

УДК 621 371.25

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНОВОДА ЗЕМЛЯ — ИОНОСФЕРА НИЗКОЧАСТОТНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ, РАСПОЛОЖЕННЫМИ В НЕОДНОРОДНОЙ ИОНОСФЕРЕ\*

Д. С. Котик, С. В. Поляков, В. А. Яшнов

Получены интегральные выражения для поля излучения точечного источника произвольной ориентации, расположенного в ионосфере. Использована плоская модель волновода Земля — ионосфера с неоднородной по высоте изотропной верхней границей. При условии  $k_i L \ll 1$  ( $k_i = 2\pi/\lambda_i$ ,  $\lambda_i$  — длина волны на входе в ионосферу,  $L$  — характерный масштаб неоднородности ионосферы) найдено решение уравнения полюсов и записаны простые выражения для вертикальной компоненты электрического поля на поверхности Земли. Исследована зависимость эффективности запитки волновода от высоты источника

Проведенные в 1973—74 гг. в г. Горьком эксперименты показали, что при воздействии на нижнюю ионосферу промодулированным по амплитуде сигналом мощного КВ-передатчика возникает электромагнитное излучение на частоте модуляции [1]. Согласно предложенной в работах [1, 2] интерпретации этого явления основную роль в формировании низкочастотного излучения играет нагревная нелинейность, приводящая к модуляции ионосферных токов с частотой модуляции сигнала КВ-передатчика. Для оценки амплитуды принимаемого на поверхности Земли низкочастотного излучения в работах [2-4] была предложена модель волновода с резкой границей и однородной по высоте ионосферой. Эта модель позволила выяснить влияние геомагнитного поля на возбуждение волновода низкочастотными ионосферными источниками. Оценки показывают, что в ряде случаев важную роль играет переходная область ионосферы, в которой длина волны низкочастотного излучения велика по сравнению с характерным масштабом неоднородности. В рамках модели волновода с резкой границей невозможно оценить влияние переходной области ионосферы и трудно последовательным образом учесть затухание низкочастотных волн в нижних слоях ионосферы.

В данной работе используется модель волновода Земля — ионосфера с неоднородной верхней границей. Предполагается, что ионосфера является плоскостной изотропной средой, зависимость показателя преломления от высоты  $z$  имеет вид

$$n(z) = n_i \exp[(z - h)/L], \quad (1)$$

где  $h$  — высота нижней границы ионосферы,  $L$  — характерный масштаб неоднородности,  $n_i$  — значение показателя преломления при  $z = h$ . Земля считается однородной и характеризуется комплексной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_e$  ( $|\epsilon_e| \gg 1$ ).

\* Доложено на Всесоюзном совещании «Некоторые вопросы распространения радиоволн в ионосфере и космосе» (Горький, сентябрь, 1976 г.).

Отметим, что в реальных условиях для дневной ионосферы характерна экспоненциальная зависимость концентрации электронов  $N_e$  и частоты соударений  $\nu$  от высоты:

$$\begin{aligned} N_e(z) &= N_e(h) \exp[(z-h)/L_N], \\ \nu(z) &= \nu(h) \exp[-(z-h)/L_\nu]. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 1 приведены зависимости показателя преломления от высоты, построенные с использованием модели (2) при  $h=50$  км,  $N(50 \text{ км})=1$ ,  $L_N=3,4$  км,  $\nu(50 \text{ км})=1,4 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ ,  $L_\nu=6,1$  км. Зависимость  $n(z)$  достаточно хорошо описывается выражением (1) с  $L = \frac{1}{2} \frac{L_N L_\nu}{L_N + L_\nu} \approx$

$\approx 4,36$  км, за исключением небольшого переходного слоя с размерами  $\Delta z \approx 5$  км. Как известно [11], эта область оказывает существенное влияние на свойства волновода в СДВ-диапазоне. В рассматриваемом нами диапазоне частот ( $f < 5$  кГц) этот вопрос требует специального рассмотрения. Однако из качественных рассуждений следует, что с уменьшением частоты роль переходного слоя падает, его влияние может быть учтено введением скачка показателя преломления на нижней границе ионосферы и соответствующим выбором высоты нижней границы ионосферы  $h_{эфф}(\omega)$ .

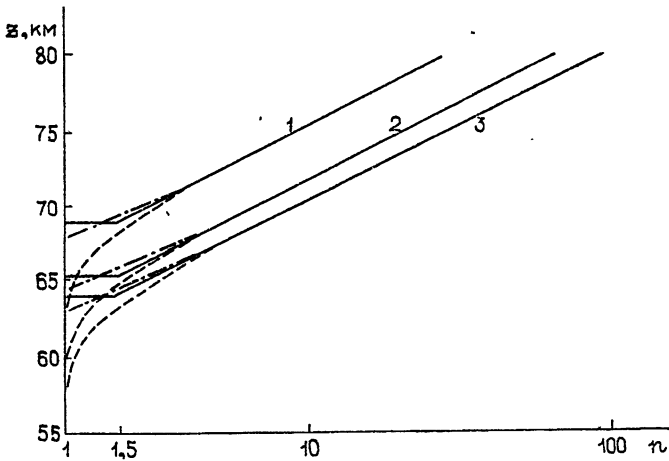


Рис. 1. Зависимость преломления  $\text{Re } n$  (пунктир) и затухания  $\text{Im } n$  (штрих-пунктир) от высоты. Принято, что  $n^2=1 - \omega_{0e}^2/\omega(\omega + i\nu)$ . Сплошной линией показана модель, выбранная для расчетов волноводных характеристик. Цифры 1, 2, и 3 соответствуют частотам 5,1 и 0,5 кГц соответственно.

Волновод с экспоненциальной зависимостью  $n(z)$  в ионосфере рассматривался в работах [7-10], где численными методами исследовалась зависимость фазовой скорости и коэффициента затухания нулевой моды от частоты и параметров ионосферы. Целью данной работы является получение простых аналитических выражений для фазовой скорости и коэффициента затухания нормальных волн в волноводе и исследование зависимости напряженности электрического поля на поверхности Земли от расположения и ориентации ионосферных источников.

Рассмотрим излучение элементарного вертикального электрического диполя, расположенного в волноводе Земля — ионосфера в точке с координатами  $(0, 0, z_s)$ . (Используется декартова система координат

$x, y, z$  с осью  $z$ , направленной вертикально вверх.) Напряженности электрического и магнитного полей удобно представить в виде

$$E = ik_0 A - \frac{1}{ik_0} \nabla \left( \frac{k_0^2}{k^2} \operatorname{div} A \right); \quad (3)$$

$$H = \operatorname{rot} A. \quad (4)$$

Векторный потенциал  $A$  удовлетворяет волновому уравнению [5]

$$\nabla^2 A + k^2 A - \frac{1}{k^2} \nabla k^2 \operatorname{div} A = -\frac{4\pi}{c} j, \quad (5)$$

где  $j$  — плотность сторонних токов,  $k = nk_0$ ,  $n$  — показатель преломления,  $k_0$  — волновое число в вакууме. Если источником служит вертикальный диполь, то векторный потенциал имеет только одну отличную от нуля компоненту  $A_z$ . Для решения уравнения воспользуемся двойным преобразованием Фурье по координатам  $x$  и  $y$ . Тогда для фурье-образа  $\tilde{A}_z$  получаем обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}_z}{\partial z^2} + (k^2 - k_{\perp}^2) \tilde{A}_z - \frac{1}{k^2} \frac{dk^2}{dz} \frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial z} = -\frac{4\pi}{c} \tilde{j}_z, \quad (6)$$

где

$$\tilde{j}_z = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} j_z \exp(-ik_x x - ik_y y) dx dy. \quad (7)$$

Рассмотрим решение уравнения (6) в области  $z > h$ , т. е. в ионосфере. Введем новые переменные

$$\zeta = k_i L \exp[(z - h)/L], \quad \tilde{a}_z = \zeta^{-1} \tilde{A}_z. \quad (8)$$

После подстановки (8) в (6) получаем для  $\tilde{a}_z$  уравнение Бесселя

$$\zeta^2 \frac{\partial^2 \tilde{a}_z}{\partial \zeta^2} + \zeta \frac{\partial \tilde{a}_z}{\partial \zeta} + [\zeta^2 - \nu^2] \tilde{a}_z = -\frac{4\pi L^2}{c \zeta} \tilde{j}_z, \quad (9)$$

$$\nu^2 = 1 + k_{\perp}^2 L^2,$$

двумя линейно-независимыми решениями которого являются функции Ханкеля порядка  $\nu$  первого и второго рода,  $H_{\nu}^{(1)}(\zeta)$  и  $H_{\nu}^{(2)}(\zeta)$ . Аналогично находятся решения в областях  $z < 0$  и  $0 < z < h$ .

Учитывая непрерывность тангенциальных компонент поля на границах  $z=0$  и  $z=h$  и условия излучения на бесконечности, для компоненты векторного потенциала в ионосфере получаем (при  $z_s=0$ )

$$A_z^{(i)} = -\frac{ik_0 P}{2c} \frac{\zeta}{\zeta_i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_{\nu}^{(1)}(\zeta)}{H_{\nu}^{(1)}(\zeta_i)} \times$$

$$\times \frac{[R_e e^{ik_0 z C} + e^{-ik_0 z C}] e^{ik_0 h C} H_0^{(1)}(k_0 S r) S dS}{[1 + R_i]^{-1} CD} \quad (z > h). \quad (10)$$

В формуле (10) использованы следующие обозначения:

$$D = R_e R_i e^{2ik_0 h C} - 1, \quad (11)$$

$R_e$  и  $R_i$  — коэффициенты отражения волн от Земли и ионосферы,

$$R_e = \frac{\epsilon_e C - \sqrt{\epsilon_e - S^2}}{\epsilon_e C + \sqrt{\epsilon_e - S^2}}, \quad (12)$$

$$R_i = \frac{[1 + i(k_0 L C n_i^2)^{-1}] + i(k_0 L C n_i^2)^{-1} \zeta_i H_v^{(1)'}(\zeta_i) / \dot{H}_v^{(1)}(\zeta_i)}{[1 - i(k_0 L C n_i^2)^{-1}] - i(k_0 L C n_i^2)^{-1} \zeta_i H_v^{(1)'}(\zeta_i) / H_v^{(1)}(\zeta_i)},$$

$\zeta_i = k_i L$ ,  $C = (1 - S^2)^{1/2}$ ,  $P$  — дипольный момент,  $c$  — скорость света в вакууме,  $z_s$  — координата источника,  $r$  — расстояние от источника до точки наблюдения, измеряемое вдоль поверхности Земли.

Пользуясь соотношениями (3) и теоремой взаимности (см. [6], § 29), нетрудно получить выражения для вертикальной компоненты электрического поля в волноводе, создаваемого вертикальным и горизонтальным точечными диполями, расположенными в неоднородной ионосфере:

$$E_z^\uparrow(z) = \frac{k_0^2 P}{2c} n_i^{-2} \frac{\zeta_i}{\zeta_s} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_v^{(1)}(\zeta_s)}{H_v^{(1)}(\zeta_i)} \times \\ \times \frac{[R_e e^{ik_0 z C} + e^{-ik_0 z C}] e^{ik_0 h C} H_0^{(1)}(k_0 S r) S^3 dS}{[1 + R_i]^{-1} C D}; \quad (13)$$

$$E_z^\rightarrow(z) = -\frac{k_0^2 P}{2c} n_i^{-2} \frac{\cos \varphi}{k_0 L} \frac{\zeta_i}{\zeta_s} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ 1 + \zeta_s \frac{H_v^{(1)'}(\zeta_s)}{H_v^{(1)}(\zeta_s)} \right] \times \\ \times \frac{H_v^{(1)}(\zeta_s)}{H_v^{(1)}(\zeta_i)} \frac{[R_e e^{ik_0 z C} + e^{-ik_0 z C}] e^{ik_0 h C} H_1^{(1)}(k_0 S r) S dS}{[1 + R_i]^{-1} C D} \quad (14)$$

$$(0 < z < h, \quad z_s > h).$$

Здесь  $\zeta_s = k_i L \exp[(z_s - h)/L]$ ,  $\varphi$  — азимутальный угол, значок  $\uparrow$  или  $\rightarrow$  указывает на ориентацию диполя.

Поле в волноводе удобно записать в виде разложения по нормальным волнам. Это соответствует представлению интегралов в выражениях (13) и (14) в виде суммы вычетов в полюсах подынтегрального выражения. Уравнение полюсов имеет вид

$$D = 0, \quad (15)$$

где  $D$  определяется соотношением (11).

Рассмотрим решение уравнения полюсов при условии  $|k_i L| \ll 1$ . Это условие означает, что характерный масштаб неоднородности ионосферы мал по сравнению с длиной волны вблизи нижней границы ионосферы. Используя разложение выражения для коэффициента отражения от ионосферы (12) по малому параметру  $k_i L \ll 1$ , нетрудно привести уравнение полюсов (15) к виду

$$C_m^2 - \frac{\pi m}{k_0 h_{\text{эфф}}} C_m + \frac{L}{h_{\text{эфф}}} \left[ a + 1 - \ln \frac{k_i L}{2} - \frac{1}{2} \frac{k_0^2}{k_i^2} + i \frac{\pi}{2} \right] = 0, \quad (16)$$

где  $m$  — номер моды,  $k_i^2 = n_i^2 k_0^2$ ,  $h_{\text{эфф}} = h_{\text{эфф}}(\omega) + \frac{1}{2} n_i^{-2} L$ ,  $a =$

$= \frac{d}{dx} \Gamma(x) \Big|_{x=1} \approx 0,5$ ,  $\Gamma(x)$  — гамма-функция. Отсюда для главной волны получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \bar{S}_0 &= 1 + \frac{L}{2h_{\text{эфф}}} \left[ 1,5 + \ln \frac{|k_i| L}{2} \right], \\ \operatorname{Im} S_0 &= \frac{L}{2h_{\text{эфф}}} \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2|n_i|^2} \right] \approx \frac{L}{2h_{\text{эфф}}}. \end{aligned} \tag{17}$$

Фазовые скорости и коэффициенты затухания нормальных волн в волноводе определяются соотношениями [7]

$$v_{\phi m} = c/\operatorname{Re} S_m, \quad \alpha_m = k_0 \operatorname{Im} S_m. \tag{18}$$

На рис. 2 приведены графики зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания первых трех мод в волноводе от частоты. Полученные значения для нулевой моды совпадают с приведенными в работе [10].

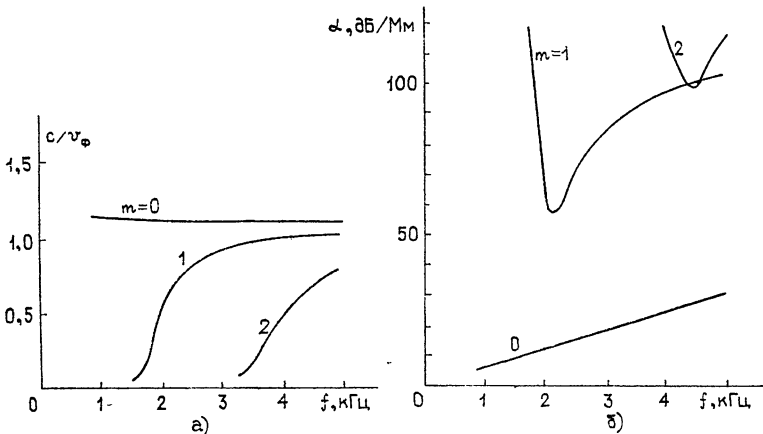


Рис. 2. Зависимость фазовой скорости а) и коэффициента волноводного затухания б), от частоты ( $m$  — номер моды).

Ввиду сложности выражений для поля излучения при произвольной глубине погружения источников в ионосферу (13), (14) мы проведем анализ двух предельных случаев: 1) источники расположены вблизи нижней границы ионосферы:  $|\zeta_s| = |k_i L \exp[(z_s - h)/L]| \ll 1$  и 2) источники находятся достаточно далеко от нее:  $|\zeta_s| = |k_i L \exp[(z_s - h)/L]| \gg 1$ .

В первом случае воспользуемся разложением функций Ханкеля  $H_v^{(1)}(x)$  при малых значениях аргумента  $\left| \frac{x}{2} \right|^2 \sim |v - 1| \ll 1$  [12]. Тогда для вертикальной компоненты электрического поля на поверхности Земли в дальней зоне получаем

$$E_z^\dagger = \frac{60 \pi P}{h_{\text{эфф}}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_0 r}} n^{-2}(z_s) S_0^{3/2} e^{ik_0 S_0 r} e^{-i \frac{\pi}{4}}; \tag{19}$$

$$E_z^\ddagger = \frac{60 \pi P \cos \varphi}{h_{\text{эфф}}} \frac{(k_0 L) A S_0^{1/2}}{\sqrt{\lambda_0 r}} e^{ik_0 S_0 r} e^{i \frac{\pi}{4}}, \tag{20}$$

$$A = \left[ a + 1 + i \frac{\pi}{2} - \ln \frac{k_1 L}{2} - \frac{z_s - h}{L} \right] - \frac{1}{2} n^{-2}(z_s) S_0^2,$$

$n(z_s)$  — значение показателя преломления в точке, где расположен источник. Здесь для удобства численных оценок сделан переход к системе единиц СИ. В формулах (19), (20) и ниже все расстояния и длины волн выражены в километрах, дипольный момент  $P$  в амперах на метр, напряженность поля в микровольтах на метр.

Из сравнения полученных выражений видно, что вблизи нижней границы ионосферы вертикальный диполь эффективнее возбуждает главную волну. Причем эффективность запитки волновода вертикальным диполем резко (как  $n^{-2}(z_s)$ ) уменьшается при увеличении высоты источника  $z_s$ . Вертикальная компонента электрического поля на Земле, создаваемого горизонтальным диполем, расположенным вблизи нижней границы ионосферы, в  $k_0 L A$  раз меньше по сравнению с соответствующей величиной для горизонтального диполя. Однако она практически не меняется при изменении высоты источника. Таким образом, существует некоторая точка  $z_0$  в нижней ионосфере, где эффективности запитки волновода вертикальным и горизонтальным источниками одинаковы.

Если источник находится достаточно далеко от нижней границы ионосферы, так что выполняется условие  $|\zeta_s| \gg 1$ , можно воспользоваться асимптотикой функции Ханкеля при больших значениях аргумента [12]. В этом случае поле можно представить в виде

$$E_z^{\uparrow} = \frac{60 \pi P}{h_{эфф}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_0 r}} n^{-3/2}(z_s) B S_0^{3/2} e^{ik_0 S_0 r} e^{-i \frac{\pi}{2}}; \quad (21)$$

$$E_z^{\rightarrow} = \frac{60 \pi P}{h_{эфф}} \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\lambda_0 r}} n^{-1/2}(z_s) B S_0^{1/2} e^{ik_0 S_0 r}, \quad (22)$$

где  $B = \left( \frac{\pi}{2n_1} \right)^{1/2} (k_0 L)^{1/2} \exp[ik_0 L n(z_s)]$ . Заметим, что амплитуда поля на поверхности Земли, создаваемого горизонтальным источником, в  $n(z_s)$  раз больше, если источник находится достаточно высоко.

Зависимости вертикальной компоненты электрического поля на поверхности Земли от высоты и ориентации источника приведены на рис. 3.

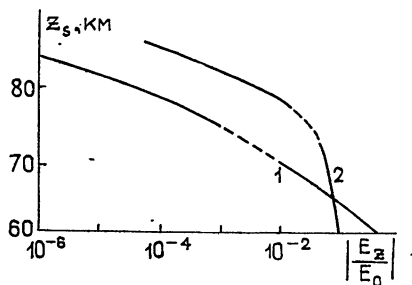


Рис. 3. Относительная эффективность возбуждения главной моды ( $m=0$ ) вертикальным (кривая 1) и горизонтальным (кривая 2) источниками. Пунктиром отмечена область высот, где  $\zeta_s \approx 1$ ,  $E_z$  — амплитуда поля на поверхности Земли.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. Гетманцев, Н. А. Зуйков, Д. С. Котик, Л. Ф. Мироненко, Н. А. Митяков, В. О. Рапопорт, Ю. А. Сазонов, В. Ю. Трахтенгерц, В. Я. Эйрман, Письма в ЖЭТФ, 20, № 4, 229 (1974).
2. Д. С. Котик, В. Ю. Трахтенгерц, Письма в ЖЭТФ, 21, № 2, 114 (1975).
3. Н. С. Беллюстин, В. П. Докучаев, С. В. Поляков, В. В. Тамойкин, Изв вузов — Радиофизика, 18, № 9, 1323 (1975).

- 4 Н. С. Беллюстин, С. В. Поляков, Изв. вузов — Радиофизика, 20, № 1, 87 (1977).
- 5 Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. Наука, М., 1973.
- 6 В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
- 7 J. R. Wait, Electromagnetic waves in stratified media, Pergamon Press, Oxford-Paris, 1962.
- 8 J. R. Wait, Radio Sci., 3, 787 (1968).
- 9 J. Galejs, J. Geophys. Res., 66, 2787 (1961).
- 10 J. Galejs and R. Row, J. Res. NBS, 68D, 103 (1964).
- 11 Г. И. Макаров, В. В. Новиков, А. Б. Орлов, Изв. вузов — Радиофизика, 13, № 3, 321 (1970).
- 12 Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, изд. Наука, М., 1974.

Научно-исследовательский радиофизический  
институт

Поступила в редакцию  
3 марта 1977 г.

#### EXCITATION OF THE EARTH — IONOSPHERE CHANNEL BY LOW-FREQUENCY SOURCES SITUATED IN THE INHOMOGENEOUS IONOSPHERE

*D. S. Kotik, S. V. Polyakov, V. A. Yashnov*

The integral expressions are obtained for the radiation field of a point source of an arbitrary orientation in the ionosphere. A plane model of the Earth — ionosphere waveguide with the height-inhomogeneous isotropic upper boundary is used. Under the condition  $k_i L \ll 1$  ( $k_i = 2\pi/\lambda_i$ ,  $\lambda_i$  is the wavelength at the input into the ionosphere,  $L$  is the characteristic scale of the ionospheric inhomogeneity) the solution of the pole equations is found. Simple expressions are written for the vertical component of the electric field on the surface of the Earth. The dependence of the efficiency of the waveguide filling upon the source height is investigated.