к \approx 0{,}13$), *б*) $\theta_L \approx 7 \cdot 10^{-4}$ *рад* ($M_к \approx 0{,}9$).

Одномодовый лазерный пучок (параметры см. в [20]) вначале модулировался шестигранной сеточкой (размер проволоки $d \approx 0{,}3$ *мм*), далее, после светоделительной пластины, выводящей на регистрацию излучение ВРМБ, располагалась фазовая (травленая в плавиковой кислоте) пластинка и линза (*а*) $F = 16$ *см*, *б*) $F = 35$ *см*), фокусирующая накачку в кювету с четыреххлористым углеродом длиной $L = 70$ *см*.

Как показали расчеты, при ВР сфокусированных пучков в стоксовом излучении воспроизводится мелкомасштабная модуляция накачки, однако ее огибающая не воспроизводится (радиус огибающей воспроизводящей накачку стоксовой волны меньше радиуса пучка накачки). Такое невоспроизведение, однако, экспериментально не наблюдалось. По-видимому, это связано с тем, что эксперимент проводился, как правило, в условиях превышения порога ВР. Вместе с тем, специфика обратного ВР состоит в том, что при превышении порога распределение накачки в объеме рассеивающей среды, за исключением небольшой области вблизи входной границы, остается таким же, как и на пороге. Сформированная в условиях, близких к пороговым, воспроизводящая мелкомасштабное распределение поля накачки стоксова волна усиливается вблизи входной границы и, кроме того, уширяется из-за нелинейного взаимодействия с накачкой до размеров падающего пучка. Таким образом, при обратном ВР в условиях превышения порога в рассеянном излучении, по-видимому, происходит воспроизведение не только мелкомасштабной модуляции, но и огибающей пучка накачки.

6. ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СВЯЗИ ВОЛН НА ЭФФЕКТ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ

Как отмечалось выше, полученные результаты относятся также и к обратному ВР при замене $fE_L \to fE_L^*$. Применительно к ВРМБ этот вывод справедлив, однако, лишь в том случае, если затухание звука

* Для сфокусированных пучков условие (18) — более жесткое, чем (20), вплоть до значений $\overline{M} \lesssim 20$.

велико на характерном масштабе продольного изменения поля $z_к$. Для многомодовых пучков параметр $z_к$ может быть относительно невелик, и поэтому представляет интерес оценка влияния распространения звука на эффект воспроизведения при ВРМБ. Исходной является следующая система уравнений для комплексных амплитуд стоксовой E_s и звуковой Q волн:

$$\hat{L}_s^* E_s = \frac{1}{2} i g_1 E_L Q^*; \tag{21}$$

$$(\hat{L}_q + \gamma_s) Q = - i g_2 E_L E_s^*, \tag{22}$$

где

$$\hat{L}_q = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2q} \Delta_\perp, \quad q = k_L + k_s \approx 2k_L.$$

Рассмотрим усиление стоксовой волны в поле накачки с плоской огибающей $|\overline{E_L}|^2 = \text{const}$. Для нахождения инкремента структуры, воспроизводящей поле E_L^*, выделим в поляризации $E_L^* Q^*$ проекцию на E_L^*, т. е. запишем $\frac{g_1}{2} E_L Q^* = C_s E_L^* + \tilde{N}_s$, где $\int \tilde{N}_s E_L ds = 0$ и $C_s = \frac{g_1 \int E_L^2 Q^* ds}{2P_L}$. Пренебрегая, так же, как это было в разд. 3, вкладом $\tilde{N}_s$, что оправдано при $M_к \ll 1$, после исключения Q получим в предположении $k_L = k_s$ следующее уравнение для C_s:

$$C_s = -\frac{1}{2} \int_0^z C(z') \Gamma(z, z') dz' + (\sigma/2) \Gamma(z, 0), \quad C(z) = \int_0^z C_s(z') dz', \tag{23}$$

где

$$\Gamma(z, z') = e^{-\gamma_s (z-z')} \frac{g_1 g_2}{P_L} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 r_\perp d^2 r'_\perp G_q(z-z', r_\perp - r'_\perp) E_L^2(z, r_\perp) E_L^{*2}(z', r'_\perp).$$

Для накачки с плоской огибающей $\Gamma(z-z') = 2 g_1 g_2 I_L \exp[-\gamma_s (z-z')] \times \left(1 + i \frac{z-z'}{z_к}\right)^{-1}$. Решение уравнения (23), полученное с использованием преобразования Лапласа, позволяет определить значение локального инкремента Γ для $|C_s(z)|^2$. При $\gamma_s z_к \gg 1$ получаем

$$\Gamma = 2 g \overline{I}_L \left(1 - \frac{1}{2(\gamma_s z_к)^2}\right). \tag{24}$$

Для сравнения полученного значения с инкрементом компонент, некоррелированных с накачкой, рассмотрим усиление плоской стоксовой волны, распространяющейся под углом θ_s к оси лазерного пучка. Выделим для этого в поляризации $E_L Q^*$ проекцию на структуру $\exp\left(i \varkappa r_\perp + \frac{i}{2} \frac{\varkappa^2}{k_s} z\right)$ $(|\varkappa| = k_s \theta_s)$. Расчет, аналогичный предыдущему, при $\gamma_s \gg k_L \theta_L^2$, $k_s \theta_s^2$ дает инкремент

$$\overline{\Gamma} = g \overline{I}_L \left[1 - \left(\frac{3}{4} \frac{k_s \theta_s^2}{\gamma_s}\right)^2 - \frac{1}{8(\gamma_s z_к)^2}\right]. \tag{25}$$

Из формулы (25) следует, что среди некоррелированных с накачкой компонент наибольшим усилением будут обладать компоненты, распространяющиеся под углами, меньшими $\left(\gamma_s/k_s\sqrt{g\overline{I}_L z}\right)^{1/2}$. Сравнивая значения Г и $\overline{\Gamma}$, находим относительное превышение Г над $\overline{\Gamma}$:

$$\beta = \frac{\Gamma}{\overline{\Gamma}} = 2\left\{1 + \frac{9}{16\gamma_s^2}\left[(k_s\theta_s^2)^2 - \frac{2}{3}(k_L\theta_L^2)^2\right]\right\}.$$

В зависимости от соотношения θ_L и θ_s дискриминация инкрементов по-разному изменяется с уменьшением γ_s. Так, например, при $\theta_s \gg \theta_L$ $\beta > 2$, в то время как при $\theta_s \ll \theta_L$ $\beta < 2$, т. е. эффект воспроизведения ухудшается.

Другим примером, в котором параметрическая связь волн снижает дискриминацию инкрементов, является попутное ВКР. В условиях четырехфотонного взаимодействия стоксовых и антистоксовых компонент ВКР описывается системой уравнений

$$\hat{L}_s E_s = \frac{1}{2} g_s |E_L|^2 E_s + \frac{1}{2} g_s E_L^2 E_a^* e^{i\delta k z}; \tag{26}$$

$$\hat{L}_a E_a = -\frac{1}{2} g_a |E_L|^2 E_a - \frac{1}{2} g_a E_L^2 E_s^* e^{i\delta k z}, \tag{27}$$

где $\hat{L}_a = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k_a}\Delta_\perp$, $\delta k = 2k_L - k_s - k_a$ — волновая расстройка.

Для исследования возможности преимущественного усиления структуры, связанной с волной накачки, выделим в правых частях (26) и (27) проекции на E_L. Тогда расчет, аналогичный проведенному выше, позволяет определить инкременты связанных с накачкой волн E_s и E_a. В результате для лазерного пучка с плоской огибающей при $M_к \ll 1$ и $g\overline{I}_L \ll \delta k$ получим (для $g_a = g_s \approx g$, $z_{Ls} = z_{La}$ и $M_{Ls} \gg 1$)

$$\Gamma = 2g\overline{I}_L\left[1 - \frac{1}{2\delta k z_{Ls}} - 2\left(\frac{g\overline{I}_L}{\delta k}\right)^2 - \frac{1}{2M_{Ls}^2}\right]. \tag{28}$$

Инкремент компонент, некоррелированных с накачкой, при $M_к \ll 1$ и любых значениях δk, равен $\overline{\Gamma} = g\overline{I}_L$. Расчет значения Г при $g\overline{I}_L \gtrsim \delta k$ показывает, что в этом случае $\Gamma < \overline{\Gamma}$. Таким образом, при достаточно малой расстройке δk четырехфотонное взаимодействие приводит к подавлению эффекта воспроизведения.

7. ВЛИЯНИЕ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТИ НАКАЧКИ НА ЭФФЕКТ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ

Используемый выше подход годится также для оценки инкремента в поле немонохроматических, пространственно неоднородных пучков накачки. Исходными уравнениями являются

$$\nu\frac{\partial E_s}{\partial \eta} + \hat{L}_s E_s = -\frac{1}{2} i g_1 E_L Q^*; \tag{29}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \eta} + \gamma Q = -i g_3 E_L E_s^*. \tag{30}$$

Здесь $\eta = t - z/v_L$, Q — амплитуда гиперзвука при ВРМБ или фононная координата при ВКР. Для попутного ВР $\nu = \frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_L}$, для обратного ВР $\nu = \frac{1}{v_s} + \frac{1}{v_L}$, $\hat{L}_s \to -\hat{L}_s^*$.

Допустим, что накачка имеет плоскую огибающую. Рассмотрим сначала ВР в прямом направлении. Выделим в поляризации $E_L Q^*$ проекцию на поле E_L: $\frac{g_1}{2} E_L Q^* = C_s E_L + \tilde{N}_s$. При $M_к \ll 1$ получим

$$C_s = \frac{1}{2}\int\limits_0^z dz' \int\limits_0^\xi d\xi \Gamma(z, z', \xi, \xi') C_s(z', \xi') + \frac{\sigma}{2}\Gamma(z, 0, \xi, 0), \tag{31}$$

где $\xi = \eta - \nu z$,

$$\Gamma(z, z', \xi, \xi') = \exp[-\gamma(\xi - \xi')]\frac{g_1 g_3}{P_L}\int d^2 \boldsymbol{r}_\perp d^2 \boldsymbol{r}'_\perp G_s(z - z', \boldsymbol{r}_\perp - \boldsymbol{r}'_\perp) \times$$
$$\times |E_L(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi)|^2 E_L^*(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi') E_L(z', \boldsymbol{r}'_\perp, \xi').$$

Конкретный вид ядра $\Gamma(z, z', \xi, \xi')$ зависит от статистики поля E_L. Так, например, при нормальном законе распределения E_L

$$\overline{|E_L(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi)|^2 E_L^*(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi') E_L(z', \boldsymbol{r}'_\perp, \xi')} = \bar{I}_L \Phi_L(z', \boldsymbol{r}'_\perp, z, \boldsymbol{r}_\perp) \times$$
$$\times [f(\xi' + \nu z', \xi' + \nu z) + f(\xi + \nu z, \xi' + \nu z) f(\xi' + \nu z', \xi + \nu z)],$$

где $f(\eta, \eta') = \frac{1}{\bar{I}_L}\overline{E_L(z, \boldsymbol{r}_\perp, \eta) E_L^*(z, \boldsymbol{r}_\perp, \eta')}$, $\eta = \xi + \nu z$. Если же поле E_L выражается в виде произведения двух независимых функций $\mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ (в квазиоптическом приближении такое поле соответствует, например, плоской немонохроматической волне, прошедшей через фазовую пластинку), то при нормальном законе распределения каждой из них имеем

$$\overline{|E_L(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi)|^2 E_L^*(z, \boldsymbol{r}_\perp, \xi') E_L(z', \boldsymbol{r}_\perp, \xi')} = 2\bar{I}_L \Phi_L(z', \boldsymbol{r}'_\perp, z, \boldsymbol{r}_\perp) \times$$
$$\times [f(\xi' + \nu z', \xi' + \nu z) + f(\xi + \nu z, \xi' + \nu z) f(\xi' + \nu z', \xi + \nu z)].$$

Различные зависимости ядра от параметров накачки приводят к различным выражениям для инкрементов. При $f(\eta, \eta') = \exp[-\gamma_L|\eta - \eta'|]$ (лоренцева линия в частотном спектре накачки с полушириной γ_L) находим, что в первом случае

$$\Gamma = 2\Gamma_0\left(1 - \frac{1}{\Gamma_0 l_к}\right)\left[1 - \frac{1}{2(\Gamma_0 z_{Ls})^2}\right] \quad (\Gamma_0 l_к > 1),$$
$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} g I_L [1 + (1 + 2\gamma_L/\gamma)^{-1}] \quad (l_к = (\gamma_L \nu)^{-1}). \tag{32}$$

Во втором случае

$$\Gamma_\varphi = 4\Gamma_0\left(1 - \frac{1}{2\Gamma_0 l_к}\right)\left[1 - \frac{1}{2(2\Gamma_0 z_{Ls})^2}\right] \quad (2\Gamma_0 l_к > 1). \tag{33}$$

При подсчете инкрементов некоррелированных с накачкой стоксовых компонент также необходимо учитывать конкретный вид статистики поля E_L. При нормальном законе распределения поля E_L и $M_к \ll 1$ с помощью все той же методики находим, что в центре линии усиления инкремент равен

$$\bar{\Gamma} = \frac{g\bar{I}_L}{1 + \gamma_L/\gamma}. \tag{34}$$

Аналогичное значение $\overline{\Gamma}$ получается и при $E_L = \mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$, если рассматривать усиление стоксовых компонент, некоррелированных с накачкой как в пространстве, так и во времени. Однако, если при $E_L = \mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ стоксова волна не коррелирована с накачкой по пространственным координатам, но повторяет ее временную модуляцию (при нормальном законе распределения E_L такого повторения не может быть, так как при $z=\mathrm{const}$ пространственное распределение поля E_L изменяется за время $\sim\gamma_L^{-1}$), то ее инкремент $\overline{\Gamma}_\varphi$ равен

$$\overline{\Gamma}_\varphi = 2\Gamma_0\left(1 - \frac{1}{\Gamma_0 l_\text{к}}\right). \tag{35}$$

При $\Gamma_0 l_\text{к} > 1$ значение $\overline{\Gamma}_\varphi$ из (35) почти не зависит от γ_L, т. е. в поле многомодовой накачки вида $\mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ даже при $k_L = k_s$ плоская немонохроматическая волна ($\sim\varphi(\eta)$) усиливается с инкрементом всего вдвое меньше, чем у стоксовой волны, повторяющей поле $\mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ (ср. с [21]).

В то же время при нормальном законе распределения полного поля только у стоксовой волны, близкой к E_L, инкремент не падает с увеличением γ_L (см. (32)), т. е. при попутном ВР в поле некогерентной накачки дискриминация инкрементов возрастает и эффект воспроизведения усиливается*. Однако в условиях четырехфотонного взаимодействия увеличение γ_L не приводит к столь резкой дискриминации из-за подавления (при $\delta k \to 0$) инкремента волн, повторяющих накачку (см. разд. 6). Подобная ситуация представляет интерес при использовании попутного ВКР для преобразования шумовой накачки в плоскую монохроматическую стоксову волну [21].

При ВР в обратном направлении для накачки с нормальной статистикой поля инкремент стоксовой волны, возбуждаемой поляризацией $\sim E_L^*$, равен

$$\begin{gathered}\Gamma = 2\Gamma_1\left(1 - \frac{1}{\Gamma_1 l_\text{к}}\right)\left[1 - \frac{1}{2(\Gamma_1 z_{Ls})^2}\right] \quad (\Gamma_1 l_\text{к} \gg 1),\\ \Gamma_1 = g\overline{I}_L/(1 + 2\gamma_L/\gamma).\end{gathered} \tag{36}$$

Уменьшение инкремента с увеличением γ_L связано с тем, что при обратном ВР источник в правой части (30) пропорционален E_L^2, а не $|E_L|^2$, как в случае попутного ВР. В то же время для накачки вида $\mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ с наибольшим инкрементом усиливаются стоксовы волны, возбуждаемые поляризацией $\mathscr{E}_L^*(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$. Инкремент этих волн слабо зависит от γ_L и равен

$$\Gamma_\varphi = 4\Gamma_0\left(1 - \frac{1}{2\Gamma_0 l_\text{к}}\right)\left[1 - \frac{1}{2(2\Gamma_0 z_{Ls})^2}\right]. \tag{37}$$

Из сравнения формул (36) и (37) видно, что инкремент, и, следовательно, порог обратного ВР существенно зависят от статистики возбуж-

---

* Этот вывод следует также из результатов работы [22], где показано, что при длине z_{Ls}, большой $(g\overline{I}_L)^{-1}$, инкремент среднего фононного поля не зависит от γ_L/γ (в выражении для z_{Ls} в последнем разделе работы [22] допущена опечатка. В соответствии с расчетом разд. 2 цитируемой работы под z_{Ls} следует понимать значение $k_L\rho_L^2(1 - k_L/k_s)^{-1}$.

дающего излучения. При $\gamma_L/\gamma \gg 1$ накачка вида $\mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ имеет гораздо более низкий порог, чем накачка с нормальной статистикой поля, т. е. обратное ВР обладает свойством фильтрации сигналов $\mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ на фоне более мощного некогерентного излучения.

Инкремент некоррелированных с накачкой стоксовых волн для обоих рассматриваемых типов полей E_L падает с увеличением γ_L и для центра линии равен

$$\overline{\Gamma} = \frac{g\overline{I}_L}{1 + \gamma_L/\gamma}.$$

Однако в случае $E_L = \mathscr{E}_L(z, \boldsymbol{r}_\perp)\varphi(\eta)$ так же, как и при попутном ВР, существуют волны, некоррелированные с накачкой по пространственным координатам, но повторяющие ее по временной модуляции, инкремент которых почти не зависит от γ_L: $\overline{\Gamma}_\varphi = 2\Gamma_0\left(1 - \dfrac{1}{\Gamma_0 l_к}\right)$ (при $\Gamma_0 l_к \gg 1$).

Авторы выражают благодарность В. Г. Манишину за составление программы и проведение расчетов на ЭВМ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для определения вклада источника $\dfrac{1}{2} g[|E_L|^2 - 2\overline{|E_L|^2}]fE_L\int\limits_0^z C_s dz'$ в нарастание коэффициента $C_s(z)$ рассмотрим уравнение

$$\hat{L}_s\tilde{E}' - \frac{1}{2} g|E_L|^2\tilde{E}' + \frac{gfE_L}{P_f}\int\limits_{-\infty}^{\infty} ds|E_L|^2 f^* E_L^*\tilde{E}' = \tag{П.1}$$
$$= \frac{1}{2} g[|E_L|^2 - 2\overline{|E_L|^2}]fE_L\int\limits_0^z C_s dz'$$

и оценим величину слагаемого $D = \dfrac{g}{2P_f}\int\limits_{-\infty}^{\infty} ds|E_L|^2 f^* E_L^*\tilde{E}'$ (см. разд. 4). Запишем решение (П.1) на интервале Δz, удовлетворяющем условию $z_к \ll \Delta z \ll \dfrac{1}{g\overline{I}_L}$,

$$\tilde{E}'(z, \boldsymbol{r}_\perp) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{r}'_\perp G_s(z, \boldsymbol{r}_\perp - \boldsymbol{r}'_\perp)\tilde{E}'(z - \Delta z, \boldsymbol{r}'_\perp) +$$
$$+ \int\limits_{z-\Delta z}^{z} dz' \int\limits_{-\infty}^{\infty} d^2\boldsymbol{r}'_\perp G_s(z - z', \boldsymbol{r}_\perp - \boldsymbol{r}'_\perp)\frac{1}{2} g[|E_L|^2 - 2\overline{|E_L|^2}] \times \tag{П.2}$$
$$\times f(z', \boldsymbol{r}'_\perp)E_L(z', \boldsymbol{r}'_\perp)\int\limits_0^{z'} C_s dz'',$$

и подставим (П.2) в $D(z)$. Далее поступим так, как это делается при исследовании марковских случайных процессов [23]. Поскольку характерный масштаб продольной корреляции $z_к$ источника в (П.1) много меньше Δz, то в первом приближении функции $|E_L|^2 f^* E_L^*(z, \boldsymbol{r}_\perp)$

и $\widetilde{E}'(z-\Delta z, r'_\perp)$ можно считать статистически независимыми и пренебречь вкладом первого слагаемого (П.2) в величину D. Учет второго члена (П.2) при нормальном законе распределения поля E_L и функции корреляции (9) дает $\left(z_к \ll \Delta z \ll \frac{1}{g\overline{I}_L}; z_L\right)$

$$D = \frac{M_к g\overline{|E_L(z, 0)|^2}}{2(3+\alpha^2(z))} \frac{P_L}{P_f} \int_0^z C_s(z')dz' \int_0^{\frac{\Delta z}{2z_к(1+z^2/z_L^2)}} \frac{dx}{(1+ix)(1-3ix)}. \qquad (П.3)$$

В силу условия $\Delta z \gg z_к$ верхний предел в интеграле по x можно продолжить до бесконечности, после чего этот интеграл примет значение $\frac{1}{4}(\pi - i\ln 3)$, а величина слагаемого D не будет зависеть от Δz, что подтверждает правильность использования марковского приближения. Нетрудно видеть, что добавка в полный инкремент для коэффициента $|C_s(z)|^2$, связанная со слагаемым (П.3), по порядку величины равна $\sim \overline{M}M_к$ $\left(\overline{M} = \int_0^z g\overline{|E_L(z, 0)|^2} dz\right)$.

Проведенный расчет позволяет оценить мощность $\widetilde{P}'$ составляющей $\widetilde{E}'$, возбуждаемой источником $\frac{1}{2}g[|E_L|^2 - 2\overline{|E_L|^2}]fE_L \int_0^z C_s dz'$:

$$\widetilde{P}' = \int_{-\infty}^{\infty} |\widetilde{E}'|^2 d^2 r_\perp \sim M_к P_f \left| \int_0^z C_s(z')dz' \right|^2. \qquad (П.4)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. P. D. Maker and R. W. Terhune, Phys. Rev., **137**, A 801 (1965).
2. R. G. Brewer, Phys. Rev., **140**, A 800 (1965).
3. T. A Wiggins, R. W Wick and D. H Rank, Appl. Opt., **5**, 1069 (1966).
4. В. И. Беспалов, А. М. Кубарев, сб. Нелинейная оптика, изд. Наука, Сиб. отд., Новосибирск, 1968, стр. 247.
5. А Д. Кудрявцева, А. И. Соколовская, М. М. Сущинский, ЖЭТФ, **59**, 1556 (1970).
6. М. М Сущинский, Спектры комбинационного рассеяния молекул и кристаллов, изд. Наука, М., 1969.
7. Б. Я. Зельдович, В. И. Поповичев, В. В Рагульский, Ф. С. Файзуллов, Письма в ЖЭТФ, **15**, 160 (1972).
8. Б. Я. Зельдович, Н. А. Мельников, Н. Ф. Пилипецкий, В. В. Рагульский, Письма в ЖЭТФ, **25**, 41 (1977).
9. А. И Соколовская, Г. Л. Бреховских, А. Д. Кудрявцева, ДАН СССР, **233**, 356 (1977).
10. А. А. Бетин, Г. А. Пасманик, Тезисы докладов II Всесоюзной конференции по голографии, изд. Института физики АН УССР, Киев, 1975, ч. II, стр. 72.
11. В. И. Беспалов, А. А Бетин, Г. А. Пасманик, Тезисы докладов VIII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике, изд. Мецниереба, Тбилиси, 1976, т. II, стр. 19.
12. В. И. Беспалов, А. А. Бетин, Г. А. Пасманик, Письма в ЖТФ, **3**, 215 (1977).
13. В. Н. Блащук, Б. Я. Зельдович, Н. А. Мельников, Н. Ф. Пилипецкий, В. И. Поповичев, В. В. Рагульский, Письма в ЖТФ, **3**, 211 (1977).
14. В. И. Беспалов, А. А. Бетин, Г. А. Пасманик, Изв. вузов — Радиофизика, **20**, № 5, 791 (1977).
15. В. Г. Сидорович, ЖТФ, **46**, 2168 (1976)
16. И. М. Бельдюгин, М Г. Галушкин, Е. М. Земсков, В. И Мандросов, Квантовая электроника, **3**, 2467 (1976).

17. Г. А. Пасманик, Изв вузов — Радиофизика, **17**, № 7, 970 (1974).
18. А. З. Грасюк, И. Г. Зубарев, В. И. Мишин, В. Г. Смирнов, сб. статей Квантовая электроника, под ред. Н. Г. Басова, № 5 (17), 27 (1973).
19. В. И. Ковалев, В. И. Поповичев, В. В. Рагульский, Ф. С. Файзуллов, ЖЭТФ, **64**, 2028 (1973).
20. А. А. Бетин, Г. А. Пасманик, Письма в ЖЭТФ, **23**, 577 (1976).
21. И. Г. Зубарев, А. Б. Миронов, С. И. Михайлов, Письма в ЖЭТФ, **23**, 697 (1976).
22. Г. А. Пасманик, Г. И. Фрейдман, Квантовая электроника, **1**, 547 (1974).
23. В. И. Кляцкин, В И. Татарский, УФН, **110**, 499 (1973).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 5 марта 1977 г.

REPRODUCTION OF THE PUMP WAVE IN STIMULATED SCATTERING RADIATION

V. I. Bespalov, A. A. Betin, G. A Pasmanik

The reproduction effect of amplitude and phase modulation by a Stokes wave in stimulated scattering of multimode collimated or focused light beams is theoretically investigated. The envelope radius and the increment of the Stokes wave reproducing the pump are found The reproduction conditions dependent on the parameters of exciting radiation and the amplification coefficient are determined. It is shown that the pump wave front being not reproduced, the conditions may be realized under which the Stokes beam is amplified at the boundary of the medium, the spatial coherence beins preserved. The influence of the factors such as drift and diffraction of a sound wave for SMBS, interaction between Stokes and antistokes components for SRS, nonmonochromaticity of exciting radiation upon the reproduction effect has been investigated.

Примечание при корректуре. Приведенное в данной статье выражение для инкремента (12) в предельном случае световода ($M_L \longrightarrow \infty$) при $k_L \neq k_S$ переходит в соответствующую формулу, следующую из работы Б. Я. Зельдовича и В. В. Шкунова («Квантовая электроника, 4, № 5, 1090 (1977), см. также Препринт ФИ АН СССР, № 196 (1976)). Однако в том, что касается особенностей ВР сфокусированных пучков, полученные нами результаты существенно отличаются от результатов другой, недавно опубликованной статьи Н. Б Барановой, Б. Я Зельдовича и В. В Шкунова («Квантовая электроника», 5, № 5, 973 (1978), см. также Препринт № 90 ИПМех АН СССР, 1977). Это различие связано, на наш взгляд, с тем, что в цитируемой работе авторы не учитывают дифракционного расплывания стоксовой волны, обусловленного многомодовостью ее поперечной структуры
