

## ЛИТЕРАТУРА

1. H. F. Taylor and A. Yariv, Proc. IEEE, **62**, 1044 (1974).
2. L. V. Iogansen, J. Opt. Soc. Amer., **66**, 972 (1976).
3. Л. В. Иогансен, ЖЭТФ, 1838 (1961), Авторское свидетельство № 150542, Бюлл. изобретений № 19 (1962); ЖТФ, **32**, 406 (1962); **36**, 2056 (1966); **38**, 781 (1968).
4. Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург, Н. Г. Денисов, УФН, **61**, 561 (1957).
5. Л. В. Иогансен, Н. А. Кравцов, Ю. В. Глобенко, ЖТФ, **45**, 1304 (1975).
6. Л. В. Иогансен, Ю. В. Глобенко, Изв. вузов — Радиофизика, **19**, № 2, 256 (1976).
7. Л. В. Иогансен, Н. А. Кравцов, Ю. В. Глобенко, И. В. Азова, Оптика и спектроскопия, **43**, 771 (1977).
8. R. Ulrich, Appl. Opt., **15**, 1363 (1976).
9. Л. М. Блинов, УФН, **114**, 67 (1974).
10. D. F. Nelson and J. McKenna, J. Appl. Phys., **38**, 4057 (1967).
11. D. P. Gia Russo and J. H. Harris, J. Opt. Soc. Amer., **63**, 138 (1973).
12. М. Ф. Гребенкин, В. А. Селиверстов, Л. М. Блинов, В. Г. Чигринов, Кристаллография, **20**, 984 (1975).

Всесоюзный заочный институт  
текстильной и легкой промышленности

Поступила в редакцию  
28 января 1977 г.

УДК 621.372.82

## О ПОЛЕ ВЫРОЖДЕННЫХ ВОЛН

Т. И. Бичуцкая

Наряду с исследованием поля вырожденных волн в однородном волноводе [1] представляет интерес рассмотреть рассеяние вырожденной ТМ-волны на импедансной ступеньке в волноводном канале. Решение этой задачи позволит осветить вопрос о поведении вырожденных волн в нерегулярных задачах [2]. Пусть в декартовой системе координат ( $x$  — продольная координата,  $z$  — поперечная) слева на импедансную ступеньку, расположенную при  $x = x_0$  на верхней стенке волновода, нижняя стенка которого — металлическая, падает вырожденная ТМ-волна [1]

$$H_{yn}(x, z) = \frac{Jh_d}{h} \frac{i\delta'_2 \beta}{\beta^2} \cos \sqrt{1 - \omega_0^2 z} e^{i\omega_0 x} \left[ \frac{ix}{\omega_0} - \beta^2 \times \right. \\ \left. \times \frac{3 - 4i\delta'_2 \beta}{3i\delta'_2 \beta(1 - i\delta'_2 \beta)} + \frac{z \operatorname{tg} \sqrt{1 - \omega_0^2 z}}{\sqrt{1 - \omega_0^2 z}} \right], \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — продольное волновое число левой части волновода,  $x = kr$ ,  $J$  — ток в антенне,  $h_d$  — ее действующая высота,  $\omega$  — круговая частота,  $\delta'_2$  — приведенный поверхностный импеданс верхней стенки,  $z = kz$ ,  $z$  — поперечная координата,  $\beta = kh$ ,  $h$  — высота волновода,  $k$  — волновое число; граничные условия — импедансные:

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} \Big|_{z=h} = \begin{cases} ik\delta'_2 H_y & (x - x_0 < 0) \\ ik\delta''_2 H_y & (x - x_0 > 0) \end{cases}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (2)$$

Будем искать рассеянную волну на импедансной ступеньке с учетом условия на нижней стенке волноводного канала в виде

$$H_{y \text{ рас}} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cos \sqrt{1 - \omega^2 z} e^{i\omega(x-x_0)} d\omega. \quad (3)$$

Тогда рассматриваемая задача сведется к решению системы двух интегральных уравнений

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(w) \cos \sqrt{1-w^2} \beta (i \delta_2' + \sqrt{1-w^2} \operatorname{tg} \sqrt{1-w^2} \beta) e^{i w(x-x_0)} dw = 0$$

( $x - x_0 < 0$ ),

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(w) \cos \sqrt{1-w^2} \beta (i \delta_2'' + \sqrt{1-w^2} \operatorname{tg} \sqrt{1-w^2} \beta) e^{i w(x-x_0)} dw = -\frac{i \Delta}{2} H_{\text{yn}}(x, \beta)$$

( $x - x_0 > 0$ ),

где

$$\Delta = \delta_2'' - \delta_2'$$

$$H_{\text{yn}}(x, \beta) = \frac{J h_x}{h} \frac{i \delta_2' \beta}{\beta^2} \left[ \frac{i x}{w_0} - \frac{3 - i \delta_2' \beta}{3(1-w_0^2)} \right] \cos \sqrt{1-w_0^2} \beta e^{i w_0 x}.$$

Для ее решения воспользуемся методом Винера — Хопфа, который использовался в подобных задачах с падающим полем, зависящим от продольной координаты экпо-ненциально. В нашем случае правая часть второго интегрального уравнения содержит и линейную зависимость от  $x$ , поэтому обратное преобразование Фурье даст нам уравнения

$$B(w) \cos \sqrt{1-w^2} \beta (i \delta_2' + \sqrt{1-w^2} \operatorname{tg} \sqrt{1-w^2} \beta) = \Phi_-(w),$$

$$B(w) \cos \sqrt{1-w^2} \beta (i \delta_2'' + \sqrt{1-w^2} \operatorname{tg} \sqrt{1-w^2} \beta) = \Phi_+(w) +$$

$$+ \frac{C_1}{w - w_0} + \frac{C_2}{(w - w_0)^2},$$

где

$$C_1 = \frac{J h_x}{h} \frac{i \delta_2' \beta}{\beta^2} \frac{\Delta}{4\pi} e^{i x_0 w_0} \frac{3 - i \delta_2' \beta}{3(1-w_0^2)} \cos \sqrt{1-w_0^2} \beta,$$

$$C_2 = -\frac{J h_x}{h} \frac{i \delta_2' \beta}{\beta^2} \frac{\Delta}{4\pi} \frac{e^{i x_0 w_0}}{w_0} \cos \sqrt{1-w_0^2} \beta,$$

$\Phi_-(w)$  и  $\Phi_+(w)$  — функции, регулярные в нижней и верхней полуплоскостях  $w$  соответственно.

Далее, поступая стандартным образом [3], находим

$$B(w) = \left[ \frac{C_1 f_+(w_0)}{w - w_0} + \frac{C_2 f_+(w_0) + C_2 (w - w_0) f_+'(w_0)}{(w - w_0)^2} \right] \times$$

$$\times [\cos \sqrt{1-w^2} \beta f_-(w) (i \delta_2' + \sqrt{1-w^2} \operatorname{tg} \sqrt{1-w^2} \beta)]^{-1},$$

где

$$f_+(w) = \left( \frac{i \delta_2' + \operatorname{tg} \beta}{i \delta_2'' + \operatorname{tg} \beta} \right)^{1/2} \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{w}{w_n'} \right) \left( 1 + \frac{w}{w_n''} \right)^{-1}, \quad f_-(w) = [f_+(-w)]^{-1},$$

$w_n''$  и  $w_n'$  — корни функций  $[i \delta_2'' + \sqrt{1-w^2} \operatorname{tg} \sqrt{1-w^2} \beta]$  и  $[i \delta_2' + \sqrt{1-w^2} \operatorname{tg} \sqrt{1-w^2} \beta]$  соответственно, причем  $w_1' = w_2' \equiv w_0$ .

Итак, рассеянное поле определяется в виде интеграла (3) на комплексной плоскости  $w$ , который следует замыкать в верхней полуплоскости при  $x - x_0 > 0$  и в нижней — при  $x - x_0 < 0$ . Вычеты в соответствующих полюсах определяют проходящие и отраженные волны.

Рассеянная волна с волновым числом  $w = w_0$  слева от импедансной ступеньки определяется выражением

$$H_{\text{y отр}}(-w_0) = -\frac{J h_x}{h} \frac{i \delta_2' \beta}{\beta^2} 2w_0 \exp[-i w_0(x - x_0)] \times$$

$$\times \cos \sqrt{1-w^2} z e^{i w_0 x_0} \exp \left( \sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{w_k'' - w_0}{w_k'' + w_0} \right) \times$$

$$\times \exp\left(\sum_{k=3}^{\infty} \ln \frac{w'_k + w_0}{w'_k - w_0}\right) \left\{ F(w_0) \left[ i(x - x_0) - \frac{w_0 z \operatorname{tg} \sqrt{1 - w_0^2} z}{\sqrt{1 - w_0^2}} - \right. \right. \\ \left. \left. - i \delta'_2 \beta \frac{w_0}{1 - w_0^2} + \frac{1}{2w_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{w''_n - w_0} - \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{w'_n - w_0} \right] + \frac{1}{4w_0^3} \right\}, \\ F(w_0) = \frac{3 - i \delta'_2 \beta}{3(1 - w_0^2)} + \frac{1}{2w_0^2} - \frac{1}{w_0} \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1}{w'_k + w_0} - \frac{1}{w''_k + w_0} \right).$$

Рассеянная волна с волновым числом  $w''_n$  справа от импедансной ступеньки выглядит следующим образом:

$$H_{y \text{ прох}}(w''_n) = -\frac{Jh_n}{h} \frac{i \delta'_2 \beta}{\beta^2} \cos \sqrt{1 - w_0^2} \beta e^{ix_0 w_0} \frac{\cos \sqrt{1 - w_n''^2} z}{\cos \sqrt{1 - w_n''^2} \beta} \times \\ \times \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{w'_k + w_0}{w'_k + w''_n}\right) \exp\left(\sum_{k=1}^{\infty} \ln \frac{w''_k - w_0}{w''_k - w''_n}\right) \left[ F(w_0) - \frac{1}{2w_0^2} \right] \exp [i w''_n (x - x_0)],$$

где  $n = 1, 2, \dots$ ,  $\Sigma'$  означает, что член с  $k = n$  в сумме отсутствует.

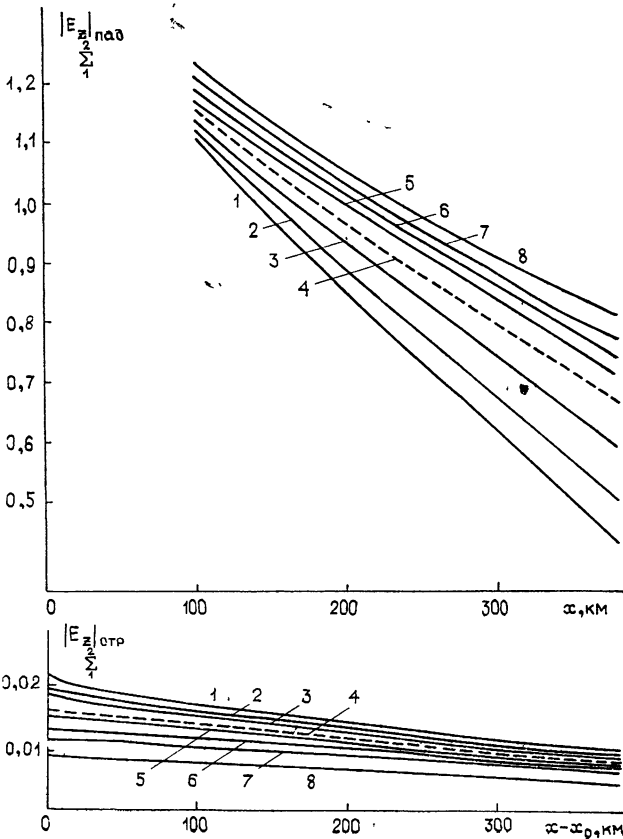


Рис. 1. Падающее и отраженное от импедансной ступеньки ТМ-поле двух первых мод как функции продольной координаты;  
 1 —  $h = 70$  км; 2 —  $h = 72,7$  км; 3 —  $h = 75,7$  км;  
 4 —  $h = 80$  км; 5 —  $h = 82$  км; 6 —  $h = 84,8$  км;  
 7 —  $h = 86$  км; 8 —  $h = 87,8$  км.

По этим выражениям и по аналогичным в случае отсутствия вырождения было рассчитано отраженное электрическое поле как функция продольной координаты с помощью соотношения  $E_z = -\frac{1}{i\omega\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial x}$  для  $r_0 = 100$  км и ряда высот волновода. Расчет проводился с учетом в сумме 13 членов, что обеспечивало точность вычислений порядка 2%.

На рис. 1 представлено падающее поле в виде суммы ТМ-полей двух первых мод как функция расстояния от источника в регулярном волноводе со свойствами левой части рассматриваемого волновода  $\delta_1 = 0$ ,  $\delta_2' = 0,32 e^{-i39^\circ}$ ,  $f = 4,75$  кГц и ряда высот, указанных на рисунке. Отраженное поле также в виде суммы ТМ-полей двух первых мод изображено на рис. 1 как функция расстояния от импедансной ступеньки, справа от которой  $\delta_2'' = 0,16 e^{-i43^\circ}$ . Пунктирные кривые определяют падающее и отраженное ТМ-поле двух первых мод в вырожденных условиях для левой части волновода. Как видно, отраженное поле суммы двух ТМ-мод в вырожденных условиях не имеет качественных отличий от соответствующих полей в невырожденных условиях.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Т. И. Бичуцкая, Изв. вузов — Радиофизика, 19, № 3, 430 (1976).
2. K. G. Budden and M. Eve, Proc Roy Soc. London, A 342, 175 (1975).
3. Б. Нобл, Метод Винера — Хопфа, ИЛ, М., 1962, стр. 279.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 23 февраля 1977 г.

УДК 621.396.67

## ОСОБЕННОСТИ АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ ЗЕРКАЛЬНЫХ ПОЛНОПОВОРОТНЫХ АНТЕНН С НЕПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ОСЯМИ ВРАЩЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ ПОЛЕЙ В ЗОНЕ ФРЕНЕЛЯ

Ю. В. Сысоев

Поверхность измерений полей в зоне Френеля полноповоротных антенн с непересекающимися осями вращения является эллипсоидом. Для пояснения воспользуемся рис. 1. С геометрическим центром апертуры антенны совмещена подвижная система координат  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ . Угломестное сканирование антенны осуществляется путем ее вращения вокруг оси  $x'$ , азимутальное перемещение производится вокруг оси  $y$  неподвижной системы координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  с радиусом вращения  $z_0$ . В плоскости  $yz$  в точке  $P$  находится зонд с координатами  $(0, \Delta h, R_0)$ .

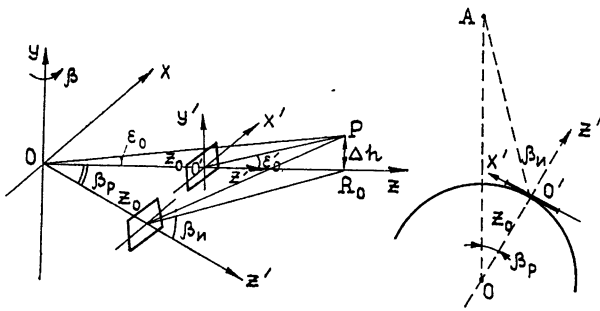


Рис. 1.

При азимутальном вращении антенны координаты точки  $O'$  в неподвижной системе координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  меняются, что приводит, в частности, к изменению величины  $R = O'P$ ,