ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXI, № 7 РАДИОФИЗИКА 1978

УДК 538.574.6

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЙ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ВЫПУКЛЫХ ТЕЛАХ ВРАЩЕНИЯ*

Ю. И. Орлов, Н. С. Орлова

Предложен асимптотический метод решения трехмерной задачи дифракции плоской электромагнитной волны на произвольном выпуклом идеально проводящем теле вращения больших электрических размеров Решение задачи основано на асимптотическом представлении полей в зоне тени в виде бесконечного спектра ползущих волн, возбуждаемых падающей волной на границе геометрической тени на поверхности тела Полученные интегральные представления для полей $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ и тока $\boldsymbol{I}^{э}$ дают равномерную асимптотику и справедливы вблизи поверхности тела во всей зоне тени и полутени, включая различные области многолучевости и области фокусировки на каустиках ползущих волн. Показано, что в разных областях решение асимптотически переходит в формулы геометрической теории дифракции и ее известные квазилучевую и каустическую модификации и является их обобщением. Полученное решение оказывается удобным для численных расчетов и аналитических исследований и допускает ряд важных обобщений (в частности, на случай сферической волны и произвольного выпуклого тела).

Рассматривается трехмерная задача дифракции плоской электромагнитной волны

$$\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{E}^0 e^{-ik(\boldsymbol{t}_0 \boldsymbol{r})}, \qquad \boldsymbol{H}_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,[\boldsymbol{t}_0 \boldsymbol{E}_0] \equiv \boldsymbol{H}^0 e^{-ik(\boldsymbol{t}_0 \boldsymbol{r})}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{t}_0 = -(\boldsymbol{i}_x \cos\varphi^0 \sin\theta^0 + \boldsymbol{i}_y \sin\varphi^0 \sin\theta^0 + \boldsymbol{i}_z \cos\theta^0)$, на идеально проводящем теле вращения, ограниченном гладкой выпуклой замкнутой поверхностью S, векторное параметрическое уравнение которой есть

$$\boldsymbol{r} = \psi(z)(\boldsymbol{i}_x \cos\varphi + \boldsymbol{i}_y \sin\varphi) + z\boldsymbol{i}_z \equiv \boldsymbol{r}_0(z, \varphi), \tag{2}$$

$$\psi''(z) < 0.$$

Здесь $r = \psi(z)$ — уравнение образующей поверхности в цилиндрических координатах z, r, φ; при этом плоскость $z=0$ для определенности считается экваториальной плоскостью S (рис. 1). Предполагается, что электрические размеры тела достаточно велики и выполняется условие $kR_{1,2} \gg 1$ ($R_{1,2}$ — главные радиусы кривизны S). Решение ищется в областях полутени и тени в случае, когда точка наблюдения расположена вблизи поверхности тела.

Как известно [2–8], коротковолновая асимптотика поля в области тени определяется вкладами ползущих волн, распространяющихся вдоль поверхности тела по геодезическим линиям (лучам). Квазилуче-

* Основные результаты работы доложены на VI Всесоюзном симпозиуме по дифракции и распространению волн (Цахкадзор, 1973) [1].

вая асимптотика электромагнитных полей и электрических токов в областях тени и полутени в случае тела вращения (1) была получена в работе [9]. Как показано в [9], для трехмерных задач дифракции на выпуклых телах характерны сложные лучевые картины распространения ползущих волн с особыми каустиками. При этом в разных областях зоны тени (в области различной многолучевости, окрестности неособых и особых точек каустик) для определения поля приходится использовать различные асимптотические формулы, что существенно затрудняет проведение расчетов с помощью известных асимптотических методов и препятствует их алгоритмизации для ЭВМ, особенно в областях со сложной лучевой структурой.

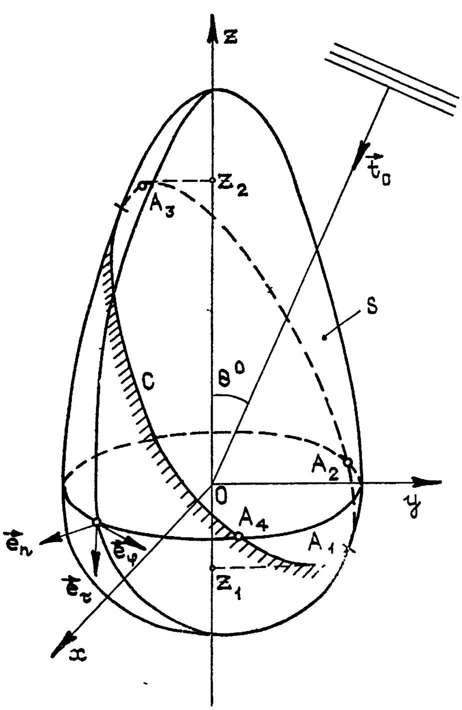

Рис 1. Дифракция плоской волны на теле вращения ($A_1A_2A_3A_4 \equiv C$ — граница геометрической тени на поверхности тела).

В данной работе на основе метода, аналогичного [10–12], получено асимптотическое интегральное представление дифракционных полей вблизи теневой части поверхности вращения S, которое дает возможность по единой формуле определять поля во всей зоне тени, включая различные области многолучевой интерференции и области фокусировок на каустиках сложного типа. Решение основано на представлении полей вблизи теневой части поверхности тела в виде бесконечного спектра ползущих волн, возбуждаемых падающей волной на границе тени C на поверхности тела S. В результате поле в области тени оказывается определенным через некоторый криволинейный интеграл вдоль границы тени C. Этот своеобразный «метод физической оптики» для зоны тени приводит к равномерному асимптотическому представлению, обобщающему известные формулы локальной асимптотики [2, 5, 6, 9] на случай произвольного расположения точки наблюдения вблизи поверхности тела в зоне тени. Полученное решение асимптотически переходит в известные формулы в областях их применимости.

1. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

Получим сначала асимптотическое интегральное представление для плотности электрического тока, наведенного падающим полем (1) на теневой (включая полутеневую) части идеально проводящего тела вращения (2). Для этого будем искать асимптотическое представление для тока $I^э$ в виде интеграла вдоль границы геометрической тени C:

$$I^э(z, \varphi) = \int_C K(z, \varphi, v)\, e^{-iku(z, \varphi, v)}\, dv, \qquad (3)$$

Здесь $v \equiv z_{\text{гр}}$ — криволинейная координата границы тени C, $\boldsymbol{K}(z, \varphi, v)$ — неизвестная спектральная функция, подлежащая определению, а $u(z, \varphi, v)$ — полный интеграл поверхностного уравнения эйконала $(\tilde{\nabla} u)^2 = 1$ на теле вращения (2), равный [9]

$$u(z, \varphi, z_{\text{гр}}) = u_{\text{гр}} + h(\varphi - \varphi_{\text{гр}}) + \left(2m \int\limits_{z_{\text{п1}}}^{z_{\text{п2}}} + \int\limits_{z_{\text{п1}}}^{z_{\text{гр}}} \mp \int\limits_{z_{\text{п1}}}^{z}\right) \times$$

$$\times \sqrt{1 + \psi'^2(z)} \sqrt{\psi^2(z) - h^2} \frac{dz}{\psi(z)}, \tag{4}$$

где $m = 0, 1, 2, \ldots$, $u_{\text{гр}} = (\boldsymbol{t}_0 \boldsymbol{r}_{\text{гр}})$ — величина, определяющая фазу падающего поля (1) в точках $\boldsymbol{r}_{\text{гр}}$ границы тени C, а h — известная функция координат границы C и углов падения θ^0, φ^0. Отметим, что здесь и ниже используются обозначения работы [9], в которой приводится явный вид всех необходимых для расчетов величин.

Неизвестную амплитудную функцию $\boldsymbol{K}(z, \varphi, z_{\text{гр}})$ в исходном интегральном представлений (3) определим из условия, чтобы решение (3) вдали от каустик ползущей волны совпадало бы с формулой квазилучевого метода [9]. Для этого вычислим интеграл в (3) методом стационарной фазы.

Стационарные точки интеграла (3) определяются из условия

$$\frac{\partial}{\partial z_{\text{гр}}} u(z, \varphi, z_{\text{гр}}) \equiv \frac{dh}{dz_{\text{гр}}} [\varphi - \Phi(z, z_{\text{гр}})] = 0, \tag{5}$$

которое вследствие общих свойств полного интеграла уравнения эйконала [13, 14] эквивалентно уравнению ползущих лучей на теле вращения: $\varphi = \Phi(z, z_{\text{гр}})$ [9]. Поэтому стационарные точки $z_{\text{гр}\,j} = z_{\text{гр}\,j}(z, \varphi)$ интеграла (3) физически определяют координаты $z_{\text{гр}\,j}$ точек выхода из C ползущих лучей, проходящих через точку наблюдения $\{z, \varphi\}$.

Вычисляя вторую производную фазовой функции интеграла (3) в стационарной точке $z_{\text{гр}\,j} = z_{\text{гр}\,j}(z, \varphi)$, определяемой уравнением (5), найдем

$$\left.\frac{\partial^2}{\partial z_{\text{гр}}^2} u(z, \varphi, z_{\text{гр}})\right|_{\varphi = \Phi(z, z_{\text{гр}})} = -\frac{dh}{dz_{\text{гр}}} \frac{\partial}{\partial z_{\text{гр}}} \Phi(z, z_{\text{гр}}) \equiv D. \tag{6}$$

Тогда применение метода стационарной фазы к интегралу (3) с учетом выражения (6) дает следующий главный член асимптотики тока (3):

$$\boldsymbol{I}^{\text{э}}(z, \varphi) = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sum_j \boldsymbol{K}(z, \varphi, z_{\text{гр}\,j}) |D|^{-1/2} \exp\left[-iku(z, \varphi, z_{\text{гр}\,j}) - i\frac{\pi}{4} \operatorname{sgn} D\right]. \tag{7}$$

Сравнивая полученную формулу (7) с формулой (15) в [9], полученной квазилучевым методом, можно найти искомое выражение для амплитудной функции $\boldsymbol{K}$:

$$\boldsymbol{K} = K_\tau \boldsymbol{e}_\tau + K_\vartheta \boldsymbol{e}_\varphi,$$

$$\begin{pmatrix} K_\tau \\ K_\varphi \end{pmatrix} = \exp\left(i\frac{\pi}{4}\delta\right) T \left\{\frac{1}{w}(E^0 e_{n\,\text{гр}}) \begin{pmatrix}\cos\beta \\ \sin\beta\end{pmatrix} g^*(Z) + \right.$$
$$\left. + \frac{i}{M}(H^0 e_{n\,\text{гр}}) \begin{pmatrix}\cos\beta \\ -\sin\beta\end{pmatrix} f^*(Z)\right\}; \tag{8}$$

$$T \equiv \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \left\{\frac{\psi^2(z_{\text{гр}}) - h^2}{\psi^2(z) - h^2}\right\}^{1/4} \left(\frac{\rho_{\text{гр}}}{\rho}\right)^{1/6} \left(\frac{dh}{dz_{\text{гр}}} \frac{\partial}{\partial z_{\text{гр}}} \Phi(z, z_{\text{гр}})\Big|_{z=z_{\text{гр}}}\right)^{1/2},$$
$$\delta = 1 + \operatorname{sgn} D - \operatorname{sgn} h_v . \tag{9}$$

Здесь e_τ, e_φ — орты касательных соответственно к меридиану и параллели на поверхности вращения S (рис. 1), определяемые формулами (14) [9]; $e_n = [e_\tau\, e_\varphi]$ — орт внешней нормали к S; $g^*(Z) \equiv V_1^*(Z, 0, 0)$, $f^*(Z) \equiv \dfrac{\partial}{\partial Y} V_1^*(Z, 0, \infty)$ — «токовые» функции Фока [1, 9]; β — угол наклона ползущего луча к меридиану; ρ — радиус кривизны ползущего луча; $w = (\mu/\varepsilon)^{1/2}$ — волновое сопротивление свободного пространства. Формулы для определения всех величин в (8), (9) содержатся в [9]. Ветвь корня $N_{\text{гр}}^{1/2} \equiv \left(\dfrac{dh}{dz_{\text{гр}}} \dfrac{\partial}{\partial z_{\text{гр}}} \Phi(z, z_{\text{гр}})\Big|_{z=z_{\text{гр}}}\right)^{1/2}$ в (9) определяется условием $N_{\text{гр}}^{1/2} = (-N_{\text{гр}})^{1/2} e^{i\pi/2}$ при $N_{\text{гр}} < 0$.

Искомое интегральное представление для электрического тока дается выражениями (3) и (8), которые физически определяют парциальную волну, соответствующую отдельной ветви эйконала (4). Следует отметить, что эйконал (4) имеет бесконечное число различных ветвей, соответствующих двум знакам — «плюс» и «минус» — и различным значениям индекса m. Поэтому полный ток $I^э(z, \varphi)$ определяется суммой парциальных волн, вычисленных для различных ветвей эйконала (4). Однако вследствие экспоненциального затухания функций $g^*(Z)$ и $f^*(Z)$ при увеличении аргумента $Z > 0$ (при увеличении номера ветви эйконала u) обычно можно ограничиться учетом лишь первой и второй ветвей эйконала (4) при $m = 0$. При этом анализ лучевой картины [9] показывает, что в формуле (8) следует положить $\delta = -1$ на первой ветви эйконала и $\delta = 1$ — на второй его ветви.

С учетом вышесказанного и на основе формул (3), (8) получим следующее равномерное асимптотическое интегральное представление для плотностей меридионального ($I_\tau^э$) и азимутального ($I_\varphi^э$) электрических токов, наведенных плоской падающей волной (1) на теневой части тела вращения (2):

$$I^э(z, \varphi) = (I_\tau^{(1)} + I_\tau^{(2)})\, e_\tau + (I_\varphi^{(1)} + I_\varphi^{(2)})\, e_\varphi ,$$
$$I_{\tau,\varphi}^{(1,2)} = \exp\left(\mp i\frac{\pi}{4}\right) \int_{z_1}^{z_2} (P_{\tau,\varphi}^{(1,2)+} + P_{\tau,\varphi}^{(1,2)-}) \exp(-iku_{1,2})\, T dz_{\text{гр}}, \tag{10}$$

где

$$P_{\tau,\varphi}^{(1,2)+} \equiv P_{\tau,\varphi}^{(1,2)}\Big|_{h>0} , \qquad P_{\tau,\varphi}^{(1,2)-} \equiv P_{\tau,\varphi}^{(1,2)}\Big|_{h<0} ,$$
$$P_\tau^{(1,2)} = \frac{1}{w}(E^0 e_{n\,\text{гр}}) \cos\beta_{1,2}\, g^*(Z_{1,2}) + \frac{i}{M}(H^0 e_{n\,\text{гр}}) \sin\beta_{1,2} f^*(Z_{1,2}), \tag{11}$$

$$P_{\varphi}^{(1,2)} = \frac{1}{w}(\boldsymbol{E}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \sin\beta_{1,2}\, g^*(Z_{1,2}) - \frac{i}{M}(\boldsymbol{H}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \cos\beta_{1,2} f^*(Z_{1,2}).$$

Здесь $u_{1,2} = u_{1,2}(z, \varphi, z_{\text{гр}})$ — первая и вторая ветви эйконала (4) при $m=0$, причем верхний (нижний) знак в (4), (10) и ниже относится к индексу 1 (2), $z_{1,2}$ — соответственно минимальное и максимальное значения координаты $z_{\text{гр}}$ на границе тени C (рис. 1), определяемые уравнением $|\psi'(z_{1,2})| = \operatorname{tg}\theta^0$, величина T дается выражением (9). Функция P^+ в (10) соответствует положительным значениям параметра h, или $0 < \varphi_{\text{гр}} - \varphi^0 < \pi$, а P^- — отрицательным h, или $\pi < \varphi_{\text{гр}} - \varphi^0 < 2\pi$.

Заменой переменной интегрирования $z_{\text{гр}}$ на $\varphi_{\text{гр}}$ по формуле $\psi'(z_{\text{гр}}) = \operatorname{tg}\theta^0 \cos(\varphi_{\text{гр}} - \varphi^0)$, определяющей уравнение границы тени C [9], полученное интегральное представление (10) для тока $I^э$ можно преобразовать к следующей канонической форме:

$$I_{\tau,\varphi}^{(1,2)} = \exp\left(\mp i\frac{\pi}{4}\right) \int_0^{2\pi} P_{\tau,\varphi}^{(1,2)} \exp(-iku_{1,2})\, G\, d\alpha, \tag{12}$$

где

$$\alpha = \varphi_{\text{гр}} - \varphi^0, \qquad G \equiv T\frac{dz_{\text{гр}}}{d\varphi_{\text{гр}}} = -T\,[\psi''(z_{\text{гр}})]^{-1} \operatorname{tg}\theta^0 \sin(\varphi_{\text{гр}} - \varphi^0),$$

а остальные функции имеют тот же смысл, что и в (10), (11).

Асимптотические интегральные представления для полей $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$, справедливые вблизи теневой части поверхности вращения (2) при дифракции плоской электромагнитной волны (1), могут быть получены аналогично (10) и (12) в виде

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2, \qquad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2,$$

$$\boldsymbol{E}_{1,2} = \exp\left(\mp i\frac{\pi}{4}\right) \int_0^{2\pi} (A_n^{(1,2)}\boldsymbol{e}_n + A_\tau^{(1,2)}\boldsymbol{e}_\tau + A_\varphi^{(1,2)}\boldsymbol{e}_\varphi) \exp(-iku_{1,2})\, G\, d\alpha,$$

$$\boldsymbol{H}_{1,2} = \exp\left(\mp i\frac{\pi}{4}\right) \int_0^{2\pi} (B_n^{(1,2)}\boldsymbol{e}_n + B_\tau^{(1,2)}\boldsymbol{e}_\tau + B_\varphi^{(1,2)}\boldsymbol{e}_\varphi) \exp(-iku_{1,2})\, G\, d\alpha, \tag{13}$$

где

$$A_n^{(1,2)} = (\boldsymbol{E}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}})\, V_1^*(Z_{1,2}, Y, 0),$$

$$A_\tau^{(1,2)} = -w(\boldsymbol{H}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \sin\beta_{1,2} V_1^*(Z_{1,2}, Y, \infty) - \frac{i}{M}(\boldsymbol{E}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \cos\beta_{1,2} \frac{\partial}{\partial Y} V_1^*(Z_{1,2}, Y, 0),$$

$$A_\varphi^{(1,2)} = w(\boldsymbol{H}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \cos\beta_{1,2}\, V_1^*(Z_{1,2}, Y, \infty) - \frac{i}{M}(\boldsymbol{E}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \sin\beta_{1,2} \frac{\partial}{\partial Y} V_1^*(Z_{1,2}, Y, 0),$$

$$B_n^{(1,2)} = (\boldsymbol{H}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}})\, V_1^*(Z_{1,2}, Y, \infty),$$

$$B_\tau^{(1,2)} = \frac{1}{w}(\boldsymbol{E}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \sin\beta_{1,2}\, V_1^*(Z_{1,2}, Y, 0) - \frac{i}{M}(\boldsymbol{H}^0\boldsymbol{e}_{n\,\text{гр}}) \cos\beta_{1,2} \frac{\partial}{\partial Y} V_1^*(Z_{1,2}, Y, \infty),$$

$$B_{\varphi}^{(1,2)} = -\frac{1}{w}(E^0 e_{n\ \text{гр}}) \cos\beta_{1,2} V_1^*(Z_{1,2}, Y, 0) -$$

$$-\frac{i}{M}(H^0 e_{n\ \text{гр}}) \sin\beta_{1,2} \frac{\partial}{\partial Y} V_1^*(Z_{1,2}, Y, \infty) .$$

Здесь $V_1^*(Z, Y, q)$ — функция, комплексно-сопряженная канонической функции Фока $V_1(Z, Y, q)$ [5], $q = 0$ или ∞, а остальные обозначения совпадают с (10)—(12) и [9].

Следует отметить, что интегральные представления для полей $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$, а следовательно, и для тока $\boldsymbol{I}^э$ можно получить не асимптотическим сшиванием с квазилучевым решением [9], а, так же как и в [10, 11], на основе асимптотического решения уравнений Максвелла.

Аналогично (12), (13) решения скалярных задач дифракции плоской волны $U_0 = \exp(-ik(\boldsymbol{t}_0\boldsymbol{r}))$ на теле вращения (2) в случае краевых условий Дирихле ($U|_S = 0$) или Неймана $\left(\frac{\partial}{\partial n} U|_S = 0\right)$ могут быть представлены в виде

$$U(\boldsymbol{r}) = U_1 + U_2 , \tag{14}$$

$$U_{1,2} = \exp\left(\mp i\frac{\pi}{4}\right) \int_0^{2\pi} V_1^*(Z_{1,2}, Y, q) \exp(-iku_{1,2})\, G d\alpha ,$$

где использованы обозначения формул (10)—(13), при этом $q = \infty$ соответствует условию $U|_S = 0$, а $q = 0$ — $\frac{\partial}{\partial n} U|_S = 0$.

Отметим, что полученные решения (13), (14) легко могут быть обобщены на случай дифракции на S произвольного падающего поля, заданного в лучевой форме: $\boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{E}^0(\boldsymbol{r}) \exp(ik\varphi_0(\boldsymbol{r}))$, $\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{H}^0(\boldsymbol{r}) \exp(ik\varphi_0(\boldsymbol{r}))$ или $U_0 = U^0(\boldsymbol{r}) \exp(ik\varphi_0(\boldsymbol{r}))$, где $(\nabla\varphi_0)^2 = 1$.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕШЕНИЯ

Согласно полученным интегральным представлениям (10), (12)—(14) дифракционные поля вблизи тела вращения в области тени формируются в результате интерференции бесконечного набора волн, возбуждаемых падающим полем на границе тени C и распространяющихся вдоль поверхности тела в направлении $\tilde{\nabla} u_{1,2}$. В этом смысле решения (10), (12)—(14) представляют собой специфические дифракционные (интерференционные) интегралы для определения полей в зоне тени за телом вращения.

Поскольку подынтегральные выражения в (10), (12)—(14) имеют квазилучевую структуру, аналогичную [9], то интегральные представления (10), (12)—(14) можно интерпретировать как разложение по квазилучевым ВКБ-модам. Каждая такая мода является приближенным (асимптотическим) решением уравнений Максвелла или Гельмгольца в квазилучевом приближении и поэтому может рассматриваться как некоторая ползущая волна, распространяющаяся вдоль ВКБ-луча — линии $\tilde{\nabla} u$. При этом физический смысл всех величин (β, ρ, Z и др.), входящих в решения (10), (12)—(14), иной, чем в [9], ибо связан с ВКБ-лучами, а не с обычными ползущими лучами [9]. Последние соответствуют экстремальным (по индексу моды — координате $z_{\text{гр}}$ или

$\varphi_{гр}$) ВКБ-модам. Формально величины β, ρ, Z в (10), (12)—(14) должны быть определены через полный интеграл (4) уравнения эйконала, что, как можно показать, приводит опять к формулам, аналогичным лучевым [9].

Так как полученные решения (10), (12)—(14) формально не связаны с обычными ползущими лучами [9], они оказываются применимыми всюду в зоне тени, в том числе в областях со сложной лучевой картиной, как вблизи каустик, так и вдали от них. В этом смысле интегральные представления (10), (12)—(14) дают равномерную асимптотику полей в зоне тени вблизи тела вращения.

В области тени с регулярной лучевой структурой ползущих волн решения (10), (12)—(14), по определению, асимптотически переходят в квазилучевые формулы [9], аналогичные (7). Асимптотическое вычисление интегралов в выражениях (10), (12)—(14) с помощью обобщений метода стационарной фазы на случай произвольно расположенных нескольких стационарных точек приводит к каустической модификации квазилучевых формул, справедливых в окрестности каустик различного вида. В частности, в окрестности неособой каустики ползущей волны из (12)—(14) с помощью обобщенного метода стационарной фазы [15] можно получить формулы равномерной и локальной каустической асимптотики на основе функции Эйри $v(\xi)$.

Вдали от области полутени, когда $Z \gg 1$, для функций $V_1^*(Z, Y, q)$ справедлива «теневая» асимптотика (первый член ряда вычетов) [5], с учетом которой полученные решения (10)—(14) могут быть упрощены. Получающиеся при этом интегральные представления дают обобщения формул геометрической теории дифракции [2] на случай образования произвольных каустик ползущих лучей в зоне тени. Вдали от каустик и вдали от области полутени интегральные представления (10), (12)—(14) асимптотически переходят в формулы геометрической теории дифракции [2], модифицированные вблизи поверхности тела.

Полученные в работе интегральные представления (10), (12)—(14) оказываются удобными для аналитических исследований и численных расчетов дифракционных полей и токов в трехмерных задачах дифракции плоских волн на телах вращения. Решения допускают обобщения, основанные на использовании Эйри-мод [11], а также обобщения на случай дифракции сферических волн (задачи возбуждения) и на случай произвольных выпуклых тел, расположенных в свободном пространстве или в неоднородной среде. Полученные результаты могут быть использованы для определения эффективных сечений и диаграмм рассеяния в случае различных металлических тел вращения, а также для расчета диаграмм направленности и развязки (взаимного импеданса) антенн, расположенных вблизи таких тел.

ЛИТЕРАТУРА

1 Н С. Орлова, Ю. И Орлов, сб. Теория дифракции и распространения волн (Краткие тексты докладов на VI Всесоюзном симпозиуме по дифракции и распространению волн), т 1, изд. Наука, М., 1973, стр. 372.
2. B. R. Levy and J. B. Keller, Comm. Pure and Appl. Math., 12, № 1, 159 (1959).
3. Д Ш. Могилевский, сб. Проблемы дифракции и распространения волн, вып. 7, изд ЛГУ, 1968, стр. 122
4. В. И. Иванов, Журн. вычисл. матем. и матем. физики, 1, № 1, 90 (1961).
5 В А. Фок, Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн, изд. Сов. радио, М., 1970.
6 Н. С. Орлова, Радиотехника и электроника, 16, № 6, 914 (1971).
7. В. А. Боровиков, Б. Е. Кинбер, Четыре лекции по геометрической теории дифракции, изд. ЛГУ, 1972

8 В. М. Бабич, В. С. Булдырев, Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн, изд. Наука, М, 1972.
9. Н. С. Орлова, Ю И. Орлов, Радиотехника и электроника, 22, № 9, 1811 (1977).
10 Ю. И. Орлов, Тезисы докладов X Всесоюзной конференции по распространению радиоволн (Иркутск, 1972), секция № 7, изд Наука, М., 1972, стр. 23; Труды МЭИ, вып. 119, МЭИ, М., 1972, стр 82.
11. Ю. И. Орлов, Изв. вузов — Радиофизика, **17**, № 9, 1969 (1974).
12. Ю И. Орлов, Труды МЭИ, вып 237, МЭИ, М., 1975, стр. 96.
13 Р Курант, Уравнения с частными производными, изд Мир, М., 1964.
14. Я. Н. Фельд, Л С. Бененсон, Антенно-фидерные устройства, ч. 2, М., 1959.
15. М. В. Федорюк, Журн. вычисл матем. и матем. физики, **4**, 671 (1964).

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
15 марта 1977 г.

ASYMPTOTIC FIELD DETERMINATION METHOD OF WAVE DIFFRACTION BY CONCAVE ROTATION BODIES

Yu. I. Orlov, N. S. Orlova

The asymptotic method is suggested to solve the three-dimensional problem of diffraction of a plane electromagnetic wave by an arbitrary concave perfectly conducting rotation body of large electric dimensions. The solution of the problem is based on the asymptotic field representations in the shadow region as an infinite spectrum of creeping waves excited by an incident wave at the boundary of the geometrical shadow on the body surface The integral representations obtained for fields $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$, and the current $\boldsymbol{I}^e$ yield a uniform asymptotics and are valid near the body surface throughout the whole shadow region and half-shadow including different multi-ray and focusing regions on the caustics of creeping waves. It is shown that in different regions the solution transforms asymptotically into formulas of the geometrical diffraction theory and its familiar quasi-ray and caustic modifications and is their generalization. The solution obtained appears to be convenient for numerical calculations and analytical studies and admits a number of important generalizations (in particular, for the case of a spherical wave and arbitrary concave body) to be made.