ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXI, № 7 РАДИОФИЗИКА 1978

УДК 533.951

К ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

А. И. Авров

Получен четырехиндексный тензор диэлектрической проницаемости горячей магнитоакивной плазмы, помещенной во внешнее электромагнитное поле с конечной длиной волны. На примере распада внешней волны накачки с частотой порядка электронной ленгмюровской и электронной гироскопической частот на высокочастотную непотенциальную волну и низкочастотную потенциальную показано, что учет длины волны поля накачки приводит к увеличению порога рассматриваемой неустойчивости.

Картина параметрической неустойчивости при воздействии поля высокой частоты на магнитоактивную плазму зависит как от ориентации и напряженности магнитного поля, так и от параметров волны накачки. В ряде случаев параметрического взаимодействия плазмы с волной накачки необходимо учитывать эффекты, связанные с неоднородностью поля накачки [1]. Роль таких эффектов в изотропной плазме подробно рассмотрена в [2], где получено общее дисперсионное уравнение для плазменных волн, учитывающее влияние волны накачки с точностью до квадратичных по полю членов. В работах [3, 4] рассмотрено параметрическое возбуждение низкочастотных потенциальных колебаний и магнитогидродинамических волн электромагнитным полем с конечной длиной волны с частотой накачки $\omega_0 > \Omega_e, \omega_{L_e}$ в холодной магнитоактивной плазме.

Изучение взаимодействия образующихся в результате воздействия на плазму внешнего поля плазменных волн связано с получением тензора диэлектрической проницаемости плазмы. Строение диэлектрической проницаемости плазмы, параметрически возбуждаемой полем внешней электромагнитной волны, определяется многоиндексными тензорами комплексной диэлектрической проницаемости, подробно рассмотренными в нелинейной теории взаимодействия волн в плазме [5].

1. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ГОРЯЧЕЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Используя методику работы [5], можно получить четырехиндексный тензор горячей магнитоактивной взаимодействующей плазмы с электромагнитным полем накачки с конечной длиной волны. Как и в [5], воспользуемся кинетическим уравнением Власова для функции распределения $f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r}, t)$ заряженных частиц, учитывающим влияние внешнего поля:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{v}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}} + e\left\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) + \frac{1}{c}[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) + \boldsymbol{B}_{00}]\right\}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}} = 0. \qquad (1)$$

Здесь B_{00} — постоянное магнитное поле, электрическое $E(r, t)$ и магнитное $B(r, t)$ поля удовлетворяют системе уравнений Максвелла:

$$\operatorname{div} E = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot} E = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t},$$
$$\operatorname{rot} E = \frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j, \quad \operatorname{div} B = 0. \tag{2}$$

Плотность тока $j(r, t)$ и плотность заряда $\rho(r, t)$, в свою очередь, определяются с помощью функции распределения:

$$j(r, t) = e\int dpvf(p, r, t),$$
$$\rho = e\int dpf(p, r, t). \tag{3}$$

Как обычно, в правых частях равенства (3) подразумевается суммирование по сортам частиц, составляющих плазму, так же как и уравнение Власова (1) представляет систему уравнений для функций распределения $f(p, r, t)$ частиц различных сортов.

Рассмотрим параметрическое взаимодействие волн, распространяющихся в горячей магнитоактивной плазме, когда одна из электромагнитных волн (волна накачки) является более мощной по сравнению с остальными:

$$E(r, t) = E_0(r, t) + \delta E(r, t) \quad (E_0 \gg \delta E),$$
$$B(r, t) = B_0(r, t) + \delta B(r, t) \quad (B_0 \gg \delta B). \tag{4}$$

Здесь $E_0(r, t)$, $B_0(r, t)$ — напряженности электрического и магнитного полей внешней волны, $\delta E(r, t)$, $\delta B(r, t)$ — напряженности электрического и магнитного полей возмущенной волны. Электрическое поле волны накачки с частотой ω_0 и волновым вектором k_0 произвольной поляризации имеет вид

$$E_0(r, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 r + \delta_0) + E_1(\omega_0 t - k_0 r + \delta_1). \tag{5}$$

Мы рассматриваем такие поля, по которым возможно разложение функции распределения $f(p, r, t)$ заряженных частиц в виде суммы бесконечного ряда слагаемых:

$$f(p, r, t) = f_0^0 + f_0^1 + f_0^2 + \ldots + f_1^0 + f_1^1 + f_1^2 + \ldots \tag{6}$$

По порядку величины неравновесная поправка оценивается как

$$f_n^m(p, r, t) = O[E_0^m(\delta E)^n]. \tag{7}$$

Первое слагаемое в правой части (6) определяет невозмущенную функцию распределения, в качестве которой будем использовать нерелятивистское распределение Максвелла:

$$f_0^0 = \frac{N_\alpha}{(2\pi)^{3/2} v_{T_\alpha}^3} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{T_\alpha}}\right), \tag{8}$$

где N_α — число частиц сорта α в 1 $см^3$, $v_{T_\alpha} = (\varkappa T_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$ — тепловая скорость частиц.

Подставляя разложение функции распределения (6) в уравнение (1), получаем цепочку зацепляющихся уравнений для неравновесных поправок к функции распределения:

$$\frac{\partial f_0^n}{\partial t}+v\frac{\partial f_0^n}{\partial r}+\frac{e}{c}[vB_{00}]\frac{\partial f_0^n}{\partial p}=-e\left\{E_0+\frac{1}{c}[vB_0]\right\}\frac{\partial f_0^{n-1}}{\partial p}. \tag{9}$$

В нашем случае n принимает значения 1, 2 и

$$\frac{\partial f_1^0}{\partial t}+v\frac{\partial f_1^0}{\partial r}+\frac{e}{c}[vB_{00}]\frac{\partial f_1^0}{\partial p}=-e\left\{\delta E+\frac{1}{c}[v\delta B]\right\}\frac{\partial f_0}{\partial p}; \tag{10}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial f_1^n}{\partial t}+v\frac{\partial f_1^n}{\partial r}+\frac{e}{c}[vB_{00}]\frac{\partial f_1^n}{\partial p}=-e\left\{E_0+\frac{1}{c}[vB_0]\right\}\times\\ +\frac{\partial f_1^{n-1}}{\partial p}-e\left\{\delta E+\frac{1}{c}[v\delta B]\right\}\frac{\partial f_0^n}{\partial p}.\end{gathered} \tag{11}$$

Мы ограничимся теорией возмущения по электромагнитному полю (5), рассматривая внешнее поле в квадратичном $O(E_0^2)$-, а поле возмущений в линейном $O(\delta E)$-приближении. Из (3) видно, что плотность тока также представляется рядом теории возмущений. Выбранное ограничение соответствует рассмотрению второй неравновесной поправки к плотности тока $j_1^2(r, t)$, фурье-образ которой связан с фурье-образом второй неравновесной поправки к функции распределения $f_1^2(p, \omega, k)$ соотношением

$$j_1^2(\omega, k)=e\int dp v f_1^2(p, \omega, k). \tag{12}$$

Решение цепочки уравнений (9)—(11) определяет явный вид $f_1^2(p, \omega, k)$. Подставив $f_1^2(p, \omega, k)$ в (12) и трижды проинтегрировав по частям получаемое выражение, определим четырехиндексные тензоры горячей магнитоактивной плазмы, связанные с $j_1^2(p, \omega, k)$ следующим образом:

$$\begin{gathered}\frac{4\pi}{\omega}j_{1i}^2(\omega, k)=\frac{1}{4}V_{ia}(\omega, k)\delta E_a(\omega, k)=\\ =\frac{1}{4}\{[V_{isab}(\omega, k;\ \omega-\omega_0, k-k_0;\ -\omega_0, -k_0)+\varepsilon_{iasb}(\omega, k;\ 0, 0;\\ -\omega_0, -k_0)][E_0e^{i\delta_0}+E_1e^{i\delta_1}]_s[E_0e^{-i\delta_0}+E_1e^{-i\delta_1}]_b+\\ +[V_{isab}(\omega, k;\ \omega+\omega_0, k+k_0;\ \omega_0, k_0)+\varepsilon_{iasb}(\omega, k;\ 0, 0;\\ \omega_0, k_0)][E_0e^{-i\delta_0}+E_1e^{-i\delta_1}]_s[E_0e^{i\delta_0}+E_1e^{i\delta_1}]_b\}\delta E_a(\omega, k).\end{gathered} \tag{13}$$

Здесь четырехиндексные тензоры ε с нулевыми аргументами имеют следующий вид:

$$\begin{gathered}\varepsilon_{ijab}(\omega, k;\ 0, 0;\ \pm\omega_0, \pm k_0)=-\frac{e^2}{m^2}\omega_L^2k_c\int dvf_0\times\\ \times\int_{-\infty}^{0}d\tau_0\exp\{-i\omega_0\tau_0-ik_a\rho_{as}(-\tau_0)v_s\}\rho_{cj}(-\tau_0)\int_{-\infty}^{0}d\tau_1e^{2\gamma\tau_1}\times\\ \times\int_{-\infty}^{0}d\tau_2\exp\{\gamma\tau_2\mp i\omega_0\tau_2\pm ik_0\delta R(\tau_2, v(\tau_1, v(\tau_0, v)))\}\times\\ \times[\rho_{in}(-\tau_0-\tau_1)-\rho_{in}(-\tau_1)]\,\alpha_{mq}[\omega_0\pm i\gamma, k_0, v(\tau_1, v)]\times\end{gathered} \tag{14}$$

$$\times \{\alpha_{nb,p}(\omega_0 \mp i\gamma, \boldsymbol{k}_0) W_{pm}(-\tau_2) - i\alpha_{nb}[\omega_0 \mp i\gamma, \boldsymbol{k}_0, \boldsymbol{v}(\tau_1, \boldsymbol{v})] \times$$
$$\times [k_p \rho_{pm}(-\tau_0 - \tau_1 - \tau_2) - k_p \rho_{pm}(-\tau_1 - \tau_2) + k_{0p}\rho_{pm}(-\tau_2)]\}.$$

Как и в работе [5], здесь

$$v_l(\tau, \boldsymbol{v}) = W_{lj}(\tau) v_j; \tag{15}$$

$$\delta R_l(\tau, \boldsymbol{v}) = \int_0^\tau d\tau' W_{lj}(\tau') v_j = \rho_{lj}(\tau) v_j; \tag{16}$$

$$W_{lj}(\tau) = h_l h_j + \frac{1}{2} a_{lj} e^{i\Omega\tau} + \frac{1}{2} a_{jl} e^{-i\Omega\tau}; \tag{17}$$

$$a_{lj} = \delta_{lj} - h_l h_j + i e_{lsj} h_s, \tag{18}$$

$\boldsymbol{h}$ — единичный вектор вдоль постоянного магнитного поля ($\boldsymbol{B}_{00} = \boldsymbol{h} B_{00}$), Ω — гироскопическая частота вращения частицы плазмы в магнитном поле ($\Omega = eB_{00}/mc$), e_{isj} — единичный, совершенно антисимметричный тензор третьего ранга,

$$\alpha_{lj}(\omega, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{v}) = \frac{1}{\omega}[k_l v_j + \delta_{lj}(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{v})]; \tag{19}$$

$$\alpha_{nb,p}(\omega, \boldsymbol{k}) = \frac{\partial}{\partial v_p} \alpha_{nb}(\omega, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{v}) = \frac{k_n}{\omega}\delta_{bp} - \frac{k_p}{\omega}\delta_{nb}, \tag{20}$$

γ — время включения внешнего поля.

Для четырехиндексного тензора V получается выражение

$$V_{isab}(\omega, \boldsymbol{k}; \omega \mp \omega_0, \boldsymbol{k} \mp \boldsymbol{k}_0; \mp \omega_0, \mp \boldsymbol{k}_0) =$$
$$= -i \frac{e^2 \omega_L^2}{m^2 \omega} \frac{1}{N} \int d\boldsymbol{v} f_0 \int_{-\infty}^0 d\tau_0 d\tau d\tau_1 \exp[-i\omega\tau_0 \pm$$
$$\pm i\boldsymbol{k}_0 \delta \boldsymbol{R}(\tau_0, \boldsymbol{v}) \pm i\omega_0 \tau \mp i\boldsymbol{k}_0 \delta \boldsymbol{R}(\tau_0 + \tau, \boldsymbol{v}) - i\omega\tau_1 +$$
$$+ i\boldsymbol{k}\delta \boldsymbol{R}(\tau_0 + \tau_1, \boldsymbol{v})]\, \alpha_{mb}[\omega_0, \boldsymbol{k}_0, \boldsymbol{v}(\tau_0 + \tau, \boldsymbol{v})] \times$$
$$\times \alpha_{la}[\omega, \boldsymbol{k}; \boldsymbol{v}(\tau + \tau_1, \boldsymbol{v})] \{\alpha_{ns}[\omega_0, \boldsymbol{k}_0, \boldsymbol{v}(\tau_0, \boldsymbol{v})] \{[W_{in}(-\tau_0) -$$
$$- i v_i k_r \rho_{rn}(-\tau_0)] [k_p \rho_{pm}(-\tau_0 - \tau) k_c \rho_{cl}(-\tau_0 - \tau_1) \mp k_p \times$$
$$\times \rho_{pm}(-\tau_0 - \tau) k_{0c} \rho_{cl}(-\tau_1) \mp k_{0p} \rho_{pm}(-\tau) k_c \rho_{cl}(-\tau_0 - \tau_1) +$$
$$+ k_{0p} \rho_{pm}(-\tau) k_{0c} \rho_{cl}(-\tau_1)] + k_r \rho_{rn}(-\tau_0) [W_{im}(-\tau_0 - \tau) \times$$
$$\times k_p \rho_{pl}(-\tau_0 - \tau_1) \mp W_{im}(-\tau_0 - \tau) k_{0p} \rho_{pl}(-\tau_1) +$$
$$+ k_p \rho_{pm}(-\tau_0 - \tau) W_{il}(-\tau_0 - \tau_1) \mp k_{0p} \rho_{pm}(-\tau) \times$$
$$\times W_{il}(-\tau_0 - \tau_1)]\} + \alpha_{nj,s}(\omega_0, \boldsymbol{k}_0) \{[W_{in}(-\tau_0) -$$
$$- i v_i k_r \rho_{rn}(-\tau_0)] [i W_{jm}(-\tau) k_p \rho_{pl}(-\tau_0 - \tau_1) \mp$$
$$\mp i W_{jm}(-\tau) k_{0p} \rho_{pl}(-\tau_1) \mp i k_{0p} \rho_{pm}(-\tau) W_{jl}(-\tau_1) +$$
$$+ i k_p \rho_{pm}(-\tau_0 - \tau) W_{jl}(-\tau_1)] + k_r \rho_{rn}(-\tau_0) \times$$
$$\times [i W_{jm}(-\tau) W_{il}(-\tau_0 - \tau_1) + i W_{im}(-\tau_0 - \tau) \times$$
$$\times W_{jl}(-\tau_1)]\}\} + i \frac{e^2 \omega_L^2}{m^2 \omega} \frac{1}{N} \int d\boldsymbol{v} f_0 \int_{-\infty}^0 d\tau_0 \times$$

$$\times \exp[-i\omega\tau_0 \pm i\boldsymbol{k}_0\delta\boldsymbol{R}(\tau_0, \boldsymbol{v})]\Big\{\int\limits_{-\infty}^{0} d\tau_1 d\tau_2 \times$$

$$\times \exp[-i(\omega \mp \omega_0)\tau_1 + i\boldsymbol{k}\delta\boldsymbol{R}(\tau_0+\tau_1, \boldsymbol{v}) \pm i\omega_0\tau_2 \mp i\boldsymbol{k}_0\delta\boldsymbol{R}(\tau_0 +$$

$$+\tau_1+\tau_2, \boldsymbol{v})]\Big\{\frac{k_l}{\omega}W_{am}(-\tau_2) + i\frac{k_c}{\omega}\rho_{cm}(-\tau_2)[\delta_{la}(\omega -$$

$$-\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}(\tau_0+\tau_1, \boldsymbol{v}) \mp \boldsymbol{k}_0\boldsymbol{v}(\tau_0+\tau_1+\tau_2, \boldsymbol{v})) + k_l v_a(\tau_0 + \tag{21}$$

$$+\tau_1, \boldsymbol{v})]\Big\}\{\alpha_{ns}[\omega_0, \boldsymbol{k}_0, \boldsymbol{v}(\tau_0, \boldsymbol{v})]\{[W_{in}(-\tau_0) -$$

$$-iv_i k_r\rho_{rn}(-\tau_0)][\pm k_{0p}\rho_{pl}(-\tau_1) - ik_p\rho_{pl}(-\tau_0-\tau_1)] -$$

$$-iW_{il}(-\tau_0-\tau_1)k_p\rho_{pn}(-\tau_0)\} + \alpha_{nj,s}(\omega_0, \boldsymbol{k}_0)W_{jl}(-\tau_1)\times$$

$$\times[W_{in}(-\tau_0) - iv_i k_r\rho_{rn}(-\tau_0)]\}\alpha_{mb}[\omega_0, \boldsymbol{k}_0, \boldsymbol{v}(\tau_0 +$$

$$+\tau_1+\tau_2, \boldsymbol{v})] + \int\limits_{-\infty}^{0} d\tau_1 d\tau_2 \exp[-i(\omega\mp\omega_0)\tau_1 \mp i\boldsymbol{k}_0\delta\boldsymbol{R}(\tau_0 +$$

$$+\tau_1, \boldsymbol{v}) - i\omega\tau_2 + i\boldsymbol{k}\delta\boldsymbol{R}(\tau_0+\tau_1+\tau_2, \boldsymbol{v})]\,\alpha_{la}[\omega,$$

$$\boldsymbol{k}, \boldsymbol{v}(\tau_0+\tau_1+\tau_2, \boldsymbol{v})]\Big\{\frac{k_{0m}}{\omega_0}W_{bl}(-\tau_2) +$$

$$+ i\frac{k_{0c}}{\omega_0}\rho_{cl}(-\tau_2)[\delta_{mb}(\omega \mp \omega_0 \pm \boldsymbol{k}_0\boldsymbol{v}(\tau_0+\tau_1, \boldsymbol{v}) -$$

$$-\boldsymbol{k}\boldsymbol{v}(\tau_0+\tau_1+\tau_2, \boldsymbol{v})) \mp k_{0m}v_b(\tau_0+\tau_1, \boldsymbol{v})]\Big\}\times$$

$$\times\{\alpha_{ns}[\omega_0, \boldsymbol{k}_0, \boldsymbol{v}(\tau_0, \boldsymbol{v})]\{[W_{in}(-\tau_0) - iv_i k_r\rho_{rn}(-\tau_0)]\times$$

$$\times[\pm ik_{0p}\rho_{pm}(-\tau_1) - ik_p\rho_{pm}(-\tau_0-\tau_1)] - iW_{im}(-\tau_0 -$$

$$-\tau_1)k_r\rho_{rn}(-\tau_0)\} + \alpha_{nj,s}(\omega_0, \boldsymbol{k}_0)W_{jm}(-\tau_1)\times$$

$$\times[W_{in}(-\tau_0) - iv_i k_r\rho_{rn}(-\tau_0)]\}\Big\}.$$

В пределе холодной магнитоактивной плазмы ($v_T=0$, $B_{00}=\mathrm{const}\neq 0$) это выражение переходит в (20.3) работы [5].

Диэлектрическая проницаемость $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ горячей магнитоактивной плазмы, находящейся в поле внешней волны накачки с конечной длиной волны, определяется выражением

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) + \frac{1}{4}V_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) - \frac{1}{4}\{S_{ias}(\omega, \boldsymbol{k};$$

$$\omega+\omega_0, \boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)A_{sc}(\omega+\omega_0, \boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)S_{cbj}(\omega+\omega_0, \boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0,$$

$$\omega, \boldsymbol{k}) + S_{ibs}(\omega, \boldsymbol{k}; \omega-\omega_0, \boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)A_{sc}(\omega-\omega_0, \boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0)\times \tag{22}$$

$$\times S_{caj}(\omega-\omega_0, \boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_0, \omega, \boldsymbol{k})\}[E_0 e^{i\delta_0} + E_1 e^{-i\delta_1}]_a[E_0 e^{i\delta_0} + E_1 e^{i\delta_1}]_b.$$

Здесь $\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ — тензор комплексной диэлектрической проницаемости горячей магнитоактивной плазмы, $A_{sc}(\omega, \boldsymbol{k}) = \Big\{\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) - \frac{1}{4}V_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) -$

$-\frac{c^2k^2}{\omega^2}\left(\delta_{ij}-\frac{k_ik_j}{k^2}\right)\Big\}^{-1}$ — тензор, обратный максвелловскому, и трехиндексный тензор S горячей магнитоактивной плазмы приведены в работе [5]; $V_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ — свернутые по двум индексам четырехиндексные тензоры (13), зависящие от внешнего поля.

Выражение (22) для $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ по форме записи не отличается от полученных в [1, 2], однако конкретный вид выражений для тензоров правой части существенно другой. Зная тензор $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$, можно получить дисперсионное уравнение для отыскания спектра возмущенных плазменных волн, которое, как обычно, определяется равенством нулю определителя:

$$\det\left\{\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})-\frac{c^2k^2}{\omega^2}\left(\delta_{ij}-\frac{k_ik_j}{k^2}\right)\right\}=0. \tag{23}$$

2. ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОЛЯ НАКАЧКИ НА НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕПОТЕНЦИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

В ряде случаев параметрического воздействия электромагнитного поля на плазму, связанных с возбуждением поперечных волн, возбуждаемые колебания могут иметь длины волн, сравнимые с длинами волн внешнего поля [1]. В этом случае необходимо учитывать влияние конечной длины волны поля накачки на рассматриваемые процессы.

Рассмотрим однородную плазму, находящуюся в постоянном и однородном магнитном поле $\boldsymbol{B}_{00}$, и поле внешней линейно-поляризованной волны, вектор напряженности которой $\boldsymbol{E}_0$ ориентирован перпендикулярно магнитному полю $\boldsymbol{B}_{00}$:

$$\boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r}, t)=\boldsymbol{E}_0\cos(\omega_0 t-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{r}). \tag{24}$$

Выберем частоту накачки ω_0 одного порядка с электронной ленгмюровской $\omega_{L_e}=(4\pi N_e e^2/m_e)^{1/2}$ и электронной гироскопической Ω_e частотами ($\omega_0\approx\omega_{L_e}$, $|\Omega_e|$, $\omega_0\gg kv_{T_e}$, $\omega_{L_e}<|\Omega_e|$). Такая область частот экспериментально исследовалась, например, в [6], где наблюдался максимум поглощения энергии СВЧ-поля и излучения из плазмы на частоте ω_0. Эти явления могут быть связаны с раскачкой непотенциальных возмущений. Нас будет интересовать неустойчивость колебаний магнитоактивной плазмы, образующихся в результате параметрического распада волны накачки на низкочастотную продольную волну с частотой $\omega\ll\omega_0$ и высокочастотную волну с частотой порядка ω_0. В таких условиях трехиндексные тензоры S выражаются через линейные парциальные поляризуемости $\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ магнитоактивной плазмы:

$$\begin{aligned} S_{ijs}(\omega, \boldsymbol{k};\ \omega\pm\omega_0, \boldsymbol{k}\pm\boldsymbol{k}_0)&=i\frac{e}{m}\frac{k_b}{\omega_{L_e}}\delta\varepsilon_{ib}(\omega, \boldsymbol{k})\,\delta\varepsilon_{js}(\pm\omega_0, 0),\\ S_{ijs}(\omega\pm\omega_0, \boldsymbol{k}\pm\boldsymbol{k}_0;\ \omega, \boldsymbol{k})&=-i\frac{e}{m}\frac{k_b}{\omega_{L_e}}\delta\varepsilon_{bs}(\omega, \boldsymbol{k})\,\delta\varepsilon_{ij}(\pm\omega_0, 0). \end{aligned} \tag{25}$$

Здесь $\delta\varepsilon_{ij}(\omega_0, 0)$ — линейная парциальная поляризуемость холодной магнитоактивной плазмы (так как тепловой поправкой по сравнению с ω_0 мы пренебрегаем). Согласно [5]

$$\delta\varepsilon_{ij}(\omega_0, 0)=-\frac{\omega_L^2}{\omega_0}\Gamma_{ij}(\omega_0)=-\frac{\omega_L^2}{\omega_0}\left\{\frac{h_ih_j}{\omega_0}+\frac{1}{2}\frac{a_{ij}}{\omega_0+\Omega_e}+\frac{1}{2}\frac{a_{ji}}{\omega_0-\Omega_e}\right\}. \tag{26}$$

Четырехиндексные тензоры V с аргументами $\omega \pm \omega_0$, $\boldsymbol{k} \pm \boldsymbol{k}_0$, входящие в выражение для обратных тензоров $A_{ij}(\omega \pm \omega_0,\ \boldsymbol{k} \pm \boldsymbol{k}_0)$, определяются продольной сверткой парциальной диэлектрической проницаемости $\delta\varepsilon(\omega,\ \boldsymbol{k}) = \frac{k_l k_j}{k^2}\delta\varepsilon_{lj}(\omega,\ \boldsymbol{k})$ и амплитудой накачки:

$$V_{ij}(\omega + \omega_0,\ \boldsymbol{k} + \boldsymbol{k}_0) = \frac{V_E^2 k^2}{4}\frac{\delta\varepsilon(\omega,\ \boldsymbol{k})}{(\omega_0 - |\Omega_e|)^2} a_{ij},$$
$$V_{ij}(\omega - \omega_0,\ \boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_0) = \frac{V_E^2 k^2}{4}\frac{\delta\varepsilon(\omega,\ \boldsymbol{k})}{(\omega_0 - |\Omega_e|)^2} a_{ji}, \tag{27}$$

где $V_E = \frac{eE_0}{m\omega_0}$, и отличаются друг от друга порядком индексов в тензорах a_{ij}. Вклад от тензора $V_{ij}(\omega,\ \boldsymbol{k})$, входящего в (22), в рассматриваемых условиях много меньше вклада остальных слагаемых, и мы его не учитываем. Подставляя (25), (27) в (22) и приравнивая нулю продольную свертку диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega,\ \boldsymbol{k})$, получим дисперсионное уравнение для потенциальных колебаний плазмы

$$\frac{1}{\delta\varepsilon_e(\omega,\ \boldsymbol{k})} + \frac{1}{1 + \delta\varepsilon_i(\omega,\ \boldsymbol{k})} + \frac{1}{16}\frac{V_E^2 k^2}{(\omega_0 - |\Omega_e|)^2}\times$$
$$\times\left\{\frac{\Phi(+\omega_0)}{\varkappa(\omega_0,\ \theta_+)[\Delta\omega_0(\theta_+) + \omega - i(\nu + \gamma)]} + \frac{\Phi(-\omega_0)}{\varkappa(-\omega_0,\ \theta_-)[\Delta\omega_0(\theta_-) - \omega + i(\nu + \gamma)]}\right\} = 0, \tag{28}$$

где

$$\Phi(\pm\omega_0) = n^2(\pm\omega_0)\sin^2\theta_\pm\left[n^2(\pm\omega_0) - \frac{\omega_0^2 + \omega_{L_e}^2}{\omega_0^2}\right] -$$
$$- 2\,\frac{\omega_0^2 - \omega_{L_e}^2}{\omega_0^2}\,[n^2(\pm\omega_0) - 1]; \tag{29}$$

$$\varkappa(\pm\omega_0,\ \theta_\pm) = \omega_0\frac{\partial}{\partial\omega_0}\operatorname{Re}\Delta_0(\pm\omega_0); \tag{30}$$

$$\Delta\omega_0(\theta_\pm) = \operatorname{Re}\Delta_0(\pm\omega_0)\Big/\frac{\partial}{\partial\omega_0}\operatorname{Re}\Delta_0(\pm\omega_0); \tag{31}$$

$$\operatorname{Re}\Delta_0(\pm\omega_0) = n^4(\pm\omega_0)\left[(\omega_0^2 - \omega_{L_e}^2)\frac{\cos^2\theta_\pm}{\omega_0^2} -\right.$$
$$\left. - \frac{1}{2}\frac{\omega_{L_e}^2}{\omega_0}\frac{\sin^2\theta_\pm}{\omega_0 - |\Omega_e|}\right] - n^2(\pm\omega_0)\left[\frac{\omega_0^2 - \omega_{L_e}^2}{\omega_0^2} +\right. \tag{32}$$
$$\left. + \sin^2\theta_\pm\right]\frac{\omega_{L_e}^2}{\omega_0(\omega_0 - |\Omega_e|)} - \frac{\omega_{L_e}^2}{\omega_0^3}\frac{\omega_0^2 - \omega_{L_e}^2}{\omega_0 - |\Omega_e|},$$

$\nu \equiv \nu_{эфф}$ — эффективная частота электронно-ионных столкновений, $\theta_\pm$ — угол между направлением магнитного поля $\boldsymbol{B}_{00}$ и векторами $\boldsymbol{k} \pm \boldsymbol{k}_0$, $n^2(\pm\omega_0) = \frac{c^2(\boldsymbol{k} \pm \boldsymbol{k}_0)^2}{\omega_0^2}$.

Когда частота волны накачки ω_0 лежит в пределах $\omega_{L_e} \lesssim \omega_0 \lesssim |\Omega_e|$, то высокочастотная волна, образующаяся при распаде, является непотенциальной [1]. Инкремент неустойчивости таких колебаний определяется мнимой частью дисперсионного уравнения (28). Действительная часть дисперсионного уравнения определяет частоту низкочастотных потенциальных колебаний

$$\omega \approx \omega_s \cos\theta, \tag{33}$$

где $\omega_s = kV_{T_e}\dfrac{\omega_{L_i}}{\omega_{L_e}}$ — частота ионного звука, θ — угол между волновым вектором $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{h}$.

В условиях распада внешней волны накачки на низкочастотное потенциальное колебание с частотой ω и высокочастотную непотенциальную волну с частотой $\omega - \omega_0$ (что соответствует равенству $\Delta\omega_0(\theta_-) = \omega$ в уравнении (29)) будем считать, что для инкремента неустойчивости выполнено равенство $\gamma \ll \omega$. Ограничимся, как и в [6], случаем малой диссипации, когда частота ω превосходит частоту электронно-ионных соударений $\nu_{эфф}$ и низкочастотный инкремент затухания γ_0:

$$\gamma_0 = -\left[\frac{\operatorname{Im}\delta\varepsilon_e}{(\operatorname{Re}\delta\varepsilon_e)^2} + \frac{\operatorname{Im}\delta\varepsilon_i}{(1+\operatorname{Re}\delta\varepsilon_i)^2}\right]\left[\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{1}{\operatorname{Re}\delta\varepsilon_e} + \frac{1}{1+\operatorname{Re}\delta\varepsilon_i}\right)\right]^{-1} = \sqrt{\frac{\pi}{8}}\,\frac{\omega_{L_i}}{\omega_{L_e}}\,\omega_s|\cos\theta|. \tag{34}$$

При условии, когда инкремент γ не превосходит максимального значения γ_0 и $\nu_{эфф}$, но много больше минимального значения γ_0 и $\nu_{эфф}$ ($\gamma < \Gamma_0 = \max(\gamma_0, \nu) \gg \min(\gamma_0, \nu) = L_0$), что соответствует околопороговой области неустойчивости, получаем такое выражение для инкремента неустойчивости:

$$\gamma = -\Gamma_0 + \frac{1}{16}\frac{V_E^2}{V_{T_e}^2}\frac{\omega_0\omega_s\cos^2\theta}{L_0}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{\omega_{L_e}^2 \operatorname{tg}^2\theta_-}{\omega_0(\omega_0 - |\Omega_e|)\,n^2(-\omega_0)}\right]. \tag{35}$$

В случае однородной волны накачки инкремент такой неустойчивости получен в работе [7]. Сравнение результатов говорит о том, что учет длины волны поля накачки приводит к уменьшению инкремента неустойчивости. При углах между волновым вектором $(\boldsymbol{k} \pm \boldsymbol{k}_0)$ и направлением постоянного магнитного поля, больших 45°, уменьшение становится значительным. Пороговое значение напряженности внешнего поля, наоборот, увеличивается:

$$\frac{V^e_{E_{пор}}}{V_{T_e}^2} = 2\sqrt{8\pi}\,\frac{\nu_{эфф}\omega_{L_i}}{\omega_{L_e}\omega_0|\cos\theta|}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{\omega_{L_e}^2 \operatorname{tg}^2\theta_-}{\omega_0(\omega_0 - |\Omega_e|)\,n^2(-\omega_0)}\right]^{-1}. \tag{36}$$

В случае, когда частота внешнего поля ω_0 превышает электронную гироскопическую частоту Ω_e, волна накачки распадается на две потенциальные волны — высокочастотную и низкочастотную — и наличие $\boldsymbol{k}_0$ не оказывает существенного влияния на неустойчивость возникающих колебаний.

Автор признателен В. В. Пустовалову за консультации при выполнении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, изд. Наука, М., 1973.
2. Л. М. Горбунов, ЖЭТФ, 55, 2298 (1968).
3. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов, Препринт ФИАН СССР № 16, М., 1972.
4. А. Б. Романов, Диссертация, ФИАН, М., 1974.
5. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Труды физического института им. П. Н. Лебедева, **61**, 42 (1972).
6. Н. Е. Андреев, Г. М. Батанов, К. А. Саркисян, ЖЭТФ, **63**, 1247 (1972).
7. Н. Е. Андреев, ЖЭТФ, **63**, 1283 (1972).

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
24 апреля 1977 г.

TO THE THEORY OF STIMULATED RAMAN SCATTERING OF FINITE LENGTH ELECTROMAGNETIC WAVES IN MAGNETOACTIVE PLASMA

A. I. Avrov

The four-index tensor of the dielectric permittivity of a hot magnetoactive plasma placed in the external electromagnetic field with the finite wavelength is obtained. It is shown as an example the decomposition of the external pump wave with the frequency of the order of the electron Langmuir and electron gyroscopic frequencies into high-frequency nonpotential and low-frequency potential waves is considered. It is shown that the account of the pump field wavelength leads to increasing the instability threshold.