

СОДЕРЖАНИЕ

Новиков Г. Г., Рубцов Л. Н., Цыганков С. Ф. Влияние геомагнитного поля на поведение метеорной плазмы	309
Рыжов Ю. А. О поглощении энергии электромагнитных волн в случайно-неоднородной бестокковой плазме на частотах плазменного резонанса	316
Зюндер Д., Цхакая Д. Д. Параметрическая неустойчивость продольных колебаний магнитоактивной плазмы в поперечно-продольном поле, генерируемом ВЧ-волной	326
Гоцакова Л. С., Яшин Ю. Я. О зондировании плазмы при учете горизонтальных градиентов среды и конечности диаграммы направленности зондирующего устройства	333
Афраймович Э. Л., Вугмейстер Б. О., Захаров В. Н., Калихман А. Д., Королев В. А. Экспериментальное исследование флуктуаций доплеровских частот и углов прихода радиосигнала при вертикальном зондировании слоя F_2 ионосферы	338
Бенедиктов Е. А., Вяхирев В. Д., Гончаров Н. П., Гришкевич Л. В., Иванов В. А. Вариации электронной концентрации в D -области ионосферы	348
Игнатьев Ю. А. О воздействии искусственного нагрева ионосферы на неоднородную структуру области E	352
Чаевский Е. В. Функция взаимной когерентности поля в регулярном волноводе, заполненном неоднородной средой	357
Макаров А. С., Филиппов В. Л. Некоторые материалы исследования коэффициентов ослабления излучения ($\lambda = 8 \div 12 \text{ мк}$) в естественной атмосфере	368
Борисов Н. Д., Фишук Д. И., Цедилина Е. Е. Частотная зависимость времени группового запаздывания кругосветных сигналов	372
Лемента Ю. А., Фукс И. М. Сечения рассеяния УКВ-радиоволн на поверхности моря	379
Беллев Ю. Н., Кузнецов С. П., Новиков М. А. Электрооптический затвор на неполяризованное излучение	388
Кокурошников С. М., Сорин Е. Л., Цареградский В. Б. Об одном методе наблюдения резонансной линии $O-O$ -перехода в парах щелочных металлов	393
Гурвич А. С., Кан В. Измерение четырехточечной функции когерентности поля в области случайных фокусировок лазерного излучения	398
Алмаев Р. Х., Семенов Л. П. Уширение пучка излучения при распространении в случайно-неоднородной просветляемой облачной среде	408
Жестянных Л. А., Зверев В. А., Кротов В. А. Голографический подход к синтезу высококачественных систем звуковоспроизведения	415
Орлов Ю. И., Власов С. А. Асимптотическое решение уравнений Максвелла в окрестности края каустики	422
Малушков Г. Д. Диэлектрические излучатели, возбуждаемые коаксиальной апертурой	430
Сысоев Ю. В. Оценка степени ортогональности каналов измерительных схем для фазометрических способов определения диаграмм направленности антенн	444

Краткие сообщения и письма в редакцию

Кисляков А. Г. О предельной чувствительности модуляционного радиометра	448
Горшков А. С., Марченко В. Ф., Стрельцов А. М., Струков М. М., Титов В. Г. Макет нелинейной линии с автоматизированной системой индикации	450
Эткин В. С., Ворсин Н. Н., Кравцов Ю. А., Мировский В. Г., Никитин В. В., Попов А. Е., Троицкий И. А. Обнаружение пороговых явлений при тепловом радиоизлучении периодически неровной водной поверхности	454
Карамзин Ю. Н., Сухороков А. П., Филиппук Т. С. О существовании трехчастотных солитонных решений во втором приближении теории дисперсии	456
Боровицкая Н. М., Зильбарнаева Е. Ю., Маркус Ф. А. Экспериментальное изучение флуктуаций интенсивности световой волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы	458

Информация

Аннотации статей, помещенных в журнале «Геомагнетизм и аэрномия», т. XVII, № 6, 1977 г.	462
---	-----

УДК 550.38

**ВЛИЯНИЕ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПОВЕДЕНИЕ
МЕТЕОРНОЙ ПЛАЗМЫ***Г. Г. Новиков, Л. Н. Рубцов, С. Ф. Цыганков*

Рассмотрено влияние геомагнитного поля на диффузию метеорной плазмы. Предложен эксперимент по определению коэффициентов амбиполярной диффузии вдоль и поперек магнитного поля Земли на единичном метеоре.

Основным фактором, определяющим исчезновение метеорного следа, является диффузия. Характер диффузионного расплывания, в свою очередь, зависит от многокомпонентности плазмы, внутренних и внешних электрических и магнитных полей. В работах [1, 2] показано, что учет многокомпонентности не оказывает существенного влияния на диффузию метеорного следа, а, как следует из [3], влиянием внутреннего магнитного поля можно пренебречь по сравнению с действием окружающего магнитного поля Земли H_0 .

В присутствии геомагнитного поля характер диффузионного расширения должен быть анизотропным. Количественная сторона этого эффекта зависит от величин $q = \omega_e/\nu_e$ и $Q = \omega_i/\nu_i$, где ω_e и ν_e — гирочастота и частота столкновений электронов с нейтралами атмосферы, ω_i и ν_i — аналогичные величины для ионов. В метеорной зоне Q всегда меньше единицы, а $q > 1$, начиная с высоты 100 км [4], поэтому анизотропия диффузии становится заметной на высотах $h \geq 100$ км. Расчеты показывают [5, 6], что на этих высотах формируются следы с линейной электронной концентрацией $\alpha < 10^{12}$ см⁻¹, т. е. относящиеся к следам недоуплотненного типа. Таким образом, в дальнейшем мы будем рассматривать задачу о влиянии магнитного поля Земли на диффузию метеорных следов недоуплотненного типа.

В настоящий момент существует незначительное количество экспериментальных работ, относящихся к проверке гипотезы влияния магнитного поля Земли на распад метеорной плазмы. Ниже мы остановимся на анализе наблюдательного материала. Как отмечалось ранее, максимальный эффект влияния магнитного поля проявляется в случае, когда след параллелен H_0 . Если в этот момент проводить радионаблюдения метеоров, то должно было бы быть увеличение длительностей отраженного сигнала, иначе говоря, в момент, когда радиант метеорного потока ориентирован вдоль магнитного поля Земли, наблюдалось бы аномальное увеличение длительных метеоров. Такое увеличение наблюдалось в экспериментах, проведенных как отечественными [7], так и зарубежными авторами [8–10]. Для нас наибольший интерес представляют результаты эксперимента, приведенные в работе [7], поскольку они проделаны для следов недоуплотненного типа. Оказалось, что когда радиант потока Квадрантид ориентирован вдоль поля, то наблюдалось увеличение длительных отражений, но оно было незначительно. Аналогичные результаты были получены и в работах [8–10], но для следов переплотненного типа, т. е. $\alpha > 10^{12}$ см⁻¹.

Длительность отраженного сигнала метеорного радио-эха определяется пространственным распределением заряженных частиц метеорной плазмы. Процессы деионизации становятся существенными только для следов переуплотненного типа и для больших времен [11–13], а ветровой режим в метеорной зоне может приводить к заметному перераспределению заряженных частиц в ионизированной колонне при $t \geq 100$ с [14]. Следовательно, для нахождения пространственной концентрации заряженных частиц в следах недоуплотненного типа нужно учитывать только процесс диффузионного расширения с учетом внешнего магнитного поля.

Будем считать, что метеорная плазма состоит из электронов, однократно ионизованных положительных ионов одного сорта и нейтралов атмосферы. Поскольку времена термализации электронов и ионов много меньше, чем характерное время наблюдения [15], то можно считать температуры ионов T_i и электронов T_e равными $T_i = T_e = T$. Так как условия метеорной плазмы не отличаются от условий ионосферной плазмы, то внутреннее электрическое поле можно считать потенциальным [16], т. е. $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ (φ — потенциал). Наконец, для метеорной плазмы можно считать, что $N_i = N_e = N$ в силу условия квазинейтральности. В этих предположениях уравнения непрерывности и сохранения импульса для электронов и ионов будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} N \mathbf{V}_e = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} N \mathbf{V}_i = 0; \quad (2)$$

$$\mathbf{V}_e = -D_e \frac{\nabla N}{N} - \mu_e \mathbf{E} - q \mathbf{V}_e \times \mathbf{h}; \quad (3)$$

$$\mathbf{V}_i = -D_i \frac{\nabla N}{N} + \mu_i \mathbf{E} + Q \mathbf{V}_i \times \mathbf{h}, \quad (4)$$

где $\mu_e = e/m_e \nu_e$, $D_e = kT/m_e \nu_e$ — подвижность и коэффициент внутренней диффузии для электронов, $\mu_i = e/m_i \nu_i$, $D_i = kT/m_i \nu_i$ — аналогичные величины для ионов, m_e и m_i — массы электронов и ионов соответственно, \mathbf{h} — единичный вектор вдоль магнитного поля, которое считается однородным, k — постоянная Больцмана, e — заряд электрона, \mathbf{V}_e и \mathbf{V}_i — скорости электронов и ионов, N — объемная плотность электронов и ионов в следе.

В дальнейшем будем пользоваться следующей геометрией (рис. 1): метеорный след вытянут вдоль оси z , за ось x выбираем проекцию магнитного поля на плоскость, перпендикулярную оси следа z . Магнитное поле лежит, следовательно, в плоскости xz и составляет угол γ с осью z . Ось y перпендикулярна плоскости xz .

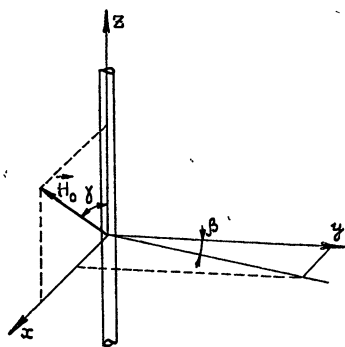


Рис. 1.

Для указанной геометрии расположения магнитного поля и следа получаем [17]

$$(m_i \nu_i \Delta_1 + m_e \nu_e \Delta_2) \frac{\partial N}{\partial t} = 2kT \Delta_1 \Delta_2 N, \quad (5)$$

где

$$\Delta_1 = \frac{1}{1+q^2} \left[(1+q^2 \sin^2 \gamma) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (1+q^2 \cos^2 \gamma) \frac{\partial^2}{\partial z^2} - q^2 \sin 2\gamma \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \right]; \quad (6)$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{1+Q^2} \left[(1+Q^2 \sin^2 \gamma) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (1+Q^2 \cos^2 \gamma) \frac{\partial^2}{\partial z^2} - Q^2 \sin 2\gamma \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \right]. \quad (7)$$

Решение полученного уравнения будем вести с помощью преобразования Фурье. Фурье-образ для решения уравнения (5) запишется в следующем виде:

$$\tilde{N}(k_x, k_y, k_z, t) = \tilde{N}(0) \exp \left[- \frac{P_4(k_x, k_y, k_z)}{P_2(k_x, k_y, k_z)} t \right], \quad (8)$$

где P_4 и P_2 — полиномы четвертой и второй степеней соответственно относительно k_x , k_y и k_z ; $\tilde{N}(0)$ — фурье-образ начального распределения электронов в следе.

Так как в дальнейшем нас будет интересовать отраженный от следа сигнал, а длина первой зоны Френеля много меньше длины следа, то последний можно считать однородным по длине в пределах первой зоны. Поперек же следа полагаем, что начальное распределение есть гауссова кривая. В этом случае

$$\tilde{N}(0) = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{R_0^2}{4} (k_x^2 + k_y^2) \right] \delta(k_z), \quad (9)$$

где α_0 и R_0 — начальная линейная электронная концентрация и начальный радиус следа, $\delta(k_z)$ — одномерная дельта-функция Дирака. Проводя обратное преобразование Фурье, получаем выражение для концентрации:

$$N(x, y, z, t) = \frac{\alpha_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[- \frac{A_1 k_x^4 + A_2 k_y^4 + A_3 k_x^2 k_y^2}{B_1 k_x^2 + B_2 k_y^2} + i(k_x x + k_y y) \right] dk_x dk_y; \quad (10)$$

$$A_1 = \frac{R_0^2}{4} \left[\frac{1 + q^2 \sin^2 \gamma}{D_i(1 + q^2)} + \frac{1 + Q^2 \sin^2 \gamma}{D_e(1 + Q^2)} \right] + \frac{(1 + q^2 \sin^2 \gamma)(1 + Q^2 \sin^2 \gamma)}{(1 + q^2)(1 + Q^2)} t; \quad (11)$$

$$A_2 = \frac{R_0^2}{4} \left[\frac{1}{D_i(1 + q^2)} + \frac{1}{D_e(1 + Q^2)} \right] + \frac{t}{(1 + q^2)(1 + Q^2)}; \quad (12)$$

$$A_3 = A_1 + A_2 - \frac{q^2 Q^2 \sin^4 \gamma}{(1 + q^2)(1 + Q^2)} t; \quad (13)$$

$$B_1 = \frac{1 + q^2 \sin^2 \gamma}{D_i(1 + q^2)} + \frac{1 + Q^2 \sin^2 \gamma}{D_e(1 + Q^2)}; \quad (14)$$

$$B_2 = \frac{1}{D_i(1 + q^2)} + \frac{1}{D_e(1 + Q^2)}. \quad (15)$$

Легко видеть, что в отсутствие магнитного поля решение (10) переходит в известное выражение:

$$N(r, t) = \frac{\alpha_0}{\pi(R_0^2 + 4Dt)} \exp \left(- \frac{r^2}{R_0^2 + 4Dt} \right), \quad (16)$$

здесь $D = 2kT/m_i v_i$ — коэффициент амбиполярной диффузии.

Для различных приложений большой интерес представляет зависимость электронной концентрации на оси следа от времени. Хотя эта величина и не имеет для следов недоуплотненного типа того большого значения, как для переуплотненных следов, но по ней можно судить о количественном влиянии магнитного поля на пространственное распределение заряженных частиц в метеорной колонне. Поскольку координаты x и y входят в (10) как параметры, то, полагая $x = y = 0$ и вычисляя интеграл, получаем

$$N(0t) = \frac{\alpha_0(B_2\sqrt{A_1} + B_1\sqrt{A_2})}{4\pi\sqrt{A_1A_2}\sqrt{A_3 + 2\sqrt{A_1A_2}}}. \quad (17)$$

Остановимся более подробно на анализе выражения (17). На рис. 2, 3, 4 представлены результаты вычислений $N(0t)$, нормированные на единицу и соответствующие высотам 98, 102 и 108 км. Необходимые для вычислений значения параметров метеорных частиц и атмосферы взяты из [18, 19]. Непосредственно из рисунков видно, что на высоте 98 км ориентация следа относительно магнитного поля не влияет на концентрацию на оси, т. е. на этой высоте геомагнитное поле не оказывает заметного влияния на диффузию. На больших высотах эффект становится существенным и сильно растет с высотой. Интересно отметить, что влияние магнитного поля имеет место только для углов γ , меньших некоторого критического угла $\gamma_{кр}$. Величина $\gamma_{кр}$ порядка одного-трех градусов и также растет с высотой. Таким образом, если наблюдать эффект магнитного поля на диффузию, следя за концентрацией электронов на оси следа, то положительный результат может быть получен только для параллельных полю следов.

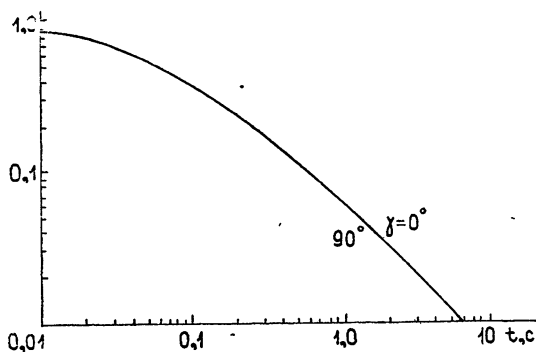


Рис. 2.

При радионаблюдениях метеоров одной из немногих основных, непосредственно наблюдаемых величин является амплитуда отраженного сигнала. Измеряя уменьшение амплитуды отраженного сигнала со временем, т. е. измеряя постоянную затухания сигнала, можно судить о величине диффузии.

Влияние магнитного поля на постоянную затухания τ исследовалось в работе [20], однако автор допустил математическую ошибку, поэтому его выводы об отсутствии влияния геомагнитного поля на постоянную затухания не верны.

Рассмотрим более подробно влияние магнитного поля на τ . Амплитуда сигнала, отраженного от следа недоуплотненного типа, может быть представлена в виде [11, 21]

$$A \sim \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} N(xyt) \exp \left[\frac{4\pi i}{\lambda} (x \sin \beta + y \cos \beta) \right] dx dy, \quad (18)$$

где β — угол между осью y и направлением на наблюдателя.

Подставляя в (18) значение объемной концентрации из (10), получаем зависимость принимаемой амплитуды от времени. Вычисление необходимых интегралов весьма облегчается наличием фурье-представлений дельта-функций от x и y ;

$$A \sim \exp \left(- \frac{16\pi^2}{\lambda^2} \frac{A_1 \sin^4 \beta + A_2 \cos^4 \beta + A_3 \sin^2 \beta \cos^2 \beta}{B_1 \sin^2 \beta + B_2 \cos^2 \beta} \right), \quad (19)$$

здесь λ — длина волны.

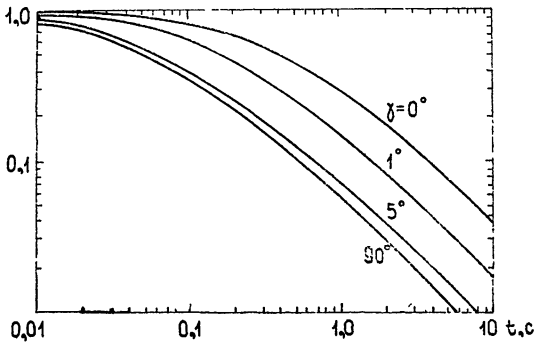


Рис. 3.

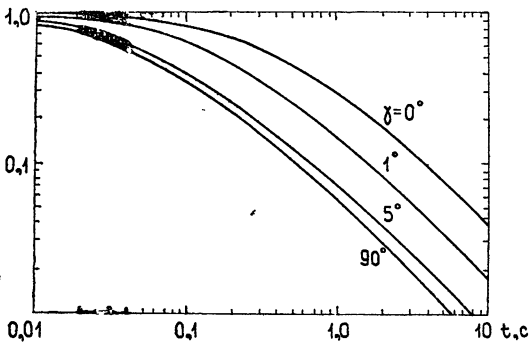


Рис. 4.

Выделяя только временную часть в выражении (19), получаем $A \sim \exp(-t/\tau)$. Здесь τ есть постоянная затухания сигнала:

$$\tau = \frac{\lambda^2}{16\pi^2} \frac{B_1 \sin^2 \beta + B_2 \cos^2 \beta}{C_1 \sin^4 \beta + C_2 \cos^4 \beta + C_3 \sin^2 \beta \cos^2 \beta}, \quad (20)$$

где

$$C_1 = \frac{(1 + q^2 \sin^2 \gamma)(1 + Q^2 \sin^2 \gamma)}{(1 + q^2)(1 + Q^2)}; \quad (21)$$

$$C_2 = \frac{1}{(1 + q^2)(1 + Q^2)}; \quad (22)$$

$$C_3 = \frac{1}{4} \left(C_1 + C_2 - \frac{q^2 Q^2 \sin^4 \gamma}{(1 + q^2)(1 + Q^2)} \right). \quad (23)$$

Довольно неожиданным оказывается тот факт, что постоянная затухания τ зависит от взаимного расположения магнитного поля, траектории пролета метеора и направления на станцию наблюдения. До сих пор считалось, что все положения станции равнозначны, лишь бы выполнялось условие зеркальности. Однако зависимость τ от β столь существенна, что ею нельзя пренебрегать. Выполненные по формуле (20) расчеты представлены на рис. 5 и показывают зависимость постоянной затухания τ от углов γ и β . Кривые соответствуют высоте 108 км, значения параметров атмосферы и метеорных частиц взяты из [18, 19]. Интересно, что постоянная затухания значительно увеличивается только для углов β , близких к нулю, а при больших углах величина τ совпадает со своим значением в отсутствие поля.

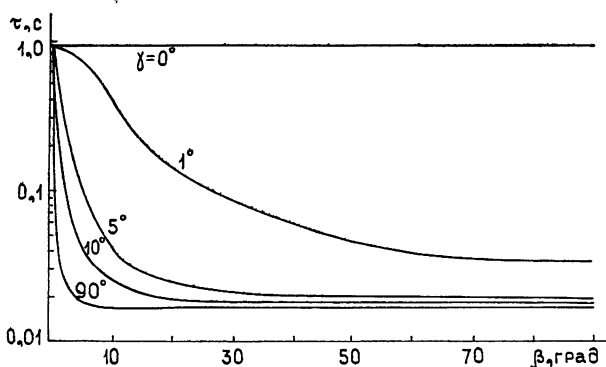


Рис. 5.

Полученный результат может, на наш взгляд, объяснить относительную неудачу экспериментального определения влияния магнитного поля Земли на диффузию метеорных следов, когда вместо

теоретически предсказанного уменьшения коэффициента диффузии поперек магнитного поля в 50 раз на высоте 110 км [18] были получены значения, лишь на 20% меньшие величины коэффициента диффузии в отсутствие поля [7-10]. Так как экспериментаторы не учитывали положения своих станций относительно магнитного поля и метеорных следов, то они получали некий средний результат, который много меньше значений τ при $\beta = 0^\circ$. Правильная постановка эксперимента требует включения β

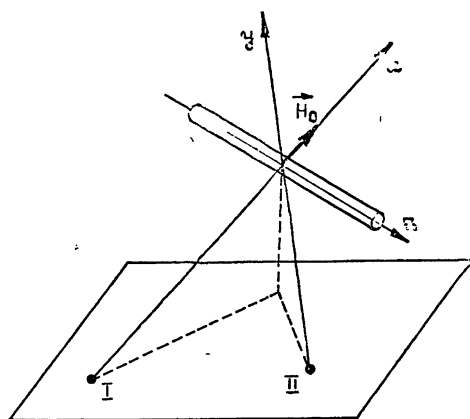


Рис. 6.

в схему получения значений τ , а зная τ , можно правильно определить и значения коэффициентов диффузии вдоль и поперек магнитного поля.

На наш взгляд, более целесообразным является проведение следующего эксперимента. Пусть имеются две идентичные станции, причем диаграмма направленности первой из них расположена вдоль магнитного поля, а вторая имеет диаграмму, перпендикулярную первой, как показано на рис. 6. В этом случае метеор, пролетевший вдоль оси z , будет наблюдаться на обеих станциях одновременно. Ввиду того, что у первой станции $\beta = 90^\circ$, а у второй $\beta = 0^\circ$, постоянные затухания, полученные на каждой станции, также будут отличаться. Значение τ , полученное на первой станции, соответствует коэффициенту диффузии вдоль магнитного поля, а значение τ на второй — поперек поля.

Поскольку каждое определение проводится на одном метеоре, то тем самым исключаются ошибки, связанные с разницей в физических характеристиках метеоров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Портнягин, Труды ИЭМ, вып. 24, 57 (1970).
2. Г. Г. Новиков, Л. Н. Рубцов, А. И. Ракитин, ДАН Тадж. ССР, 19, № 5, 15 (1976).
3. H. Lovell and W. Holway, J. Geophys. Res., 70, № 15, 3635 (1965).
4. Б. Н. Гершман, Динамика ионосферной плазмы, изд. Наука, М., 1974.
5. D. W. Sida, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 143, 37 (1969).
6. V. N. Lebedinets et al., Planet. Space Sci., 21, № 8, 1317 (1973).
7. О. И. Белькович, сб. Взаимодействие метеорного вещества с Землей и оценка притока метеорного вещества на Землю и Луну (Материалы Всесоюзного симпозиума), изд. Дониш, Душанбе, 1974.
8. C. D. Watkins, J. Atm. Terr. Phys., 30, № 10, 1827 (1968).
9. C. D. Watkins and R. Eames, J. Atm. Terr. Phys., 33, 12 (1971).
10. C. D. Watkins, Nature, 206, 4988, 1027 (1965).
11. Б. Л. Кашеев, В. Н. Лебединец, М. Ф. Лагутин, Метеорные явления в атмосфере Земли, изд. Наука, М., 1967.
12. W. J. Baggaley, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 159, № 2, 203 (1972).
13. L. Pool, Planet. Space Sci., 23, № 9, 1261 (1975).
14. Г. Г. Новиков, С. Ф. Цыганков, Л. Н. Рубцов, Изв. вузов — Радиофизика, 19, № 2, 170 (1976).
15. J. Jones, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 173, 637 (1975).
16. А. В. Гуревич, Е. Е. Цедилина, Геомagnetизм и аэрономия, 5, № 2, 251 (1966).
17. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, Изв. вузов — Радиофизика, 12, № 1, 20 (1969).
18. T. R. Kaiser et al, Planet. Space Sci., 17, 519 (1968).
19. CIRA—1972, COSPAR International Reference Atmosphere 1972, Acad. Verl., Berlin, 1972.
20. J. L. A. Francey, Austral. J. Phys., 178, № 3, 315 (1964).
21. М. Мак-Кинли, Методы метеорной астрономии, изд. Мир, М., 1964.

Институт астрофизики АН Таджикской ССР

Поступила в редакцию
20 октября 1976 г.

THE INFLUENCE OF GEOMAGNETIC FIELD ON METEOR PLASMA BEHAVIOUR

G. G. Novikov, L. N. Rubtsov, S. F. Tsygankov

The influence of geomagnetic field on meteor plasma diffusion has been considered. The experiment is suggested on determination of the ambipolar coefficients of diffusion for a single meteor along and across the magnetic field of the Earth.

УДК 538.574.5 : 533.9.01

О ПОГЛОЩЕНИИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ НА ЧАСТОТАХ ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА

Ю. А. Рыжов

Получено выражение для эффективного диэлектрического тензора случайно-неоднородной плазмы в магнитном поле на частотах плазменного резонанса. Антиэрмитова часть тензора определяет потери энергии волн, связанные с возбуждением необыкновенной волны в условиях, когда ее коэффициент преломления может стать бесконечным. Процесс трансформации энергии происходит в результате взаимодействия нормальных волн, возникающего из-за неоднородностей электронной концентрации. В условиях резонансного рассеяния в бесстолкновительной плазме возникает аномальное поглощение, которое исследовано для случая изотропных мелкомасштабных флуктуаций электронной плотности и для случая неоднородностей, вытянутых вдоль магнитного поля. Рассматриваемый механизм поглощения может представить интерес для проблемы нагрева плазмы до температуры термоядерных реакций.

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что даже слабые турбулентные возмущения электронной плотности в определенных условиях могут сильно влиять на процессы распространения и излучения в магнитоактивной плазме. В частности, рассеяние на пульсациях приводит к взаимодействию различных типов колебаний плазмы и трансформации энергии нормальных волн одного типа в другой. Здесь мы рассмотрим аномальное поглощение нормальных волн в магнитоактивной бесстолкновительной плазме, вызванное рассеянием в необыкновенные волны в условиях, когда коэффициент преломления необыкновенной волны может стать бесконечным ($n_1^2(\vartheta) \rightarrow \infty$ при $\vartheta \rightarrow \vartheta_p$) на резонансных направлениях, определяемых условием $N(\vartheta) = \epsilon \sin^2 \vartheta + \eta \cos^2 \vartheta = 0$, $u < 1$ (ϑ — угол между осью z и волновым вектором рассеянной необыкновенной волны). Настоящую статью можно рассматривать как продолжение работы [1], в которой была найдена эффективная диэлектрическая проницаемость магнитоактивной плазмы в квазистатическом приближении. Необходимость вновь вернуться к проблеме резонансного поглощения диктуется появлением большого количества работ, в которых исследуются возмущения в ионосферной плазме под воздействием мощного электромагнитного излучения [2-4]. Результаты этих работ свидетельствуют о сильном влиянии возмущенных областей плазмы на распространение волн, уровень отражения которых попадает в возмущенную область. Авторы работ [5, 6] связывают наблюдавшееся на опыте аномальное поглощение обыкновенной волны с рассеянием последней на неоднородностях электронной концентрации, которые предполагаются сильно вытянутыми вдоль магнитного поля.

Существенным моментом электродинамики неоднородной магнитоактивной плазмы является то обстоятельство, что при некоторых значениях параметров плазмы несправедливо квазистатическое описание.

В настоящей работе вычисляется антиэрмитова часть тензора эффективной диэлектрической проницаемости для плазмы с мелкомасштабными флуктуациями числа электронов и выясняются условия, при которых волновые поправки малы, т. е. потери на возбуждение плазменных колебаний вблизи резонансных направлений превосходят потери на возбуждение электромагнитных волн. Кроме того, вычислены потери в случае неоднородностей, вытянутых вдоль магнитного поля, и произведено сравнение со случаем мелкомасштабных неоднородностей. Поскольку основные потери связаны с рассеянием в необыкновенную волну ($n_1^2(\vartheta) \gg \gg n_2^2(\vartheta)$), то мы пренебрегли вкладом в $\text{Im} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}^{ij}(\omega, \mathbf{k})$ из-за рассеяния в обыкновенные волны.

2. ТЕНЗОР ЭФФЕКТИВНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ НА ЧАСТОТАХ ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА

Эффективная диэлектрическая проницаемость для высокочастотных колебаний магнитоактивной плазмы с достаточно малыми флуктуациями электронной плотности имеет вид [7]

$$\epsilon_{np}^{\alpha\beta\gamma\delta}(\omega, \mathbf{k}) = \epsilon_{np}(\omega) - (2\pi)^{-3} k_0^2 B_{nlqp}(0) \int \Phi_\epsilon(\mathbf{p} - \mathbf{k}) G_{lq}^0(\mathbf{p}) d\mathbf{p}, \quad (1)$$

где $\epsilon_{np}(\omega)$ — среднее значение случайного тензора $\epsilon_{np}(\omega, \mathbf{r})$, который предполагается статистически однородной функцией координат. В системе отсчета с осью z , направленной вдоль магнитного поля ($E \sim e^{i\omega t}$)

$$\epsilon_{np} = \begin{vmatrix} \epsilon & -ig & 0 \\ ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{vmatrix},$$

$$\epsilon = \frac{1 - u - v}{1 - u}, \quad \eta = 1 - v, \quad g = \frac{\sqrt{uv}}{1 - u}, \quad u = \frac{\omega_0^2}{\omega^2},$$

$$v = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 \langle N \rangle}{m}, \quad \omega_H = \frac{|e| H}{mc},$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad \beta = \frac{4\pi e^2}{m \omega^2}.$$

Флуктуационные отклонения тензора $\epsilon_{np}(\omega)$ от среднего значения имеют корреляционную функцию $B_{nlqp}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \langle \Delta \epsilon_{nl}(\mathbf{r}_1) \Delta \epsilon_{qp}(\mathbf{r}_2) \rangle = = B_{nlqp}(0) \Gamma(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ и спектр

$$\Phi_\epsilon(\mathbf{p}) = \int \Gamma(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} d\mathbf{r}.$$

Функция Грина $G_{ij}^0(\omega, \mathbf{p})$ может быть записана в форме [7]

$$G_{ik}^0(\omega, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} e_{k\alpha\beta} e_{imn} \frac{1}{\Delta(\mathbf{p})} (p_\alpha p_m p^2 \delta_{\beta n} + p_\beta p_n p^2 \delta_{\alpha m} - p^4 \delta_{\alpha m} \delta_{\beta n} + + p^2 \alpha_{\beta n} \delta_{\alpha m} + p^2 \alpha_{\alpha m} \delta_{\beta n} - p_\alpha p_m \alpha_{\beta n} - p_\beta p_n \alpha_{\alpha m} - \alpha_{\alpha m} \alpha_{\beta n}), \quad (2)$$

$$\Delta(\mathbf{p}) = -k_0^2 N(\vartheta) (p^2 - k_1^2) (p^2 - k_2^2), \quad k_{1,2}^2 = k_0^2 n_{1,2}^2(\vartheta), \quad \alpha_{\alpha m} = k_0^2 \epsilon_{\alpha m}, \quad n_{1,2}^2$$

— волновые числа необыкновенной и обыкновенной волн, ϑ — угол между направлением распространения волны и магнитным полем.

Мнимая часть $\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k})$ в отсутствие соударений электронов с тяжелыми частицами определяется процессами рассеяния.

Формально антиэрмитова часть тензора $\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k})$ связана с полюсами функции Грина $G_{ik}^0(\omega, \mathbf{k})$ в точках, определяемых уравнениями $p^2 = k_{1,2}^2(\vartheta)$. В резонансных условиях обращается в нуль выражение $N(\vartheta) = \varepsilon \sin^2 \vartheta + \eta \cos^2 \vartheta$, определяя резонансное направление $\vartheta = \vartheta_p$, при котором становится бесконечным коэффициент преломления необыкновенной волны. Несмотря на то, что точка $\vartheta = \vartheta_p$ не является, вообще говоря, полюсом функции Грина $G_{ik}^0(\omega, \mathbf{k})$, вклад окрестности точки $\vartheta = \vartheta_p$ является существенным при вычислении $\text{Im} \varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}$. Если исходить из теории излучения, то потери, связанные с вкладом окрестности точки $\vartheta = \vartheta_p$, соответствуют квазистатическому сопротвлению излучения изолированного тока в необыкновенную волну [9].

Существенно, что в ряде наиболее важных случаев эти резонансные потери преобладают над потерями, связанными с рассеянием в электромагнитные волны и могут быть формально выделены из общих потерь энергии волны, так как отвечают возбуждению квазипродольных колебаний поля вблизи резонансных направлений. На рис. 1 заштрихованы области плоскости u, v , в которых возможен плазменный резонанс (т. е. уравнение $N(\vartheta) = 0$ имеет действительные корни). Для дальнейшего полезно располагать следующей информацией. В области I выполнены неравенства $u < 1, v < 1, u > 1 - v, \varepsilon < 0, \eta > 0, g > 0, \eta - \varepsilon > 0$. В области II $u > 1, v > 1, u > 1 - v, \varepsilon > 0, \eta < 0, g < 0, \eta - \varepsilon < 0$. Условия резонанса можно записать в форме

$$a = \frac{\eta - \varepsilon}{\varepsilon} < -1. \quad (3)$$

Области, где возможен плазменный резонанс, можно отобразить на шкале частот. На рис. 2 отнечены полосы резонансных частот а) при $\omega_0 > \omega_H$, б) при $\omega_H > \omega_0$. При этом резонансной области I соответствуют частоты, примыкающие к частоте $\omega = \omega_p$. В дальнейшем мы будем рассматривать только этот случай.

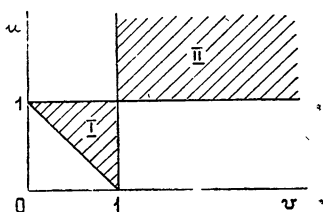


Рис. 1.

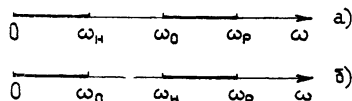


Рис. 2.

Мелкомасштабные изотропные флуктуации электронной плотности. Рассмотрим выражение (1) для случая мелкомасштабных неоднородностей $\Delta N(\mathbf{r})$, предполагая, что выполнены неравенства

$$kl \ll 1, \quad k_0 l \ll 1. \quad (4)$$

При $kl \ll 1$ можно пренебречь пространственной дисперсией, связанной с макроскопической неоднородностью среды, и при вычислении $\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k})$ положить $\mathbf{k} = 0$.

Зададим функцию корреляции $\Gamma_\varepsilon(\mathbf{r})$ в виде

$$\Gamma_\varepsilon(\mathbf{r}) = \exp\left(-\frac{r^2}{l^2}\right), \quad \Phi_\varepsilon(\mathbf{p}) = \pi^{3/2} l^3 \exp\left(-\frac{p^2 l^2}{4}\right). \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1) и произведя интегрирование по φ и p , получим

$$\xi_{np}^{\text{эфф}}(\omega) = \varepsilon_{np}(\omega) + \text{Re } \xi_{np}(\omega) + i \text{Im } \xi_{np}(\omega),$$

где ξ_{np} — тензор вида

$$\xi_{np}(\omega) = \left\| \begin{array}{ccc} \xi_{11} & \xi_{12} & 0 \\ \xi_{21} & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{array} \right\|, \quad (6)$$

$$\xi_{11} = \xi_{22}, \quad \xi_{12} = -\xi_{21},$$

$$\begin{aligned} \xi_{11}(\omega) = & -\frac{1}{8\sqrt{\pi}} D_1 [I_1(n_1) + I_1(n_2)] + \frac{k_0^2 l^2}{4} D_3 [I_3(n_1) + I_3(n_2)] + \\ & + \frac{k_0^2 l^2}{4} D_4 [I_4(n_1) + I_4(n_2)] + \frac{k_0^2 l^2}{8\sqrt{\pi}} D_5 [I_5(n_1) + I_5(n_2)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_{12} = & -\frac{B_{1112}}{4\sqrt{\pi}} [I_1(n_1) + I_1(n_2)] - k_0^2 l^2 \eta B_{1112} [I_4(n_1) + I_4(n_2)] + \\ & + i \frac{k_0^2 l^2}{2} D_1 \left[\frac{(\eta - 2\varepsilon)\sqrt{u}}{1+u} - g \right] [I_3(n_1) + I_3(n_2)] + \\ & + i \frac{k_0^2 l^2}{4\sqrt{\pi}} \eta D_1 \left(\frac{2\varepsilon\sqrt{u}}{1+u} + g \right) [I_5(n_1) + I_5(n_2)], \end{aligned}$$

$$\xi_{33} = -\frac{D_2}{4\sqrt{\pi}} [I_2(n_1) + I_2(n_2)] - \frac{k_0^2 l^2}{2} \times$$

$$\times \varepsilon D_2 \{2[I_4(n_1) + I_4(n_2)] - [I_3(n_1) + I_3(n_2)]\} +$$

$$+ \frac{k_0^2 l^2 (\varepsilon^2 - g^2)}{4\sqrt{\pi}} D_2 [I_5(n_1) + I_5(n_2)],$$

$$D_1 = \frac{\beta^2 \sigma^2 (1+u)}{(1-u)^2}, \quad D_3 = D_1 \left(\eta - 2\varepsilon - \frac{4g\sqrt{u}}{1+u} \right), \quad D_2 = \beta^2 \sigma^2,$$

$$D_4 = -\frac{2\eta\beta^2\sigma^2(1+u)}{(1-u)^2} = -2\eta D_1, \quad D_5 = 2\eta D_1 \left(\varepsilon + \frac{2g\sqrt{u}}{1+u} \right),$$

$$B_{1112} = \frac{i\beta^2\sigma^2\sqrt{u}}{(1-u)^2}, \quad \sigma^2 = \langle \Delta N^2 \rangle,$$

$$I_1(n_1) = \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta) \sin^3 \vartheta d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[4\sqrt{\pi} + 2k_1^2 l^2 \sqrt{\pi} - k_1^3 l^3 I_- \left(\frac{k_1 l}{\sqrt{2}} \right) \right],$$

$$\begin{aligned}
 I_2(n_1) &= \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta) \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[4\sqrt{\pi} + 2k_1^2 l^2 \sqrt{\pi} - k_1^3 l^3 I_- \left(\frac{k_1 l}{\sqrt{2}} \right) \right], \\
 I_3(n_1) &= \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta) \sin^3 \vartheta d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[J_- \left(\frac{k_1 l}{\sqrt{2}} \right) - 1 \right], \\
 I_4(n_1) &= \int_0^{\pi/2} \frac{n_1^2(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} \left[J_- \left(\frac{k_1 l}{\sqrt{2}} \right) - 1 \right], \\
 I_5(n_1) &= k_0 l \int_0^{\pi/2} \frac{n_1(\vartheta) \sin \vartheta I_-(k_1 l / \sqrt{2}) d\vartheta}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Интегралы $I_k(n_2)$ получаются из $I_k(n_1)$ заменой $(n_1 \leftrightarrow n_2)$. Здесь $I_-(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-z)^{-1} \exp(-x^2/2) dx$, $\text{Im } z < 0$, $J_-(z) = \frac{z}{\sqrt{2\pi}} I_-(z)$.

Вычислить точно интегралы (7) не представляется возможным из-за сложности функций $n_{1,2}^2(\vartheta)$. Однако здесь можно достаточно эффективно использовать малость параметра $k_0 l$. Кроме того, нас будет интересовать лишь мнимая часть тензора $\xi_{np}(\omega)$, определяющая затухание поля. При вычислении $\text{Im } \xi_{np}(\omega)$ следует учесть, что

$$\text{Im } z^3 I_-(z) = \begin{cases} i\pi \exp(-z^2/2) z^3, & z^2 > 0 \quad (\text{Im } z = 0) \\ 0, & z^2 < 0 \quad (\text{Re } z = 0) \end{cases},$$

так что, например,

$$i \text{Im } I_1(n_1) = -i\pi k_0^3 l^3 \int_{\vartheta_p}^{\pi/2} \frac{n_1^5(\vartheta) \sin^3 \vartheta \exp[-k_0^2 l^2 n_1^2(\vartheta)/4]}{N(\vartheta)(n_1^2 - n_2^2)} d\vartheta. \tag{8}$$

В интересующей нас области параметров резонансной плазмы $n_1^2(\vartheta) \gg \gg n_2^2(\vartheta)$ для любых углов ϑ . Это позволяет произвести упрощение (8). Вводя переменную интегрирования $x = n_1^{-2}(\vartheta)$, можно привести (8) к виду

$$i \text{Im } I_1(n_1) = \frac{i\pi k_0^3 l^3}{2(\eta - \varepsilon)} A_1,$$

$$A_1 = (1 - \alpha) \int_0^\alpha \frac{x^{-5/2} \exp(-k_0^2 l^2 / 4x) dx}{(1-x)^{1/2} (\alpha-x)^{1/2}},$$

$$\alpha = \frac{1}{|a|} = \frac{|\varepsilon|}{\eta - \varepsilon}, \quad 0 \leq \alpha < 1.$$

Функцию $(1-\alpha)(1-x)^{-1/2}$ с большой степенью точности можно заменить на прямую $y = \alpha^{-1}(1-\alpha)^{1/2}(1-\sqrt{1-\alpha})x + 1 - \alpha$, после чего получаем

$$\begin{aligned}
 A_1 &= (1-\alpha) \sqrt{\pi} |a|^{3/4} \left(\frac{k_0^2 l^2}{4} \right)^{-5/4} \exp\left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{8}\right) \mathcal{W}_{3/4, 3/4} \left(\frac{k_0^2 l^2}{4\alpha} \right) + \\
 &+ \frac{(1-\alpha)^{1/2} (1-\sqrt{1-\alpha})}{\alpha^{3/2}} \sqrt{\pi} \frac{2}{k_0 l} \exp\left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4}\right),
 \end{aligned} \tag{9}$$

где $\mathcal{W}_{\lambda, \mu}$ — функция Уиттекера.

Рассмотрим различные частные случаи формулы (9).

1) $\alpha \ll 1$. Можно оставлять лишь первое слагаемое в (8).

2) $\frac{k_0^2 l^2}{4\alpha} \ll 1$:

$$A_1 = \frac{4(1-\alpha)\sqrt{\pi}|a|^{1/2}}{k_0^3 l^3} \left(1 + \frac{k_0^2 l^2 |a|}{2} + \dots \right) + 2\sqrt{\pi} \frac{(1-\alpha)^{1/2}}{\alpha^{3/2}} (1 - \sqrt{1-\alpha}) \frac{|a|^{3/2}}{k_0 l}. \quad (10)$$

В частности, при $\alpha \rightarrow 1$ становится существенным второе слагаемое.

3) $\frac{k_0^2 l^2}{4\alpha} \gg 1$ ($\alpha \rightarrow 0$):

$$A_1 = \frac{2\sqrt{\pi}|a|^{3/2}}{k_0 l} \exp\left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4}\right) \left(1 + \frac{2}{k_0^2 l^2 |a|}\right). \quad (11)$$

Приведенные формулы позволяют выяснить, в каких условиях применимо квазистатическое рассмотрение [1, 8]. Первое слагаемое в (10) соответствует квазистатическим потерям отдельного излучателя, погруженного в плазму, и может быть получено в рамках квазистатического рассмотрения [8]. Условия применимости последнего ясны из формул (9)–(11): $k_0^2 l^2 / 4\alpha \ll 1$, $k_0^2 l^2 (1-\alpha)^{-1/2} \ll 1$. Характерным свойством квазистатических потерь является то обстоятельство, что соответствующий вклад в $\text{Im } \varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}$ не зависит от спектра и масштабов неоднородностей (от параметра $k_0 l$):

$$i \text{Im } I_1(n_1) = \frac{2i \pi^{3/2}}{\eta - \varepsilon} \frac{1}{|a|^{1/2}} \frac{\eta}{|\varepsilon|}. \quad (12)$$

Для интеграла $I_2(n_1)$ получим

$$i \text{Im } I_2(n_1) = \frac{2i \pi^{3/2}}{(\eta - \varepsilon) |a|^{1/2}} \exp\left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4}\right). \quad (13)$$

При $\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4} \ll 1$ справедливо квазистатическое решение

$$i \text{Im } I_2(n_2) = \frac{2i \pi^{3/2}}{\eta - \varepsilon} \frac{1}{|a|^{1/2}}. \quad (14)$$

Аналогично для интегралов $I_3(n_1)$ и т. д., которые определяют волновые потери, имеем

$$i \text{Im } I_3(n_1) = -\frac{i \pi |a|^{1/2} (1-\alpha)}{2(\eta - \varepsilon)} \exp\left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4}\right) - \frac{i \pi (1-\alpha)^{1/2} (1 - \sqrt{1-\alpha}) |a|^{3/4}}{2(\eta - \varepsilon)} \left(\frac{k_0^2 l^2}{4}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{8}\right) \times \\ \times W_{-1/4, 1/4}\left(\frac{k_0^2 l^2}{4\alpha}\right), \quad (15)$$

$$i \operatorname{Im} I_4(n_1) = -\frac{i \pi |a|^{1/4}}{2(\eta - \varepsilon)} \left(\frac{k_0^2 l^2}{4} \right)^{-1/4} \exp\left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{8}\right) \mathcal{W}_{1/4, 1/4} \left(\frac{k_0^2 l^2}{4a} \right).$$

Выражение для $I_5(n_1)$ дает вклад в $\operatorname{Im} \varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}$ порядка $(k_0 l)^3$, и здесь мы его не выписываем. Не приводим также выражений для $I_h(n_2)$, определяющих вклад в $\operatorname{Im} \varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}$ за счет рассеяния в обыкновенную волну. Вклад этих членов порядка $(k_0 l)^3$ и мал по сравнению с рассмотренными интегралами.

Мелкомасштабные анизотропные неоднородности. Рассмотрим поглощение волн из-за рассеяния на неоднородностях, вытянутых вдоль магнитного поля. Корреляционную функцию флуктуаций электронной плотности положим равной $\Gamma(\rho, z) = \exp\left(-\frac{\rho^2}{l^2} - \frac{z^2}{L^2}\right)$ со спектром

$$\Phi(\mathbf{p}) = \pi^{3/2} l^2 L \exp\left(-\frac{p_1^2 l^2}{4} - \frac{p_3^2 L^2}{4}\right). \text{ Считая по-прежнему } kL, kl \ll 1$$

и пренебрегая пространственной дисперсией, связанной с макроскопической неоднородностью среды, легко получить, что справедливы выражения (7), в которых вместо масштаба l следует поставить эффективный масштаб $l_{\text{эфф}} = (l^2 \sin^2 \vartheta + L^2 \cos^2 \vartheta)^{1/2}$. Для сравнения с изотропными флуктуациями мы выпишем здесь в квазистатическом приближении

$\operatorname{Im} I_1(n_1)$. Отношение $R = \frac{(\operatorname{Im} \varepsilon)_{\text{ан}}}{(\operatorname{Im} \varepsilon)_{\text{из}}}$ является функцией отношения l/L :

$$R = [(l/L)^{2/3} (1 - \alpha) + (L/l)^{4/3} \alpha]^{-3/2}. \quad (16)$$

Поскольку при резонансе $0 \leq \alpha \leq 1$, то величина R удовлетворяет неравенству

$$\frac{l^2}{L^2} \leq R \leq \frac{L}{l}. \quad (17)$$

Кроме того, существует экстремум величины R по параметру l/L .

Вытянутые неоднородности. Случай сильной анизотропии. В отличие от предыдущего случая мы будем предполагать размер L (вдоль магнитного поля $\mathbf{H} \parallel z$) большим по сравнению с длиной распространяющейся рассеиваемой волны: $kL \gg 1$, $k_0 L \gg 1$, kl , $k_0 l \ll 1$. При вычислении $\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k})$ в этом случае нельзя пренебречь зависимостью от \mathbf{k} . Однако расчеты с произвольным \mathbf{k} весьма громоздки. Поэтому мы поступим следующим образом. Рассмотрим дисперсионное уравнение для волн среднего поля:

$$\det \| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - k_0^2 \varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k}) \| = 0, \quad (18)$$

где $\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega) + \delta \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$. Считая $\delta \varepsilon_{ij}$ малой добавкой к среднему значению $\varepsilon_{ij}(\omega)$, будем решать (18) методом возмущений, положив $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{00} + \delta \mathbf{k}$, $\delta \mathbf{k} \parallel \mathbf{k}_{00}$. В $\delta \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ можно подставить невозмущенный волновой вектор \mathbf{k}_{00} . В итоге уравнение (18) приобретает вид

$$\det \| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - k_0^2 \varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k}_{00}) \| = 0. \quad (18')$$

Другими словами, для $(n_{1,2}^2)^{\text{эфф}}$ мы в этом приближении получим обычные формулы холодной плазмы, в которых, однако, компоненты тензора $\varepsilon_{ij}^{\text{эфф}}(\omega, \mathbf{k}_{00})$ будут функциями волнового вектора невозмущенной волны:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{np}^{\vartheta\phi}(\omega, \mathbf{k}) &= \varepsilon_{np}(\omega) - \frac{k_0^2 l^2 L}{8\pi^{3/2}} B_{nlqp}(0) \times \\ &\times \int \exp \left[-\frac{(\mathbf{p}_\perp - \mathbf{k}_\perp)^2 l^2}{4} - \frac{(p_3 - k_3)^2 L^2}{4} \right] G_{lq}^0(\mathbf{p}) d\mathbf{p}. \end{aligned} \quad (19)$$

Формулы для $\text{Im } \xi_{np}(\omega)$, получающиеся из (19) после интегрирования по \mathbf{p} , можно записать, используя (7) и соответствие, которое легко усмотреть из формулы для $\text{Im } I_1(n_1)$:

$$\begin{aligned} i \text{Im } I_1(n_1) &= -\frac{ik_0^3 l^2 L}{2} \int_0^{2\pi} \int_{\vartheta_p}^{\pi-\vartheta_p} \frac{n_1^5(\vartheta) \sin^3 \vartheta d\vartheta}{N(\vartheta) (n_1^2 - n_2^2)} \times \\ &\times \exp \left\{ \left(-\frac{k_0^2 l^2}{4} \right) [n_1^2(\vartheta) \sin^2 \vartheta + n_2^2(\chi) \sin^2 \chi - 2n_1(\vartheta)n_2(\chi) \sin \vartheta \sin \chi \cos \varphi] \right\} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{k_0^2 l^2}{4} [n_1(\vartheta) \cos \vartheta - n_2(\chi) \cos \chi]^2 \right\} \cos^2 \varphi d\varphi. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $n_1(\vartheta)$, $n_2(\chi)$ — коэффициенты преломления необыкновенной и обыкновенной волн, χ — угол между волновым вектором \mathbf{k}_2 и магнитным полем \mathbf{H} .

Область, существенная для интегрирования, весьма узка (благодаря условию $k_0 L \gg 1$) и сосредоточена вблизи $\vartheta = \pi/2$. Поэтому вместо (20) имеем

$$\begin{aligned} i \text{Im } I_1^0(n_1) &= -\frac{i\pi k_0^3 l^2 L}{2} \int_{\vartheta_p}^{\pi-\vartheta_p} \frac{n_1^5(\vartheta) \sin^3 \vartheta d\vartheta}{N(\vartheta) (n_1^2 - n_2^2)} \exp \left(-\frac{k_0^2 l^2 n_1^2 \sin^2 \vartheta}{4} \right) \times \\ &\exp \left\{ -\frac{k_0^2 l^2}{4} [n_1(\vartheta) \cos \vartheta - n_2(\chi) \cos \chi]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (20')$$

Первый член асимптотического разложения по степеням $(k_0 L)^{-1}$ можно получить, используя соотношение $\lim_{L \rightarrow \infty} k_0 L \exp \left\{ -\frac{k_0^2 l^2}{4} [n_1(\vartheta) \cos \vartheta - n_2(\chi) \cos \chi]^2 \right\} = 2\sqrt{\pi} \delta [n_1 \cos \vartheta - n_2 \cos \chi]$. Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} i \text{Im } I_1^0(n_1) &= \frac{i\pi^{3/2} k_0^2 l^2 |a|^2}{\eta - \varepsilon} \exp \left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4} \right), \\ i \text{Im } I_2^0(n_1) &= \frac{i\pi^{3/2} k_0^2 l^2 |a|}{\eta - \varepsilon} n_2^2(\chi) \cos^2 \chi \exp \left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4} \right), \\ i \text{Im } I_3^0(n_1) &= i \text{Im } I_4^0(n_1) = -\frac{i\pi |a|}{2(\eta - \varepsilon)} \exp \left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4} \right), \\ i \text{Im } I_5^0(n_1) &= \frac{i\pi^{3/2}}{\eta - \varepsilon} \exp \left(-\frac{k_0^2 l^2 |a|}{4} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

С точки зрения ионосферной плазмы поглощение необыкновенной волны обычно не представляет интереса, поскольку при зондировании с поверхности Земли необыкновенная волна отражается ниже области, в которой возможен плазменный резонанс. Однако для излучателей, находящихся внутри резонансной области, а также для проблем нагрева плазмы за счет энергии электромагнитного излучения существенно располагать формулами для поглощения необыкновенной волны. Здесь мы приведем выражения для $i \operatorname{Im} I_1^e(n_1)$ и $i \operatorname{Im} I_2^e(n_1)$, определяющие затухание необыкновенной волны из-за рассеяния в необыкновенные же волны:

$$i \operatorname{Im} I_1^e(n_1) = - \frac{2ik_0^2 l^2 \pi^{3/2} n_1^3(\chi) \sin^3 \chi}{N(\chi) \left| \frac{\partial(n_1 \cos \chi)}{\partial \chi} \right|} \times \\ \times \exp \left(- \frac{k_0^2 l^2 n_1^2(\chi) \sin^2 \chi}{2} \right) \left[I_0(z) - \frac{I_1(z)}{z} \right], \quad (22)$$

$$i \operatorname{Im} I_2^e(n_1) = - \frac{2ik_0^2 l^2 \pi^{3/2} n_1^3(\chi) \sin \chi \cos^2 \chi}{N(\chi) \left| \frac{\partial(n_1 \cos \chi)}{\partial \chi} \right|} \times \\ \times \exp \left(- \frac{k_0^2 l^2 n_1^2(\chi) \sin^2 \chi}{2} \right) \left[I_0(z) - \frac{I_1(z)}{z} \right],$$

где $z = \frac{k_0^2 l^2}{2} n_1^2(\chi) \sin^2 \chi$, I_0 и I_1 — функции Бесселя мнимого аргумента.

В частности, при $\chi = \pi/2$, $k_0^2 l^2 |a|/2 \ll 1$

$$n_1^2(\chi) = |a|,$$

$$i \operatorname{Im} I_1^e(n_1) = \frac{ik_0^2 l^2 \pi^{3/2} |a|^2}{\eta - \varepsilon}, \quad \operatorname{Im} I_2^e(n_1) = 0.$$

Остальные члены $\operatorname{Im} \varepsilon_i^{\text{эф}}$ могут быть легко получены аналогичным образом, и здесь мы их не приводим.

3. ВЫВОДЫ

Формулы (6) — (15) определяют диэлектрическую проницаемость (в пренебрежении вкладом флуктуаций в действительную часть) случайно неоднородной магнитоактивной плазмы со слабыми мелкомасштабными флуктуациями электронной плотности. Формулы (21), (22) носят менее общий характер, поскольку получены для фиксированных значений волнового вектора $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{1,2}$. Найденные выражения позволяют получить достаточно полное представление о диссипативных процессах в бесстолкновительной плазме, вызванных рассеянием на неоднородностях. Существенно подчеркнуть, что потери энергии волн на возбуждение необыкновенных резонансных волн по существу являются истинными потерями в ряде важнейших практических случаев. Например, в ионосферной плазме рассеянные необыкновенные волны в силу условий распространения не могут выйти за пределы резонансной области и их энергия идет на нагрев плазмы.

Мы надеемся обсудить в отдельном сообщении все следствия формул для $\text{Im } \epsilon_{ij}^{\text{эфф}}$, существенные в ионосферном распространении радиоволн. Здесь мы ограничимся лишь отдельными замечаниями.

Анализируя выражения для антиэрмитовых частей в случае мелко-масштабных и крупномасштабных (в направлении магнитного поля) неоднородностей, мы видим, что в зависимости от параметров плазмы существенными могут быть неоднородности того или иного сорта. В частности, в узкой области вблизи $\epsilon = 0$ (когда $\vartheta_p \sim \pi/2$) более существенны потери, связанные с рассеянием на вытянутых неоднородностях, тогда как вне этой области потери на возбуждение необыкновенных волн при рассеянии на мелкомасштабных неоднородностях значительно превосходят первые. Характерно, что потери на возбуждение квазистатических плазменных колебаний вблизи $\vartheta = \vartheta_p$ не зависят от масштаба неоднородностей l . В частности, причиной заметного поглощения волн могут быть тепловые флуктуации электронной плотности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Рыжов, ЖЭТФ, 62, № 3, 924 (1972).
2. В. Ютло, Р. Коэн, УФН, 109, 371 (1973).
3. W. F. Utlaut, Proc. IEEE, 63, 1022 (1975).
4. В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев и др., УФН, 113, 732 (1975).
5. В. В. Васьков, А. В. Гуревич, ЖЭТФ, 69, 1 (7), 176 (1975).
6. Н. А. Митяков, В. О. Рапопорт, В. Ю. Трахтенгерц, Изв. вузов — Радиофизика, 18, № 9, 1273 (1975).
7. Ю. А. Рыжов, Изв. вузов. — Радиофизика, 9, № 1, 39 (1966).
8. А. А. Андронов, Ю. В. Чугунов, УФН, 116, № 1, 79 (1975).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
3 августа 1976 г.

THE ENERGY ABSORPTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A RANDOMLY INHOMOGENEOUS COLLISIONLESS PLASMA AT RESONANCE FREQUENCIES

Yu. A. Ryzhov

The expression is obtained for the effective dielectric tensor of a randomly-inhomogeneous plasma in the magnetic field at the plasma resonance frequencies. The antihermit part of the tensor determines the energy losses of waves, related with excitation of an extra ordinary wave under the conditions when its refractive coefficient may become infinite. The energy transformation process takes place as a result of interaction of normal waves, originating from the electron concentration inhomogeneities. Under the conditions of resonance scattering in the collisionless plasma, the abnormal absorption occurs, which is investigated for the case of isotropic small-scale fluctuations of the electron density and for the case of inhomogeneities extended along the magnetic field. The considered mechanism of absorption may be of interest for the problem of plasma heating up to the nuclei-fusion temperatures.

УДК 533 951

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ В ПОПЕРЕЧНО-ПРОДОЛЬНОМ ПОЛЕ, ГЕНЕРИРУЕМОМ ВЧ-ВОЛНОЙ

Д. Зюндер, Д. Д. Цхакая

Исследуется воздействие внешней поперечной ВЧ-волны на магнитоактивную плазму. Показано, что параметрическая связь продольной составляющей поля накачки, генерируемой ВЧ-волной, с собственными колебаниями плазмы может привести к неустойчивости продольных колебаний, распространяющихся перпендикулярно направлению электрической напряженности поперечной ВЧ-волны. Учтены диссипативные эффекты, определяющие порог возникновения неустойчивости.

Распространение сильной поперечной линейно-поляризованной электромагнитной волны в плазме всегда сопровождается возникновением продольного поля [1]. Генерация этой продольной составляющей поля накачки связана с действием силы Лоренца, обусловленной магнитной напряженностью поперечной волны. В работах по параметрическому взаимодействию волн в плазме (см. [2] и цитированную там литературу) возникновение продольной составляющей поля накачки не учитывалось. Поэтому не удавалось обнаружить усиление собственных продольных волн плазмы, распространяющихся перпендикулярно направлению электрической напряженности поперечного поля накачки.

В настоящей работе излагается теория параметрической неустойчивости потенциальных колебаний в магнитоактивной плазме, распространяющихся вдоль направления распространения волны накачки. Вектор электрической напряженности E_0 поперечного поля накачки предполагается направленным вдоль внешнего постоянного магнитного поля H_0 (волна накачки распространяется поперек H_0). Соответствующим выбором частоты ВЧ-поля можно удовлетворить резонансным условиям. Если частота ВЧ-поля ω_0 равна верхней гибридной частоте собственных колебаний плазмы, то инкремент неустойчивости, обусловленной продольным полем накачки, мал, меньше v_0^2/c^2 (v_0 — скорость электронов в поле E_0 , c — скорость света). Однако, если $2\omega_0$ равно сумме высокой и низкой собственных частот плазмы, вклад продольного поля накачки увеличивается.

Задача возбуждения потенциальных колебаний магнитоактивной плазмы в ВЧ-поле рассматривалась в работе [3]. Изложенные в этой работе результаты указывают на неустойчивость потенциальных колебаний в случае, когда обертоны частоты ВЧ-поля приближаются к сумме верхней и нижней гибридных частот. Однако поле накачки здесь предполагалось пространственно-однородным, и поэтому эффект влияния продольной составляющей поля накачки на параметрическое возбуждение волн не удалось рассмотреть.

Известные ранее из теории параметрического резонанса результаты в условиях рассматриваемой ниже задачи не приводят к неустойчивости магнитоактивной плазмы относительно потенциальных возмущений.

Найденный в данной работе механизм параметрической раскачки волн может иметь определенное значение для понимания физической картины, наблюдаемой при зондировании ионосферы мощным электромагнитным излучением и при ВЧ-нагреве плазмы.

1. Распространение электромагнитных волн в плазме мы будем описывать системой уравнений Максвелла и уравнений гидродинамики плазмы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{v}_\alpha \nabla) p_\alpha &= e_\alpha \mathbf{E} + \frac{e_\alpha}{c} [\mathbf{v}_\alpha, \mathbf{B} + \mathbf{H}_0] - \nu_\alpha p_\alpha, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \alpha \equiv (e; i), \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi e}{c} (n_i \mathbf{v}_i - n_e \mathbf{v}_e), \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi e (n_i - n_e), \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \quad p_\alpha = m_\alpha \mathbf{v}_\alpha \left(1 - \frac{v_\alpha^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где ν_α — частота столкновений электронов и ионов. Фазовые скорости рассматриваемых волн считаем намного большими тепловых скоростей частиц плазмы, поэтому тепловыми эффектами будем пренебрегать.

В интересующем нас случае линейной теории параметрической неустойчивости можно считать состояние плазмы слабо отличающимся от невозмущенного состояния. Поэтому все искомые величины будем искать в виде

$$S = S_0 + \delta S, \quad \delta S \ll S_0,$$

где S — любая из неизвестных функций, фигурирующих в системе (1). Движением ионов в невозмущенной плазме будем пренебрегать. Наличие столкновений приводит к нагреву плазмы в ВЧ-полях. Однако мы будем считать, что рассматриваемые нами неустойчивости развиваются за времена, значительно меньшие времени разогрева плазмы в невозмущенном состоянии. Если частота волн, распространяющихся в плазме, намного больше частоты столкновений, то столкновительным членом в уравнениях для невозмущенного состояния можно пренебречь. Рассмотрим одномерный случай, когда все величины зависят от одной координаты z . Постоянное магнитное поле \mathbf{H}_0 направим вдоль оси x . Согласно вышесказанному, систему уравнений, описывающих невозмущенное состояние, можно представить в виде

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) p_{0x} + \frac{4\pi e^2}{c^2} n_{e0} v_{0x} &= 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} v_{0z} \right) \left(B_{0x} + \frac{c}{e} \frac{\partial}{\partial z} p_{0y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v_{0z} H_0 &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p_{0z}}{\partial t} + v_{0z} \frac{\partial p_{0z}}{\partial z} + v_{0x} \frac{\partial p_{0x}}{\partial z} \right) &= -4\pi e^2 n_{e0} v_{0z} + \\ &+ \frac{e}{c} \frac{\partial}{\partial t} v_{0y} (B_{0x} + H_0), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) B_{0x} - \frac{4\pi e}{c} \frac{\partial}{\partial z} n_{e0} v_{0y} = 0,$$

$$\frac{\partial n_{e0}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} n_{e0} v_{0z} = 0;$$

$$E_{0x} = -\frac{1}{e} \frac{\partial p_{0x}}{\partial t}; \quad (3)$$

$$B_{0y} = \frac{c}{e} \frac{\partial p_{0x}}{\partial z}, \quad B_{0z} = 0. \quad (4)$$

Будем считать выполненным условие

$$\frac{\partial S_0}{\partial t} \gg v_{0z} \frac{\partial S_0}{\partial z}. \quad (5)$$

Тогда систему (2) можно существенно упростить. Неравенство (5) в условиях рассматриваемой задачи равнозначно нерелятивистскому пределу $\frac{v_{0z}}{c} \ll 1$. В этом приближении можно считать, что $n_{e0} = n_0 = \text{const}$, и систему (2) привести к виду

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega_{Le}^2}{c^2} \right) v_{0x} = 0; \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial v_{0y}}{\partial t} + \omega_{He} v_{0z} \right) + \frac{\omega_{Le}^2}{c^2} \frac{\partial v_{0y}}{\partial t} = 0; \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{Le}^2 \right) v_{0z} - \omega_{He} \frac{\partial v_{0y}}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial v_{0x}^2}{\partial z}, \quad (8)$$

$$\omega_{La}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_a}, \quad \omega_{Ha} = \frac{eH_0}{m_a c}.$$

Уравнение (6) является линейным, поэтому для скорости v_{0x} справедлив закон суперпозиции. Уравнение (8) указывает на возможность генерации продольного поля под действием поперечного поля. Решение системы (6), (7), (8) можно искать в виде

$$\begin{aligned} v_{0x} &= u \cos(\omega_0 t - k_0 z), \\ v_{0y} &= \frac{2}{3} \frac{\omega_{He}}{\omega_0} w \sin 2(\omega_0 t - k_0 z), \\ v_{0z} &= -w \cos 2(\omega_0 t - k_0 z). \end{aligned} \quad (9)$$

Связь амплитуды скорости u с соответствующей амплитудой электрической напряженности ВЧ-поля согласно (3) определяется соотношением

$$E_0 = \frac{m_e}{e} \omega_0 u. \quad (10)$$

Подставляя первое из выражений (9) в (6), найдем, что ω_0 и k_0 связаны обычным дисперсионным соотношением:

$$\omega_0^2 = \omega_{Le}^2 + k_0^2 c^2. \quad (11)$$

Амплитуда скорости w , определяющей продольное движение, равна

$$w = u \frac{k_0 u}{\omega_0} \frac{3\omega_0^2}{4\omega_{He}^2 - 3(4\omega_0^2 - \omega_{Le}^2)}. \quad (12)$$

Соотношение (5) накладывает на амплитуду скорости u (и, следовательно, на электрическую напряженность ВЧ-поля) ограничение $\left(\frac{k_0 u}{\omega_0}\right)^2 \ll 1$ ($\omega_0 \gg \omega_{Le}$). При нарушении этого ограничения отклонение плотности электронов n_{e0} от постоянного значения в невозмущенном состоянии нельзя считать малым, и уравнения (6), (7) и (8) теряют силу.

2. Перейдем к исследованию устойчивости плазмы относительно отклонений от найденного выше невозмущенного состояния. Малые возмущения будем считать потенциальными, $\delta E = -\nabla \varphi$. Все величины, характеризующие малые отклонения, пусть зависят от одной координаты z . После линеаризации системы (1) уравнения, описывающие возмущенное состояние плазмы, можно привести к виду

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_e \right)^2 + \omega_{He}^2 \right] \delta v_{ez} + \left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_e \right) \left(-\frac{e}{m_e} \frac{\partial \varphi}{\partial z} + v_{0z} \delta v_{ez} \right) &= 0, \\ \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_i \right)^2 + \omega_{Hi}^2 \right] \delta v_{iz} + \frac{e}{m_i} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu_i \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} &= -4\pi e (\delta n_i - \delta n_e), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta n_e + n_0 \frac{\partial}{\partial z} \delta v_{ez} + \frac{\partial}{\partial z} v_{0z} \delta n_e = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta n_i + n_0 \frac{\partial}{\partial z} \delta v_{iz} = 0.$$

При получении системы (13) были учтены соотношения (4) и (5), а также мы пренебрегли поперечными составляющими волны возмущения.

Для нахождения спектра собственных колебаний плазмы воспользуемся методом, развитым в работе [2]. Система уравнений (13) представляет собой уравнения с периодическими коэффициентами. Поэтому ее решение можно искать в виде

$$\delta S = e^{-i\omega t + ikz} \sum_n S_n \exp[-i2n(\omega_0 t - k_0 z)],$$

$$\delta S \equiv (\delta v_{az}, \delta n_a, \varphi).$$

Если считать амплитуду w скорости движения вдоль направления распространения волны настолько малой, что

$$\frac{k w}{\omega_{He}} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \omega_{He}^2}{\omega_{Li}^2 + \omega_{Hi}^2}} \ll 1,$$

то немалыми оказываются лишь величины S_n с индексами $n = 0, \pm 1$.

Из условия разрешимости системы уравнений для величин S_n получим следующее дисперсионное соотношение:

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega)\varepsilon(\omega - 2\omega_0) &= \frac{1}{4}\omega^2 F_-(\omega)F_+(\omega - 2\omega_0), \\ \varepsilon(\omega) &= 1 + \sum_{\alpha} (\delta\varepsilon_{\alpha}(\omega) + i\delta\varepsilon'_{\alpha}(\omega)), \\ \delta\varepsilon_{\alpha}(\omega) &= -\frac{\omega_{L\alpha}^2}{\omega^2 - \omega_{H\alpha}^2}, \\ \delta\varepsilon'_{\alpha}(\omega) &= \frac{\nu_{\alpha}}{\omega} \frac{\omega_{L\alpha}^2(\omega^2 + \omega_{H\alpha}^2)}{(\omega^2 - \omega_{H\alpha}^2)^2},\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}F_{\pm}(\omega + 2n\omega_0) &= \delta\varepsilon_e(\omega + 2n\omega_0) \left[\frac{k + (n \pm 1)2k_0}{\omega + (n \pm 1)2\omega_0} - \right. \\ &\quad \left. - \delta\varepsilon_e(\omega + 2n\omega_0) \frac{k + 2nk_0}{\omega + 2n\omega_0} \frac{(\omega + 2n\omega_0)^2}{\omega_{Le}^2} \right].\end{aligned}$$

Дисперсионное соотношение (14) справедливо при выполнении неравенства

$$\varepsilon(\omega - 2\omega_0) \ll \varepsilon(\omega + 2\omega_0).$$

Предполагая $\delta\varepsilon'_{\alpha} \ll \delta\varepsilon_{\alpha}$, решение уравнения (14) будем искать в виде $\omega = \omega' + i\gamma$. При отсутствии ВЧ-поля ($\omega = 0$) в плазме поперек постоянного магнитного поля могут распространяться как высокочастотные, так и низкочастотные волны с частотами

$$\omega_e = \sqrt{\omega_{Le}^2 + \omega_{He}^2};\tag{15}$$

$$\omega_i = \omega_{He} \left(\frac{\omega_{Li}^2 + \omega_{Hi}^2}{\omega_{Le}^2 + \omega_{He}^2} \right)^{1/2}.\tag{16}$$

Декременты этих волн определяются выражениями

$$\begin{aligned}\gamma_e &= \frac{1}{2}\nu_e \frac{\omega_e^2 + \omega_{He}^2}{\omega_e^2}, \\ \gamma_i &= \frac{1}{2} \frac{(\omega_i^2 - \omega_{Hi}^2)^2}{\omega_i^2 \omega_{Li}^2} \left[\nu_e \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_{He}^2} + \nu_i \frac{\omega_i^2 + \omega_{Hi}^2}{(\omega_i^2 - \omega_{Hi}^2)^2} \omega_{Li}^2 \right].\end{aligned}$$

Заметим, что частота столкновений электронов ν_e , вообще говоря, может зависеть от напряженности E_0 поля накачки [4].

Из уравнения (14) следует, что продольная составляющая поля накачки в случае, когда $\omega_0 = \omega_e$, дает пренебрежимо малый вклад (меньше u^2/c^2 по сравнению с 1 по порядку величины). Однако инкремент неустойчивости сильно увеличивается при выполнении распадного условия:

$$2\omega_0 = \omega_e + \omega_i.\tag{17}$$

В этом случае для инкремента неустойчивости получим выражение (мы выбрали $\omega' = \omega_i$)

$$\gamma = \frac{1}{2} [V(\gamma_e + \gamma_i)^2 + g - 4\gamma_e\gamma_i - (\gamma_e + \gamma_i)]; \quad (18)$$

$$g = \frac{1}{4} k^2 \omega^2 \left(\frac{\omega_{Le}}{\omega_e} \right)^4 \frac{\omega_{Li}^2}{\omega_{Li}^2 + \omega_{Hi}^2} \left(1 + \frac{\omega_e \omega_i}{\omega_{He}^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_e \omega_i}{\omega_{Le}^2} \right), \quad (19)$$

где амплитуда скорости ω согласно (12) определяется соотношением

$$\omega = \frac{3}{4} u \frac{k_0 u}{\omega_0} \frac{\omega_e^2}{\omega_{He}^2}. \quad (20)$$

Условие (17) приводит к следующему соотношению для волнового вектора волны накачки:

$$2ck_0 \approx (\omega_{He}^2 - 3\omega_{Le}^2)^{1/2}.$$

Следовательно, распадное условие (17) может выполняться в сильных постоянных магнитных полях, когда

$$\omega_{He}^2 > 3\omega_{Le}^2. \quad (21)$$

Условие продольности раскачиваемых волн $\left(\frac{kz}{\omega} \right)^2 \gg 1$ приводит к неравенству $k \gg k_0$. При получении выражения (19) это неравенство было учтено. Согласно (18) и (19) неустойчивость может иметь место при выполнении соотношений

$$\omega_{Le}^2 > \omega_{He}(\omega_{Li}^2 + \omega_{Hi}^2)^{1/2}; \quad (22)$$

$$g > 4\gamma_e\gamma_i. \quad (23)$$

Пороговое значение напряженности электрического поля E_0 пор определяется из равенства $g = 4\gamma_e\gamma_i$. Оно равно

$$E_{0 \text{ пор}}^2 = (E_0^*)^2 \frac{4}{3\pi^2} \frac{k_0}{k} \frac{1}{\omega_0} (\gamma_e\gamma_i)^{1/2} \frac{\omega_{He}^2}{\omega_{Le}^2} \times \\ \times \left(1 + \frac{\omega_{Hi}^2}{\omega_{Li}^2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{\omega_e \omega_i}{\omega_{He}^2} \right)^{-1/2} \left(1 - \frac{\omega_e \omega_i}{\omega_{Le}^2} \right)^{-1/2},$$

где E_0^* — значение напряженности электрического поля, при котором амплитуда осцилляций электронов равна длине волны поперечного поля накачки: $E_0^* = \frac{m_e \omega_0^2}{e k_0} 2\pi$. Для максимального значения инкремента ($g \gg (\gamma_e + \gamma_i)^2$) из (18) получим выражение

$$\gamma_{\max} = \frac{3}{16} k u \frac{k_0 u}{\omega_0} \frac{\omega_{Le}^2}{\omega_{He}^2} \frac{\omega_{Li}}{(\omega_{Li}^2 + \omega_{Hi}^2)^{1/2}} \left(1 + \frac{\omega_e \omega_i}{\omega_{He}^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{\omega_e \omega_i}{\omega_{Le}^2} \right)^{1/2}.$$

Генерация продольного поля накачки может иметь место также при воздействии на плазму двух СВЧ-волн. В этом случае решения системы уравнений (6) — (8) для скоростей v_{0x} , v_{0z} можно искать в виде

$$v_{0x} = u_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z) + u_2 \cos(\omega_2 t - k_2 z); \quad (24)$$

$$v_{0z} = w_0 \cos(\omega_- t - k_- z) +$$

$$+ \sum_{n=1}^3 \omega_n \cos[(\omega_+ - (n-2)\omega_-)t - (k_+ - (n-2)k_-)z], \quad (25)$$

$$\omega_{\pm} = \omega_2 \pm \omega_1, \quad k_{\pm} = k_2 \pm k_1.$$

Так как частоты СВЧ-волн намного больше собственных частот плазмы, $\omega_{1,2} \approx k_{1,2}c \gg \omega_e, \omega_i$, то резонансная связь между взаимодействующими волнами осуществляется только составляющей продольной скорости (25), соответствующей разностной частоте ω_- . Амплитуда скорости на этой частоте определяется выражением

$$\omega_0 = \frac{1}{2} u_2 \frac{u_1}{c} \frac{\omega_-^2}{\omega_{He}^2},$$

а распадное условие (17) заменяется условием $\omega_- = \omega_e + \omega_i$. Выражение (18) для γ сохраняет свой вид и для случая двух СВЧ-волн, только следует сделать в нем замену $\omega \rightarrow \omega_0$. Заметим, что для двух СВЧ-волн ограничение (21) снимается и можно рассмотреть случай $\omega_{He}^2 < \omega_{Le}^2$. Условия раскачки собственных продольных колебаний плазмы, как и в случае одной ВЧ-волны, определяются неравенствами (22), (23).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ахизер, Р. В. Половин, ЖЭТФ, 30, 915 (1956).
2. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, изд. Наука, М., 1973.
3. Ю. М. Алиев, Д. Зюндер, ЖЭТФ, 57, 1324 (1969).
4. В. П. Силин, ЖЭТФ, 47, 2254 (1964).

Центральный институт электронной физики
(ЦИЭФ) АН ГДР, Берлин
Институт физики АН ГССР

Поступила в редакцию
27 октября 1976 г.

PARAMETRIC INSTABILITY OF LONGITUDINAL OSCILLATIONS OF MAGNETOACTIVE PLASMA IN A TRANSVERSE-LONGITUDINAL FIELD, GENERATED BY A HIGH-FREQUENCY WAVE

D. Zyunder, D. D. Tskhakaya

The effect of an external transverse high-frequency wave on the magnetoactive plasma is investigated. It is shown that the parametric relation between the pump field longitudinal component, generated by a high-frequency wave and inherent plasma oscillations may lead to the instability of longitudinal oscillations, propagating perpendicularly to the direction of electric intensity of a transverse high-frequency wave. Dissipative effects responsible for occurrence of the instability threshold are taken into account.

УДК 621.371.24

О ЗОНДИРОВАНИИ ПЛАЗМЫ ПРИ УЧЕТЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ГРАДИЕНТОВ СРЕДЫ И КОНЕЧНОСТИ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ЗОНДИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

Л. С. Гоцакова, Ю. Я. Яшин

Рассматривается вопрос о зондировании плазменного слоя, имеющего вогнутый участок границы, источником с конечной диаграммой направленности, расположенным вне слоя на расстоянии от последнего большем, чем локальный радиус кривизны границы. Показано, что при определенных соотношениях между параметрами среды и частотой волны длина оптического пути является неоднозначной функцией частоты зондирующего сигнала.

При исследовании параметров плазмы (и, в первую очередь, ионосферы) большую роль играют методы измерения, основанные на зондировании с частотой $f \leq f_{кр}$ ($f_{кр}$ — критическая частота плазменного слоя), с последующим пересчетом времени группового запаздывания (при заданной модели) на профиль электронной концентрации (ионосферная станция). Эти методы находят весьма широкое применение, как при зондировании ионосферы снизу, так и при внешнем зондировании (см., например, [1–3]). При интерпретации результатов измерений (особенно наземных), однако, как правило, не учитывается конечность ширины диаграммы направленности приемопередающего устройства. Тем не менее, учет конечности диаграммы направленности становится принципиально важным, когда электронная концентрация N имеет заметные горизонтальные градиенты. Как показано ниже на простейшем примере сферически-слоистой среды, моделирующей участок ионосферы с заметным горизонтальным градиентом, появляется возможность двузначности (по углам входа) возвращения сигнала в исходную точку (аналоги нижнего и верхнего лучей, появляющихся при разнесенных приемнике и передатчике).

1. В лучевом приближении рассмотрим задачу об отражении волн от заполненного изотропной плазмой полупространства, имеющего участок границы, описываемый функцией, эволюта которой лежит вне плазмы (рис. 1). Излучатель и приемник расположены в точке A и имеют одинаковую конечную диаграмму направленности с шириной γ , захватывающей (полностью или частично) интересующий нас участок границы.

Пусть точка A расположена от плазмы на расстоянии $l > \max \{R_0\}$ (R_0 — локальный радиус кривизны), а участок границы типа OO_1 (рис. 1), который встречается как в ионосфере при наличии крупномасштабных неоднородностей (в частности, восходно-заходная область, высокоширотный провал и др.), так и в лабораторной плазме при наличии заметных возмущений границы, имеет для простоты постоянный радиус кривизны R_0 . Будем считать также, что электронная концентрация зависит лишь от одной переменной r и изменяется по квазипараболическому закону [4]:

$$N = \begin{cases} N_0 \left[1 - \frac{(r - R_m)^2 R_0^2}{y_m^2 r^2} \right] & \text{при } r \geq R_0 \\ 0 & \text{при } r < R_0 \end{cases}, \quad (1)$$

где r отсчитывается от центра кривизны O , y_m — полутолщина слоя, N_0 — максимальное значение концентрации электронов в слое, $R_m = R_0 + y_m$ (рис. 2).

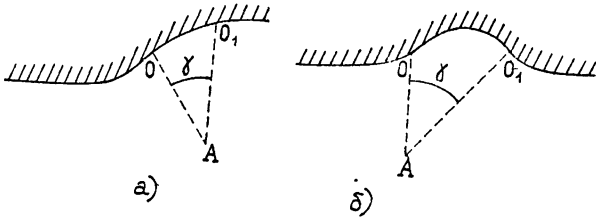


Рис. 1.

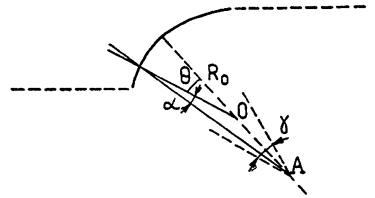


Рис. 2.

Для выбранной модели (1) аналогично [5, 6] могут быть получены выражения, описывающие траекторию и время группового запаздывания сигнала (для лучей, выходящих из точки A и возвращающихся в нее же — «петля»). Они имеют вид

$$\frac{2\theta}{R_0 \sin \alpha} + \frac{1}{\sqrt{C}} \ln \left[\frac{(B^2 - 4AC) R_0^2}{(2R_0 \cos \alpha \sqrt{C} + BR_0 + 2C)^2} \right] = 0; \quad (2)$$

$$t = c^{-1} \left\{ 2(R_0^2 + R^2 + 2RR_0 \cos \theta)^{1/2} - A^{-1} \left[2R_0 \cos \alpha + \frac{B}{2\sqrt{A}} \ln \left(\frac{(B^2 - 4AC)}{(2R_0 \cos \alpha \sqrt{A} + 2AR_0 + B)^2} \right) \right] \right\}, \quad (3)$$

где α — угол входа луча в ионосферу (рис. 2), R — расстояние между центром кривизны и точкой A ,

$$\theta = \alpha + \arcsin \left(\frac{R_0 \sin \alpha}{R} \right), \quad a = \frac{8,06 \cdot 10^7}{f^2},$$

$$B = -2a N_0 R_m \frac{R_0^2}{y_m^2}, \quad A = 1 - a N_0 \left(1 - \frac{R_0^2}{y_m^2} \right),$$

$$C = a N_0 R_m^2 \frac{R_0^2}{y_m^2} - R_0^2 \sin^2 \alpha,$$

c — скорость света в вакууме.

Нетрудно показать, что траектории типа «петли» возможны на частотах (рис. 3)

$$f \in [f_b, f_a], \quad (4)$$

f_a — верхняя частота обрезания,

$$f_a = \left(\frac{16,12 \cdot 10^7 N_0 a_1}{b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1 c_1}} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

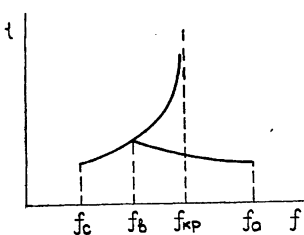


Рис. 3.

где

$$a_1 = \left(\frac{R_m}{y_m}\right)^2, \quad c_1 = \sin^2 \alpha_{\text{пр}},$$

$$b_1 = a_1 + c_1 \left(1 - \frac{R_0^2}{y_m^2}\right), \quad \alpha_{\text{пр}} = \arcsin \left(\frac{R \sin(\gamma/2)}{R_0}\right),$$

а частота «ветвления» f_b является решением уравнения

$$kx = \ln \left(\frac{x+1}{x-1}\right),$$

где

$$k = \frac{2(R + R_0)}{y_m R}, \quad x = \frac{\sqrt{8,06 \cdot 10^7 N_0}}{f_b},$$

$$f_c = \left[8,06 \cdot 10^7 N_0 \left(1 - \frac{R_0^2}{y_m^2}\right)\right]^{1/2}.$$

Как видно из (5), f_a определяется параметрами модели (1), значением R , а также шириной диаграммы направленности приемопередающего устройства γ или угловым раствором высвеченного на границе плазмы пятна. Частота ветвления f_b определяется параметрами модели и расстоянием от источника до границы плазмы. Нижняя частота обрезания f_c зависит от параметров модели (1), в частности, f_c может быть равна нулю. В этом случае в рассмотрении необходимо учитывать внешнее магнитное поле H_0 . Таким образом, все рассмотренное годится при $f > \max\{f_c, f_H\}$ (f_H — гирочастота электронов).

Кроме траекторий типа «петли», на частотах $f < f_{\text{кр}}$ возможны лучи, идущие параллельно градиенту N . Именно это и приводит к неоднозначности $t(f)$.

2. Результаты счета для конкретных параметров плазмы приведены на рис. 4 для трех принципиально возможных случаев неоднозначности $t(f)$, которые могут иметь место при постоянном радиусе кривизны R_0 . Рис. 4 а отвечает случаю $f_b < f_c$, рис. 4 б — $f_c < f_b < f_a$, рис. 4 в — $f_b \approx f_{\text{кр}}$. Конкретные значения t , получающиеся здесь, непринципиальны, поскольку параметры модели выбраны в значительной мере произвольно и по своей величине ближе к значениям, встречающимся в слое F .

Из этих зависимостей видно, что возможна неоднозначность в интерпретации результатов. Так, например, нижняя ветвь $t(f)$ наряду с изложенным выше, если не учитывать конечности диаграммы направленности, может быть объяснена как результат отражения от некоторого «полупрозрачного» слоя с концентрацией в максимуме, большей N_0 (E_S типа «с» [7]). Ответ на этот вопрос может быть получен, например, при одновременном зондировании двумя антеннами с широкой и узкой диаграммами направленности, поскольку в случае неоднородной границы длина (по полосе частот) нижней ветви существенно зависит от ширины диаграммы, тогда как в случае полупрозрачного слоя, очевидно, заметной зависимости полосы частот от ширины диаграммы быть не должно*.

* Если справедлив первый из указанных случаев, то структура спорадических слоев (по крайней мере, некоторых типов) должна быть аналогична структуре выбросов или впадин на границе ионосферы или слоев типа переходных.

Если радиус кривизны рассматриваемого участка границы постоянен, то это может приводить при определенных условиях к увеличению числа точек ветвления, как это показано на рис. 4 г, где расчет производился для случая, когда граница сочленяется двумя участками со своими R_0 . В этом случае условия существования нижнего луча при достаточно широкой диаграмме направленности могут быть выполнены на каждом из участков.

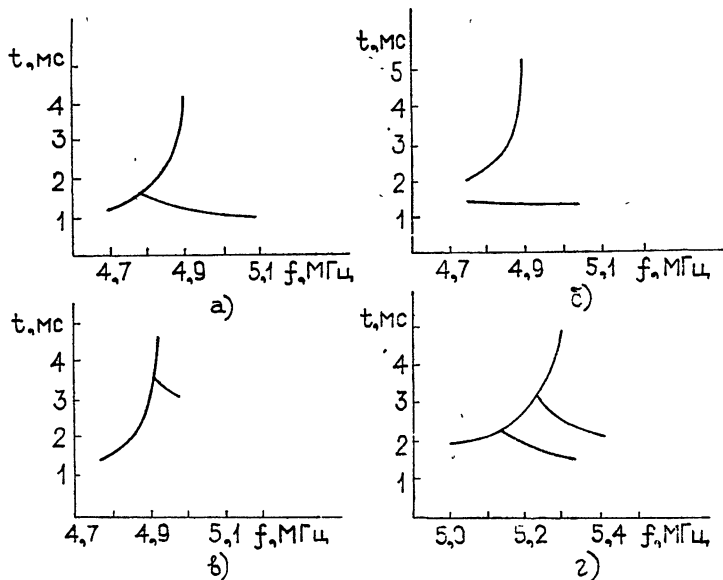


Рис. 4. Зависимость t от f рассчитана при следующих параметрах модели (1):

- а) $R = 50$ км; б) $R = 110$ км; в) $R = 20$ км, $R_0 = 30$ км, $u_m = 100$ км, $N_0 = 3 \cdot 10^5$ см $^{-3}$; г) $R_0 = 50$ км, $u_m = 140$ км, $R = 70$ км — нижняя ветвь, $R_0 = 40$ км, $R = 80$ км, $u_m = 150$ км — верхняя ветвь, $N_0 = 3,5 \cdot 10^5$ см $^{-3}$.

Таким образом, показано, что учет ширины диаграммы направленности приемопередающего устройства принципиален при определении параметров плазмы методом зондирования. Аналогичных эффектов (неоднозначности $t(f)$) можно ожидать также при работе «на просвет» (в частности, при зондировании сверху), а также при наличии соответствующих градиентов скорости звука в акустике.

Авторы признательны Б. Н. Гершману, Л. М. Ерухимову, Ю. А. Игнатьеву, Д. С. Котику за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Л. Альперт, Распространение радиоволн и ионосфера, изд. АН СССР, М., 1960.
2. З. Бауэр, Физика планетных ионосфер, изд. Мир, М., 1976.
3. К. Дэвис, Радиоволны в ионосфере, изд. Мир, М., 1973.
4. N. N. Rao, Radio Sci., 3, № 12, 1113 (1968); русский перевод в сб. Лучевые приближения и вопросы распространения радиоволн из серии «Современные проблемы физики», изд. Наука, М., 1971.
5. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
6. Л. С. Гоцакова, В. С. Громницкий, Ю. Я. Яшин, Изв. вузов — Радиофизика, 19, № 8 (1976).
7. Руководство по вертикальному зондированию ионосферы, изд. АН СССР, М., 1957.

ON PLASMA SOUNDING WITH ALLOWANCE FOR HORIZONTAL
MEDIUM GRADIENTS AND RADIATION PATTERN FINITENESS
OF A SOUNDING DEVICE

L. S. Gotsakova, Yu. Ya. Yashin

The problem is considered of sounding the plasma layer with a concave part of the boundary by the source with a finite radiation pattern located outside the layer at a distance from the latter larger than the local radius of the boundary curvature. It is shown that for certain relations between the medium parameters and a frequency wave, the optical path length is an ambiguous function of the frequency of a sounding signal.

УДК 551.510.535

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ
ДОППЛЕРОВСКИХ ЧАСТОТ И УГЛОВ ПРИХОДА
РАДИОСИГНАЛА ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОМ ЗОНДИРОВАНИИ
СЛОЯ F2 ИОНОСФЕРЫ***

*Э. Л. Афраймович, Б. О. Вугмейстер, В. Н. Захаров, А. Д. Калихман,
В. А. Королев*

Дается краткое описание автоматизированного комплекса для измерения доплеровских спектров и углов прихода радиосигнала и обобщаются экспериментальные данные, полученные за период 1975—76 гг., по вертикальному зондированию. Общий объем данных—около 40 непрерывных записей продолжительностью от 1 до 10 час. Исследовались «медленные» (с периодами 10—20 мин) и «быстрые» (с периодами порядка секунд) флуктуации статистических и динамических параметров радиосигнала, отраженного от ионосферы. Исследовались параметры ионосферных неоднородностей, ответственных за флуктуации.

Вопрос о флуктуациях радиосигнала, отражающегося от ионосферы, с давних пор привлекает внимание исследователей; это не удивительно, если учесть ту роль, которую ионосфера играет в распространении радиоволн коротковолнового и средневолнового диапазонов. Обычно интересуются откликом ионосферы на радиосигнал простейшего вида—непрерывный или импульсный, излучаемый на фиксированной частоте; в настоящей работе речь пойдет о сигнале именно такого вида.

Согласно общепринятым представлениям [1—7] сигнал на входе приемного устройства может быть записан в виде

$$R(t) \cos [2\pi f t - \varphi(t)] = \sum_j r_j(t) \cos \left[2\pi \left(f - \frac{2v_{pj}}{\lambda} \right) t + \right. \\ \left. + \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sin \alpha_{xj} \Delta x + \sin \alpha_{yj} \Delta y \right) + \varphi_{0j} \right], \quad (1)$$

где f , λ —частота и длина волны, v_{pj} —радиальная компонента скорости j -й неоднородности электронной концентрации (доплеровская скорость), α_{xj} , α_{yj} —соответствующие направляющие углы прихода, отсчитанные от вертикали в координатных плоскостях xOz , yOz ; r_j —амплитуда, φ_{0j} —фаза радиосигнала, отраженного от j -й неоднородности. Из (1) следует, что изучение структуры радиосигнала сводится к измерению спектров доплеровских скоростей неоднородностей и спектров углов прихода.

В [10—12] рассмотрен метод измерения этих параметров с помощью простой системы из трех антенн, разнесенных на расстояние порядка длины радиоволны. Используются разности фаз доплеровских спектров, измеренных в разных точках земной поверхности. Показано, что по

* Доложено на Всесоюзном совещании «Некоторые вопросы распространения радиоволн в ионосфере и космосе» (Горький, сентябрь, 1976 г.).

своим возможностям подобные системы могут конкурировать с антенными решетками [8, 9].

В настоящей работе дается краткое описание установки и излагаются результаты изучения доплеровских скоростей и углов прихода при использовании упомянутого метода. Измерения проводились в Иркутске в течение 1975—76 гг. при вертикальном зондировании слоя F_2 в дневное время при одном сеансе наблюдений в день. Продолжительность сеанса от 1 до 10 часов. С января по ноябрь 1975 г. использовалась частота 5,0 МГц, а затем — 4,0 МГц. Общий объем экспериментального материала составляет около 260 часов; данные относятся в основном к зимнему, осеннему и весеннему сезонам.

Приемопередающая часть установки оборудована на базе ионозонда СП-3 (мощность в импульсе 20 кВт, длительность импульса 10 мкс, частота следования 25 Гц, диапазон рабочих частот 0,5—20 МГц).

Излученный сигнал, отражаясь от ионосферы, поступает через антенный коммутатор на вход приемника, где смешивается с напряжением опорного генератора. Частота задающего генератора $f + \alpha$ смещена относительно частоты опорного генератора f на величину $\alpha \sim 1$ Гц; часовая нестабильность частоты генераторов не хуже 10^{-9} , что позволяет регистрировать доплеровское смещение с точностью порядка 0,01 Гц [11]. Сигналы с выхода каждого из приемных каналов последовательно запоминаются на пиковом детекторе, преобразуются в цифровую форму и записываются на магнитную ленту [14].

Напряжение на детекторе приемника является результатом биений ионосферного сигнала (1) с опорным напряжением $r_0 \cos [2\pi (f - \alpha) t + \varphi_0]$. В этих условиях, расположив приемные антенны в вершинах прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом $d = 120$ м, ориентированного по осям координат, и выравняв фазовые сдвиги в каналах, мы могли сравнительно просто выделить из сигнала, регистрируемого с каждой антенны, компоненты вида [13]

$$\begin{aligned} & \sum_j r_j \cos \left[2\pi \left(\alpha - \frac{2v_{pj}}{\lambda} \right) t + \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \alpha_{xj} \right], \\ & \sum_j r_j \cos \left[2\pi \left(\alpha - \frac{2v_{pj}}{\lambda} \right) t + \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \alpha_{yj} \right], \\ & \sum_j r_j \cos \left[2\pi \left(\alpha - \frac{2v_{pj}}{\lambda} \right) t \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

При обработке ряда исходных данных вводятся в ЭВМ «Раздан-3» [14], разбиваются на участки длительностью τ ; затем каждый участок подвергается спектральному анализу. Результаты анализа являются спектр доплеровских скоростей и спектры направляющих углов прихода — широтных (α_E) и долготных (α_N). Затем для каждого участка определяются статистические моменты — средние по доплеровским частотам $\bar{\alpha}_N$, $\bar{\alpha}_E$, \bar{v}_p , среднеквадратичные отклонения σ_{α_E} , σ_{α_N} , σ_{v_p} и коэффициенты кросс-корреляции $K_{\alpha_E \alpha_N}$, $K_{\alpha_E v_p}$, $K_{\alpha_N v_p}$.

Время анализа τ выбирается на основе двух противоречивых требований: участок должен быть достаточно длинным, чтобы доплеровский спектр успел «проявиться», и достаточно коротким, чтобы он не успел измениться. Мы использовали значение τ , равное 37,5 с, т. е. сделали допущение о неизменности характера области отражения за время порядка минуты. Это не противоречит известным по литературе данным и, в частности, рекомендациям по выбору интервала анализа, приведенным в известной монографии Миркотана и Кушнеревского [15].

Все флуктуации мы делим на «быстрые» и «медленные». К «быстрым» относятся рассеяние, проявляющееся в уширении и смещении доплеровских и угловых спектров. Параметрами «быстрых» флуктуаций являются вышеупомянутые статистические моменты, а также некоторые производные от них величины, которые мы обсудим при описании результатов. Эти параметры образуют временные ряды с шагом 37,5 с. «Медленные» флуктуации проявляются в том, что параметры «быстрых» флуктуаций изменяются во времени, от отсчета к отсчету. Параметрами «медленных» флуктуаций являются моменты, определенные при усреднении по достаточно длительным участкам временных рядов «быстрых» параметров. Длительность T должна в несколько раз превышать максимальный, интересующий нас период изменчивости. С учетом предполагаемых статистических свойств радиосигнала мы выбрали $T = 80$ мин. При получении большинства нижеприведенных результатов участки располагаются с 40-минутным перекрытием, а в некоторых случаях — «встык». Перейдем к описанию результатов.

Спектральный анализ первичных данных сопровождался построением графиков амплитудных доплеровских спектров. Всего было построено около 10000 графиков. При просмотре последовательностей таких графиков выявляется наличие как быстрых флуктуаций, проявляющихся в уширении и смещении спектров, так и медленных, приводящих к временной изменчивости величины уширения и смещения.

По форме спектры можно разделить на три типа:

- 1) квазимонохроматические;
- 2) спектры, на которых четко выделяются два или несколько пиков,
- 3) спектры «диффузного» типа, заметно уширенные и не имеющие четких пиков.

Хотя с помощью такой классификации трудно охватить все многообразие форм спектров и на практике часто оказывается трудным отнести спектр к определенному типу (особенно это касается выбора между типами 2 и 3), все же предлагаемая классификация полезна для качественного описания доплеровских спектров.

По нашим данным, 60% спектров можно отнести к первому, 10% — ко второму и 19% — к третьему типу; в остальных случаях по разным причинам трудно было сделать определенное заключение. Таким образом, грубая оценка показывает, что чаще всего мы наблюдаем «зеркальное» отражение. Более строгая оценка проводилась при обработке рядов средних доплеровских скоростей $\bar{v}_p(t)$ и соответствующих среднеквадратичных отклонений $\sigma_{v_p}(t)$.

Распределения вероятностей $P(\bar{v}_p)$ для разных периодов наблюдений представлены на рис. 1 а. Видно, что $P(\bar{v}_p)$ имеют характер рэлеевских распределений со среднеквадратичным отклонением порядка 4 — 8 м/с. Следует отметить заметное уширение распределений в зимнее время. Распределения $P(\sigma_{v_p})$ носят характер гауссовых распределений с максимумом при $\sigma_{v_p} \sim 1$ м/с. Легко показать, что этот максимум соответствует уширению спектральных линий $\delta\nu \sim 1/T \sim 0,025$ Гц, связанному с ограниченностью времени спектрального анализа. Таким образом, наличие только этого максимума является еще одним подтверждением преимущественно квазимонохроматического характера отражения.

Анализ флуктуаций углов прихода в значительной мере подобен анализу доплеровских скоростей. Аналогом «мгновенных» спектров являются «мгновенные» диаграммы рассеяния, аналогом временных рядов $\bar{v}_p(t)$ — ряды средних направляющих углов — широтного $\bar{\alpha}_E(t)$

и долготного $\bar{\alpha}_N(t)$ [13]. «Размах» и степень уширения можно оценить по формулам

$$\Sigma_\alpha = \sqrt{\Sigma_\xi^2 + \Sigma_\zeta^2}, \quad \sigma_\alpha = \sqrt{\sigma_\xi^2 + \sigma_\zeta^2},$$

где σ_ξ , σ_ζ — угловой растрор «быстрого», Σ_ξ , Σ_ζ — «медленного» конуса рассеяния углов прихода в направлении большой и малой оси его горизонтального сечения. За меру углового смещения можно взять отклонение «центра тяжести» пучка радиоволн от зенита

$$\theta = \sqrt{\bar{\alpha}_E^2 + \bar{\alpha}_N^2}.$$

Из параметров, не имеющих аналогов в доплеровских измерениях, мы изучали азимутальный угол прихода $\Psi = \arctg \frac{\sin \alpha_E}{\sin \alpha_N}$.

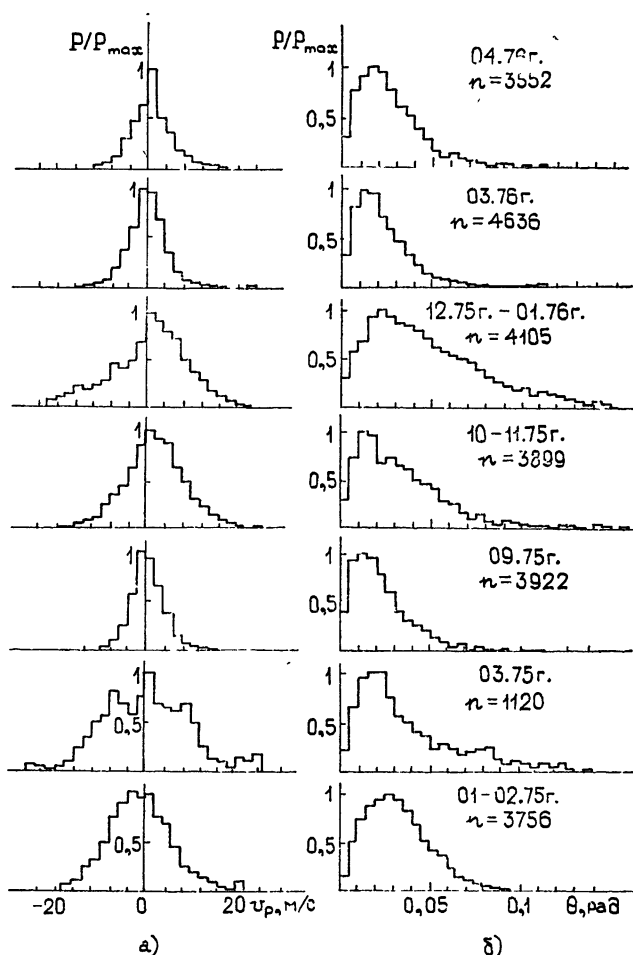


Рис. 1. Сезонные вариации распределения величины радиальной скорости (а) и угла наклона отражающей поверхности (б).

На рис. 1 б представлены распределения $P(\theta)$ для разных периодов наблюдений. Они имеют характер рэлеевских распределений с максимумом в районе 0,02 — 0,03 рад (1—2 градуса). Как и для доплеров-

ских скоростей, распределения $P(\theta)$ заметно уширяются в зимнее время. Не приводимые здесь распределения $P(\sigma_a)$ также имеют рэлеевский характер. Их максимум ($\sigma_a \sim 0,01 \text{ рад}$) соответствует, как будет ниже показано, точности, с которой мы можем оценить углы прихода однолучевого сигнала.

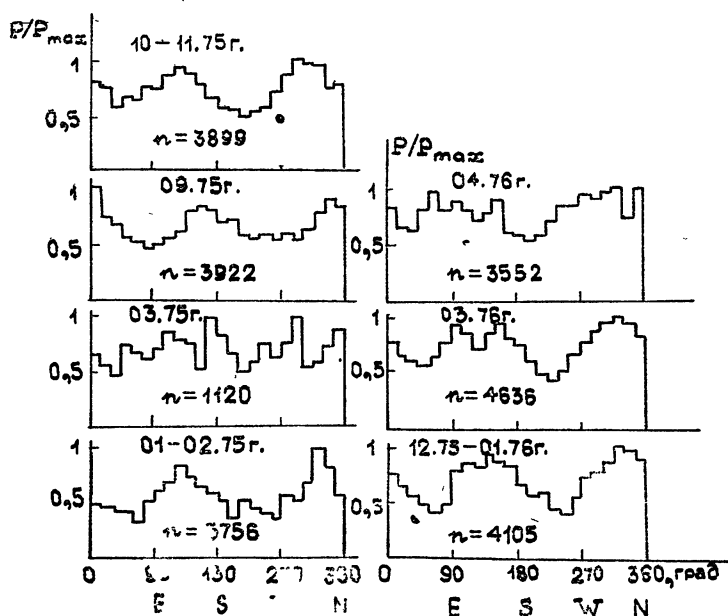


Рис. 2. Распределения азимутальных углов прихода.

Наконец, на рис. 2 приведены распределения $P(\Psi)$. На них более или менее четко прослеживаются два максимума, отстоящие друг от друга примерно на 180° . Вид распределений $W(\alpha_E, \alpha_N)$ говорит о том, что даже при усреднении за достаточно большие промежутки времени (месяцы) можно проследить преобладающее направление рассеяния. Это направление изменяется от сезона к сезону, что, по-видимому, связано с изменениями преимущественных направлений перемещения возмущений электронной концентрации [16, 17].

Кроме упомянутых параметров, мы изучали быстроту флуктуаций v_p, α_E, α_N , которая характеризуется радиусом временной корреляции соответствующего временного ряда. Эти радиусы распределены в основном в пределах $0,5 - 4,0 \text{ мин}$ со средним порядком 2 мин .

Сопоставление доплеровских и угловых флуктуаций позволяет говорить об их взаимосвязи. Обнаружена четкая положительная корреляция между доплеровским Σ_p и угловым Σ_a размахом (рис. 3а). Такая же корреляция найдена между доплеровским и угловым уширением σ_v и σ_a (рис. 3б). На рис. 3б приведена коррелограмма средних по 80-минутным интервалам величин $\langle \sigma_v \rangle$ и $\langle \sigma_a \rangle$. Из коррелограммы видно, что при $\langle \sigma_v \rangle$ порядка 1 м/с (что соответствует уширению спектральных линий из-за конечности интервала интегрирования) $\langle \sigma_a \rangle$ имеет величину порядка $0,01 \text{ рад}$. По-видимому, это та точность, с которой можно судить об углах прихода однолучевого сигнала.

Наличие корреляции между доплеровскими и угловыми флуктуациями свидетельствует об общности причин, их вызывающих. Такими причинами могут служить перемещающиеся возмущения электронной концентрации с размерами порядка десятков-сотен километров [16, 17].

О существовании в ионосфере неоднородностей электронной концентрации размерами порядка десятков-сотен километров (так называемых перемещающихся ионосферных возмущений, или ПИВ) известно уже давно [18–21].

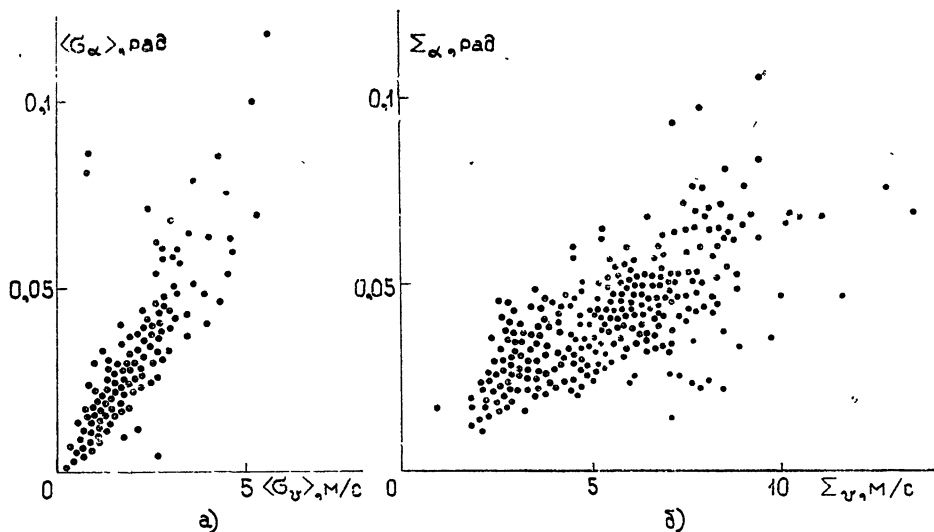


Рис. 3. Сопоставление доплеровских и угловых флуктуаций. Корреляция между величиной доплеровского и углового смещения (а) и уширения (б).

В течение долгого времени считалось, что ПИВ — явление нерегулярное. Использование более чувствительных методов, в особенности регистрации доплеровских частот при разнесенном приеме с большой базой [17, 22–24], позволило установить, что ПИВ — весьма регулярное явление и наблюдается даже в спокойной ионосфере.

Особенно часто наблюдаются и потому представляют наибольший интерес так называемые среднemasштабные ПИВ, с размерами порядка 100 километров. Между тем, исследованы они недостаточно. Не говоря уже о неопределенностях в сведениях об источниках и механизмах генерации внутренних волн, значительные пробелы имеются в изучении статистики ПИВ. Невелико число регионов, в которых проведены исследования; результаты, излагаемые в ряде работ, получены по сравнительно небольшому количеству эпизодических измерений.

В настоящей работе мы пытаемся в какой-то мере восполнить этот пробел. Использование, в дополнение к доплеровским, данных об углах прихода позволило нам сделать оценки параметров ПИВ по измерениям только в одном пункте, без применения разнесенного приема с большой базой. Не останавливаясь на методике оценок (она изложена в [25]), перечислим параметры, которые мы определяли и анализировали:

- а) скорость V и направление Φ горизонтального перемещения;
- б) отношение осей R и направление большой оси H эллипса рассеяния углов прихода (напоминаем, что направление H перпендикулярно к направлению предполагаемой вытянутости неоднородностей);
- в) средний период T ;
- г) средний горизонтальный размер в направлении перемещения L ;
- д) среднеквадратичный разброс фазового пути ΔL_Φ и степень возмущения электронной концентрации $\Delta N/N$, связанные с ПИВ.

Величина временного интервала усреднения при вычислении параметров равна 80 минутам; центры интервалов разделены 40-минутными промежутками.

Для анализируемых параметров были построены гистограммы распределений вероятностей за периоды:

- а) январь—февраль 1975 г.,
- б) март 1975 г.,
- в) сентябрь 1975 г.,
- г) сентябрь—ноябрь 1975 г.,
- д) декабрь 1975 г.—январь 1976 г.,
- е) март 1976 г.,
- ж) апрель 1976 г.

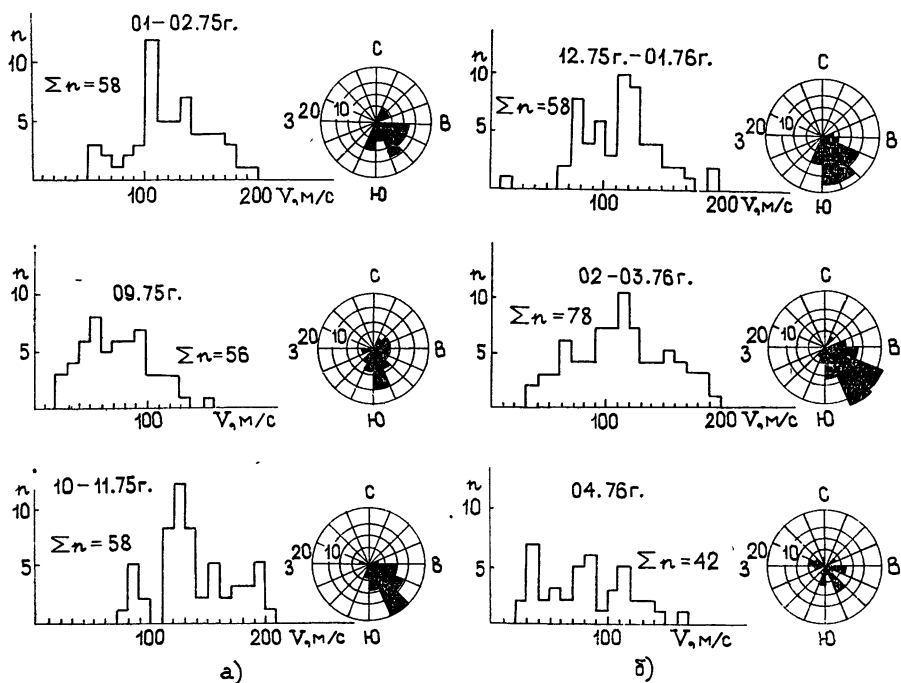


Рис. 4. Распределения скоростей (а) и направлений (б) горизонтального перемещения ПИВ.

Скорости перемещения изменяются в пределах 20—200 м/с со средним значением порядка 80—120 м/с; направления перемещения лежат в основном в юго-восточном секторе (рис. 4 а, б). Наименьший разброс направлений наблюдается в зимнее время; весной же и осенью значительное число отсчетов приходится на северо-восточный и юго-западный секторы. Отношение осей эллипса рассеяния углов прихода изменяется от единицы до значений порядка 3—3,5 со средним значением порядка 1,5—2,0. Направление вытянутости эллипса достаточно хорошо совпадает с направлением движения ПИВ. Временные периоды изменяются от 4 до 25 мин. Наиболее часто встречающиеся значения — 12—16 мин. Определенной зависимости от времени года не обнаружено. Спектр размеров ПИВ в направлении горизонтального перемещения заключен в интервале 20—200 километров, среднее значение — 80—100 километров. Можно отметить некоторое уменьшение размеров в марте и сентябре. Гистограммы среднеквадратичного разброса ΔL_{ϕ} приведены на рис. 5.

Основная часть распределения лежит в пределах 0,5—2,0 км. В зимние месяцы размах заметно увеличивается.

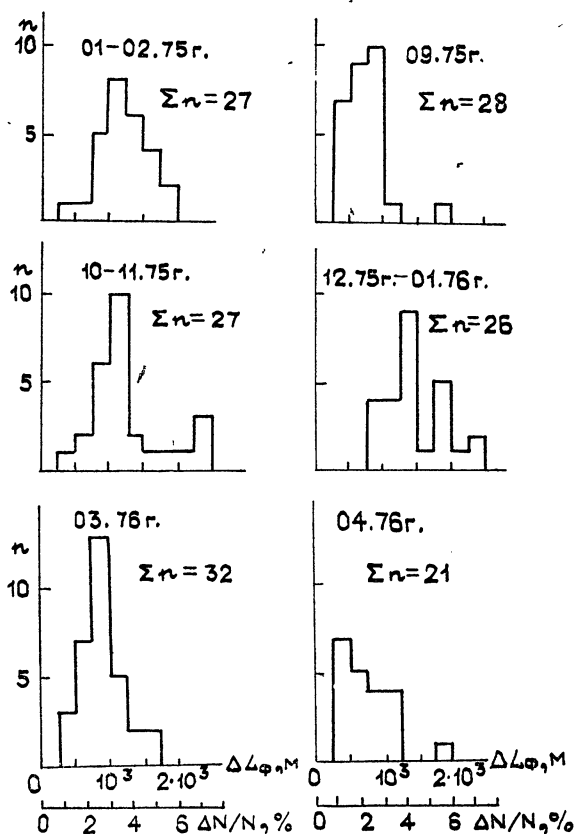


Рис. 5. Распределения среднеквадратичного разброса фазового пути. На нижней шкале приведены значения степени возмущенности электронной концентрации.

На нижней шкале оси абсцисс приведены значения $\Delta N/N$, полученные согласно оценочной формуле (см. [25]). В основном интенсивность неоднородностей составляет 1,5—6,0%.

Наши данные относительно закономерностей перемещения ПИВ можно сопоставить с приведенными в литературе данными по этому вопросу. Исследование закономерностей суточного поведения ПИВ показало, что наиболее устойчивое направление перемещения сохраняется в течение дневного времени, а изменения направления происходят в вечерние и ночные часы [16, 23]. Таким образом, дневные наблюдения ПИВ в течение длительного времени позволяют исследовать закономерности их сезонного поведения.

Результаты работ [17, 20, 21] дают следующие направления движения среднемасштабных ПИВ в дневное время. ПИВ распространяются к экватору в зимние месяцы, а в летние месяцы наблюдается заметный разброс направлений с более или менее четко выраженным основным направлением к полюсу. Поворот направления происходит в периоды равноденствия, и в это время направления наименее устойчивы. Как видно из рис. 4, это неплохо согласуется с нашими результатами.

Изложенные выше результаты обобщают длительные систематические наблюдения доплеровских и угловых спектров отраженного от ионосферы радиосигнала. Полученные результаты могут служить первичным материалом при изучении неоднородной структуры ионосферы, а также будут полезны при решении ряда задач физики ионосферы [27] и распространения радиоволн [24, 26].

Во многих предшествующих работах обсуждались параметры, которые можно прямо или косвенно сопоставить с изученными нами. Так, в МГУ [16] изучались фазовые вариации сигнала, тесно связанные с доплеровскими. За рубежом, начиная с 60-х годов, широкое распространение получила методика доплеровских измерений, предусматривающая обработку с помощью спектров-анализаторов (см. обзор [28]). Наиболее значительные результаты относительно вариаций углов прихода содержатся в [29]. Относительно быстрых флуктуаций основная часть результатов получена с помощью амплитудных методов (см. обзор в [30]).

Преимуществом метода, использованного в настоящей работе, является возможность комплексного, одновременного измерения как доплеровских, так и угловых, как быстрых, так и медленных флуктуаций, что позволяет не только изучать параметры по отдельности, но и устанавливать корреляционные связи между ними. Определенные преимущества дает широкое применение машинной обработки, благодаря которой удалось получить и обработать столь значительное количество данных.

При сопоставлении (там, где это возможно) наши данные согласуются с результатами, полученными другими авторами. В частности, наши величины радиусов временной корреляции находятся в согласии с величинами, приводимыми в [16, 17] (для доплеровских скоростей) и в [29] (для углов прихода). То же можно сказать и о величине девиаций углов прихода [29].

В заключение авторы выражают благодарность В. Д. Кокоурову за помощь в организации работ, Л. А. Иванукину и М. А. Аксеновой за участие в проведении расчетов и оформлении результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Л. Альперт, УФН, **49**, 49 (1963).
2. H. G. Booker et al., Phil. Trans. Roy. Soc., **A242**, 579 (1950).
3. J. A. Pierce and H. R. Mino, Phys. Rev., **57**, 95 (1940).
4. D. F. Felgate and M. Golley, J. Atm. Terr. Phys., **33**, 1353 (1971).
5. W. Pfister, J. Atm. Terr. Phys., **33**, 999 (1971).
6. А. Г. Вологдин, С. Ф. Миркотан, С. М. Савельев, Геомagnetизм и аэрoнoмия, **12**, 226 (1972).
7. Э. Л. Афраймович, сб. Исследования по геомagnetизму, аэрoнoмии и физике Солнца, изд. Наука, М., 1971, стр. 253.
8. G. D. Brownlie et al., J. Atm. Terr. Phys., **35**, 2147 (1973).
9. E. M. Allen et al., J. Geophys. Res., **79**, 3161 (1974).
10. Э. Л. Афраймович, Б. О. Вугмейстер, В. А. Королев, сб. Исследования, по геомagnetизму, аэрoнoмии и физике Солнца, изд. Наука, М., **32**, 1974, стр. 32.
11. Э. Л. Афраймович и др., сб. Исследования по геомagnetизму, аэрoнoмии и физике Солнца, изд. Иркутск, **33**, 1975, стр. 55.
12. J. D. Whitehead and P. E. Munro, J. Atm. Terr. Phys., **37**, 1427 (1975).
13. Э. Л. Афраймович и др., Препринт СибИЗМИРа, № 8-76, 1976.
14. А. А. Анистратенко и др., Автометрия, № 1, 119 (1976).
15. С. Ф. Миркотан, Ю. В. Кушнеревский, Неоднородная структура и движения в ионосфере, изд. Наука, М., 1964.
16. В. Д. Гусев и др., сб. Дрейфы и неоднородности в ионосфере, изд. Наука, М., № 1, 1959, стр. 7.
17. K. Davies and J. E. Jones, J. Atm. Terr. Phys., **33**, 39 (1971).
18. S. H. Francis, J. Atm. Terr. Phys., **37**, 1011 (1975).
19. L. H. Heisler, Austral. J. Phys., **11**, 79 (1958).
20. G. H. Munro, Proc. Roy. Soc., **A202**, 208 (1950).

21. G. H. Munro, Austral. J. Phys., **11**, 91 (1958).
22. T. M. Georges, J. Atm. Terr. Phys, **30**, 735 (1968).
23. T. J. Heron and W. L. Donn, J. Atm. Terr. Phys., **35**, 2163 (1973).
24. T. B. Jones and J. S. B. Reynolds, Radio Electr. Engineer, **45**, 63 (1975).
25. Э. Л. Афраймович и др., Препринт СибИЗМИРА, № 12-76, 1976.
26. Д. И. Фищук, Е. Е. Цедилина, сб Исследование сверхдального распространения коротких радиоволн, ИЗМИР АН СССР, М., 1975, стр. 23.
27. А. В. Гуревич, И. С. Шлюгер, Изв. вузов—Радиофизика, **18**, № 9, 1237 (1975).
28. С. А. Намазов и др., Изв. вузов—Радиофизика, **18**, 473 (1975).
29. E. N. Vignale, Proc. Roy. Soc., **A220**, 39 (1953).
30. Я. Л. Альперт, Распространение электромагнитных волн и ионосфера, изд. Наука, М., 1972.

Сибирский институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
СО АН СССР

Поступила в редакцию
25 октября 1976 г.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF DOPPLER FREQUENCY AND ANGLE FLUCTUATIONS OF RADIOSIGNAL ARRIVAL AT VERTICAL SOUNDING OF THE F2 IONOSPHERIC REGION

*E. L. Afraymovich, B. O. Vugmeyster, V. N. Zakharov, A. D. Kalikhman,
V. A. Korolyov*

A short description of the automatic complex for measuring the Doppler spectra and arrival angles of radio signals is given. Experimental data obtained for the period 1975—1976 on vertical sounding are generalized. The total volume of data amounted to about 40 continuous records of 1—10 hour duration. «Slow» (with 10—20 minute periods) and «fast» (with periods of the order of seconds) fluctuations of statistic and dynamic parameters of the radio signal reflected from the ionosphere were investigated. The ionospheric irregularity parameters responsible for fluctuations are investigated.

УДК 551.510.535

ВАРИАЦИИ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В D-ОБЛАСТИ ИОНОСФЕРЫ

Е. А. Бенедиктов, В. Д. Вяхирев, Н. П. Гончаров, Л. В. Гришкевич,
В. А. Иванов

Приведены результаты измерений электронной концентрации N в D -области ионосферы, полученные в 1974—1975 гг. в г. Горьком методом частичных отражений радиоволн. В результате серии экспериментов получены данные о вариациях полуденных значений N в зимние месяцы, о зависимости N от зенитного угла Солнца и об изменениях N в период солнечного затмения 11 мая 1975 г.

В 1974—1975 гг. в Горьком была проведена серия измерений электронной концентрации N в D -области ионосферы методом частичных отражений радиоволн. В результате наблюдений получены данные о вариациях полуденных значений N в зимние месяцы, о зависимости N от зенитного угла Солнца χ в разные сезоны года и об изменениях N в период солнечного затмения 11 мая 1975 г.

1. *Методика проведения экспериментов.* Электронная концентрация измерялась методом частичных отражений с помощью установки, работающей на двух частотах $f_1 = 2,95$ МГц и $f_2 = 5,75$ МГц. Импульсная мощность передатчика на частоте f_1 составляла приблизительно 200 кВт. Для излучения и приема сигналов с частотой f_1 использовалась антенна, состоящая из 16 пар пространственно-совмещенных, взаимно ортогональных диполей. Расчетная ширина диаграммы направленности такой решетки равняется примерно $24 \times 24^\circ$ по уровню половинной мощности. На частоте f_2 зондирование проводилось с передатчиком, импульсная мощность которого была около 750 кВт [1]. Приемопередающая антенна состояла из 48 пар взаимно ортогональных диполей. Расчетная диаграмма направленности такой антенны имеет ширину на уровне половинной мощности $\sim 9 \times 12^\circ$. На обеих частотах излучались линейно-поляризованные сигналы, а принимались циркулярно-поляризованные обыкновенная и необыкновенная компоненты сигнала, обратно рассеянного неоднородностями D -области ионосферы. Длительность зондирующих импульсов равнялась 50 мкс, частота повторения — 50 Гц.

Амплитуды компонент регистрировались на перфоленту одновременно с десяти высотных уровней. Расстояние между уровнями составляло 3 км, ширина каждого строка — 1,5 км. На ЭВМ вычислялась

высотная зависимость величины $A = \sqrt{A_x^2/A_0^2} \quad (\overline{A_{0,x}^2}$ — значения средних квадратов амплитуд соответствующих магнитоионных компонент) и высотная зависимость коэффициента корреляции амплитуд ρ_{Ax, A_0} . С их помощью по методике, изложенной в [2], определялись $N(h)$ -профили. Продолжительность отдельного сеанса наблюдений составляла 3—5 минут. При анализе результатов наблюдений использовались также ионограммы, полученные на станции АИС.

2. Изменения электронной концентрации в D-области ионосферы в зависимости от зенитного угла Солнца. Измерения электронной концентрации в зависимости от зенитного угла Солнца χ проводились на частоте $f_1 = 2,95$ МГц с 9 до 16 часов местного времени 10 — 12 июня, 16 — 20 сентября 1974 г. и 12 — 16 мая 1975 г. В результате обработки экспериментальных данных для каждого периода наблюдений были определены усредненные зависимости $N(\chi, h)$ для трех фиксированных значений высоты $h = 75, 80$ и 85 км.

Результаты измерения N представлены на рис. 1. Данные, полученные в июне 1974 г., обозначены кружками, в сентябре 1974 г. — крестиками, а в мае 1975 г. — треугольниками. Майские данные 1975 г. аппроксимированы сплошными линиями. Левая часть рисунка относится к утренним часам, правая — к послеполуденным.

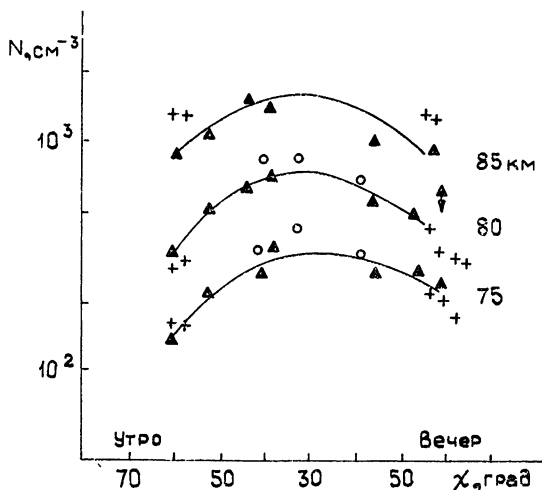


Рис. 1.

Как видно из рисунка, для мая 1975 г. имеет место некоторая асимметрия в изменениях N относительно полудня. Значения электронной концентрации при $\chi = 35^\circ$ в 1,5—2,4 раза превышали значения N при $\chi = 60^\circ$. По данным, полученным в 1970 г. в Оттаве [3], соответствующее отношение N составляет 1,6—1,7.

Сопоставление значений N , измеренных в июне, сентябре 1974 г., с майскими данными 1975 г. обнаруживает между ними определенное различие. Возможной причиной этого могут быть сезонные особенности аэрономических процессов, протекающих в D-области ионосферы.

3. Вариации $N(h)$ -профилей области D ионосферы в период солнечного затмения 11 мая 1975 г. 11 мая 1975 г. в г. Горьком наблюдалось затмение Солнца с фазой $\sim 20\%$, которое началось около 9 час, достигло максимума примерно в 9 час 50 мин и закончилось около 10 час 50 мин по местному времени. В этот день и последующие контрольные дни (12—16 мая) в часы, соответствующие периоду затмения, были проведены измерения электронной концентрации N в ионосфере. Профили электронной концентрации в D-области измерялись методом частичных отражений на частоте 2,95 МГц, а сведения о значениях f_oE и f_oF1 были получены с помощью ионозонда АИС..

На рис. 2 показаны вариации электронной концентрации на высотах 75; 77,5 и 80 км, а также вариации значений f_oE и f_oF1 в период затмения (кружки) относительно контрольных (крестики) значений соответствующих величин. Согласно данным о критических частотах значения N в максимумах слоев E и $F1$ в процессе затмения уменьшились на 8—12%. В это же время в области D на высотах 75—80 км изменения электронной концентрации достигали 15—30%. Последнее свидетельствует о том, что функция потерь электронов D -области ионосферы во время затмения возрастает примерно обратно пропорционально концентрации электронов.

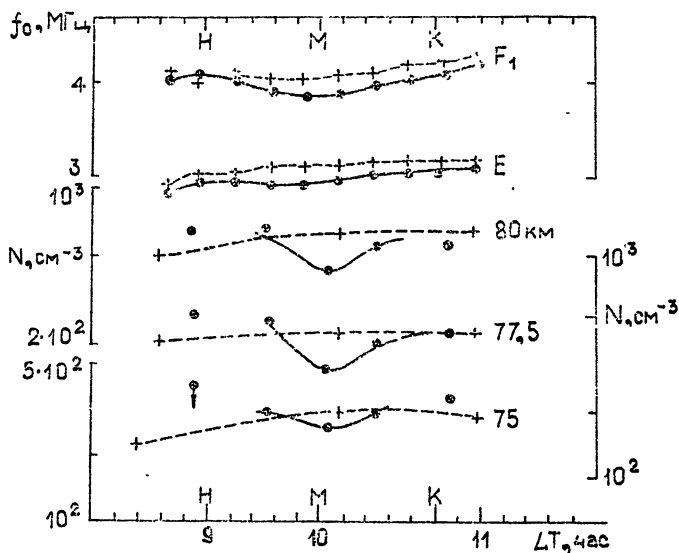


Рис. 2.

4. *Результаты измерений электронной концентрации в D-области ионосферы в период зимней аномалии.* В январе—марте 1974 г. в г. Горьком проводились эксперименты по изучению вариаций электронной концентрации в D-области ионосферы. Измерения осуществлялись на частоте 5,75 МГц в часы, близкие к полудню.

Изменения полуденных значений электронной концентрации сопоставлялись с вариациями параметров стратосферы на высоте 20 км. Сведения о стратосферных параметрах были получены с помощью шаров-зондов на гидрометеостанциях Сухиничи, Рязань, Горький, Киров и относятся к 14 часам московского времени.

Вариации величины скорости V и направления φ ветра, а также температуры T в стратосфере воспроизведены соответственно на рис. 3 а, б, г (значения стратосферных параметров, измеренных на различных метеостанциях, лежат в пределах заштрихованных областей). Вариации полуденных значений N на высоте 80 км приведены на рис. 3 в.

Анализ экспериментальных данных показал, что вариации N от одного дня к другому более сходны с вариациями T . Однако величина коэффициента корреляции ρ_{NT} зависит от высоты h , на которой определяется электронная концентрация. Наибольшая корреляция ($\rho_{NT} = 0,45 \div 0,55$) имела место для $h = 80$ км (уровень мезопаузы). Возможно, что данный факт не случаен и отражает особенности астрономических процессов в мезосфере.

Сопоставление рис. 3 б и 3 в показывает, что, возможно, существует связь скорости изменения электронной концентрации с перестройкой ветровой структуры на стратосферно-мезосферных уровнях. Если сравнить между собой периоды 23 января—20 февраля и 24 февраля—10 марта, то можно заметить, что более резким изменениям направления ветра соответствуют более быстрые изменения концентрации.

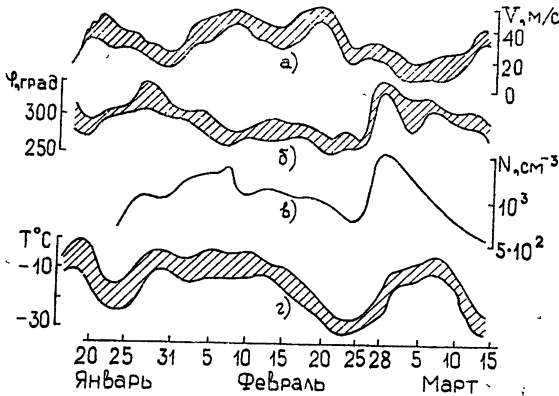


Рис. 3.

Проведенное исследование свидетельствует о существовании определенной связи между параметрами стратосферы и мезосферы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. В. Головин, В. В. Подмосков, Ф. А. Флат, Геомagnetизм и аэрономия, 12, № 4, 766 (1972).
2. Е. А. Бенедиктов, Л. В. Гришкевич, В. А. Иванов, Изв. вузов — Радиофизика, 15, № 5, 695 (1972).
3. Т. Н. Соупе, J. S. Belrose, Radio Sci., 7, № 1, 163 (1972).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
2 февраля 1977 г.

ELECTRON DENSITY VARIATIONS IN THE IONOSPHERIC D-REGION

*E. A. Benediktov, V. D. Vyakhirev, N. P. Goncharov,
L. V. Grishkevich, V. A. Ivanov*

The *D*-region electron density data obtained during 1974—1975 in Gorky using partial reflection technique, are presented. As a result of a series of experiments data were obtained on the midday electron density variations in winter months, variations of *N* with solar zenith angle and during the period of solar eclipse on May 11, 1975.

УДК 551.510 535

О ВОЗДЕЙСТВИИ ИСКУССТВЕННОГО НАГРЕВА ИОНОСФЕРЫ НА НЕОДНОРОДНУЮ СТРУКТУРУ ОБЛАСТИ E^*

Ю. А. Игнатьев

Рассмотрено влияние нагрева электронного газа ионосферы полем мощной радиоволны на параметры неоднородностей области E . Получено, что в результате воздействия на ионосферу больших потоков мощности концентрация заряженных частиц в неоднородностях области E может как уменьшаться, так и увеличиваться. Это определяется размерами неоднородностей и их ионным составом. Отмечается, что для спорадического слоя E , состоящего из долгоживущих металлических ионов, характерно ослабление неоднородной структуры.

Появление мощных передатчиков КВ-диапазона вызвало в последние годы серию экспериментов по активному влиянию радиоволн на ионосферную плазму. В частности, следует отметить работы по нагреву полем мощной радиоволны электронного газа нижней ионосферы [1-4]. Кроме того, существует ряд теоретических работ (см., например, [5-8]), объясняющих в основных чертах эффекты воздействия больших потоков мощности на ионосферную плазму области E .

Результаты этих работ позволяют заключить, что при воздействии на ионосферу мощного радиоизлучения вследствие омических потерь происходит нагрев электронного газа. Это вызывает уменьшение эффективного коэффициента рекомбинации на уровне областей E , вследствие чего электронная концентрация N регулярной области E возрастает. Противоположная ситуация складывается для спорадического слоя E , состоящего из металлических ионов. Последнее связано с преобладанием процесса диффузии для долгоживущих ионов металла. При увеличении же коэффициента диффузии вследствие нагрева электронов в поле мощной радиоволны должно происходить уменьшение электронной концентрации в слое E_s . В то же время известно, что в области E и спорадическом слое достаточно сильно развита неоднородная структура [9-12].

В данной работе рассмотрено влияние нагрева электронов ионосферы полем мощной радиоволны на мелкомасштабные неоднородности области E и слоя E_s . Учитывается изменение как ионизационно-рекомбинационного баланса, так и условий гидродинамического равновесия. Это связано с тем, что в зависимости от ионного состава и размеров неоднородностей электронной концентрации для них преобладающим является либо процесс амбиполярной диффузии, либо фотохимические процессы.

Одним из возможных механизмов, объясняющих неоднородную структуру области E , является механизм турбулентного перемешивания плазмы. В работе [13] указывается на существенный момент в образовании неоднородностей на высотах области E , связанный с учетом перераспределения при наличии геомагнитного поля заряженных частиц

* Доложено на Всесоюзном совещании «Некоторые вопросы распространения радиоволн в ионосфере и космосе» (Горький, сентябрь, 1976 г.).

в пределах турбулентного вихря. Рассматривались турбулентные вихри в зональной плоскости $V'_y = V'_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} z$, определяемые скоростью V'_0 и характерным размером λ по вертикали. Методом малых возмущений ($N = N_0 + N'$ и $|N'| \ll N_0$) из уравнений движения и непрерывности было получено выражение для максимального изменения электронной концентрации внутри турбулентного вихря:

$$N'_{\max} \approx \frac{\delta N_0}{1 + \frac{2\alpha_{\text{эфф}} \lambda^2 N_0}{4\pi^2 D_a}} = \frac{\delta N_0}{1 + \frac{2\alpha_{\text{эфф}} N_0}{k^2 D_a}}, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ и $\delta = \beta_i \hbar_x V'_0 \lambda / 2\pi D_a$ — известный в теории ветрового сдвига параметр [14] в применении к мелкомасштабной турбулентной ветровой структуре, $\beta_i = \Omega_H / \nu_i$ — отношение гирочастоты ионов к их частоте столкновений с нейтральными частицами, $\alpha_{\text{эфф}}$ — эффективный коэффициент рекомбинации, D_a — коэффициент амбиполярной диффузии и N_0 — электронная концентрация регулярной области E .

Полагаем, что мощность возмущающего ионосферу передатчика не достигла величины, при которой существенно влияние искусственного нагрева на нейтральную компоненту плазмы (например, через конвекцию [15]). В этом случае из выражения (1) видно, что нагрев электронного газа области E будет влиять на неоднородности электронной концентрации через зависимость $\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_0 (T_e/T_0)^{-\mu}$, $D_a = \frac{\chi (T_e + T_0)}{M \nu_i}$ и N_0

от температуры электронов T_e . (Здесь χ — постоянная Больцмана, T_0 — температура молекул, α_0 — эффективный коэффициент рекомбинации при $T_e = T_0$, $\mu = 1/2$ при $T_e < 1000^\circ$.)

Рассмотрим случай слабого нагрева ионосферы полем радиоволны КВ-диапазона до температур T_e , т. е. $\Delta T = T_e - T_0 \ll T_0$. В регулярной области E , состоящей в основном из атмосферных ионов NO^+ и O_2^+ , преобладают фотохимические процессы [16]. В этом случае из уравнения непрерывности $J = \alpha_{\text{эфф}} N^2$ с учетом зависимости $\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_0 (T_e/T_0)^{-1/2}$ нетрудно получить следующую связь электронной концентрации N_0 при $T_e > T_0$ и N_{00} при $T_e = T_0$:

$$N_0 \approx N_{00} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\Delta T}{T_0} \right). \quad (2)$$

Выражение (2) получено в предположении независимости функции ионообразования J от температуры электронов T_e . Для случая $\Delta T \ll T_0$ зависимость эффективного коэффициента рекомбинации и амбиполярной диффузии от температуры электронов можно представить в следующем виде:

$$\alpha_{\text{эфф}} \approx \alpha_0 \left(1 - \frac{\Delta T}{T_0} \right), \quad D_a = D_a^0 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \right), \quad (3)$$

где $D_a^0 = 2\chi T_0 / M \nu_i$ — коэффициент амбиполярной диффузии при $T_e = T_0$.

Используя (2), (3), из (1) можно получить выражение для определения электронной концентрации в неоднородностях на высотах области E при нагреве ионосферной плазмы до температур T_e :

$$\Delta N \approx N'_{\max} \left[1 - \frac{k^2 D_a^0 - 2\alpha_0 N_{00}}{k^2 D_a^0 + 2\alpha_0 N_{00}} \left(1 - \frac{2\alpha_0 N_{00}}{k^2 D_a^0 + 2\alpha_0 N_{00}} \frac{\Delta T}{4T_0} \right) \frac{\Delta T}{2T_0} \right], \quad (4)$$

N'_{\max} — максимальное значение электронной концентрации в неоднородностях при отсутствии нагрева ионосферы, определяемое выражением (1) при $N_0 = N_{00}$.

Из выражения (4) видно, что в результате нагрева области E полем мощной радиоволны электронная концентрация в неоднородностях может как увеличиваться, так и уменьшаться. Это определяется соотношением размеров неоднородностей, коэффициента диффузии, с одной стороны, и коэффициента рекомбинации, концентрации окружающей плазмы, с другой. При $k^2 D_a^0 \gg 2\alpha_0 N_{00}$ выражение (4) переходит в $\Delta N \approx N'_{\max} \left(1 - \frac{\Delta T}{2T_0}\right)$. Таким образом, нагрев электронного газа области E приводит к уменьшению концентрации электронов в неоднородностях, что связано с преобладанием процесса диффузии для данного случая.

При $k^2 D_a^0 \ll 2\alpha_0 N_{00}$ из выражения (4) можно получить $\Delta N \approx N'_{\max} \left(1 + \frac{\Delta T}{2T_0}\right)$. Это объясняется преобладанием в неоднородностях в случае выполнения данного неравенства процесса рекомбинации над диффузией. А, как отмечалось выше, нагрев области E приводит к увеличению коэффициента рекомбинации. Это и вызывает повышение концентрации в неоднородностях области E .

Существует некоторый критический масштаб неоднородностей, определяемый выражением

$$\lambda_{\text{кр}} = \pi \sqrt{\frac{2D_a^0}{\alpha_0 N_{00}}}. \quad (5)$$

При размерах неоднородностей электронной концентрации $\lambda > \lambda_{\text{кр}}$ выполняется условие $k^2 D_a^0 < 2\alpha_0 N_{00}$. В этом случае нагрев ионосферы приводит к увеличению концентрации электронов в неоднородностях таких масштабов из-за преобладания в них процесса рекомбинации над процессом амбиполярной диффузии. При выполнении условия $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$ реализуется неравенство $k^2 D_a^0 > 2\alpha_0 N_{00}$, что означает преобладание процесса диффузии в неоднородностях соответствующих размеров. В этом случае нагрев ионосферной плазмы вызывает уменьшение концентрации в неоднородностях.

В дневное время в области E ионосферы преобладающими являются молекулярные ионы NO^+ и O_2^+ [16]. При этом на высотах более 100 км концентрация ионов O_2^+ примерно в 2 раза ниже, чем концентрация ионов NO^+ . Нет особых оснований полагать, что в неоднородностях области E ионный состав будет существенно иным. Для ионов NO^+ и O_2^+ приняты следующие значения коэффициентов диссоциативной рекомбинации:

$$\alpha_{\text{NO}^+} = 4,4 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}, \quad \alpha_{\text{O}_2^+} = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}.$$

Эффективный коэффициент рекомбинации α_0 является в этом случае средневзвешенной величиной из данных коэффициентов диссоциативной рекомбинации:

$$\alpha_0 = \alpha_{\text{NO}^+} \frac{N_{\text{NO}^+}}{N_{00}} + \alpha_{\text{O}_2^+} \frac{N_{\text{O}_2^+}}{N_{00}},$$

где N_{NO^+} и $N_{\text{O}_2^+}$ — концентрации ионов NO^+ и O_2^+ , значения которых приняты равными $7 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ и $3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ соответственно. Полагая для дневной области E $N_{00} = 10^5 \text{ см}^{-3}$ и $D_a^0 = 10^2 \text{ м}^2/\text{с}$, можно получить $\lambda_{\text{кр}} \approx 230 \text{ м}$.

Таким образом, неоднородности электронной концентрации дневной области E , состоящие из атмосферных ионов и имеющие размеры более 230 м , будут увеличиваться при нагреве ионосферы полем мощной радиоволны. В неоднородностях, имеющих размеры менее 230 м , электронная концентрация должна убывать.

В настоящее время известно [14], что интенсивные спорадические слои E состоят в основном из атомных металлических ионов Mg^+ , Na^+ , Fe^+ , Ca^+ и др*. Что же касается молекулярных атмосферных ионов NO^+ и O_2^+ , то их содержание в слоях E_s аномально мало, несмотря на то, что они преобладают вне спорадического слоя. Коэффициент скорости процесса радиативной рекомбинации атомных ионов мал, порядка $10^{-12} \text{ см}^3/\text{с}$. Ионно-обменные реакции типа $\text{Mg}^+ + \text{O}_3 \rightarrow \text{MgO}^+ + \text{O}_2$ с последующей диссоциативной рекомбинацией молекулярного иона типа MgO^+ протекают также весьма медленно, коэффициент α_m порядка $10^{-10} \text{ см}^3/\text{с}$. Эффективный коэффициент рекомбинации в слое E_s можно записать в виде

$$\alpha_0 = N_{00}^{-1} E_s (\alpha_m N_m + \alpha_{\text{NO}} + N_{\text{NO}^+} + \alpha_{\text{O}_2^+} N_{\text{O}_2^+}).$$

Здесь N_m — концентрация ионов металла в слое E_s . При $N_{\text{NO}^+}/N_m < < 2 \cdot 10^{-4}$ для интенсивного слоя E_s , состоящего в основном из металлических ионов с максимальной концентрацией $N_{00} E_s \sim 10^6 \text{ см}^{-3}$, $\alpha_0 \approx \alpha_m$. В этом случае $\lambda_{\text{кр}} \approx 4 \text{ км}$. Эта величина заведомо больше вертикальных размеров интенсивного слоя E_s [14].

Таким образом, для спорадических слоев E , состоящих в основном из ионов металла, практически для всех масштабов неоднородностей, меньших вертикальных размеров слоя, выполняется условие $k^2 D_a^0 \gg \gg 2 \alpha_0 N_{00} E_s$. В этом случае нагрев ионосферы полем мощной радиоволны приводит к уменьшению электронной концентрации в неоднородностях слоя E_s . Следует отметить, что данный вывод относится не только к случаю малого отношения N_{NO^+}/N_m . Так, в [17] описан спорадический слой E , параметры которого определены из ракетного эксперимента в ночное время суток. Для данного слоя $N_{00} E_s / N_{00} = 2,2$, $N_{\text{NO}^+} / N_m \approx 0,16$, $\alpha_0 \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ и $N_{00} E_s \approx 2,4 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$. Оценки показывают, что в этом случае $\lambda_{\text{кр}} \approx 2 \text{ км}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. N. Holway and G. Melts, J. Geophys. Res., **78**, 8402 (1973).
2. T. B. Jones, AGARD conf. Proc., **138**, 21-1-32-5 (1973).
3. И. С. Шлюгер, Письма в ЖЭТФ, **19**, 247 (1974).
4. А. В. Гуревич, И. С. Шлюгер, Изв. вузов — Радиофизика, **18**, № 9, 1237 (1975).
5. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере, изд. Наука, М., 1973.
6. N. M. Maslin, Proc. Roy. Soc. London, **A343**, 109 (1975).
7. Ю. А. Игнатьев, Изв. вузов — Радиофизика, **18**, № 9, 1365 (1975).
8. Ю. А. Игнатьев, З. Н. Кротова, Геомагнетизм и аэронавигация, **16**, 638 (1976).
9. G. F. Fooks, Nature, **190**, 707 (1961).
10. G. L. Goodwin, J. Atm. Terr. Phys., **27**, 787 (1965).

* Под интенсивным слоем E_s понимается слой с максимальной электронной концентрацией $N_{00} E_s$, более чем в 5 раз превосходящей окружающую N_{00} в области E .

11. Н. М. Ерофеев, О. Овезгельдыев, Геомагнетизм и аэрономия, 1, 942 (1961).
12. Е. А. Бенедиктов, Л. В. Гришкевич, В. А. Иванов, Ю. А. Игнатъев, сб. Вопросы исследования нижней ионосферы и геомагнетизма, изд. ИГГ, СО АН СССР, Новосибирск, 1975, стр. 100.
13. Ю. А. Игнатъев, Геомагнетизм и аэрономия (в печати).
14. Б. Н. Гершман, Ю. А. Игнатъев, Г. Х. Каменецкая, Механизмы образования ионосферного спорадического слоя *E* на различных широтах, изд. Наука, М., 1976.
15. А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрономия, 15, 174 (1975).
16. Г. С. Иванов-Холодный, Г. М. Никольский, Солнце и ионосфера, изд. Наука, М., 1969.
17. Ю. А. Игнатъев, сб. Вопросы моделирования ионосферы, изд. КГУ, Калининград, 1975.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
3 марта 1977 г.

THE INFLUENCE OF ARTIFICIAL HEATING THE IONOSPHERE ON THE INHOMOGENEOUS STRUCTURE OF THE *E*-REGION

Yu. A. Ignat'yev

The influence of heating the ionosphere electron gas of a powerful radiowave field on the inhomogeneity parameters of the *E*-region is considered. It is obtained that as a result of the influence of large powerful fluxes on the ionosphere the charged particle density in the *E*-region inhomogeneities may both decrease and increase. This is determined by inhomogeneity scales and their ion content. It is noted that attenuation of inhomogeneous structure is characteristic of the *E* sporadic layer composed of longlived metal ions.

УДК 621.372.8 09

ФУНКЦИЯ ВЗАИМНОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОЛЯ В РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДОЙ

Е. В. Чаевский

В приближении параболического уравнения рассчитано среднее поле и сформулированы уравнения типа уравнений переноса для модового разложения функции взаимной когерентности внутри регулярного волновода, заполненного средой со случайными флуктуациями показателя преломления. Показано, что затухание среднего поля вследствие рассеяния на неоднородностях происходит так же, как в безграничной неоднородной среде. В качестве иллюстрации общей теории рассмотрен волновод с двумя плоскими границами, заполненный неоднородной средой, в предположении, что размеры неоднородностей малы по сравнению с шириной волновода. Для этой задачи интегральные уравнения допускают точное решение и функция взаимной когерентности выражается через элементарные функции.

1. В последнее десятилетие выполнено много теоретических и экспериментальных работ с целью изучения дальнего распространения ультракоротких волн над морской поверхностью [1-7]. Характерными особенностями этого процесса являются образование устойчивых волноводов и значительное возрастание флуктуаций показателя преломления. Теоретическое описание поля в таких условиях сводится к определению среднего уровня сигнала и функции взаимной когерентности внутри волновода, заполненного средой со случайными флуктуациями показателя преломления. Решение этой задачи в литературе проводилось с помощью диаграммной техники [5, 6], и из-за громоздкости расчетов для первого момента поля был получен труднообозримый результат, а при вычислении вторых моментов продвинуться дальше области малых возмущений не удавалось.

Допустимое в рассматриваемой ситуации сужение интервала характерных параметров (учет только крупномасштабных по сравнению с длиной волны изменений показателя преломления) позволяет существенно упростить постановку задачи. После перехода к параболическому уравнению оказывается возможным применение метода локальных возмущений и анализ сильных флуктуаций поля.

Собственные функции реальных тропосферных волноводов достаточно сложны, поэтому в качестве иллюстрации рассмотрена упрощенная задача: волновод с двумя плоскими границами.

2. Пусть в декартовой системе координат xz нижней границе волновода соответствует плоскость $x = 0$, имеются регулярные отклонения показателя преломления от единицы, $\epsilon_0(x)$, и случайные крупномасштабные флуктуации, $\epsilon_1(x, z)$, в среднем равные нулю. Тогда в области $x \geq 0, z \geq 0$ медленно изменяющаяся амплитуда поля U описывается уравнением

$$\frac{\partial}{\partial z} U = \frac{i}{2k} \frac{\partial^2}{\partial x^2} U + \frac{ik}{2} (\epsilon_0 + \epsilon_1) U, \quad (1)$$

где k — волновое число, граничные условия задаются при $x = 0$, а начальные условия определяются в плоскости $z = 0$:

$$U(x, 0) = f(x). \quad (2)$$

Будем считать распределение неоднородностей однородным и изотропным, т. е.

$$\langle \varepsilon_1(x_1, z_1) \varepsilon_1(x_2, z_2) \rangle = B(x_2 - x_1, z_2 - z_1),$$

где угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций случайного процесса $\varepsilon_1(x, z)$, а B — симметричная по обеим координатам функция с характерным линейным масштабом Λ .

Если волновод достаточно широк, а возбужденные в нем моды достаточно медленно изменяются в поперечной плоскости, так что их самые быстрые изменения L_{\min} удовлетворяют условию

$$L_{\min} \gg \sqrt{\Lambda/k}, \quad (3)$$

уравнения для двух первых моментов поля $\langle U \rangle$ и $F \equiv \langle U(x_1, z) U^*(x_2, z) \rangle$ согласно [7] имеют тот же вид, что в свободном пространстве, т. е.

$$\frac{\partial}{\partial z} \langle U \rangle = \frac{i}{2k} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \langle U \rangle + \left[\frac{ik}{2} \varepsilon_0 - \frac{k^2}{4} \gamma(0) \right] \langle U \rangle; \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} F = \frac{i}{2k} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) F + \frac{ik}{2} [\varepsilon_0(x_1) - \varepsilon_0^*(x_2)] F - \frac{k^2}{2} [\gamma(0) - \gamma(x_1 - x_2)] F, \quad (5)$$

где

$$\gamma(x) = \int_0^\infty B(x, s) ds,$$

а начальные и граничные условия для функций $\langle U \rangle$, F следуют непосредственно из начальных и граничных условий для поля U .

Вычисление среднего поля в рассматриваемой задаче выполняется элементарно. Если $U_0(x, z)$ — поле в точке x, z регулярного волновода (когда $\varepsilon_1 \equiv 0$), то при наличии неоднородностей согласно (4)

$$\langle U(x, z) \rangle = U_0(x, z) \exp\left(-\frac{k^2}{4} \gamma(0) z\right). \quad (6)$$

Статистический коэффициент затухания поля в волноводе $\exp\left(-\frac{k^2}{4} \gamma(0) z\right)$

такой же, как в безграничной тропосфере.

Коэффициент $\gamma(x_1 - x_2)$ в уравнении (5) не позволяет свести задачу отыскания F к расчету полей в регулярных волноводах. Поэтому необходимо более детальное исследование уравнения (5) с учетом модовой структуры поля.

3. Выделим из уравнения (5) ту часть, которая решается методом разделения переменных. Пусть G_0 — решение этого вспомогательного уравнения с дельта-образным источником в точке x_{10}, x_{20}, z_0 при тех же граничных условиях, которым удовлетворяет функция F ,

$$\hat{L} G_0 = \delta(x_1 - x_{10}) \delta(x_2 - x_{20}) \delta(z - z_0), \quad (7)$$

где

$$\hat{L} = \frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2k} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) - \frac{ik}{2} [\varepsilon_0(x_1) - \varepsilon_0^*(x_2)] + \frac{k^2}{2} \gamma(0).$$

Решая (7) методом разделения переменных, можно показать что

$$G_0(x_1, x_2, z/x_{10}, x_{20}, z_0) = H(z - z_0) \exp \left[-\frac{k^2}{2} \gamma(0)(z - z_0) \right] \times \quad (8)$$

$$\times g_0(x_1, x_{10}, z - z_0) g_0^*(x_2, x_{20}, z - z_0).$$

Здесь $H(z) = 1$ при $z \geq 0$, $H(z) = 0$ при $z < 0$ и $g_0(x_1, x_{10}, z - z_0)$ — одномерная функция Грина регулярного волновода.

Определяя $\psi_n(x)$ как решение уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_n(x) + k^2 \varepsilon_0(x) \psi_n(x) = -\lambda_n^2 \psi_n(x)$$

с заданными граничными условиями и учитывая, что собственные числа λ_n образуют дискретный спектр, для функции G_0 получаем

$$G_0(x_1, x_2, z/x_{10}, x_{20}, z_0) = H(z - z_0) \sum_{n, m} \frac{\psi_n(x_{10}) \psi_m^*(x_{20})}{a_n^2 a_m^{*2}} \times \quad (9)$$

$$\times \psi_n(x_1) \psi_m^*(x_2) \exp \left\{ -\left[\gamma(0) \frac{k^2}{2} + \frac{i}{2k} (\lambda_n^2 - \lambda_m^{*2}) \right] (z - z_0) \right\}.$$

Здесь использована однородность граничных условий, благодаря которой имеют место соотношения ортогональности

$$\int_0^\infty \psi_n(x) \psi_m(x) dx = \delta_{nm} a_n^2. \quad (10)$$

Решение (9) уравнения (7) позволяет построить оператор L^{-1} и перейти от дифференциального уравнения (5) к интегральному:

$$F(x_1, x_2, z) = F_0(x_1, x_2, z) + \quad (11)$$

$$+ \frac{k^2}{2} \int_0^z d\eta \int_0^\infty d\xi_1 \int_0^\infty d\xi_2 \gamma(\xi_1 - \xi_2) G_0(x_1, x_2, z/\xi_1, \xi_2, \eta) F(\xi_1, \xi_2, \eta),$$

где

$$F_0(x_1, x_2, z) = \langle U(x_1, z) \rangle \langle U^*(x_2, z) \rangle. \quad (12)$$

Так как произведение функций $\varphi_\mu(x_1) \psi_\nu^*(x_2)$ удовлетворяет тем же граничным условиям, что $F(x_1, x_2, z)$, то функцию когерентности $F(x_1, x_2, z)$ в любом сечении волновода можно представить рядом

$$F(x_1, x_2, z) = \sum_{\mu, \nu} F_{\mu\nu}(z) \varphi_\mu(x_1) \psi_\nu^*(x_2) \exp \left[-\frac{i}{2k} (\lambda_\mu^2 - \lambda_\nu^{*2}) z \right]. \quad (13)$$

Подставляя этот ряд в (11) и используя ортогональность функций φ_μ с различными индексами, переходим к уравнениям для коэффициентов $F_{\mu\nu}$:

$$F_{pq}(z) = \exp \left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z \right) F_{pq}^0 + \frac{k^2}{2(a_p a_q^*)^2} \sum_{\mu, \nu} T_{pq \mu\nu} \int_0^z F_{\mu\nu}(\eta) \times \quad (14)$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{k^2}{2} \gamma(0) (z - \eta) + \frac{i}{2k} [\lambda_p^2 - \lambda_q^{*2} - (\lambda_\mu^2 - \lambda_\nu^{*2})] \eta \right\} d\eta.$$

Коэффициенты F_{pq}^0 согласно (6), (12) определяются начальными условиями, коэффициенты $T_{pq\mu\nu}$ — равенствами

$$T_{pq\mu\nu} = \int_0^\infty d\xi_1 \int_0^\infty d\xi_2 \gamma(\xi_1 - \xi_2) \psi_p(\xi_1) \psi_q^*(\xi_2) \psi_\mu(\xi_1) \psi_\nu^*(\xi_2). \quad (15)$$

В предположении высокой добротности волновода интегральное уравнение (14) существенно упрощается. (Волновод обладает высокой добротностью, если линейные масштабы, на которых происходит существенное затухание среднего поля, значительно больше периодов продольных осцилляций.) В этом случае интегрирование по η в (14) «отфильтровывает» из всех слагаемых суммы лишь те, для которых выполняется условие.

$$\lambda_p^2 - \lambda_q^{*2} = (\lambda_\mu^2 - \lambda_\nu^{*2}) [1 + O(\alpha)] \approx \rho = \text{const}, \quad (16)$$

где α — малый параметр (он пропорционален отношению двух упомянутых выше пространственных интервалов). Вместо всей суммы в (14) с ошибкой порядка α можно ограничиться ее частью — суммой $\sum_{\mu, \nu}^p$, такой, что индексы μ, ν у каждого из слагаемых удовлетворяют равенству (16).

Дифференцируя (14) по z , можно перейти к уравнениям типа уравнений переноса. Для волноводов с высокой добротностью получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} F_{pq} &= -\frac{k^2}{2} \gamma(0) F_{pq} + \frac{k^2}{2(\alpha_p \alpha_q^*)^2} \times \\ &\times \sum_{\mu, \nu}^p T_{pq\mu\nu} F_{\mu\nu} \exp \left\{ \frac{i}{2k} [\lambda_p^2 - \lambda_q^{*2} - (\lambda_\mu^2 - \lambda_\nu^{*2}) z] \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

при начальных условиях

$$F_{pq} |_{z=0} = F_{pq}^0. \quad (18)$$

3. Обсудим подробнее некоторые общие свойства системы уравнений (17) для коэффициентов разложения функции когерентности по собственным функциям регулярного волновода. Из (17), (18) следует, что в процессе рассеяния поля на неоднородностях новые продольные осцилляции у функции когерентности по сравнению с возбужденными в начале волновода не возникают. Замкнутые системы уравнений получаются для каждого из наборов F_{pq} , соответствующего фиксированной частоте продольных осцилляций.

Частным следствием этого общего свойства добротных волноводов является уравнение переноса для интенсивностей модов F_{pp} , не затрагивающее связанных с продольными осцилляциями коэффициентов F_{pq} при $p \neq q$.

Действительно, согласно (16) при $p = q$ имеем $\rho \approx 0$ и, обозначая для краткости

$$F_{pp} \exp \left(\frac{1}{k} \text{Im} \lambda_p^2 \right) = I_p, \quad T_{pp\mu\mu} = T_{p\mu} \quad (19)$$

(здесь $\text{Im} \lambda_p^2 < 0$ и $\text{Im} \lambda_p^2 \ll \text{Re} \lambda_p^2$), из (17) получаем

$$\frac{\partial}{\partial z} I_p = \left[\frac{1}{k} \text{Im} \lambda_p^2 - \frac{k^2}{2} \gamma(0) \right] I_p + \frac{k^2}{2(\alpha_p \alpha_p^*)^2} \sum_{\mu} T_{p\mu} I_{\mu}. \quad (20)$$

Такое же уравнение было получено в [8] при анализе флуктуаций поля в волноводе с неровной границей и затем в [9] при изучении поля в волноводе с флуктуациями импеданса на одной из границ. Разумеется, коэффициенты перерасеяния $T_{p\mu}$ в других задачах описывались другими формулами, но само уравнение (20) является, по-видимому, очень общим и справедливо для широкого класса случайных механизмов, разрушающих регулярную структуру поля в волноводе. Той же общностью обладает и уравнение (17).

Пусть начальное условие таково, что при $z \rightarrow 0$ возбуждается только n -й мод. Тогда в начальном условии (18) отличен от нуля только коэффициент F_{nn}^0 и, следовательно, функция взаимной когерентности при всех дистанциях имеет только нулевую пространственную гармонику ($\rho \approx 0$).

На первый взгляд такое развитие случайного процесса является несколько неожиданным, так как согласно (20) возбуждение одного мода в начале волновода с увеличением дистанции приводит к возбуждению все большего числа соседних модов. Однако обращение в нуль коэффициентов F_{pq} при $p \neq q$ можно объяснить фазовыми характеристиками возбуждаемых модов. Действительно, пусть случайная реализация поля U в сечении волновода разложена по собственным функциям регулярного волновода, т. е.

$$U(x, z) = \sum_{\mu} A_{\mu}(z) \psi_{\mu}(x) \exp\left(-\frac{i}{2k} \lambda_{\mu}^2 z\right). \quad (21)$$

Тогда согласно определению функции взаимной когерентности и (13), (21) имеем

$$F_{\mu\nu} = \langle A_{\mu} A_{\nu}^* \rangle = \langle |A_{\mu}| |A_{\nu}| \exp[i(\varphi_{\mu} - \varphi_{\nu})] \rangle, \quad (22)$$

где φ_{μ} — фаза коэффициента A_{μ} . Из (22) видно, что обращение в нуль коэффициента $F_{\mu\nu}$ при $\mu \neq \nu$ возможно и при отличных от нуля $F_{\mu\mu}$, $F_{\nu\nu}$. Для этого достаточно предположить, что фазы случайных коэффициентов A_{μ} не зависят от амплитуд, независимы у коэффициентов с различными индексами и распределены равномерно в интервале $[0, 2\pi]$.

Если в начале волновода возбуждается несколько модов, для определения функции взаимной когерентности необходимо по уравнениям (17) вычислить соответствующие F_{pq} при $p \neq q$. Когда отсутствует «вырождение», т. е. сумма в (17) ограничивается одним слагаемым, решение получается элементарно, однако в общем случае необходимо решать системы уравнений. Для регулярного волновода без поглощения энергии можно показать, что с увеличением дистанции все коэффициенты F_{pq} при $p \neq q$ убывают экспоненциально, в то время как диагональные элементы F_{pp} убывают по степенному закону. Таким образом, при достаточно больших дистанциях в волноводе без поглощения энергии уравнение переноса (20) асимптотически полностью описывает функцию взаимной когерентности.

4. Для иллюстрации общих соотношений, полученных в предыдущем разделе, рассмотрим подробно задачу с достаточно простым регулярным волноводом, у которого собственные функции ψ_n — элементарные. Пусть имеется двумерный волновод с границами $x = 0$ и $x = b$, задано начальное распределение $f(x)$ и граничные условия

$$\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad U \Big|_{x=b} = 0. \quad (23)$$

Размеры неоднородностей будем считать малыми по сравнению с шириной волновода :

$$\Delta/b \ll 1. \quad (24)$$

Граничным условиям (23) соответствуют собственные функции

$$\psi_n(x) = \sin \lambda_n(x - b), \quad (25)$$

где $\lambda_n = \frac{\pi}{b} \left(n + \frac{1}{2} \right)$ и $n = 0, 1, 2, \dots$. Здесь собственные числа λ_n и собственные функции вещественные, энергия распространяется в волноводе без поглощения,

$$a_n^2 = \int_0^b \psi_n^2(x) dx = \frac{b}{2}.$$

Задача определения функции когерентности F эквивалентна определению коэффициентов $F_{\mu\nu}$ ряда (13), причем согласно предыдущему разделу уравнения для диагональных элементов $F_{\mu\mu} \equiv I_\mu$ и недиагональных элементов $F_{\mu\nu}$ качественно отличаются, так что целесообразно рассматривать их отдельно.

Чтобы получить упрощенные уравнения для I_p , учитывающие мелко-масштабность неоднородностей, необходимо вычислить главный член асимптотического разложения коэффициента $T_{p\mu}$ по малому параметру Λ/b . Согласно (15), (24), (25)

$$\begin{aligned} T_{p\mu} &\equiv T_{pp\mu\mu} = \int_0^b d\xi_1 \int_0^b d\xi_2 \gamma(\xi_1 - \xi_2) \sin \lambda_p(\xi_1 - b) \sin \lambda_p(\xi_2 - b) \times \\ &\times \sin \lambda_\mu(\xi_1 - b) \sin \lambda_\mu(\xi_2 - b) = \int_0^b d\xi_1 \int_0^b d\xi_2 \gamma(\xi_1 - \xi_2) \sin \lambda_p \xi_1 \sin \lambda_p \xi_2 \times \\ &\times \sin \lambda_\mu \xi_1 \sin \lambda_\mu \xi_2 \approx \frac{1}{4} \int_0^b d\xi_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2 \gamma(\xi_1 - \xi_2) \left[\cos \frac{\pi}{b} \left(p + \frac{1}{2} \right) (\xi_1 - \xi_2) - \right. \\ &\left. - \cos \frac{\pi}{b} \left(p + \frac{1}{2} \right) (\xi_1 + \xi_2) \right] \left[\cos \frac{\pi}{b} \left(\mu + \frac{1}{2} \right) \times \right. \\ &\left. \times (\xi_1 - \xi_2) - \cos \frac{\pi}{b} \left(\mu + \frac{1}{2} \right) (\xi_1 + \xi_2) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Характерная область изменения разности $\xi_1 - \xi_2$ в (26) определяется функцией $\gamma(\xi_1 - \xi_2)$ и пропорциональна размерам неоднородностей Λ . Следовательно, коэффициенты $T_{p\mu}$ содержат медленные зависимости от индексов p и μ , а максимальные значения p, μ , при которых $T_{p\mu} \sim 1$, сравнимы с b/Λ , и в силу (24) много больше единицы.

Если выделить в коэффициентах I_p регулярную составляющую, представляя их суммами

$$I_p = I_{rp} + I_{\delta p}, \quad (27)$$

где

$$I_{rp} = \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) F_{pp}^0 = \frac{4}{b^2} \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \left(\int_0^b f \psi_p dx\right)^2, \quad (28)$$

то согласно (20) для коэффициентов $I_{\delta p}$ имеем уравнения

$$\frac{\partial}{\partial z} I_{\delta p} = -\frac{k^2}{2} \gamma(0) I_{\delta p} + \frac{2k^2}{b^2} \sum_{\mu=0}^{\infty} T_{p\mu} I_{\delta \mu} + \frac{2k^2}{b^2} \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \sum_{\mu=0}^{\infty} T_{p\mu} F_{\mu\mu}^0 \quad (29)$$

с нулевыми начальными условиями.

В свободных членах этих уравнений суммирование ограничено числом возбуждаемых в начале волновода модов. Но независимо от числа этих модов, как только станут существенны многократные рассеяния, область изменений $I_{\delta p}$ будет $p \sim b/\Lambda$ или больше, что легко получить применением к (29) итерационной схемы расчета. Следовательно, вклад в сумму $\sum_{\mu} T_{p\mu} I_{\delta\mu}$ от быстроубывающих компонент $T_{p\mu}$ пренебрежимо мал. Переходя от суммирования по μ к интегрированию, вместо (29) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} I_{\delta}(p, z) = & -\frac{k^2}{2} \gamma(0) I_{\delta}(p, z) + \frac{2k^2}{b^2} \int_0^{\infty} T_0(p, \mu) I_{\delta}(\mu, z) d\mu + \\ & + \frac{2k^2}{b^2} \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \sum_{\mu=0}^{\infty} T_{p\mu} F_{\mu\mu}^0, \end{aligned} \quad (30)$$

где согласно (26)

$$\begin{aligned} T_0(p, \mu) = & \frac{1}{4} \int_0^b d\xi_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2 \gamma(\xi_1 - \xi_2) \cos \frac{\pi}{b} p (\xi_1 - \xi_2) \cos \frac{\pi}{b} \mu (\xi_1 - \xi_2) = \\ = & \frac{b}{8} \left\{ \tilde{\gamma} \left[\frac{\pi}{b} (p + \mu) \right] + \tilde{\gamma} \left[\frac{\pi}{b} (p - \mu) \right] \right\} \end{aligned}$$

и

$$\tilde{\gamma}(\vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x) \cos \vartheta x dx.$$

Если число возбуждаемых в начале волновода модов велико, в свободном члене уравнения (30) также можно перейти от суммирования к интегрированию и от коэффициентов $T_{p\mu}$ к $T_0(p, \mu)$. Для краткости в дальнейшем будем рассматривать только этот случай, приводящий к более лаконичным формулам.

Возвращаясь от (30) к уравнениям для полной интенсивности p -го мода и доопределяя $I(p, z)$ симметрично в область отрицательных p , имеем уравнение с разностным ядром

$$\frac{\partial}{\partial z} I(p, z) = -\frac{k^2}{2} \gamma(0) I(p, z) + \frac{k^2}{4b} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\gamma} \left[\frac{\pi}{b} (p - \mu) \right] I(\mu, z) d\mu \quad (31)$$

при начальном распределении $I(p, 0) = F_{pp}^0$.

Решая (31) методом Фурье, находим

$$I(p, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(\vartheta, z) e^{i\vartheta p} d\vartheta, \quad (32)$$

где

$$\tilde{I}(\vartheta, z) = \exp \left\{ -\frac{k^2}{2} \left[\gamma(0) - \gamma \left(\frac{\vartheta b}{\pi} \right) \right] z \right\} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\vartheta v} F_{vv}^0 dv. \quad (33)$$

В области, где регулярное поле уже отсутствует, $k^2 \gamma(0) z \gg 1$, функцию $\gamma \left(\frac{\vartheta b}{\pi} \right)$ можно разложить в ряд, а в интегральном множителе положить $\vartheta = 0$. В результате получим

$$\tilde{I}(\vartheta, z) = \exp\left(-\frac{k^2}{4} |\gamma''(0)| \frac{\vartheta^2 b^2}{\pi^2} z\right) \left[\frac{4}{b} \int_0^\infty |f(x)|^2 dx \right]; \quad (34)$$

$$I(p, z) = \frac{8\pi \sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2 p^2}{k^2 |\gamma''(0)| b^2 z}\right)}{k b^2 \sqrt{z |\gamma''(0)|}} \int_0^\infty |f(x)|^2 dx, \quad (35)$$

т. е. диффузия энергии в более высокие моды происходит так, что $p \sim \sqrt{z}$.

5. Как отмечалось выше, распределение средних интенсивностей модов $I(p, z)$ позволяет рассчитать функцию взаимной когерентности лишь асимптотически, при больших z . Чтобы вычислить эту функцию при произвольных z , необходимо вычислить коэффициенты F_{pq} при $p \neq q$. Согласно (17) задача сводится к решению систем уравнений

$$\frac{\partial}{\partial z} F_{pq} = -\frac{k^2}{2} \gamma(0) F_{pq} + \frac{2k^2}{b^2} \sum_{\mu, \nu}^p T_{pq\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (36)$$

где

$$T_{pq\mu\nu} = \int_0^b d\xi_1 \int_0^b d\xi_2 \gamma(\xi_1 - \xi_2) \sin \lambda_p \xi_1 \sin \lambda_q \xi_2 \sin \lambda_\mu \xi_1 \sin \lambda_\nu \xi_2, \quad (37)$$

причем $F_{pq}|_{z \rightarrow 0} = F_{pq}^0$ и каждая система объединяет коэффициенты F_{pq} с индексами, удовлетворяющими условию

$$\lambda_p^2 - \lambda_q^2 = \frac{\pi^2}{b^2} (p - q)(p + q + 1) = \text{const} \neq 0.$$

Очевидно, системы уравнений можно различать по величине параметра $\rho = (p - q)(p + q + 1)$. Количество рассматриваемых систем определяется начальными условиями. В данной задаче возможны «вырождения», т. е. к одному и тому же ρ могут приводить различные комбинации p, q , так что суммы в общем случае не исчерпываются одним слагаемым. Например, $\rho = 18$ дают коэффициенты F_{41}, F_{53}, F_{98} .

Условие малости неоднородностей (24) существенно упрощает анализ уравнений (36). Аналогично (26) в интеграле (37) можно выделить разностную координату и интегрировать по ней в бесконечных пределах. Коэффициенты $T_{pq\mu\nu}$ выразятся, хотя и несколько громоздко, через элементарные функции, и анализ этих выражений позволяет сделать следующую асимптотическую оценку:

$$\frac{1}{b^2} \sum_{\mu, \nu}^p T_{pq\mu\nu} F_{\mu\nu} \sim \frac{\Lambda}{b} \gamma(0) F_{pq}.$$

Таким образом, суммами \sum^p в (36) можно пренебречь и

$$F_{pq} \approx F_{pq}^0 \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right). \quad (38)$$

Соответственно для функции когерентности из (13), (6), (32) получаем

$$F(x_1, x_2, z) = \langle U(x_1, z) \rangle \langle U^*(x_2, z) \rangle + \sum_{\mu=0}^{\infty} \left[I(\mu, z) - F_{\mu\mu}^0 \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \sin \lambda_\mu (x_1 - b) \sin \lambda_\mu (x_2 - b). \quad (39)$$

Эту формулу можно существенно упростить, учитывая медленность функций $I(\mu, z)$, $F_{\mu\mu}^0$ (они изменяются при $\mu \gg 1$). Так, для интенсивности поля $F(x_1, x_1, z)$, представляя $\sin \lambda_\mu (x_1 - b) \sin \lambda_\mu (x_1 - b)$ в виде разности $\frac{1}{2}[1 - \cos 2\lambda_\mu (x_1 - b)]$ и учитывая, что

$$\sum_{\mu=0}^{\infty} I(\mu, z) \approx \int_0^{\infty} I(\mu, z) d\mu = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} I(\mu, z) d\mu = \pi \tilde{I}(0, 0) = \int_0^{\infty} F_{\nu\nu}^0 d\nu, \quad (40)$$

находим

$$F(x_1, x_1, z) = |\langle U(x_1, z) \rangle|^2 + \frac{1}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \int_0^{\infty} F_{\nu\nu}^0 d\nu - \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^{\infty} \left[I(\mu, z) - F_{\mu\mu}^0 \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \cos 2\lambda_\mu (x_1 - b). \quad (41)$$

Так как $\lambda_\mu = \frac{\pi}{b} \left(\mu + \frac{1}{2} \right)$ ($\mu = 0, 1, 2, \dots$) и $I(\mu, z)$, $F_{\mu\mu}^0$ — медленные функции, сумма по μ в (41) существенно отлична от нуля лишь в окрестностях точек, в которых $\cos 2\lambda_\mu (x - b) = \text{const} \neq 0$. Таких точек две: $x = 0$ и $x = b$. Вблизи нижней границы ($x = 0$), переходя от суммирования к интегрированию и учитывая (40), вместо суммы (41) получаем

$$\frac{1}{2} \left[\pi \tilde{I}\left(\frac{2\pi x}{b}\right) - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \int_0^{\infty} F_{\mu\mu}^0 \cos \frac{2\pi\mu x}{b} d\mu \right].$$

Аналогично рассчитывается сумма вблизи верхней границы.

Переходные зоны, примыкающие к границам волновода, в рассматриваемой задаче существенно меньше ширины волновода и при больших дистанциях, когда $\frac{k^2}{2} \gamma(0) z \gg 1$, уменьшаются пропорционально $z^{-1/2}$. Если разбить сечение волновода на три зоны так, чтобы первая примыкала к границе $x = 0$, третья — к границе $x = b$, а вторая была между ними, из (39), (41) для интенсивности поля в этих зонах имеем

$$\begin{aligned} \text{I. } F(x, x, z) &= |\langle U(x, z) \rangle|^2 + \frac{1}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \int_0^{\infty} F_{\mu\mu}^0 d\mu + \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \exp\left[-\frac{k^2}{2} (\gamma(0) - \gamma(2x)) z\right] - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right\} \int_0^{\infty} F_{\mu\mu}^0 \cos \frac{2\pi\mu x}{b} d\mu; \\ \text{II. } F(x, x, z) &= |\langle U(x, z) \rangle|^2 + \frac{1}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \int_0^{\infty} F_{\mu\mu}^0 d\mu; \end{aligned}$$

$$\text{III. } F(x, x, z) = |\langle U(x, z) \rangle|^2 + \frac{1}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \times \\ \times \int_0^\infty F_{\mu\mu}^0 d\mu - \frac{1}{2} \left\{ \exp\left[-\frac{k^2}{2} [\gamma(0) - \gamma(2b - 2x)] z\right] - \right. \\ \left. - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right\} \int_0^\infty F_{\mu\mu}^0 \cos \frac{2\pi\mu(b-x)}{b} d\mu.$$

Итак, распределение флуктуационной компоненты интенсивности поля $F(x, x, z) = |\langle U(x, z) \rangle|^2$ по сечению волновода — плато с узкими переходными зонами вблизи границ. На одной из них эта величина стремится к нулю (при $x = b$), на другой — к удвоенному значению по сравнению со средним уровнем.

Аналогичные расчеты для коэффициента корреляции во внутренней области волновода дают

$$K = \frac{\langle U(x_1, z) U^*(x_2, z) \rangle - \langle U(x_1, z) \rangle \langle U^*(x_2, z) \rangle}{\langle |U(x_1, z)|^2 \rangle - |\langle U(x_1, z) \rangle|^2} = \\ = \left\{ \left[\exp\left\{-\frac{k^2}{2} [\gamma(0) - \gamma(x_1 - x_2)] z\right\} - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \times \right. \\ \left. \times \int_0^\infty F_{\mu\mu}^0 \cos \frac{\pi\mu(x_1 - x_2)}{b} d\mu \right\} \left\{ \left[1 - \exp\left(-\frac{k^2}{2} \gamma(0) z\right) \right] \int_0^\infty F_{\mu\mu}^0 d\mu \right\}^{-1},$$

т. е. флуктуации поля почти во всем сечении волновода — однородный случайный процесс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн, под ред. Б. А. Введенского и др., изд. Сов. радио, М., 1965.
2. В. А. Фок, Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн, изд. Сов. радио, М., 1970.
3. I. J. Barton, Radio Sci., 8, 727 (1973).
4. S. Rotherham, Marconi Rev., 37, № 192, 18 (1974).
5. М. Б. Каневский, Изв. вузов — Радиофизика, 15, № 9, 1424 (1972).
6. М. Б. Каневский, Изв. вузов — Радиофизика, 16, № 4, 581 (1973).
7. А. А. Пузенко, Е. В. Чаевский, Изв. вузов — Радиофизика, 19, № 2, 228 (1976).
8. Ф. Г. Басс, И. М. Фукс, Рассеяние волн на статистически неровной поверхности, изд. Наука, М., 1972.
9. А. А. Пузенко, Изв. вузов — Радиофизика (в печати).

THE FIELD MUTUAL COHERENCE FUNCTIONS IN A REGULAR WAVEGUIDE,
FILLED WITH INHOMOGENEOUS MEDIUM

E. V. Chavsky

In the parabolic equation approximation the mean field is calculated and the transfer equations are formulated for the mode expansion of the mutual coherence function in a regular waveguide, filled with a medium with random fluctuations of the refractive index. It is shown that the mean field attenuation due to scattering by inhomogeneities occurs in the same way as in a boundless inhomogeneous medium. As the illustration of the general theory, a waveguide with two plane boundaries filled with an inhomogeneous medium is considered under the assumption that inhomogeneous scales are small in comparison with the waveguide width. For this problem the integral equations permit an exact solution and the mutual coherence function is expressed through the elementary functions.

УДК 525.7

НЕКОТОРЫЕ МАТЕРИАЛЫ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОСЛАБЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ($\lambda = 8 \div 12$ мк) В ЕСТЕСТВЕННОЙ АТМОСФЕРЕ

А. С. Макаров, В. Л. Филиппов

Обсуждаются данные об ослаблении ИК-излучения в области атмосферного «окна прозрачности» 8—12 мк.

Вопрос о спектральных характеристиках ослабления электромагнитного излучения естественной атмосферой в диапазоне волн 8—12 мк дискутируется уже продолжительное время (см., например, работы [1—7] и др.). Подобный интерес обусловлен прежде всего важностью данного участка спектра для обеспечения целого ряда практических задач в области атмосферной оптики и спутниковой метеорологии, решение которых позволяет определять важнейшие характеристики атмосферы и подстилающей поверхности, и, не в последнюю очередь, существенным расхождением и неоднозначной интерпретацией совокупности имеющихся экспериментальных сведений, методических рекомендаций и коэффициентов для расчета спектральной прозрачности оптических трасс в естественных условиях.

В целях получения информации, пригодной для уточнения и оценки существующих гипотез о природе поглощения излучения в области $\lambda \leq 12$ мк авторами были выполнены специальные измерения спектрального пропускания атмосферы в семи узких частотах $\Delta\lambda \leq 0,04$ мк при длинах волн $\lambda = 2,24; 3,97; 8,63; 9,2; 10,1; 11,1; 12,01$ мк. Исследования проводились в приземном слое воздуха на трассе протяженностью $l = 1,2$ км с помощью аппаратуры [8] при метеорологической дальности видимости $S_m \geq 50$ км, когда аэрозольное ослабление излучения на оптической трассе было пренебрежимо мало. Программа работ предусматривала синхронные измерения концентрации частиц аэрозолей и их размеров с помощью датчика [9]. Это дало возможность сделать оценки величины соответствующих объемных коэффициентов ослабления, которые во всех случаях в диапазоне $\lambda = 2 \div 12$ мк не превышали $0,01$ км⁻¹.

Методика выполненных измерений была аналогична обсужденной в [6, 7]. Ослабленное атмосферой излучение регистрировалось стандартным спектрометром типа ИКС, и по результатам измерения анализировалось соотношение

$$J_c = J_\lambda / J_{3,97}, \quad (1)$$

которое не зависит от параметров оптико-электронного тракта измерительной установки. Так как для принятой оптической трассы непрерывное поглощение в «окне» 3,97 мк мало по сравнению с наблюдаемым в области 8—12 мк и поддается учету [1, 2, 6, 7], то из наклона регрессий $\lg J_c(\omega)$ можно определить искомые коэффициенты ослабления. (Дополнительно была исследована зависимость вида (1), определяющая «окно» 2,24 мк. При этом получены результаты, подтверждающие пра-

вильность сделанных оценок. Кроме того, измерения, выполненные на трассе протяженностью $l = 5,4$ км, позволили определить значения коэффициентов ослабления в области $\lambda = 2,24; 3,97$ мк, которые оказались равными соответственно 0,01 и $0,02 \div 0,03$ см⁻¹.)

Полученные экспериментальные зависимости $\lg J_c$ от ω представлены на рис. 1, 2 (ω — осажденный слой паров H₂O на трассе в сантиметрах). Как следует из первых трех графиков для длин волн $\lambda = 8,63, 9,2; 10,1$ мк, наблюдается линейная связь рассматриваемых величин и в этом случае можно говорить о том, что ослабление излучения следует закону Бугера. Какой-либо ощутимой корреляции измеренных коэффициентов с парциальным давлением паров воды e в диапазоне 2,6 — 14 мбар не обнаружено.

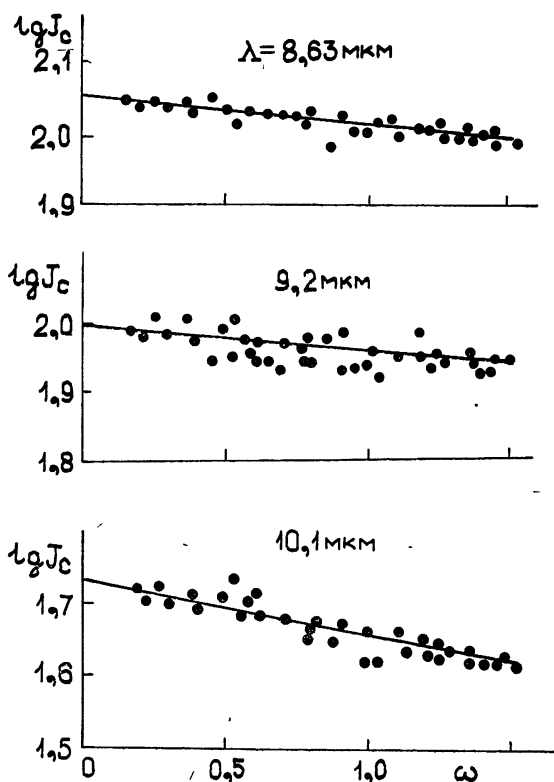


Рис. 1. Экспериментальные зависимости величин $\lg J_c = \lg(J_\lambda/J_{3,97})$ от содержания паров H₂O.

Полученные спектральные значения коэффициентов ослабления, определенные в соответствии с формулой

$$k = - \frac{\ln \tau_\lambda}{\omega}$$

(τ_λ — спектральное пропускание атмосферы), имеют следующие значения:

$$k = 0,09; 0,09; 0,11 \text{ (см}^{-1}\text{)}, \lambda = 8,63; 9,2; 10,1 \text{ мк.}$$

Для двух последних длин волн исследуемого интервала ($\lambda = 11,1; 12,01$ мк) была найдена нелинейная зависимость $\lg J_c$ от ω (см. рис. 2),

которая заметнее проявляется с увеличением λ , т. е. в данном случае связь между коэффициентами ослабления и парциальным давлением паров воды имеет место. Учитывая это обстоятельство, значения коэффициентов для $\lambda = 11,1; 12,01$ мкм были определены в условиях $e = 10$ мбар и оказались соответственно равными $0,13; 0,19$ см⁻¹. При других значениях парциального давления паров H₂O следует иметь в виду зависимость $k = f(e)$, точный вид которой в рамках доступной для исследований области вариаций e (типичных для атмосферы средних влажных широт) дать в настоящее время затруднительно. Сравнение полученных данных с материалами работ [1-3, 5] указывает на их удовлетворительное соответствие.

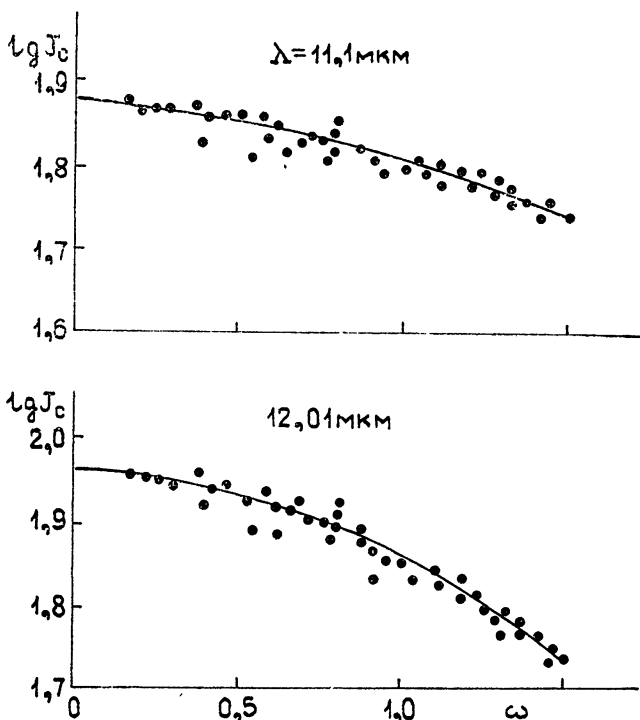


Рис. 2. Экспериментальные зависимости величин $\lg J_c = \lg(J_\lambda/J_{3,97})$ от содержания паров H₂O.

В общем случае интерпретация полученных сведений может быть сделана на основе представлений о механизме ослабления излучения для обсуждаемой области спектра. Как известно, собственно континуальное поглощение, по гипотезе Эльзассера [10], обусловлено «крыльями» далеких сильных колебательных и вращательных линий паров H₂O. Расчеты на основе стандартных квантовомеханических и статистических методов, выполненные в [11], позволили получить соотношение для оптической плотности смеси водяного пара с азотом в виде

$$\sigma_k(\lambda) = k(\lambda)\omega = C_1(\lambda, p, T)\omega + C_2(\lambda, T)\omega^2, \quad (2)$$

$$k(\lambda) = k_1(\lambda)p + k_2(\lambda)e,$$

где p и e — парциальное давление азота и паров воды, k_1 — коэффициент, обусловленный столкновениями молекул водяного пара и азота, k_2 — коэффициент самоуширения.

С другой стороны, возможен и механизм молекулярного поглощения излучения, связанный с наличием комплексов молекул паров воды [7, 12, 13], у которых в области $\lambda > 10$ мк находятся линии межмолекулярных колебаний. Для димеров поглощение будет также пропорционально концентрации [12] (или квадрату парциального давления паров воды). В этом случае суммарная величина оптической плотности может быть представлена следующей формулой:

$$\sigma_{к.д} = \sigma_k + \sigma_d = C_1 \omega + C_2 \omega^2 + C_3 \omega^3. \quad (3)$$

Вклад в ослабление излучения отдельных факторов зависит, таким образом, от того, какое значение имеет коэффициент C_3 по сравнению с C_2 . Весь доступный авторам материал соответствующих исследований не позволяет сделать корректно аргументированного вывода по данному вопросу. В связи с этим полученные экспериментальные результаты приобретают особый смысл, так как показывают, что в области $\lambda < 10$ мк зависимость $k = f(e)$ отсутствует и обнаруживается для $\lambda = 11,1$ мк, становясь значительной в области $\lambda > 15$ мк [15]. Последнее обстоятельство с учетом того, что линии, соответствующие либрационным колебаниям молекул, в комплексах центрированы в области $\lambda \sim 14 \div 50$ мк, указывает на вероятную значимость в формировании спектра ослабления излучения для $\lambda > 10$ мк именно этого фактора.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 В. Л. Филиппов, С. О. Мирумянц, Изв. АН СССР, ФАО, 5, № 12, 1203 (1969).
- 2 Н. И. Москаленко, Изв. АН СССР, ФАО, 5, № 11, 1179 (1969).
- 3 Л. Н. Юрганов, В. И. Дианов-Клоков, Изв. АН СССР, ФАО, 8, 327 (1972).
- 4 М. С. Малкевич, Ю. С. Георгиевский, Г. В. Розенберг, А. Х. Шукуров, А. И. Чавро, Изв. АН СССР, ФАО, 9, № 12, 1181 (1973).
- 5 Н. Н. Парамонова, К. В. Казакова, А. М. Броунштейн, Труды ГГО, вып. 369, 72 (1976).
- 6 K. Bignell, E. Satedy and P. Sheppard, J. Opt. Soc. Am., 5, 105 (1962).
- 7 K. Bignell, Quart. J. Roy. Met. Soc., 96, № 2, 409 (1970).
- 8 В. Л. Филиппов, А. С. Макаров, С. О. Мирумянц, А. С. Ибрагимов, Р. В. Федотьева, ЖПС, 22, № 4, 766 (1975).
- 9 В. Л. Филиппов, В. Н. Казаков, С. О. Мирумянц, А. Н. Ососков, К. С. Соловьева, Л. Д. Циглер, ОМП, 4, 28 (1976).
- 10 W. M. Elsasser, Heat transfer by infrared radiation in the atmosphere, Univ. Press., Harvard, 1942.
- 11 С. Д. Творогов, Л. И. Несмелова, Изв. АН СССР, серия Физика атмосферы и океана, 12, 6 (1976).
- 12 А. А. Викторова, Изв. вузов — Радиофизика, 7, № 3, 424 (1964).
- 13 А. В. Поберовский, А. В. Штофф, Проблемы физики атмосферы, Изв. ЛГУ, вып. 13, 76 (1976).
- 14 Г. В. Юхневич, Инфракрасная спектроскопия воды, изд. Наука, М., 1973.
- 15 В. Л. Филиппов, А. С. Макаров, Изв. АН СССР, 12, № 10, 1099 (1976).

Поступила в редакцию
1 марта 1977 г.

SOME INVESTIGATIONS OF THE ATTENUATION COEFFICIENTS OF EMISSION ($\lambda = 8 \div 12$ мк) IN THE NATURAL ATMOSPHERE

A. S. Makarov, V. L. Filippov

The data of the infrared emission attenuation in the region of the „atmospheric window“ at $8 - 12$ мк are discussed.

УДК 621.371.25

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВРЕМЕНИ ГРУППОВОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ КРУГОСВЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Н. Д. Борисов, Д. И. Фищук, Е. Е. Цедилина

В адиабатическом приближении получено выражение для времени группового запаздывания импульсных сигналов. На его основе, с применением трехмерной аналитической модели ионосферы, проведен численный расчет запаздывания кругосветных сигналов, распространяющихся в ионосферных волновых каналах. Исследована частотная зависимость максимальных и минимальных времен запаздывания таких сигналов для различных трасс. Результаты расчета сравниваются с экспериментом.

Как известно, существует несколько различных механизмов распространения коротких радиоволн на большие расстояния. Для сверхдальних и кругосветных трасс наиболее важным из них является, по-видимому, распространение в ионосферных волновых каналах [1-4]. В настоящей работе применительно к этому механизму изучаются временные задержки сигналов на различных кругосветных трассах.

Пусть импульсный сигнал распространяется в плоскости большого круга в ионосферном волновом канале. Перемещение импульса в пространстве будем описывать с помощью двух координат — радиальной r и угловой ψ . Положим, что сигнал представляет собой пакет бегущих волн вида $\exp\left[i\left(\int K_r dr + \int K_\psi r d\psi\right)\right]$, причем любая пара волновых чисел K_r и K_ψ из этого пакета удовлетворяет уравнению

$$(K)^2 = K_r^2 + K_\psi^2 = \epsilon \frac{\omega^2}{c^2}; \quad (1)$$

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \omega_0 = \left(\frac{4\pi e^2 N_e}{m}\right)^{1/2}. \quad (2)$$

Здесь ϵ — диэлектрическая проницаемость, ω — частота волны, c — скорость света, e и m — заряд и масса электрона, ω_0 — плазменная частота, N_e — концентрация электронов.

Время группового запаздывания импульсного сигнала определяется, как известно, интегралом по траектории: $t = \int \frac{dl}{v_{гр}}$, где $v_{гр}$ — групповая скорость*. Выразим входящие в эту формулу величины через характеристики среды. Для сигнала, распространяющегося в плазме с диэлектрической проницаемостью (2), групповая скорость $v_{гр} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ определяется формулой $v_{гр} = c \sqrt{\epsilon}$. Элемент пути вдоль траектории в канале можно представить в виде

* Мы рассматриваем не слишком короткие импульсы, для которых можно не учитывать дисперсионное распывание.

$$dl = R_0 \left(1 + \frac{z}{R_0} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{rd\psi} \right)^2} d\psi. \quad (3)$$

В (3) введена координата z , которая отсчитывает расстояние от поверхности Земли: $z = r - R_0$, R_0 — радиус Земли. Входящую в (3) производную $\frac{dz}{rd\psi}$, учитывая (1), (2), нетрудно связать с диэлектрической проницаемостью среды:

$$\frac{dz}{rd\psi} = \sqrt{\frac{\epsilon'}{\epsilon'_{\min}} - 1}; \quad (4)$$

$$\epsilon' = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} + \frac{2z}{R_0}, \quad \epsilon'_{\min} = \frac{K_D^2 c^2}{\omega^2} \left(\frac{r}{R_0} \right)^2. \quad (5)$$

Параметр $\epsilon'_{\min} = \epsilon'_{\min}(\psi)$ характеризует уровни в канале при расчете методом адиабатического инварианта [1-4] и удовлетворяет соотношению*

$$I = \frac{4}{R_0} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \sqrt{\epsilon' - \epsilon'_{\min}} dz = \text{const.} \quad (6)$$

Здесь I — инвариант луча, z_{\min} и z_{\max} — минимальная и максимальная высоты луча в точках его отражения в канале: $\epsilon'_{\min} = \epsilon'(z_{\min}) = \epsilon'(z_{\max})$. Объединяя (3), (4), находим для времени группового запаздывания

$$t = \frac{R_0}{c} \int d\psi \frac{1 + 2z/R_0}{\sqrt{\epsilon'_{\min}}}. \quad (7)$$

Учитывая медленность изменения свойств канала вдоль координаты ψ , проведем в (7) усреднение по осцилляциям луча. В результате находим используемое в дальнейшем выражение для времени группового запаздывания кругосветных сигналов:

$$t_0 = \frac{R_0}{c} \int_0^{2\pi} d\psi \frac{1}{\sqrt{\epsilon'_{\min}}} \left(1 + \frac{2\bar{z}}{R_0} \right), \quad (8)$$

где

$$\bar{z}(\psi) = \frac{2}{R_0 \Theta} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \frac{z dz}{\sqrt{\epsilon' - \epsilon'_{\min}}}, \quad \Theta(\psi) = \frac{2}{R_0} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \frac{dz}{\sqrt{\epsilon' - \epsilon'_{\min}}}. \quad (9)$$

В (9) $\Theta(\psi)$ — период осцилляций луча, выражение $\bar{z}(\psi)$ учитывает как среднюю высоту подъема траектории луча, так и ее асимметрию относительно высоты скольжения z_c . Заметим, что для параболического канала $\bar{z}(\psi) = z_c = (z_{\min} + z_{\max})/2$ одинаково для всех траекторий, характеризующих своим значением адиабатического инварианта I .

Для скользящего луча в канале из (8), (9) получаем, что время его запаздывания

* Можно показать, что в приближении адиабатического инварианта параметр ϵ'_{\min} зависит лишь от координаты ψ .

$$t_c = \frac{R_0}{c} \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{\epsilon'_c}} \left(1 + \frac{2z_c}{R_0} \right) \right] d\psi. \quad (10)$$

Здесь ϵ'_c — значение ϵ' вдоль высоты скольжения z_c .

Естественно предположить, что кругосветный сигнал, распространяющийся с максимально возможным инвариантом вдоль кругосветной трассы I_{\max} , будет иметь максимальное время группового запаздывания t_{\max} , а сигнал, распространяющийся по скользящей траектории, — минимальное t_c . Целью дальнейшего исследования является расчет минимальных и максимальных времен запаздывания КС-сигналов в неоднородной вдоль трассы ионосфере в зависимости от частоты сигнала и определение их дисперсии.

Время группового запаздывания импульсных сигналов на кругосветных трассах вычислялось по формулам (5), (8) — (10). Вычисления выполнены на основе модели ионосферы [5], построенной для равноденственных условий минимума солнечной активности.

Расчет значений t_{\max} , t_c на разных трассах проводился в три этапа. Сначала исследовались полные объемы каналов вдоль заданных кругосветных трасс [3, 4]. Далее для каждой частоты определялся минимальный объем канала по трассе или максимальное значение инварианта I_{\max} , которое еще может иметь волна, распространяющаяся в межслоевом канале. Для низких частот, на которых был возможен захват в канал FE с Земли ($f \leq 15$ МГц), I_{\max} оказывалось равным минимальному значению инварианта входа в канал FE в соответствующей точке трассы ($I_{\max 1} = I_{FE}$). Для высоких частот, на которых отсутствуют условия прямого захвата с Земли в канал FE ($f \geq 17$ МГц), за I_{\max} принималось минимальное значение полного инварианта канала F на ночной стороне трассы ($I_{\max 2} = I_F$).

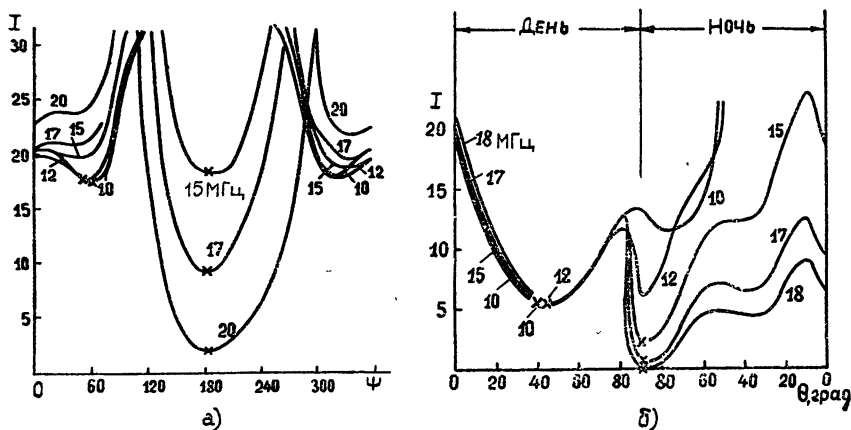


Рис. 1.

На рис. 1 а, б приведено изменение инварианта межслоевого канала I в единицах $(R_0/4)I$ в зависимости от значения центрального угла по трассе ψ в градусах. Рис. 1 а построен для экваториальной трассы, $\psi = 0$ соответствует полдню; рис. 1 б — для меридиональной полуденно-полуночной трассы, широта $\Theta = 0^\circ$ соответствует экватору. У кривых указаны частоты в мегагерцах. Значения инвариантов $I > 20 \div 30$ на рисунках не приводятся. Крестиком для каждой частоты показано минималь-

ное значение инварианта по трассе, принимаемое далее для расчета максимальных значений временного запаздывания за I_{\max} канала. Полученное таким образом значение I_{\max} для трех кругосветных трасс — экваториальной, среднеширотной и меридиональной (день — ночь) — приведено в зависимости от частоты f на рис. 2 (1 — экватор, 2 — среднеширотная трасса, 3 — меридиан (день — ночь)). Крестиком на каждой трассе отмечено значение частоты, на которой значение $I_{\max 1}$ переходило в $I_{\max 2}$. Далее для данных трасс производился расчет минимальных (z_{\min}) и максимальных (z_{\max}) высот траектории для соответствующих заданных значений I_{\max} на трассе, а также значений высоты скольжения по трассе z_{CF} , т. е. расчет по уровням в каналах методом адиабатического инварианта [6, 7]. Значения z_{\max} и z_{\min} , определяемые по трассе через интервал $\Delta\psi \approx 10 \div 30^\circ$ в заданных точках, использовались на третьем этапе расчета для определения периода колебаний Θ , значения $\epsilon'_{\min}(z_{\max})$, вычисления значения $\bar{z}(\psi)$ вдоль трассы и в конечном итоге для вычисления t_0 согласно (8), (9). Промежуточные значения параметров в интервале по ψ между тестовыми точками вычислялись путем их интерполяции. Точность вычисления $\bar{z}(\psi)$ порядка 0,2%, что дает практически вычисление значения временной задержки в миллисекундах с точностью до $2 \cdot 10^{-3}$ мс.

Результаты расчета приведены в табл. 1 и показаны на рис. 3. На рис. 3 а для каждой трассы приведены в зависимости от частоты волны f значения времени запаздывания скользящей моды t_c и значения t_{\max} , соответствующие I_{\max} на трассе, т. е. возможные для рассматриваемого механизма распространения минимальные и максимальные задержки сигналов КС (сплошная кривая — экваториальная трасса, штриховая — среднеширотная трасса, штрих-пунктирная — меридиональная трасса день — ночь). На рис. 3 в дана разность значений t_{\max} и t_c , т. е. величина $\Delta t = t_{\max} - t_c$ для каждой трассы; на рис. 3 б — величина $t_{cp} = (t_{\max} + t_c)/2$. Как видно из рис. 3 а, б, отличительной особенностью зависимости времени группового запаздывания от частоты на всех трех кругосветных трассах является их постоянство на частотах $f \geq 14$ МГц, т. е. на тех частотах, на которых радиоволны распространяются в межслоевом ионосферном канале (FE, F, FE) на захваченных траекториях.

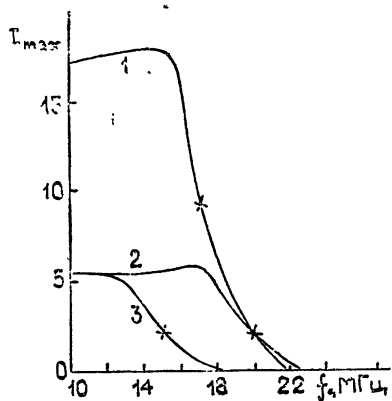


Рис. 2.

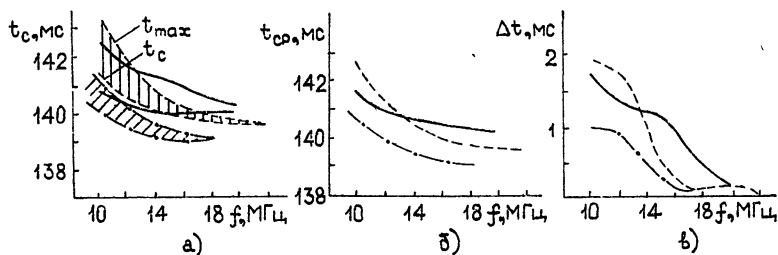


Рис. 3.

Следует отметить также тот факт, что значения t_0 на разных трассах различаются на $1 \div 1,5$ мс. Это объясняется следующим. Во-первых, на различных кругосветных трассах различна глубина межслоевой долины в концентрации электронов $N_e(z)$. Так, самая глубокая долина — на экваториальной трассе. Среднее отношение N_1/N_m (N_1 — значение концентрации в максимуме E -слоя, N_m — минимальное значение концентрации в межслоевой впадине) для экваториальной трассы равно 2,9; для трассы день — ночь — 1,9. Если бы значение задержки определялось только глубиной долины (первый член в формуле (8)), то в соответствии с этим для экваториальной трассы значение t_0 было бы минимальным (см. также [8]). Однако на самом деле оно максимально для рассматриваемых трасс. Объясняется это влиянием второго члена в формуле (8). Поскольку на экваторе, согласно модели для N_e , максимум слоя F_2 находится на наибольшей высоте над уровнем Земли, соответственно на этой трассе наблюдаются наибольшие значения высот траекторий z_{\min} , z_{\max} и значения высоты скольжения z_c . Так, среднее отношение z_c на экваторе к отношению на трассе день — ночь равно 1,2. Поэтому на экваториальной трассе оказывается наибольшее значение величины $\bar{z}(\psi)$, которая и определяет максимальную величину задержки на экваториальной трассе.

Таблица 1

Трасса	f , МГц	t_c	t_{\max}	Δt
Экватор	10	140,826	142,540	1,713
	12	140,236	141,582	1,346
	15	139,925	141,078	1,152
	17	139,899	140,501	0,602
	20	140,005	140,219	0,214
Среднеширотная	10	141,482	143,433	1,951
	12	140,580	141,757	1,178
	15	139,924	140,393	0,469
	17	139,712	139,890	0,178
	20	139,561	139,742	0,181
	22	139,531	139,613	0,082
День — ночь	10	140,107	141,105	0,998
	12	139,413	140,217	0,804
	15	138,987	139,286	0,299
	17	138,906	139,003	0,0974
	18	138,762	138,924	0,162

На рис. 4 а, б, в для сравнения приведены экспериментальные результаты исследования частотной зависимости задержек кругосветных сигналов (рис. 4 а, б) и их уширения (рис. 4 в), выполненные в Стэнфорде [9, 10]. Наибольшее соответствие наблюдается между экспериментально измеренными временными задержками амплитудного максимума сигнала (рис. 4 а) и расчетными величинами t_0 как по порядку величины, так и по характеру частотной зависимости. Наибольшие различия наблюдаются на низких частотах. По-видимому, это связано с тем, что на низких частотах радиоволны могут распространяться различными путями, в том числе — скачковыми траекториями. Поэтому их задержки отличаются от расчетных: при расчете учитывались только захваченные в межслоевом канале траектории.

Разница между значениями t_{\max} и t_c падает с ростом частоты (рис. 3 в), что, естественно, объясняется сужением канала с ростом частоты: $I \rightarrow 0$ (см. рис. 2). Расчетная зависимость Δt от частоты

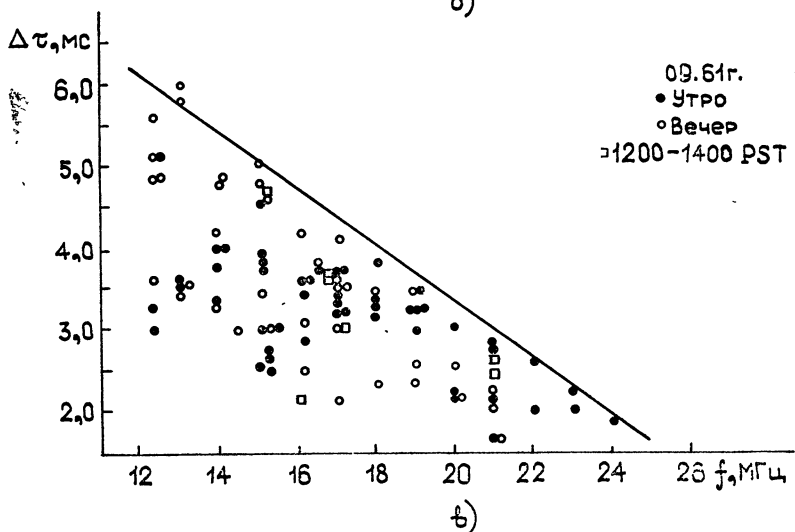
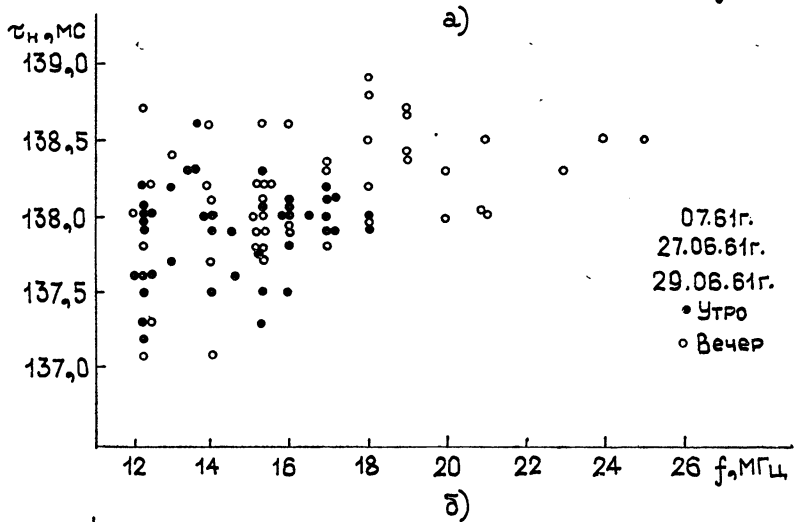
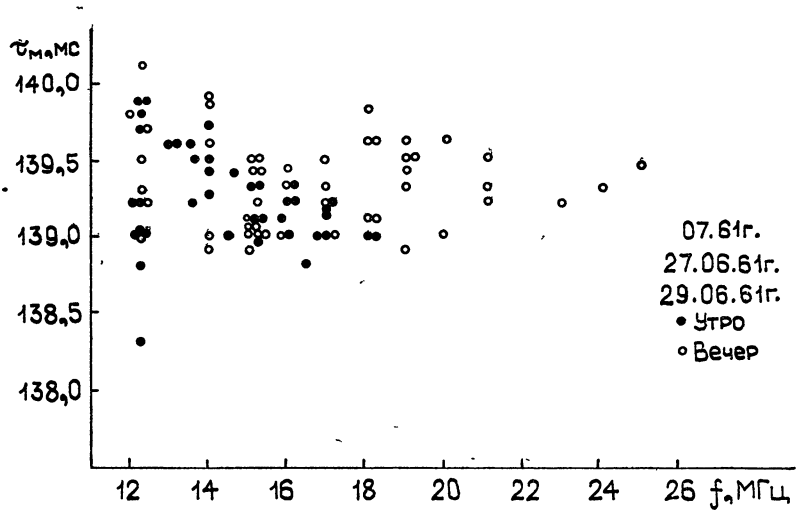


Рис. 4.

качественно соответствует экспериментальной (рис. 4 в). Однако расчетные значения дисперсии времени запаздывания импульсов на конкретных трассах меньше экспериментальных, характеризующих уширение импульсов (рис. 4 в). По-видимому, реально расплывание импульсов существенно связано и с рядом других причин — рассеянием в каналах, дефокусировкой, выходом луча из плоскости большого круга и т. д. Эти причины не учитывались в расчете. Следует также отметить, что в эксперименте [9, 10] сигналы принимались со всех направлений. Поэтому результирующая величина задержки, измеряемая в [9, 10] в результате накопления 35 импульсов, может быть значительно больше рассчитанной для конкретной трассы. Кроме того, экспериментальные значения Δt включают и ширину излученного импульса в 1 мс. При количественном сравнении результатов необходимо также учитывать, что модель ионосферы, использованная в расчете, построена для условий, отличных от эксперимента [9, 10]. Отметим также, что на частотах, близких к предельным для каналов, наблюдается небольшое увеличение величин Δt (рис. 3 в). Этот эффект наиболее ярко выражен в сферически-симметричной ионосфере [11], и связан он с различным влиянием нижней и верхней границ канала на распространение сигналов на разных частотах.

Авторы благодарны А. В. Гуревичу за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрономия, 11, 961 (1971).
2. А. В. Гуревич, Е. Е. Цедиллина, Геомагнетизм и аэрономия, 13, 283 (1973).
3. Е. Е. Цедиллина, Геомагнетизм и аэрономия, 14, 1008 (1974).
4. И. А. Тушенцова, Д. И. Фищук, Е. Е. Цедиллина, Геомагнетизм и аэрономия, 15, 78 (1975).
5. А. В. Гуревич, Д. И. Фищук, Е. Е. Цедиллина, Геомагнетизм и аэрономия, 13, 31 (1973).
6. Д. И. Фищук, Е. Е. Цедиллина, сб. Исследование сверхдальнего распространения коротких радиоволн, М., 1975, стр. 42.
7. Д. И. Фищук, Обобщенный алгоритм вычисления основных параметров сверхдальних радиотрасс на языке АЛГОЛ, М., 1975.
8. В. Ю. Ким, Л. Д. Шоя, сб. Ионосферное распространение коротких радиоволн, ИЗМИРАН, М., 1975, стр. 82.
9. R. V. Fenwick and O. G. Villard, J. Techn. Rep. № 76, Stanford electronics laboratories, 1963.
10. R. V. Fenwick and O. G. Villard, IEEE, 51, 1240 (1963).
11. В. Ю. Ким, сб. Исследование сверхдальнего распространения коротких радиоволн, ИЗМИРАН, М., 1975, стр. 15.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
АН СССР

Поступила в редакцию
5 ноября 1976 г.

THE FREQUENCY DEPENDENCE OF TIME ON GROUP DELAY OF ROUND-THE-WORLD SIGNALS

N. D. Borisov, D. I. Fischuk, E. E. Tsedilina

In the adiabatic approximation the expression is obtained for the time of the group delay in pulse signals. On its basis using the three-dimensional analytical model of the ionosphere, the numerical calculation of the delay of the round-the-world signals, propagating in the ionosphere wave channels is performed. The frequency dependence of the maximum and minimum times of the delay of such signals is investigated for various paths. The results of calculation are compared with the experiment

УДК 621 371 4

СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ УКВ-РАДИОВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ*

Ю. А. Лемента, И. М. Фукс

Предложена методика расчета сечений рассеяния радиоволн УКВ-диапазона на взволнованной поверхности моря, основанная на комбинированной модели рассеивающей поверхности и использующая эмпирические частотно-угловые спектры ветрового волнения, что позволяет в ходе расчетов описывать состояние морской поверхности всего лишь двумя параметрами — скоростью и направлением ветра. Проводится количественное сопоставление теоретических результатов с данными экспериментальных исследований угловых, частотных, ветровых и поляризационных зависимостей сечения рассеяния как в радиолокационном случае, так и при рассеянии приемника и передатчика в пространстве.

Для решения задачи рассеяния УКВ-радиоволн на морской поверхности в работах [1–3] был предложен комбинированный метод расчета. Суть его заключается в том, что поверхность моря представляется в виде суперпозиции крупномасштабной сглаженной поверхности, при расчете рассеяния на которой применяется метод Кирхгофа [4], и мелкой ряби, рассеяние на которой рассчитывается методом возмущений [5]. Такое разделение фактически означает выделение в частотно-угловом спектре морского волнения $S(\omega, \chi)$ (см. определение [6]) двух частотных интервалов:

1) $[0 < \omega < \omega_{\max}]$, где частота ω_{\max} определяется из основного условия применимости метода Кирхгофа

$$(1/kR)^{1/3} \ll 1, \quad \frac{1}{R^2} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\chi \int_0^{\omega_{\max}} S(\omega, \chi) \kappa^4(\omega) d\omega. \quad (1)$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число (λ — длина волны излучения), R — характерный радиус кривизны неровностей, $\kappa(\omega)$ — результат решения дисперсионного уравнения $\omega^2 = g \kappa (1 + \mu \kappa^2/g)$, где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение силы тяжести, μ — отношение поверхностного натяжения α к плотности воды ρ ;

2) $[\omega_{\min} < \omega < \infty]$ — частотный интервал, в котором выполняются условия применимости теории возмущений:

$$h^2 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\chi \int_{\omega_{\min}}^{\infty} S(\omega, \chi) d\omega \ll k^{-2}; \quad (2)$$

$$\gamma^2 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\chi \int_{\omega_{\min}}^{\infty} S(\omega, \chi) \kappa^2(\omega) d\omega \ll 1, \quad (3)$$

* Работа доложена на заседании секции «Радиофизические исследования земных покровов» Научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Распространение радиоволн» и Научного совета АН СССР по проблеме «Статистическая радиофизика» (Москва, май 1976 г.).

где h — среднеквадратичная высота ряби, γ — среднеквадратичный наклон ряби.

При таком подходе сечение рассеяния $\sigma \equiv \sigma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \alpha, \beta)$ излучения с вектором поляризации \mathbf{p}_1 и волновым вектором $\mathbf{k}_1 = k\alpha$ ($\alpha_x = \cos \psi_1$, $\alpha_y = 0$, $\alpha_z = -\sin \psi_1$) в рассеянное поле с поляризацией \mathbf{p}_2 и волновым вектором $\mathbf{k}_2 = k\beta$ ($\beta_x = -\cos \psi_2 \cos \varphi$, $\beta_y = \cos \psi_2 \sin \varphi$, $\beta_z = \sin \psi_2$) может быть представлено в виде суммы:

$$\sigma = \sigma_k + \sigma_p. \quad (4)$$

Здесь σ_k — сечение рассеяния на крупных волнах $z = H(x, y)$, соответствующих низкочастотной части спектра ($\omega < \omega_{\max}$) [2]:

$$\sigma_k = \frac{|V|^2}{4} \frac{q^4}{q_z^4} \omega \left(\Gamma = -\frac{q_{\perp}}{q_z} \right), \quad (5)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, q_{\perp} — проекция \mathbf{q} на плоскость $z = 0$, $\omega(\Gamma)$ — двумерная плотность распределения наклонов $\Gamma = \nabla H(x, y)$ крупных волн, а V — коэффициент отражения от плоскости с нормалью $\mathbf{n}_0 = \mathbf{q}/q$, обеспечивающей зеркальное отражение из α в β :

$$V = (\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2) V_r - \frac{(\mathbf{p}_1 \mathbf{n}_0)}{\sin^2 \vartheta} [(V_b \cos 2\vartheta + V_r) (\mathbf{n}_0 \mathbf{p}_2) + \cos \vartheta (V_b + V_r) (\alpha \mathbf{p}_2)], \quad (6)$$

ϑ — угол падения ($\cos \vartheta = -\mathbf{n}_0 \alpha$), V_b и V_r — коэффициенты отражения Френеля для вертикально и горизонтально поляризованной волны соответственно.

Сечение рассеяния σ_p на мелкой ряби ($\omega > \omega_{\min}$), усредненное по наклонам Γ крупных волн, имеет вид

$$\sigma_p = \int_{-\infty}^{\infty} \int \omega(\Gamma) \sigma_b(\mathbf{n}) d\Gamma, \quad (7)$$

где $\sigma_b(\mathbf{n})$ — рассчитанное по теории возмущений сечение рассеяния на шероховатой плоскости со средней нормалью \mathbf{n} ($n_x = -\Gamma/\sqrt{1+\Gamma^2}$, $n_z = \Gamma_z/\sqrt{1+\Gamma^2}$):

$$\sigma_b(\mathbf{n}) = B(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \alpha, \beta, \varepsilon) Y[\mathbf{q} - \mathbf{n}(q\mathbf{n})], \quad (8)$$

Y — пространственный спектр морского волнения [6], а явный вид множителя B , зависящего от направления нормали \mathbf{n} и комплексной диэлектрической проницаемости ε морской воды, приведен в [1].

В данной работе исследуется зависимость сечения рассеяния σ от длины волны излучения λ , углов скольжения ψ_1 и рассеяния ψ_2 и скорости ветра u на основе эмпирического спектра морского волнения [6]:

$$S(\omega, \chi) = S(\omega) \cos^n(\omega, u) \chi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^n(\omega, u) \chi d\chi \quad (9)$$

$$(|\chi| \leq \pi/2),$$

где $S(\omega)$ — частотный спектр Пирсона—Московитца,

$$S(\omega) = \beta g^2 \omega^{-5} \exp[-0,74(g/u\omega)^4], \quad (10)$$

$\beta = 10^{-2} \div 10^{-3}$, u — скорость ветра над поверхностью моря на уровне 19,5 м, а $n(\omega, u)$, основываясь на экспериментальных данных [7], можно аппроксимировать выражением

$$n(\omega, u) = 21,75 \exp[-0,74(u\omega/g)]. \quad (11)$$

Так как показатель степени n существенно зависит от частоты ω , низкочастотные составляющие волнения обладают узким угловым спектром, а высокочастотная часть спектра $S(\omega, \chi)$ является практически изотропной.

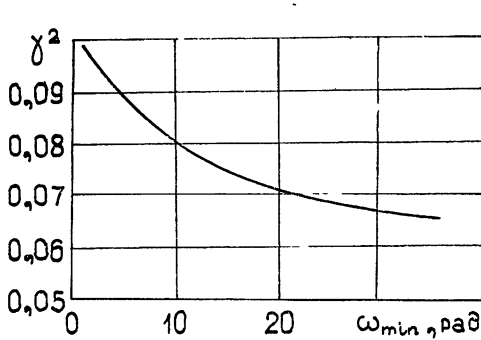


Рис. 1.

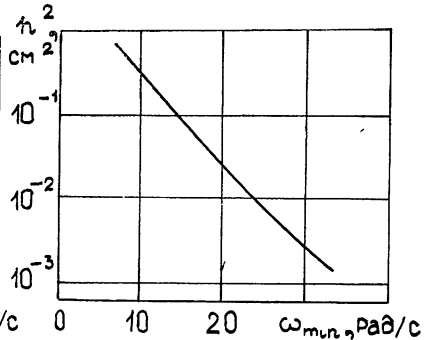


Рис. 2.

Рис. 1. Зависимость дисперсии γ^2 наклонов мелкомасштабных составляющих морской поверхности от частоты ω_{min} .

Рис. 2. Зависимость дисперсии h^2 мелкомасштабных отклонений морской поверхности от частоты ω_{min} .

На рис. 1, 2 приведены значения γ^2 и h^2 как функции предела интегрирования ω_{min} , рассчитанные по формулам (2), (3) при $\beta = 2 \cdot 10^{-3}$. Как следует из графика, условие пологости $\gamma^2 \ll 1$ выполняется практически для всего спектра морского волнения. Только при $\omega_{min} \leq 1 \text{ рад/с}$ γ^2 достигает значения $\gamma^2 \approx 0,1$. Условие малости нормальных отклонений реальной морской поверхности от сглаженной поверхности $z = H(x, y)$ будем считать выполненным, если $(kh)^2 \leq 0,1$. Тогда, используя приведенную на рис. 2 зависимость $h^2 = h^2(\omega_{min})$ и соотношение $(kh)^2 = 0,1$, частоту разбиения спектра можно представить в виде функции длины волны излучения λ (см. рис. 3).

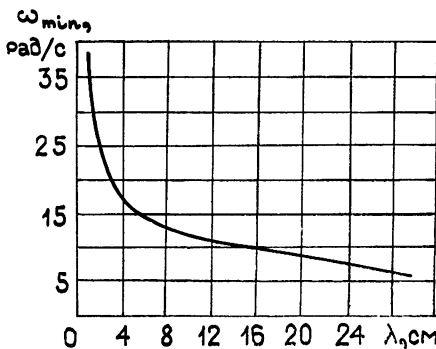


Рис. 3.

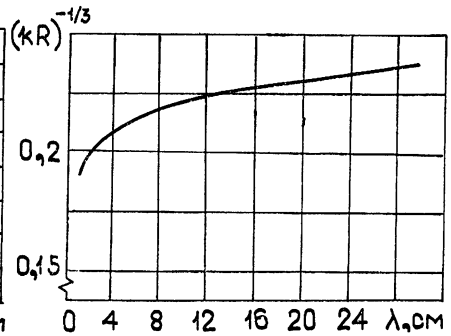


Рис. 4.

Рис. 3. Зависимость нижней частоты ω_{min} мелкомасштабных составляющих в спектре морского волнения от длины волны облучения λ .

Рис. 4. Зависимость параметра $(kR)^{-1/3}$ от длины волны излучения λ .

Следует отметить, что выполнение условия малости нормальных отклонений $(kh)^2 \leq 0,1$ при скоростях ветра $u > 5 \text{ м/с}$ практически не

зависит от u , поскольку значения ω_{\min} для радиоволн сантиметрового и дециметрового диапазонов лежат в равновесной (степенной) части спектра $S(\omega)$. Если для данной длины волны излучения λ в качестве ω_{\max} взять нижнюю границу спектра ряби и считать $\omega_{\max} = \omega_{\min}(\lambda)$, то, как следует из графика на рис. 4, построенного по формуле (1), в диапазоне сантиметровых и дециметровых радиоволн неравенство $(1/kR)^{1/3} < 1$ выполняется с определенным запасом. Следовательно, величина ω_{\max} может быть выбрана так, чтобы выполнялось неравенство $\omega_{\max} \geq \omega_{\min}$.

Таким образом, для реальной поверхности моря с широким спектром масштабов неровностей в диапазоне УКВ-радиоволн применима комбинированная модель рассеяния, поскольку спектры крупномасштабной составляющей и мелкой ряби оказываются перекрывающимися, и в качестве границы разделения спектров можно выбирать частоту $\omega_0 = \omega_{\min}$.

Случайные наклоны Γ крупномасштабной поверхности $z = H(x, y)$ можно с достаточно высокой точностью считать распределенными по нормальному закону [8]

$$\omega(\Gamma_\xi, \Gamma_\eta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\langle \Gamma_\xi^2 \rangle \langle \Gamma_\eta^2 \rangle}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Gamma_\xi^2}{\langle \Gamma_\xi^2 \rangle} + \frac{\Gamma_\eta^2}{\langle \Gamma_\eta^2 \rangle}\right)\right], \quad (12)$$

где $\Gamma_\xi = \frac{\partial}{\partial \xi} H(x, y)$ и $\Gamma_\eta = \frac{\partial}{\partial \eta} H(x, y)$ — наклоны вдоль генерального направления морских волн (ξ) и в перпендикулярном направлении (η) соответственно (ранее введенный угол χ есть угол между осью x и ξ).

Согласно проведенному выше разложению спектра дисперсии углов наклона $\langle \Gamma_\xi^2 \rangle$, $\langle \Gamma_\eta^2 \rangle$ определяются выражениями

$$\langle \Gamma_\xi^2 \rangle = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \chi d\chi \int_0^{\omega_0} S(\omega, \chi) \omega^2 d\omega; \quad (13)$$

$$\langle \Gamma_\eta^2 \rangle = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 \chi d\chi \int_0^{\omega_0} S(\omega, \chi) \omega^2 d\omega. \quad (14)$$

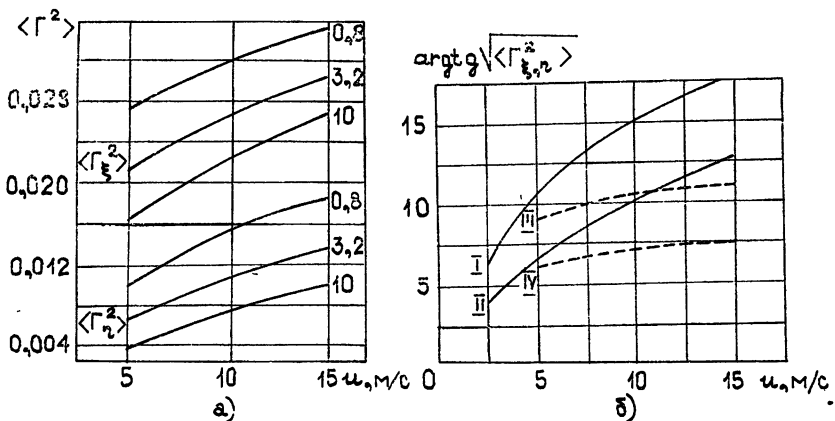


Рис. 5. Зависимость наклонов крупномасштабных составляющих морского волнения от скорости ветра:

а) для длин радиоволн $\lambda = 0,8; 3,2; 10$ см;

б) вдоль генерального направления морских волн (I, III) и в перпендикулярном направлении (II, IV) (I и II — экспериментальные данные в [16], III и IV — расчеты по формулам (13), (14) при $\lambda = 0,8$ см).

Как следует из расчетов по формулам (13), (14), результаты которых представлены на рис. 5 а, б, значения $\langle \Gamma_{\xi}^2 \rangle$ и $\langle \Gamma_{\eta}^2 \rangle$ зависят не только от скорости ветра u , но и от длины волны излучения λ , так как частота разделения спектра морского волнения ω_0 является функцией λ .

При рассеянии в направлениях, близких к направлению зеркального отражения от средней плоскости, когда выполняется неравенство $|q_{\perp}| < x(\omega_0)$, слагаемое σ_p в формуле (4) не дает вклада в полное сечение рассеяния σ , так как спектральная плотность $Y(x)$ в области $x < x(\omega_0)$ обращается в нуль в соответствии с проведенным выше разбиением спектра $S(\omega, \chi)$. Поэтому можно считать, что неравенство $|q_{\perp}| < x(\omega_0)$ определяет квазизеркальную область, рассеяние в которую обусловлено только зеркальными отражениями от крупномасштабной поверхности и рассчитывается по формуле (5). В частности, для обратного рассеяния ($\psi_1 = \psi_2 = \psi$) эта область определяется неравенством

$$\cos \psi < \frac{x(\omega_0)}{2k} = \frac{\omega_{\min}^2(\lambda)}{2gk}. \quad (15)$$

На рис. 6 представлена связь ширины $\Delta\psi$ квазизеркальной области с длиной волны излучения, определяемая формулой (15) с учетом зависимости $\omega_{\min}(\lambda)$, приведенной на рис. 3. В этой области $\sigma = \sigma_k$ и ширина индикатрисы рассеяния согласно формулам (5), (12) определяется значением дисперсий наклонов $\langle \Gamma_{\xi}^2 \rangle$, $\langle \Gamma_{\eta}^2 \rangle$, зависящих как от скорости ветра u , так и от длины волны λ (см. рис. 5 а).

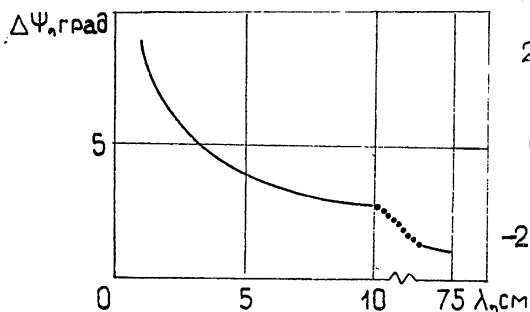


Рис. 6.

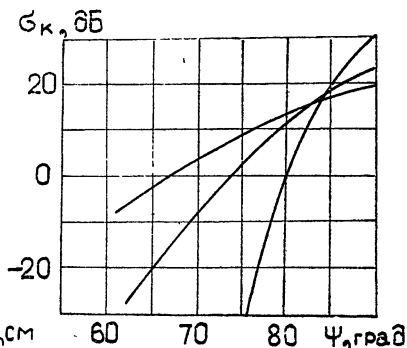


Рис. 7.

Рис. 6. Зависимость ширины квазизеркальной области $\Delta\psi$ от длины волны излучения λ .

Рис. 7. Расчетная зависимость радиолокационного сечения рассеяния σ_k по формуле (5) от угла ψ при $\lambda = 75$ см, $\varepsilon = 63 - i250$; верхняя кривая — $u = 5$ м/с, средняя кривая — $u = 10$ м/с, нижняя кривая — $u = 15$ м/с.

При увеличении скорости ветра дисперсии наклонов поверхности $\langle \Gamma_{\xi}^2 \rangle$, $\langle \Gamma_{\eta}^2 \rangle$ крупномасштабных составляющих возрастают, плотность распределения наклонов $\omega(\Gamma_{\xi}, \Gamma_{\eta})$ (см. формулу (12)) становится все более плавной функцией аргументов $\Gamma_{\xi}, \Gamma_{\eta}$. Это приводит к тому, что зависимость сечения рассеяния $\sigma = \sigma_k$ от угла облучения ψ становится более пологой (см. рис. 7). При этом в направлениях зеркального отражения сечение рассеяния уменьшается за счет уменьшения вероятности появления горизонтальных участков, обуславливающих отражение в зеркальном направлении:

$$\sigma_{p_1}^{p_2} = \frac{|V|^2}{8\pi \sqrt{\langle \Gamma_{\xi}^2 \rangle \langle \Gamma_{\eta}^2 \rangle}}. \quad (16)$$

На рис. 8 проведено сопоставление экспериментальных данных работы [9] и расчетных значений по формуле (16) сечения рассеяния в широком диапазоне скоростей ветра при вертикальном облучении ($\psi = 90^\circ$) и длине радиоволны $\lambda = 75$ см. Расхождение между расчетными и экспериментальными значениями может быть связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, как следует из рис. 5 б, расчетные значения дисперсий наклонов растут со скоростью ветра медленнее, нежели экспериментально определенные, что приводит к завышенным оценкам для σ в зеркальном направлении. Во-вторых, формула (16) справедлива, строго говоря, лишь при больших параметрах Рэлея $kH \sin \psi$, в то время как в рассматриваемом случае он близок к единице. Как было уже отмечено, значение дисперсии наклона $\langle \Gamma_{\xi, \eta}^2 \rangle$ крупномасштабной поверхности, используемое в расчетах $\sigma(\psi)$, определяется длиной волны излучения λ , причем для фиксированной скорости ветра большим значениям λ соответствуют меньшие величины дисперсий $\langle \Gamma_{\xi, \eta}^2 \rangle$ (см. рис. 5 а). Этим и объясняется возрастание величины сечения рассеяния σ с увеличением длины волны λ в квазизеркальной области (рис. 9).

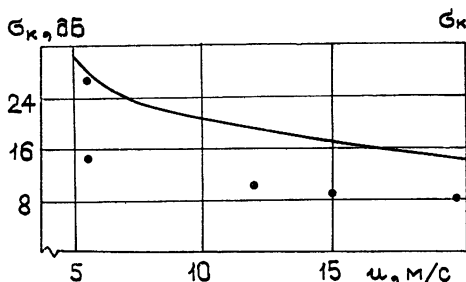


Рис. 8.

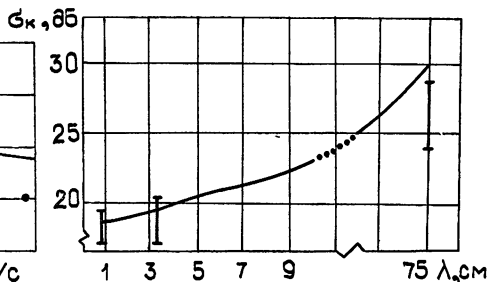


Рис. 9.

Рис. 8. Расчетная зависимость по формуле (16) σ_k от скорости ветра u при $\psi = 90^\circ$, $\lambda = 75$ см, $\epsilon = 63 - i250$ (точками нанесены экспериментальные данные работы [9]).

Рис. 9. Расчетная зависимость σ_k от длины волны λ при $\psi = 90^\circ$, $u = 5$ м/с (значками I указаны интервалы экспериментальных значений σ из работ [9, 10, 12]).

В области диффузного рассеяния σ определяется в основном резонансным рассеянием на мелкой ряби, спектральная плотность которой для выбранной модели спектра (см. формулу (10)) практически не зависит от скорости ветра u . Поэтому зависимость σ от u в этой области выражена значительно слабее, чем в области квазизеркального отражения. Только там, где зависимость $\sigma_p(\Gamma)$ от углов облучения и рассеяния является очень сильной (малые углы облучения в радиолокационном варианте, рассеяние в ортогональную компоненту в плоскости падения и др.), усреднение $\sigma_p(\Gamma)$ по наклонам крупных волн приводит к существенной зависимости от скорости ветра.

Табл. 1 иллюстрирует сопоставление результатов расчетов σ_p по формуле (7) для горизонтальной поляризации излучения и приема (σ^{rr}) с данными экспериментальных исследований [10] ($\Delta = \pm 3$ дБ — точность измерений, указанная в работе [10]; $\Delta = \pm 5$ дБ соответствует $\beta = 10^{-2}$ и $\beta = 10^{-3}$). Из таблицы следует, что в радиолокационном случае при крутых углах облучения, близких к вертикали, расчетные значения

σ превышают экспериментальные, а при скользких углах — наоборот. Связано это, как отмечалось ранее, с тем, что расчетные значения дисперсий наклонов крупномасштабных составляющих поверхности, используемые для вычисления σ , при заданной скорости ветра оказываются меньше, нежели реально наблюдаемые.

Таблица 1

ψ , град	5	10	20	30	40	50	60	70	80	Δ , дБ
$\sigma_{\text{теор}}$ $u=10$ м/с	-47,3	-42,9	-35	-31,9	-26,3	-23,2	-14,7	-7,4	+5,3	± 5
$\sigma_{\text{эксп}}$ $u=5 \div 10$ м/с	-40	-35	-31	-27	—	—	-17	-6	+1	± 3
$\sigma_{\text{теор}}$ $u=0$ м/с	-62,5	-50,5	-38,3	-29	-24,4	-19,6	-12,3	-4,4	+8,1	± 5
$\sigma_{\text{эксп}}$ $u=0 \div 1$ м/с	-47	-41	-38	-35	—	—	-21	-12	-3	± 3

Из расчетов по формуле (7) следует (см. рис. 10), что во всей области диффузного рассеяния частотная зависимость в сантиметровом диапазоне радиоволн проявляется незначительно (для $\psi \geq 5^\circ$ $\sigma_{\lambda=0,8 \text{ см}} / \sigma_{\lambda=3,2 \text{ см}} \leq 2$ дБ). Это согласуется с экспериментальными данными, полученными в работах [10, 11]: различие значений σ в диапазоне от 10 до 50 Гц не превышает погрешности измерений ± 3 дБ. Однако частота излучения сказывается существенно при сравнении величины сечения рассеяния в сантиметровом и метровом диапазонах радиоволн. Так, при горизонтальной поляризации излучения (см. рис. 10) при $\psi \approx 5^\circ$ и $u = 10$ м/с $\sigma_{\lambda=0,8 \text{ см}} / \sigma_{\lambda=100 \text{ см}} \approx 16$ дБ. По данным работы [10] величина сечения рассеяния в метровом диапазоне излучения при углах скольжения $5^\circ \leq \psi \leq 40^\circ$ на 10 \div 12 дБ ниже, чем значения σ в сантиметровом диапазоне.

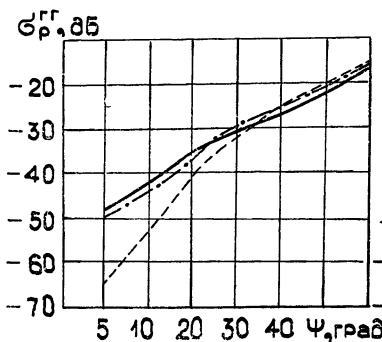


Рис. 10.

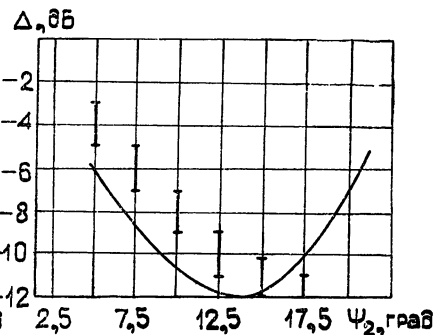


Рис. 11.

Рис. 10. Расчетная зависимость сечения рассеяния $\sigma_r^{\Gamma\Gamma}$ от угла ψ при $u=10$ м/с для $\lambda=0,8$ см (сплошная линия), $\lambda=3,2$ см (штрих-пунктир), $\lambda=100$ см (пунктир).

Рис. 11. Зависимость $\Delta = (\sigma^{VV} - \sigma^{\Gamma\Gamma})$ дБ от угла ψ_2 при $\psi_1=2^\circ$, $u=15$ м/с, $\lambda=3,2$ см, $\phi=180^\circ$ (значками I обозначены величины Δ (дБ) из работы [14]).

В табл. 2 проводится численное сопоставление величин двухпозиционного сечения рассеяния (разнесение передатчика и приемника излучения в пространстве), измеренных в работе [13], с результатами расчетов по формуле (7) для горизонтального ($\sigma^{ГГ}$) и вертикального ($\sigma^{ВВ}$) излучения и приема. Теоретические и экспериментальные результаты сравниваются при двух различных скоростях ветра над поверхностью моря — $u = 0$ ($\langle \Gamma_{\xi}^2 \rangle = \langle \Gamma_{\eta}^2 \rangle = 0$, т. е. на поверхности моря только «рябь») и $u = 15$ м/с ($\langle \Gamma_{\xi}^2 \rangle = 0,03$; $\langle \Gamma_{\eta}^2 \rangle = 0,014$ (см. рис. 5 а)).

Таблица 2

	Азимут φ, град	Углы места		$\sigma^{ВВ}$, дБ		$\sigma^{ГГ}$, дБ	
		ψ ₁ , град	ψ ₂ , град	теор.	эксп.	теор.	эксп.
$u = 0$, м/с	2	1,7	1,7	-45	-43	-82	—
	4	3,4	3,4	-35	-39	-69	-63
	92	3,2	1,7	-43	-41	-99	←-82
$u = 15$, м/с	4	3,4	3,4	-35	-30	-42	-37
	46	2,2	2,7	-40	-34	-44	-41
	92	3,2	1,7	-52	—	-58	-51

Обнаруженное экспериментально в [14] превышение уровня отражений горизонтальной поляризации над вертикальной в направлениях, близких к направлению зеркального отражения, также удается объяснить, используя комбинированную модель рассеяния. Как показано на рис. 11, результаты расчетов по формуле (7) величины $\Delta = (\sigma_{\Delta B}^{ВВ} - \sigma_{\Delta B}^{ГГ})$ находятся в удовлетворительном соответствии с результатами измерений [14].

В заключение отметим, что хорошее соответствие экспериментальных данных и расчетов, основанных на комбинированной модели поверхности, указывает на возможность успешного решения обратной задачи в УКВ-диапазоне — определения параметров морского волнения по характеристикам рассеянных радиосигналов.

Авторы благодарны И. Е. Островскому и А. И. Калмыкову за ценные советы и обсуждение результатов

ЛИТЕРАТУРА

- И. М. Фукс, Изв. вузов — Радиофизика, 9, № 5, 876 (1966).
- Ф. Г. Басс, И. М. Фукс, Рассеяние волн на статистически неровной поверхности, изд. Наука, М., 1972.
- F. G. Bass, I. M. Fuks, A. I. Kalmykov, I. E. Ostrovsky and A. D. Rosenber, IEEE Trans., AP-16, 5, pt. I, 554; pt. II, 560 (1968).
- Л. М. Бреховских, Дифракция волн на неровной поверхности, ЖЭТФ, 23, № 3, 275 (1952); 23, № 3, 289 (1952).
- Ф. Г. Басс, К теории комбинационного рассеяния волн на неровной поверхности, Изв. вузов — Радиофизика, 4, № 1, 58 (1961).
- С. А. Китайгородский, Физика взаимодействия атмосферы и океана, Гидрометеоздат, Л., 1970.
- T. P. Barnett and I. C. Wilkerson, J. Mar. Res., 25, № 3, 292 (1967).
- Ю. М. Крылов, Об энергетическом спектре ветрового волнения на глубоком море, Труды ГОИи, вып. 67, 1962, стр. 15.
- K. Krishn, J. Geophys. Res., 76, № 27, 6528 (1971).
- N. W. Guinard and J. C. Daley, Pros. IEEE, 58, № 4, 543 (1970).
- J. C. Wiltse, S. P. Schiesinger and C. M. Johnson, Pros. IRE, 45, № 2, 220 (1957).
- M. J. Skolnik, A review of radar sea echo, NRL, Memorandum report, 2025, p. 1. July, 1969.

13. А. И. Калмыков, А. С. Курекин, И. Е. Островский, В. В. Пустовойтенко, Изв. вузов — Радиофизика, 16, № 2, 199 (1973).
14. А. И. Калмыков, А. С. Курекин, В. Ю. Левантовский, И. Е. Островский, В. В. Пустовойтенко, Изв. вузов — Радиофизика, 16, № 10, 1498 (1973).
15. О. М. Филлипс, Динамика верхнего слоя океана, изд. Мир, М., 1969.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
17 ноября 1976 г.

ULTRASHORT RADIOWAVE SCATTERING SECTIONS AT THE SEA SURFACE

Yu. A. Lementa, I. M. Fuks

The method is suggested of calculating scattering sections of ultrashort radio-waves at the suffled sea surface based on the combined model of a scattering surface and using empiric frequency-angle spectra of wind turbulence that permits to describe a state of the sea surface only by two parameters, the velocity and direction of wind. A quantitative comparison is made between theoretical results and the experimental data of angle, frequency, wind and polarization dependences of a scattering section both in radar case and when the receiver and transmitter are spaced.

УДК 621.373 : 530 145.6

ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЙ ЗАТВОР НА НЕПОЛЯРИЗОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Ю. Н. Беляев, С. П. Кузнецов, М. А. Новиков

Предлагается новая схема электрооптического затвора, который в открытом состоянии не изменяет поляризацию прошедшего через него излучения. Принцип работы затвора заключается в поляризационном расщеплении падающего излучения на два пучка, каждый из которых с помощью электрооптической ячейки и системы отражающих поверхностей проходит один и тот же замкнутый путь навстречу друг другу. Приведены различные модификации такого затвора. Предлагаемый затвор может быть использован для модуляции излучения лазеров с неоднородными анизотропными рабочими элементами.

Как известно [1], в активных элементах твердотельных лазеров в условиях непрерывной или периодической накачки имеет место наведенное двулучепреломление, которое неоднородно по поперечному сечению стержня как по величине, так и направлению. Наличие такой анизотропии затрудняет использование традиционных схем электрооптических затворов для модуляции излучения лазера [2].

В работе [3] предложен электрооптический затвор, в котором исключены энергетические потери, связанные с наведенным двулучепреломлением в активном стержне. В открытом состоянии такой затвор эквивалентен волновой пластине. Нескомпенсированное двупреломление приводит к тому, что поляризация падающего на затвор и отраженного от него излучения в общем случае не совпадают между собой. Последнее обстоятельство весьма нежелательно в лазерах, у которых поляризационные моды находятся в зоне неустойчивости, так как это приводит к дополнительным потерям и нерегулярному характеру поляризации выходного излучения [4, 5]. В принципе двупреломление в таком затворе можно скомпенсировать постановкой дополнительной двулучепреломляющей пластинки, однако, как показывают оценки, в этом случае необходимо поддерживать температуру затвора и дополнительной пластинки постоянной с точностью до десятых долей градуса.

Ниже предлагаются затворы, свободные от выше отмеченных недостатков. Несколько схем таких затворов представлено на рис. 1 и 2.

Основная идея предлагаемых схем заключается в том, что излучение расщепляется на два луча с взаимно перпендикулярными поляризациями, которые распространяются по одному и тому же замкнутому контуру в противоположных направлениях. Если в качестве анизотропного элемента 3 (см. рис. 1) используется ячейка Покельса или другой взаимный вращатель плоскости поляризации, то затвор эквивалентен полуволновой пластинке с оптической осью, расположенной под углом $\pi/4$ к плоскости расщепления лучей. Поэтому для полной фазовой компенсации перед затвором нужно поместить четвертьволновую пластинку. Если же на месте элемента (3) становится ячейка Фарадея, то затвор эквивалентен вращателю плоскости поляризации на угол $\pi/2$.

В первом варианте (рис. 1) в качестве поляризационного расщепителя используется плоскопараллельная пластинка (1) из исландского шпата. С целью наибольшего разведения пучков оптическая ось кристалла образует с плоскостью пластинки угол, близкий к $\pi/4$. При использовании 90-градусной призмы полного внутреннего отражения (ПВО) (2) оба пучка направляются по одному и тому же пути в противоположных направлениях. Если электрооптический кристалл (3) с приложенным напряжением поворачивает плоскость поляризации на $\pi/2$, то оба пучка будут проходить по замкнутому контуру и объединятся в один отраженный луч. При отсутствии напряжения эти пучки не попадают в апертуру падающего пучка (на рисунке они показаны пунктиром) и задерживаются диафрагмой (4). Из рисунка видно, что в данном случае при отражении от одной призмы ПВО распределение поля по поперечному сечению в отраженном пучке зеркально симметрично по отношению к распределению поля в падающем пучке. Однако в предлагаемой схеме ребро призмы не делит пучок на две части, вследствие чего отраженный пучок не искажается на ребре призмы. Кроме того, необходимо иметь в виду, что ребро призмы полного внутреннего отражения наиболее часто подвержено разрушению, если на него падает интенсивное излучение. В этом отношении призмный отражатель, выполненный по схеме рис. 1, может представлять определенный интерес для ряда практических применений (см., например, [6]).

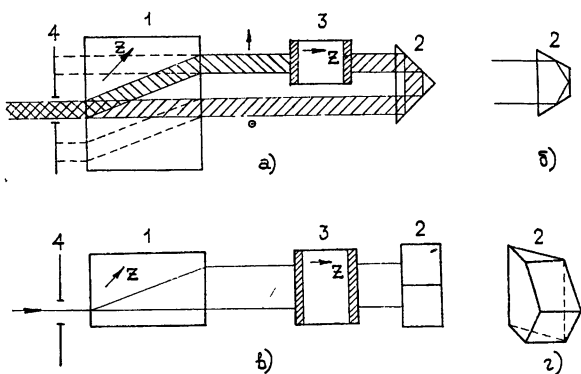


Рис. 1.

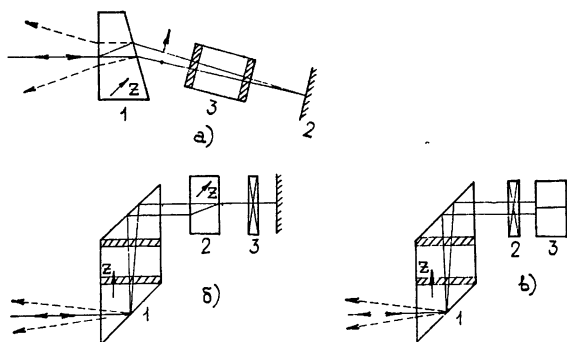


Рис. 2.

Для полного совмещения распределения поля в падающем и отраженном пучках необходимо использовать призму полного внутреннего отражения с нечетным числом отражений (например, рис. 1 б). Если

в затворе использовать ППВО со скомпенсированной фазовой анизотропией (рис. 1 г), то луч может проходить кристалл дважды (рис. 1 в). При этом рабочее напряжение на электрооптическом элементе уменьшается в два раза.

Все отмеченные выше схемы затворов имеют один существенный недостаток. Для работы с достаточно широкими пучками требуется очень большая толщина пластинки из исландского шпата (по крайней мере, в 10 раз больше ширины пучка). Поэтому уже при пучках диаметром в 1 см подобную схему затвора реализовать затруднительно. На рис. 2 представлены схемы, где этот недостаток отсутствует. В схеме рис. 2 а в качестве поляризационного расщепителя используется клиновидная пластинка из двоякопреломляющего материала (например, исландского шпата). Как видно из рисунка, у такого затвора в закрытом состоянии отраженные лучи (они показаны пуктиром) выходят под углом к падающему излучению. Здесь толщина пластинки, угол клина и величина двойного лучепреломления определяют, с одной стороны, расстояние между расщепителем (1) и отражающим зеркалом (2), а с другой,—угол между направлением падающего излучения и направлением отраженных лучей в закрытом состоянии. Недостаток, который имеет место в данной схеме, заключается в том, что расщепленные пучки после прохождения клина имеют различные поперечные сечения. Это приводит к дополнительным апертурным потерям и неполной фазовой компенсации. Однако, как показывает расчет, эти потери и искажения можно свести к допустимому минимуму.

На рис. 2 б, в представлены фазокомпенсированные затворы на основе ромбического элемента (1) [3], объединяющего поляризационный расщепитель и электрооптическую ячейку. В этих схемах затворов отсутствуют недостатки, присущие затвору рис. 2 а. Кроме того, они позволяют работать при пучках произвольного поперечного сечения. В схеме рис. 2 б имеется дополнительный расщепитель лучей (2) для компенсации расхождения лучей в ромбическом элементе (1) и четвертьволновая пластина (3) с оптической осью под углом $\pi/4$ к плоскости чертежа. В схеме рис. 2 в также имеется пластина в $\lambda/4$, но вместо дополнительного расщепителя и зеркала используется призма ПВО (3), конструкция которой показана на рис. 1 г. Затворы, выполненные по этим схемам, переходят в открытое состояние при снятии напряжения на электрооптической ячейке (1).

Проверка работоспособности предлагаемого типа затвора в неполяризованном свете проводилась на установке, схема которой приведена на рис. 3. С целью получения пучка света с переменной поляризацией по поперечному сечению линейно-поляризованное излучение He-Ne-лазера ($\lambda = 0,63$ мкм) проходило через телескоп (1), между линзами которого находилась пластина из одноосного кристалла (KDP) с оптической осью, вдоль оси телескопа. На выходе из телескопа в разных точках поперечного сечения пучка излучение имеет различную поляризацию. С помощью делительной пластины (2) пучок света разделяется на два луча. Пучок (I) отражается от зеркала (3) и проходит через делительную пластину. Другой пучок (II) проходит через электрооптический затвор, отражается от делительной пластинки и падает на фотопленку (4), как и луч сравнения (I). Оптические длины путей для обоих лучей выбраны примерно одинаковыми. Если перед фотопленкой поставить поляризатор (10), то на выходе будет видна коноскопическая картина кристалла, расположенного в телескопе (1). Сравнивая коноскопические картины обоих лучей (I и II) при различных ориентациях поляризатора (10), можно судить о том, какие изменения испытывает поляризация излучения при прохождении через электрооптический затвор.

Затвор был собран на основе поляризационного расщепителя, выполненного в виде плоскопараллельной пластины из исландского шпата. Толщина пластины (6) составляла 5 см, а оптическая ось кристалла расположена под углом $\pi/4$ к рабочей грани. С целью полного

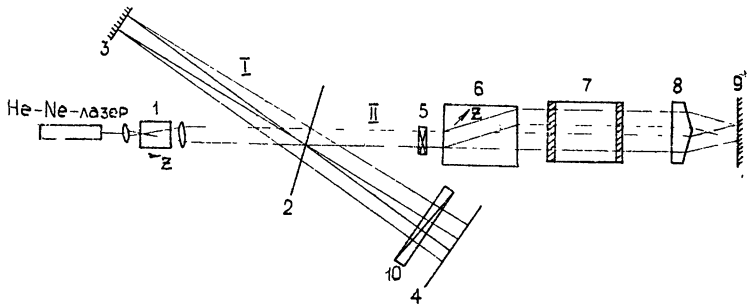


Рис. 3.

совмещения распределения поля входного и выходного излучений сведение лучей расщепителя осуществлялось с помощью бипризмы (8) и зеркала (9). Четвертьволновая пластинка (5), ось которой направлена под углом $\pi/4$ к плоскости чертежа, компенсировала набег разности фаз, который возникает между лучами расщепителя при их круговом обходе. В качестве элемента 7 использовался кристалл DKDP (*z*-срез) длиной 2 см с поперечными электродами.

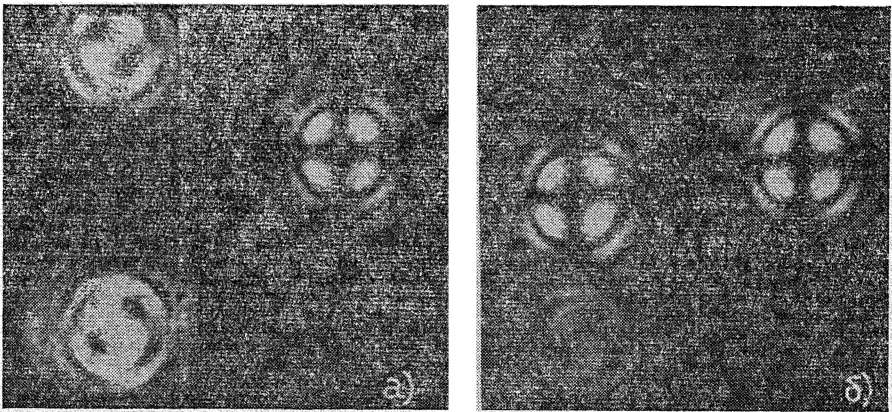


Рис. 4.

На рис. 4 приведены коноскопические картины луча сравнения I (на рисунке он справа) и луча II, прошедшего через затвор. Рис. 4 а соответствует случаю, когда напряжение на кристалле отсутствует (затвор закрыт). На рис. 4 б показаны коноскопические картины обоих лучей при поданном напряжении. Дополнительные пятна на фотографиях (сверху и снизу от основного пучка) возникают от излучения, которое выходит из затвора в закрытом состоянии. Это излучение легко устраняется постановкой диафрагмы на входе затвора. Подобные коноскопические картины были получены и для электрооптического затвора, собранного по схеме рис. 2 а. Сравнение коноскопических картин, приведенных на рис. 4, позволяет сделать вывод, что при прохождении излучения через затвор его поляризация практически не изменяется. Неко-

торые дополнительные пятна на коноскопической картине луча, прошедшего через затвор, связаны с интерференцией в элементах затвора. К недостаткам затвора следует отнести наличие большого числа отражающих поверхностей, которые, с одной стороны, вызывают дополнительные потери, а, с другой стороны, вследствие интерференции могут искажать структуру прошедшего через затвор излучения. Там, где эти недостатки существенны, рабочие поверхности затвора следует просветлять. Этой же цели можно достичь помещением всех элементов затвора в иммерсионную жидкость. Кроме того, имеется возможность уменьшить количество элементов затвора за счет объединения функций нескольких элементов в одном блоке.

В заключение авторы выражают благодарность В. И. Кацману за интерес к работе, а М. А. Куреневу и Е. И. Шалагипову за изготовление элементов затвора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Ананьев, Н. А. Козлов, А. А. Мак, А. И. Степанов, ЖПС, 5, 51 (1966).
2. R. H. Dishington, W. R. Hook and R. P. Hilberg, Proc. IEEE, 55, 2038 (1967).
3. В. И. Беспалов, В. И. Гостев, В. В. Груздев, Н. В. Кононов, В. И. Лавров, ОМП, № 12, 30 (1971).
4. А. А. Мак, В. М. Митькин, Л. Н. Сомс, Оптика и спектроскопия, 33, 996 (1972).
5. Г. Н. Винокуров, А. А. Мак, В. М. Митькин, Квантовая электроника, 1, 1890 (1974).
6. В. Г. Евдокимова, А. А. Мак, Л. Н. Сомс, А. И. Шафаростов, Квантовая электроника, 2, 1915 (1975).

Научно-исследовательский радиопизический институт

Поступила в редакцию
24 января 1977 г.

ELECTROOPTICAL GATE FOR NONPOLARIZED EMISSION

Yu. N. Belyaev, S. P. Kuznetsov, M. A. Novikov

A new scheme of the electrooptical gate is suggested, the gate being opened does not change the polarization of emission passed through it. The principle of the gate operation consists in the polarization splitting of incident emission into two beams, each travelling one and the same closed path to meet each other with the help of an electrooptical cell and the system of reflecting surfaces. Various modifications of the gate are given. The suggested gate may be used for emission modulation of lasers with inhomogeneous active anisotropic elements.

УДК 621 317 412

**ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ НАБЛЮДЕНИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ЛИНИИ
O—O-ПЕРЕХОДА В ПАРАХ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ**

С. М. Кокурошников, Е. Л. Сорин, В. Б. Цареградский

Для наблюдения резонансной линии O—O-перехода в парах щелочных металлов предлагается метод развертки магнитного поля. Рассмотрена форма сигнала парамагнитного резонанса, наблюдаемого этим методом. Приводятся экспериментальные результаты, полученные с парами Rb⁸⁷.

1. Наблюдение сигналов парамагнитного резонанса O—O-перехода в парах щелочных металлов при оптической накачке обычно производится путем сканирования частоты СВЧ-источника в пределах ширины резонансной линии [1]. Магнитное поле, применяемое для расщепления зеемановских подуровней основного состояния $S_{1/2}$, при этом остается постоянным. В данной заметке исследуется возможность наблюдения сигналов парамагнитного резонанса O—O-перехода методом развертки магнитного поля. Преимуществом этого метода является возможность использования высокостабильного источника СВЧ-сигнала (например, синхронизованного по стандарту частоты) и более точной индикации резонансной линии из-за слабой зависимости частоты O—O-перехода от магнитного поля. Однако форма сигнала парамагнитного резонанса в последнем случае носит более сложный характер в силу нелинейной зависимости частоты O—O-перехода от магнитного поля, и применение указанной методики требует детального исследования влияния магнитной развертки на ширину и форму наблюдаемой линии.

2. Сигнал парамагнитного резонанса при оптической накачке описывается следующим выражением [2]:

$$S = S' \frac{(\gamma H_1)^2 \tau_1 / \tau_2}{1/\tau_2^2 + (\omega - \omega_0)^2 + (\gamma H_1)^2 \tau_1 / \tau_2}, \tag{1}$$

где S' — множитель, определяющий амплитуду сигнала, H_1 — напряженность СВЧ-поля, γ — гиромагнитное отношение, τ_1 , τ_2 — продольное и поперечное времена релаксации, $\omega - \omega_0$ — расстройка частоты.

Представим (1) в виде

$$S = \frac{S_0}{1 + (\omega - \omega_0)^2 \tau_2^{*2}}, \tag{2}$$

Здесь $S_0 = S'(\gamma H_1)^2 \tau_1 / \tau_2 \tau_2^{*2}$, $\tau_2^{*2} = \frac{1}{1/\tau_2^2 + (\gamma H_1)^2 \tau_1 / \tau_2}$.

При развертке магнитного поля H_0 частота ω , соответствующая O—O-переходу, меняется по закону [3]

$$\omega = \omega_{ст} + G(H_0 + \tilde{H})^2, \tag{3}$$

где $\omega_{ст}$ — частота сверхтонкого расщепления, $G = [2\pi(|g_J| + g'_J)^2\beta^2] \times \times (2\hbar^2\omega_{ст})^{-1}$, $g'_J = g_J\beta_I/\beta$, g_J и g_I — «g-факторы» электрона и ядра, β — магнетон Бора, β_I — ядерный магнетон, \tilde{H} — переменная часть магнитного поля. Подставляя (3) в (2), получаем

$$S = \frac{S_0}{1 + [\omega_{ст} + G(H_0^2 + 2H_0\tilde{H} + \tilde{H}^2) - \omega_0]^2 \tau_2^{*2}}. \quad (4)$$

Подберем поле H_0 так, чтобы выполнялось условие

$$\omega_{ст} + GH_0^2 = \omega_0.$$

В этом случае сигнал будет иметь максимум в центре развертки ($\tilde{H} = 0$) и описываться следующим выражением:

$$S = \frac{S_0}{1 + G^2 \tau_2^{*2} [\tilde{H}(2H_0 + \tilde{H})]^2}. \quad (5)$$

При оптической индикации сигнал парамагнитного резонанса с выхода газовой ячейки подается на фотодетектор и после предварительного усиления поступает на осциллограф. Для проведения различных измерений сигнал парамагнитного резонанса удобнее регистрировать на диаграммной ленте самописца. В этом случае требуется дополнительная модуляция магнитного поля со звуковой частотой ω_m , необходимой для фазового детектирования сигнала.

3. В режиме модуляции на медленно меняющееся магнитное поле \tilde{H} накладывается переменное поле $H_m \cos \omega_m t$. Промодулированный сигнал парамагнитного резонанса имеет вид

$$S = \frac{S_0}{1 + G^2 \tau_2^{*2} [\tilde{H}(2H_0 + \tilde{H}) + 2(H_0 + \tilde{H})H_m \cos \omega_m t + H_m^2 \cos^2 \omega_m t]^2}. \quad (6)$$

При $H_m \ll 2(H_0 + \tilde{H})$ последним членом в знаменателе можно пренебречь. С помощью обозначений

$$\alpha = \frac{(2H_0 + \tilde{H})\tilde{H}}{2(H_0 + \tilde{H})H_m} \quad \text{и} \quad \beta = \frac{1}{2(H_0 + \tilde{H})G\tau_2^*H_m} \quad (7)$$

приведем (6) к виду

$$S = \frac{S_0}{\beta^2 + (\alpha + \cos \omega_m t)^2}. \quad (8)$$

Фазовый детектор выделяет первую гармонику этого сигнала.

Уолквистом [4] было получено в общем виде выражение для фурье-амплитуд функций типа (8). Пользуясь результатами [4], для амплитуды первой гармоники имеем

$$a_1 = \pm 2S_0\beta^2 \frac{(2\gamma - u)^{1/2}}{(u - 2)^{1/2}(u - \gamma)}, \quad (9)$$

где $\gamma = 1 + \alpha^2 + \beta^2$, $u = \gamma + (\gamma^2 - 4\alpha)^{1/2}$. Практический интерес представляет форма сигнала при малой амплитуде модуляции. Для ее нахождения преобразуем выражением (9) к виду

$$a_1 = \pm 2S_0 \beta^2 \frac{2\alpha}{\{[\gamma + (\gamma^2 - 4\alpha^2)^{1/2} - 2][\gamma + (\gamma^2 - 4\alpha^2)^{1/2}](\gamma^2 - 4\alpha^2)^{1/2}\}}. \quad (10)$$

Условием малой модуляции будем считать

$$\beta^2 \gg 2.$$

При выполнении этого неравенства членом $4\alpha^2$ в (10) можно пренебречь. С учетом этого имеем

$$a_1 = \pm 2S_0 \beta^2 \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} = \pm \frac{4S_0(2H_0 + \tilde{H})\tilde{H}(H_0 + \tilde{H})(G\tau_2^*)^2 H_m}{\{1 + [(2H_0 + \tilde{H})\tilde{H}G\tau_2^*]^2\}^2}. \quad (11)$$

Данное выражение определяет форму сигнала парамагнитного резонанса, регистрируемую самописцем при малой амплитуде модуляции. Нетрудно заметить, что оно равно первой производной функции (5), умноженной на амплитуду модуляции H_m , т. е. в приближении малой модуляции a_1 совпадает со вторым членом разложения функции (5) в ряд Тейлора.

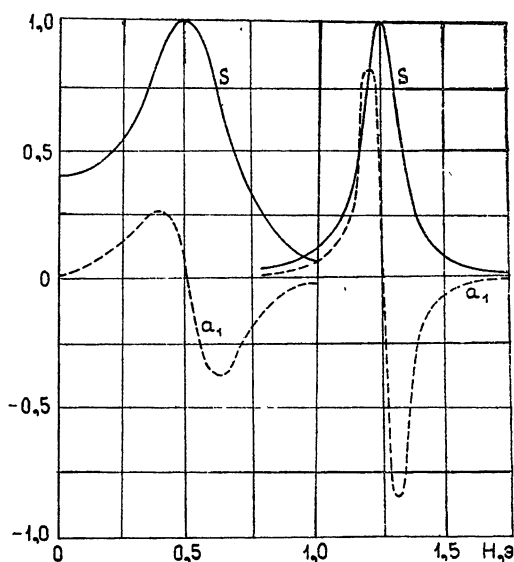


Рис. 1. Вид сигналов парамагнитного резонанса, рассчитанных для значений $H_0 = 0,5$ Э и $H_0 = 1,25$ Э при $S_0 = 1$, $G\tau_2^* = 5$, $H_m = 0,1$ Э.

На рис. 1 приведен вид сигналов, описываемых функциями (5) и (11), рассчитанных для двух значений поля H_0 , равных 0,5 и 1,25 Э при $S_0 = 1$, $G\tau_2^* = 5$, $H_m = 0,1$. Как видно из рисунка, при малых значениях поля H_0 сигналы S и a_1 имеют асимметричную форму. С увеличением магнитного поля сигналы сужаются и становятся симметричными. Амплитуды положительной и отрицательной ветвей кривой a_1 определяются выражением

$$a_{1p}^{\pm} = \pm \frac{3\sqrt{3}}{4} S_0 (H_0 \pm H_p) G\tau_2^* H_m, \quad (12)$$

где H_p — значение поля, соответствующее точкам максимального наклона, находится из соотношения

$$(2H_0 + H_p) H_p = \pm \frac{1}{\sqrt{3} G \tau_2^*}. \quad (13)$$

Условием того, что наблюдаемые сигналы будут иметь неискаженную форму (т. е. такую же, как при частотном сканировании), является равенство амплитуд a_{1p}^+ и a_{1p}^- .

4. Для экспериментальной проверки полученных соотношений была выбрана ячейка с изотопом Rb^{87} , наполненная двухкомпонентным буферным газом, компенсирующим световой сдвиг частоты. Ячейка помещалась в цилиндрический резонатор с колебаниями типа H_{011} и с оптически прозрачными торцовыми стенками. Для создания постоянного и модулирующего полей использовался соленоид с двумя отдельными обмотками, защищенный от внешних воздействий пермалловым экраном. Оптическая накачка осуществлялась источником света, состоящим из газоразрядной рубидиевой лампы и фильтрующей ячейки. СВЧ-источник стабилизировался высокостабильным кварцевым генератором. Сигнал парамагнитного резонанса детектировался фотодиодом и через малощумящий усилитель подавался при визуальном наблюдении на осциллограф, а при регистрации на диаграммной ленте — через дополнительный узкополосный усилитель и фазовый детектор на самописец. Развертка магнитного поля осуществлялась мотором, вращающим прецизионное сопротивление, изменяющее опорное напряжение в стабилизированном блоке питания соленоида.

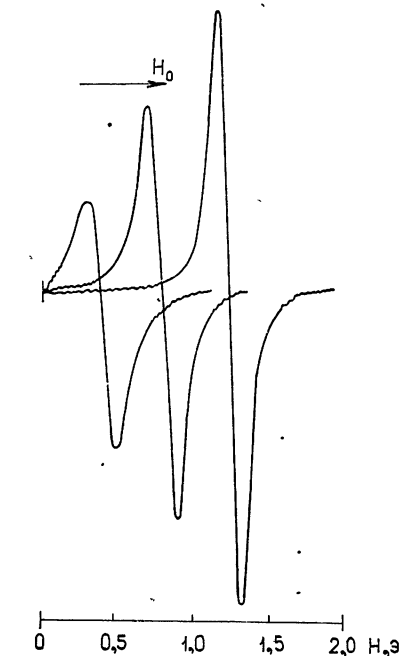


Рис. 2. Экспериментальная запись сигналов парамагнитного резонанса, полученная при линейной развертке магнитного поля.

В этом случае ширина линии между точками максимального наклона определяется формулой

$$\Delta H_{pp} = \frac{1}{\sqrt{3} H_0 G \tau_2^*}. \quad (14)$$

Точность записи сигналов в эксперименте определялась в основном стабильностью частоты СВЧ-источника. Наименьшая ширина сигнала,

которая наблюдалась при комнатной температуре ячейки и минимальных значениях интенсивности накачки и СВЧ-поля, составляла около 20 Гц. Это значение близко к темновой ширине резонансной линии, определенной в работе [5].

5. На основании вышеизложенного можно сделать вывод о том, что метод развертки магнитного поля вполне пригоден для наблюдения резонансной линии $O-O$ -перехода. Данный метод может быть использован при исследовании влияния различных факторов на ширину и форму линии перехода атомов в газовых ячейках квантовых стандартов частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Г. Гужва, Б. Н. Оханцев, С. В. Семенов, Н. Н. Якобсон, Вопросы радиоэлектроники, серия 12, 28, 147 (1966).
2. Н. М. Померанцев, В. М. Рыжков, Г. В. Скроцкий, Физические основы квантовой магнитометрии, изд. Наука, М., 1972.
3. В. В. Григорьянц, М. Е. Жаботинский, В. Ф. Золин, Квантовые стандарты частоты, изд. Наука, М., 1968.
4. H. Wahlgvist, J. Chem. Phys., 35, 1708 (1961).
5. Е. Н. Базаров, В. П. Губин, Радиотехника и электроника, 14, № 6, 1043 (1969).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
14 февраля 1977 г

ON ONE METHOD OF OBSERVATION OF THE $O-O$ -TRANSITION RESONANCE LINE IN VAPORS OF ALKALI METALS

S. M. Kokuroshnikov, E. L. Sorin, V. B. Tsaregradskii

For investigating the $O-O$ -transition resonance line in vapors of alkali metals the method of magnetic field sweeping is suggested. The form of the signal of paramagnetic resonance, observed by this method has been considered. The experimental results obtained with vapors Rb^{87} are given.

УДК 621.373 826

ИЗМЕРЕНИЕ ЧЕТЫРЕХТОЧЕЧНОЙ ФУНКЦИИ КОГЕРЕНТНОСТИ ПОЛЯ В ОБЛАСТИ СЛУЧАЙНЫХ ФОКУСИРОВОК ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. С. Гурвич, В. Кан

Приводятся результаты измерения четырехточечной функции когерентности поля лазерного излучения, прошедшего турбулентную среду, в области случайных фокусировок интенсивности света. Эксперимент проводился на жидкостной кювете длиной 35 см с развитой конвективной турбулентностью. Для измерений использовались турбулентные режимы со значениями продольного параметра $\beta_0 = 1,2 \div 2,5$. По результатам эксперимента построены зависимости четырехточечной функции когерентности от расстояний между точками. Результаты измерений сравниваются с теоретическими кривыми, полученными в предположении о нормальном распределении комплексной фазы поля и в приближении метода плавных возмущений.

1. В работе [1] приведено описание супергетеродинной аппаратуры и методика измерения четырехточечной функции когерентности Γ_4 комплексного поля лазерного излучения, прошедшего турбулентную среду, в которой диэлектрическая проницаемость ϵ — случайная функция точки. В [1] изложены также результаты измерений, выполненных в условиях применимости метода плавных возмущений (МПВ). В данной работе предлагаются полученные экспериментальные значения Γ_4 в области случайных фокусировок лазерного излучения, т. е. в области максимальных выбросов и замираний интенсивности света в локально-изотропной турбулентной среде.

Функции когерентности второго и четвертого порядков плоской волны, распространяющейся в направлении Ox , для точек, расположенных в виде параллелограмма, можно определить следующим образом [2]:

$$\Gamma_2(x, |\rho_{1,2}|) = \langle E(x, \rho) E^*(x, \rho + \rho_{1,2}) \rangle,$$

$$\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2) = \langle E(x, \rho) E^*(x, \rho + \rho_1) E^*(x, \rho + \rho_2) E(x, \rho + \rho_1 + \rho_2) \rangle,$$

где ρ_1, ρ_2 — стороны параллелограмма, расположенные в плоскости $x = \text{const}$. Поле E в точке x, ρ_j можно представить в виде

$$E_j = E(x, \rho_j) = A_0 \exp(i\omega t + \Psi_j),$$

где $\Psi_j = \chi_j + iS_j$ — комплексная фаза, $\chi_j = \ln \frac{A_j}{A_0}$, A_0 — невозмущенная, а A_j и S_j — флуктуирующие амплитуда и фаза, ω — частота света.

Для двухточечной функции когерентности Γ_2 , используя предположение о нормальном распределении комплексной фазы Ψ , можно получить [3]

$$\frac{\Gamma_2(x, \rho_1)}{\Gamma_2(x, 0)} = \exp \left[-\frac{1}{2} D_1(x, \rho_1) \right], \quad (1)$$

где $\Gamma_2(\dot{x}, 0) = \langle A^2 \rangle = \langle I \rangle$ — средняя интенсивность излучения, $D_1(x, \rho_1)$ — структурная функция комплексной фазы: $D_1(\rho_1) = \langle [\Psi(\rho) - \Psi(\rho + \rho_1)] [\Psi^*(\rho) - \Psi^*(\rho + \rho_1)] \rangle$. К такому же выражению (1) для $\Gamma_2(x, \rho)$ приводит и расчет в приближении марковского случайного процесса [2].

Для четырехточечной функции когерентности Γ_4 в предположении о нормальном распределении комплексной фазы можно получить

$$\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2) = \langle I \rangle^2 (\exp(4\sigma_x^2)) \exp \left\{ -D_1(\rho_1) - D_1(\rho_2) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} [D_2(|\rho_1 + \rho_2|) + D_2^*(|\rho_1 - \rho_2|)] \right\}, \quad (2)$$

где $D_2(\rho') = \langle [\Psi(\rho) - \Psi(\rho + \rho')]^2 \rangle$, $\langle I \rangle^2 \exp(4\sigma_x^2) = \Gamma_4(x, 0, 0) = \langle I^2 \rangle$ — максимальное значение для Γ_4 , достигаемое при $\rho_1 = \rho_2 = 0$, σ_x^2 — дисперсия логарифма амплитуды. Из этого предположения следует также, что

$$\exp(4\sigma_x^2) = 1 + \beta^2,$$

где $\beta^2 = \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2}$ — относительная дисперсия флуктуаций интенсивности, зависящая от продольного параметра β_0^2 . Параметр β_0^2 находится по формулам первого приближения МПВ. Зависимость $\beta(\beta_0)$ исследована в ряде работ [4, 5], поэтому мы рассмотрим функцию

$$\gamma_4(x, \rho_1, \rho_2) = \frac{\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2)}{\langle I \rangle^2 (1 + \beta^2)}.$$

В предположении, что комплексная фаза Ψ распределена по нормальному закону, из (2) можно получить

$$\gamma_4(x, \rho_1, \rho_2) = \exp \left\{ -D_1(\rho_1) - D_1(\rho_2) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} [D_2(|\rho_1 + \rho_2|) + D_2^*(|\rho_1 - \rho_2|)] \right\}. \quad (3)$$

Величина β_0^2 , а также $D_1(\rho)$, $D_2(\rho)$ в приближении МПВ определяются спектром $\Phi_\epsilon(x)$ пульсаций диэлектрической проницаемости ($\epsilon - \langle \epsilon \rangle / \langle \epsilon \rangle$). Для оценки этих величин в настоящей работе использовался спектр вида [6]

$$\Phi_\epsilon(x) = 0,033 C_\epsilon^2 x^{-11/3} \exp \left(-\frac{x^2}{x_m^2} \right), \quad (4)$$

где C_ϵ^2 — структурная характеристика, $x_m = 5,92/\lambda_0$, λ_0 — внутренний масштаб, определяемый как точка пересечения асимптотических разложений структурной функции температур $D_T(\rho)$ [6, 7],

$$\lambda_0 = 4,93 \eta_k \text{Pr}^{-3/4}. \quad (5)$$

Здесь $\eta_k = \nu^{3/4} \epsilon_k^{-1/4}$ — колмогоровский масштаб микропульсаций скорости (ν — кинематическая вязкость, ϵ_k — скорость диссипации энергии за счет вязкости), $\text{Pr} = \nu/\chi_M$ — число Прандтля (χ_M — температуропроводность). Для воды $\text{Pr} \approx 7$, для воздуха $\text{Pr} \approx 0,7$.

Для спектра (4) значения β_0^2 и $D_1(\rho)$ выражаются следующими формулами:

$$\beta_0^2 = 0,033\pi^2 C_\epsilon^2 k^2 L x_m^{-5/3} \Gamma \left(-\frac{11}{6} \right) \left[\frac{(1+D^2)^{11/12}}{D} \sin \left(\frac{11}{6} \operatorname{arctg} D \right) - \frac{11}{6} \right]; \quad (6)$$

$$D_1(\rho) = 0,453 C_\epsilon^2 k^2 L x_m^{1/3} \rho^2. \quad (7)$$

Выражение (7) справедливо при условии $\frac{1}{2} x_{m\rho} \ll 1$. Здесь $k = \epsilon^{1/2} 2\pi/\lambda$,

λ — длина волны света, $D = \frac{x_m^2 L}{k}$ — волновой параметр, L — длина трассы.

2. Измерения проводились с широким коллимированным пучком He—Ne лазера с длиной волны $\lambda = 0,63$ мк. Схема эксперимента практически осталась прежней [1]. Основное отличие заключалось в том, что турбулентность создавалась не в воздухе, а в слое воды, находящейся между двумя горизонтально расположенными теплообменниками, помещенными в теплоизолированную кювету длиной $x = L = 35$ см [5]. В такой кювете возникает сильная турбулентная конвекция. Из-за больших по сравнению с воздухом значений температурного коэффициента $\frac{\partial \epsilon}{\partial T}$ в жидкостной кювете можно легко реализовать условия «сильных флуктуаций» интенсивности на короткой трассе. Приемные точки в нашем эксперименте располагались непосредственно на выходе из кюветы. Для контроля оптических характеристик турбулентности в кювете использовалась методика [8], основанная на определении спектров $\Gamma_2(\rho)$. Спектры Γ_2 определялись с помощью узкой щели, сканировавшей в фокальной плоскости приемного объектива. При условии $D_1(\lambda_0) \gg 1$ (это условие в эксперименте выполнялось) коэффициент при ρ^2 в структурной функции $D_1(\rho)$ (7) связан с измеряемой полушириной размытого фокального пятна $y_{0,5}$ следующим образом:

$$0,453 C_\epsilon^2 k^2 L x_m^{1/3} = \frac{k^2}{2\epsilon F^2 \ln 0,5} y_{0,5}^2, \quad (8)$$

где F — фокусное расстояние приемного объектива. Скорость диссипации кинетической энергии ϵ_k , необходимая для вычисления колмогоровского масштаба η_k , определялась по потоку тепла от нагревающего теплообменника [6]. Зная $y_{0,5}$ и пользуясь (5), можно было вычислить C_ϵ^2 для проводившихся экспериментов. Значения C_ϵ^2 и η_k позволяли находить β_0^2 по (6) и вычислять $D_1(\rho)$, $D_2(\rho)$ в приближении МПВ. В проводившемся эксперименте волновой параметр изменялся в пределах $2,5 \leq D \leq 4,5$, а структурная характеристика $-2,3 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-2/3} \leq C_\epsilon^2 \leq 6,7 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-2/3}$.

Функция $\gamma_4(x, \rho_1, \rho_2)$ в общем случае комплексная и $\operatorname{ar} \gamma_4$ зависит, в частности, от расположения приемных точек. В эксперименте использовались два предельных случая расположения точек: 1) точки расположены в вершинах прямоугольника — $(\rho_1, \rho_2) = 0$ и 2) точки расположены в виде вырожденного параллелограмма, т. е. все точки на одной прямой — $|\rho_1, \rho_2| = 0$. В первом случае из соображений изотропности очевидно, что $\operatorname{ar} \gamma_4 = 0$, т. е. γ_4 — чисто действительная величина. В каждом случае измерения проводились для трех турбулентных режимов со значениями β_0 , равными 1,2; 1,8; 2,5. Измерения показали, что

соответствующие им β принимали значения 1,0; 1,4; 1,5. Из [5] видно, что указанным значениям β_0 соответствуют β , находящиеся в максимуме зависимости $\beta(\beta_0)$, т. е. в области случайных фокусировок интенсивности.

Значения Γ_2 и Γ_4 удобно нормировать на величины, сохраняющиеся в процессе распространения волны, т. е. соответственно на $\langle I \rangle$ и $\langle I \rangle^2$. Однако использовавшиеся методика и экспериментальная установка [1] позволяли измерять не $\langle I \rangle$, а значения $\langle A_1 A_2 \rangle$ и $\langle A_3 A_4 \rangle$, где A_j — амплитуды поля в приемных точках. Используя предположение о нормальном законе распределения комплексной фазы Ψ , можно выразить $\langle I \rangle$ через $\langle A_1 A_2 \rangle$ следующим образом. Коэффициенты корреляции интенсивности $b_I(\rho)$ и амплитуды $b_A(\rho)$ связаны соотношением

$$b_A(\rho) = \frac{[1 + \beta^2 b_I(\rho)]^{1/4} - 1}{[1 + \beta^2]^{1/4} - 1}, \quad (9)$$

где $b_A(\rho) = (\langle A_1 A_2 \rangle - \langle A_1 \rangle \langle A_2 \rangle) / \sigma_{A_1} \sigma_{A_2}$, (σ_A^2 — дисперсия флуктуаций амплитуды), а

$$b_I(\rho) = \frac{\Gamma_4(x, \rho, 0) - (\Gamma_2(x, 0))^2}{\Gamma_4(x, 0, 0) - (\Gamma_2(x, 0))^2}. \quad (10)$$

Из нормальности комплексной фазы Ψ также следует, что

$$\langle I \rangle \equiv \langle A^2 \rangle = \langle A_1 A_2 \rangle \frac{(1 + \beta^2)^{1/4}}{1 + [(1 + \beta^2)^{1/4} - 1] b_A(\rho)}. \quad (11)$$

Формулы (9) и (11) использовались для перехода от измерявшихся значений $\langle A_1 A_2 \rangle$, $\langle A_3 A_4 \rangle$ и $b_I(\rho)$ к $\langle I \rangle$.

Полученные экспериментально значения $\arg \gamma_4$ для вырожденного параллелограмма при $\beta_0 = 1,2$ согласуются, в пределах ошибок, с расчетными по формуле (3) в приближении МПВ. Для режимов $\beta_0 > 1,2$ значения $\arg \gamma_4$ меньше расчетных и не превышают в основном величины 0,25 (ошибка экспериментов порядка этой величины)*.

Модуль γ_4 для определенного режима турбулентности и фиксированных $x = L$ зависит от трех переменных: $|\rho_1|$, $|\rho_2|$ и угла между ними

$\widehat{\rho_1 \rho_2}$. Если зафиксировать угол (для прямоугольника он равен $\pi/2$, для вырожденного параллелограмма — нулю), то $|\gamma_4|$ можно представить в виде рельефа в прямоугольной системе координат, где по двум осям отложены значения ρ_1 , ρ_2 , а по третьей оси — соответствующие величины $|\gamma_4|$. Из соображений изотропности эта поверхность должна быть симметричной относительно выбранных осей координат ρ_1 , ρ_2 и биссектрис углов между этими осями. Поэтому измерения проводились для одной половины «квадранта»: $\rho_1 \geq \rho_2 \geq 0$.

На рис. 1 а, б, в представлены в виде рельефа результаты измерений

$|\gamma_4(\rho_1, \rho_2, \widehat{\rho_1 \rho_2})|$. Точки соответствуют значениям ρ_1 и ρ_2 , реализованным в эксперименте, а цифры — измеренным значениям $|\gamma_4|$. По экспериментальным значениям проведены изолинии, соответствующие сечениям поверхности $|\gamma_4|$ плоскостями, параллельными основанию $\rho_1 \rho_2$. На рисунках показаны изолинии уровней 0,2 (внешняя изолиния), 0,4 и 0,6.

С увеличением β_0 изолинии приближаются к началу координат. Для фиксированных β_0 различие между прямоугольником и вырожденным параллелограммом проявляется, главным образом, при $\rho_1 \approx \rho_2$. При ρ_1 и ρ_2 , существенно отличающихся друг от друга, различие мало.

* Измерения $\arg \gamma_4$ проводились при $\Gamma_2(\rho)/\Gamma_2(0) \geq 0,25$.

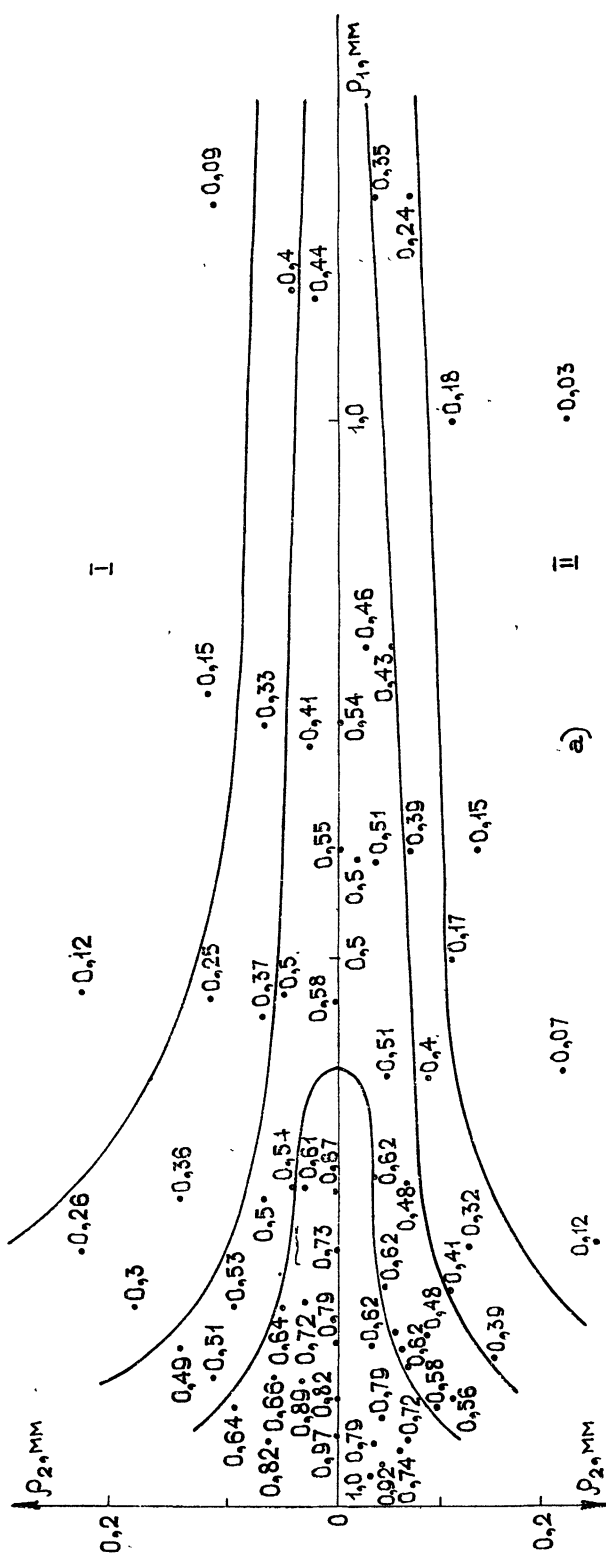


Рис. 1а. Рельеф $|\gamma_4| : \beta_0 = 1, 2$;
 I—прямоугольник ($\rho_1 \rho_2$) = 0; II—вырожденный параллелограмм [$\rho_1 \rho_2$] = 0.

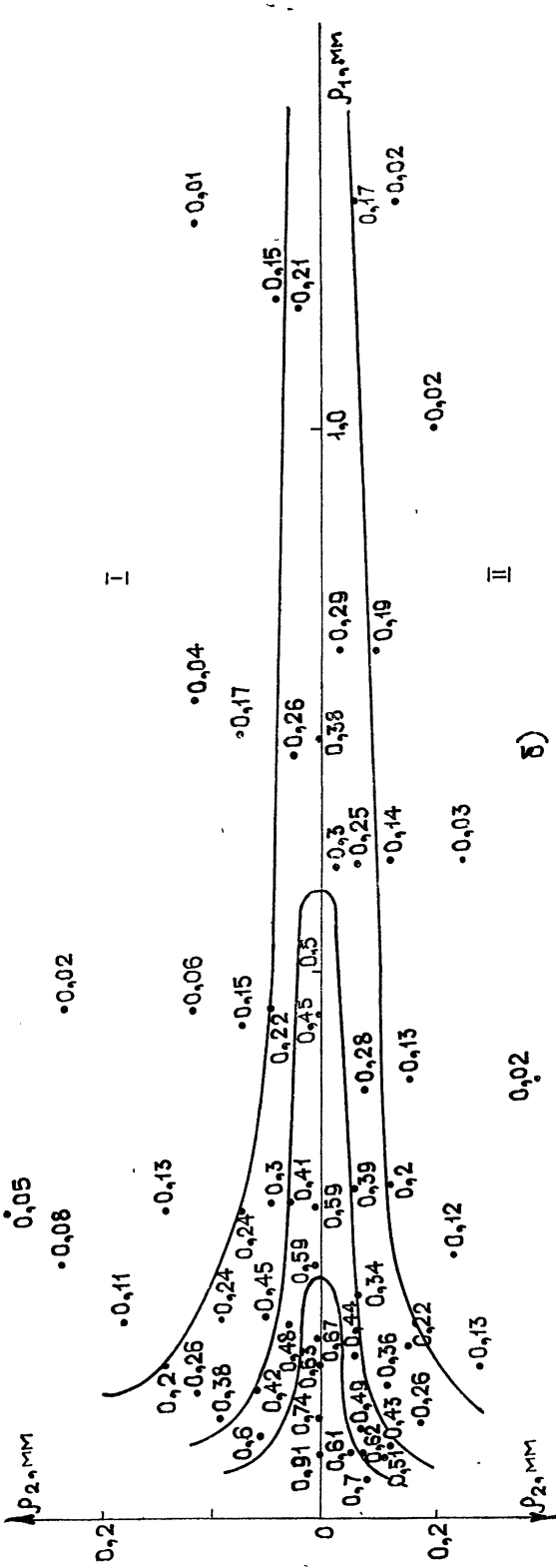


Рис. 16. Рельеф $|\gamma_4| : \rho_0 = 1,8$;
 I—прямоугольник ($\rho_1 \rho_2 = 0$, II—вырожденный параллелограмм [$\rho_1 \rho_2 = 0$].

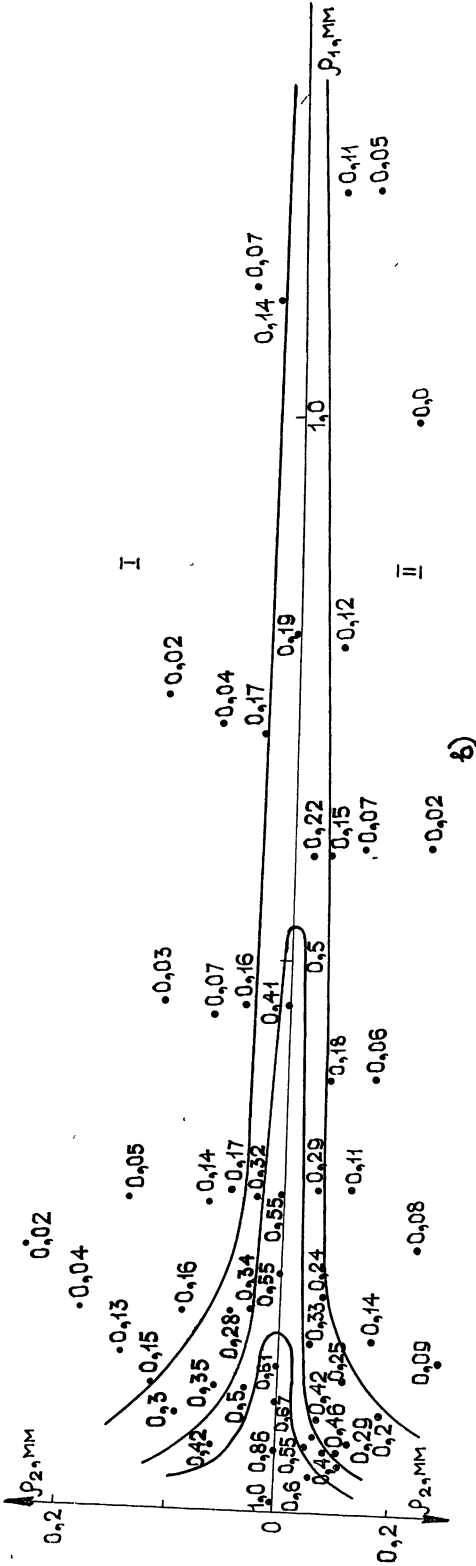


Рис. 1в. Рельеф $|\gamma_4| : \rho_0 = 2,5$;
 I—прямоугольник ($\rho_{1\rho_2} = 0$, II—вырожденный параллелограмм $[\rho_{1\rho_2}] = 0$.

Отметим, что из определения четырехточечной функции когерентности Γ_4 для достаточно больших ρ_1 (или ρ_2) следует

$$\Gamma_4(x, \rho_1 \rightarrow \infty, \rho_2) = (\Gamma_2(x, \rho_2))^2, \quad (12)$$

т. е. Γ_4 переходит в произведение вторых моментов. В эксперименте было получено, что лишь для таких больших расстояний $\rho_1 \gtrsim 2,5 \text{ мм}$, при которых коэффициент корреляции $b_I(\rho_1)$ исчезающе мал, приближенно выполнялось (12). Для сравнения следует указать, что значения $\Gamma_2(\rho_1)/\Gamma_2(0)$ для использованных режимов турбулентности убывают в два раза при $\rho_1 = 0,04 \div 0,075 \text{ мм}$.

На рис. 2 а, б, в показаны сечения поверхности $|\gamma_4(x, \rho_1, \rho_2)|$ плоскостью $\rho_1 = \rho_2$, перпендикулярной основанию $\rho_1\rho_2$ и проходящей через начало координат. Значения $|\gamma_4|$, рассчитанные по (3) с использованием величин $D_1(\rho)$ и $D_2(\rho)$ в первом приближении МПВ, представлены на этом рисунке штриховыми и пунктирными линиями. Из рисунка видно, что зависимости $|\gamma_4|$ для квадрата располагаются выше соответствующих зависимостей для вырожденного ромба. Расчетные кривые имеют большую крутизну по сравнению с экспериментальными и наиболее сильно отличаются от них при малых значениях $|\gamma_4|$.

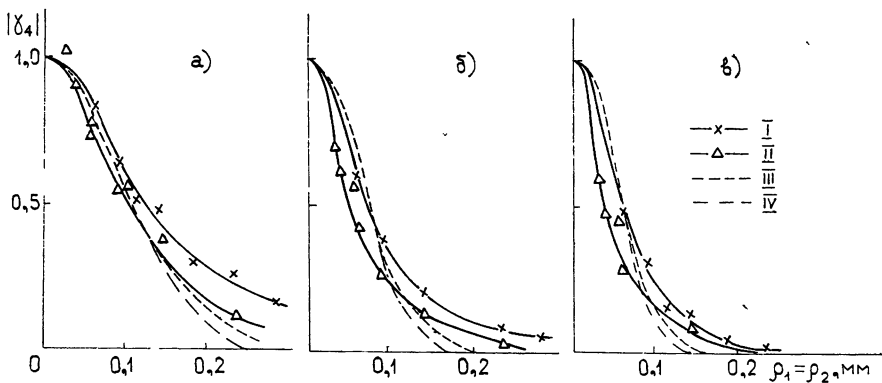


Рис. 2. Сечение рельефа $|\gamma_4|$ плоскостью $\rho_1 = \rho_2$: а) $\beta_0 = 1,2$; б) $\beta_0 = 1,8$; в) $\beta_0 = 2,5$. Измерения: I—квадрат; II—вырожденный ромб; расчет по (3) в приближении МПВ: III—квадрат; IV—вырожденный ромб.

На рис. 3 а, б, в по экспериментальным точкам построены коэффициенты корреляции интенсивности $b_I(\rho)$. Штриховыми линиями показаны $b_I(\rho)$, рассчитанные по формулам (2) и (10). Для нахождения $b_I(\rho)$ все величины, входящие в (2), рассчитывались в приближении МПВ, и принималось, что Ψ распределено нормально. Пунктирными линиями для сравнения показаны $b_I(\rho)$, рассчитанные при $C_s^2 \rightarrow 0$ и тех же λ_0 , что в эксперименте. При $C_s^2 \rightarrow 0$ $\sigma_\chi^2 \rightarrow 0$, что соответствует переходу в область слабых флуктуаций, где справедливо приближение МПВ. Из рисунка видно, что зависимости $b_I(\rho)$, вычисленные по формулам (2) и (10) (штриховые линии), близки к экспериментальным при малых значениях ρ и существенно различаются при больших ρ . Сравнение экспериментальных кривых $b_I(\rho)$ со значениями $b_I(\rho)$, рассчитанными для слабых флуктуаций (пунктирные линии), показывают, что экспериментальные значения $b_I(\rho)$ для малых ρ располагаются ниже расчетных, а для больших ρ — выше. Аналогичные зависимости $b_I(\rho)$, полученные при условии $D \gg 1$, приведены в работе [4], и, по-ви-

димому, можно считать, что качественный характер изменения $b_I(\rho)$ при переходе от слабых флуктуаций к сильным не зависит от значения волнового параметра D .

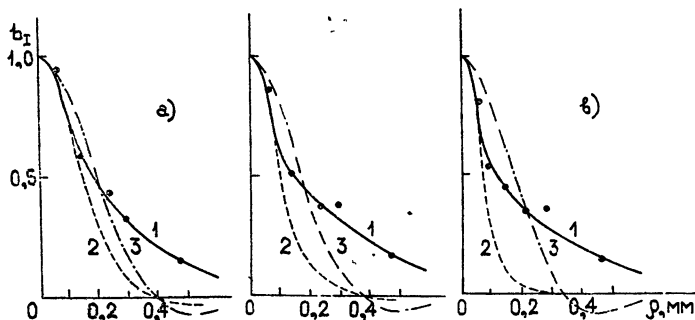


Рис. 3. Коэффициент корреляции интенсивности $b_I(\rho)$: а) $\beta_0 = 1,2$; б) $\beta_0 = 1,8$; в) $\beta_0 = 2,5$; 1—эксперимент; 2—расчет $b_I(\rho)$ по (2) в приближении МПВ; 3—расчет $b_I(\rho)$ для слабых флуктуаций.

Легко показать, что при $D \gg 1$, $\beta_0^2 \gg 1$ и $\rho \leq L^{1/2} k^{-1/2} \beta_0^{-6/5}$ рассчитанный в первом приближении МПВ и при нормальном законе распределения Ψ коэффициент корреляции $b_I(\rho)$ равен

$$b_I(\rho) \approx \exp[-D_1(\rho)],$$

что совпадает с главным членом приближенного решения уравнения для Γ_4 [9, 10] при малых ρ и больших β_0^2 . Однако это совпадение не может служить обоснованием для применимости первого приближения МПВ при $\beta_0^2 \gtrsim 1$.

3. Изложенные результаты представляют экспериментальное исследование четырехточечной функции когерентности в области случайных фокусировок интенсивности света. Получено, что для $\beta_0 \approx 1$ значения аргумента $\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2)$ в пределах ошибок эксперимента согласуются с расчетом по МПВ. Для $\beta_0 > 1$ экспериментальные значения $\arg \Gamma_4$ меньше расчетных. Для фиксированных β_0 значения $|\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2)|$ слабо зависят от угла между ρ_1 и ρ_2 . Эта зависимость проявляется главным образом при $\rho_1 \approx \rho_2$. Экспериментальные значения $|\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2)| / |\Gamma_4(x, 0, 0)|$ отличаются от расчетных, полученных в предположении о нормальном законе распределения комплексной фазы Ψ и приближении МПВ, более плавным спаданием и большими значениями при малых $|\Gamma_4|$. Измерения показали, что $\Gamma_4(x, \rho_1, \rho_2) \approx (\Gamma_2(x, \rho_2))^2$ при $\rho_1 \gg \rho_2$ и значениях ρ_1 , столь больших, что исчезающе малы как коэффициент корреляции флуктуаций интенсивности $b_I(\rho_1)$, так и $\Gamma_2(x, \rho_1)$. Экспериментально измеренные коэффициенты корреляции интенсивности $b_I(\rho)$ отличаются от $b_I(\rho)$, рассчитанных для слабых флуктуаций, меньшими значениями для малых ρ и большими значениями для больших ρ , т. е. качественный характер изменения $b_I(\rho)$ при переходе от слабых флуктуаций к сильным такой же, что и для случая $D \gg 1$.

В заключение авторы выражают благодарность В. И. Татарскому за обсуждение результатов и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Гурвич, В. Кан, Б. П. Потапов, Изв. вузов — Радиофизика, 19, № 3, 393 (1976).
2. В. И. Татарский, Распространение коротких волн в среде со случайными неоднородностями в приближении марковского случайного процесса, Препринт, изд. ООФАГ АН СССР, М., 1970.
3. А. И. Кон, Изв. вузов — Радиофизика, 13, № 1, 61 (1970).
4. М. Е. Грачева, А. С. Гурвич, С. С. Кашкаров, В. В. Покасов, Соотношения подобия и их экспериментальная проверка при сильных флуктуациях интенсивности лазерного излучения, Препринт, изд. ООФАГ АН СССР, М., 1973.
5. А. С. Гурвич, М. А. Каллистратова, Ф. Э. Мартвель, Тезисы докладов Всесоюзного симпозиума по распространению света, изд. Наука, Томск, 1975.
6. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
7. А. С. Монин, А. М. Яглом, Статистическая гидромеханика, ч. 2, изд. Наука, М., 1967.
8. А. В. Артемьев, А. С. Гурвич, Изв. вузов — Радиофизика, 14, № 5, 734 (1971).
9. А. М. Прохоров, Ф. В. Бункин, К. С. Гочелашвили, В. И. Шишов, УФН, 114, № 3 (1974).
10. R. Fante, Radio Sci., 10, № 1 (1975).

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
29 октября 1976 г.

MEASURING OF THE FOUR-POINT FIELD COHERENCE FUNCTION
IN THE REGION OF RANDOM FOCUSING OF LASER EMISSION

A. S. Gurvich, V. Kan

The results are given of measuring the four-point field coherence function of laser emission passing through the turbulent medium, in the region of random focusing of the light intensity. The experiment is carried out in a liquid cuvette of 35 cm in length with developed convective turbulence. For measurements, the turbulent regimes with the longitudinal parameter $\beta_0 = 1.2 \div 2.5$ are used. According to the results of the experiment the dependences of the four-point coherence function on the distances between the points have been constructed. The results of measurement are compared with the theoretical curves obtained in the assumption of normal distribution of the field complex phase and in the approximation of the smooth perturbation method.

УДК 621.371.25

УШИРЕНИЕ ПУЧКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ ПРОСВЕТЛЯЕМОЙ ОБЛАЧНОЙ СРЕДЕ

Р. Х. Алмаев, Л. П. Семенов

Получены выражения для уширения пучка электромагнитного излучения в капельной аэрозольной среде с каплями, случайным образом распределенными в пространстве и окруженными тепловыми ореолами. Расчет проведен с учетом рефракции на среднестатистическом профиле случайного поля тепловых ореолов, а также рассеяния на тепловых ореолах.

При распространении интенсивного электромагнитного излучения определенных длин волн в аэрозольной среде частицы аэрозоля, поглощая энергию излучения, нагреваются и испаряются. В результате образуются локализованные около частиц области воздушной среды с повышенной температурой и, следовательно, с измененным показателем преломления, называемые ореолами [1, 2]. Наличие ореолов вокруг частиц и случайный характер их распределения в пространстве приводят к образованию случайно-неоднородного поля показателя преломления внутри пучка. Статистические характеристики излучения, распространяющегося в аэрозольной среде с твердыми частицами (имеется в виду, что испарением таких частиц можно пренебречь), окруженными ореолами, изучались в [3-5].

В данной работе рассматривается распространение пучка лазерного излучения с $\lambda = 10,6$ мкм в капельной монодисперсной аэрозольной среде (облака, туманы) с частицами, случайным образом распределенными в пространстве со средней концентрацией n , причем $n^{-1/3} \gg a, \lambda$, где a — радиус частицы. Распространение излучения в такой среде сопровождается интенсивным испарением капельной фракции, приводящим к просветлению среды (см., например, [6]), в результате чего, в отличие от аэрозольной среды с твердыми частицами, в капельной среде коэффициент объемного ослабления α изменяется со временем и является функцией интенсивности излучения.

Пусть пучок электромагнитного излучения начального радиуса r_0 распространяется вдоль оси x в капельной аэрозольной среде. Для напряженности электрического поля волны $E(x, \rho, t)$ используем стохастическое параболическое уравнение

$$2ik \frac{\partial E}{\partial x} + \Delta_{\rho} E + k^2 \epsilon_{\text{эфф}} E + k^2 \epsilon_{\text{ор}} E = 0, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, ρ — поперечный радиус-вектор, $\epsilon_{\text{эфф}}$ — эффективная диэлектрическая проницаемость капель, $\epsilon_{\text{ор}}$ — изменение диэлектрической проницаемости ϵ воздуха за счет тепловых ореолов. Согласно [7] $\epsilon_{\text{эфф}}$ можно записать в следующем виде:

$$\varepsilon_{\text{эфф}} = \sum_m g(\mathbf{R}_m, t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m), \quad (2)$$

$$g(\mathbf{R}_m, t) = 4\pi k^{-2} \text{Re} A_0(\mathbf{R}_m, t) + ik^{-1} \sigma(\mathbf{R}_m, t).$$

Здесь A_0 — амплитуда рассеяния излучения вперед каплей с центром в точке \mathbf{R}_m , $\sigma(a)$ — сечение ослабления капли радиуса a ($|E|^2$) (зависимость a от $|E|^2$ связана с испарением капли). Ореольная часть ε определяется изменением температуры среды ΔT_m в окрестности нагретой капли $\varepsilon_{\text{ор}m} = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_p \Delta T_m$ (для газов $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_p < 0$). Решая уравнение теплопроводности, с точечным источником вида [8] для $\varepsilon_{\text{ор}}$ получим следующее выражение:

$$\varepsilon_{\text{ор}} = \sum_m \psi(\mathbf{R}_m, \mathbf{r}, t),$$

$$\psi(\mathbf{R}_m, \mathbf{r}, t) = \frac{c(\partial \varepsilon / \partial T)_p (1 - \beta_T)}{8\pi c_p \rho (2\sqrt{\pi\chi})^3} \times \quad (3)$$

$$\times \int_{\tau_0}^t dt' \frac{\sigma_n(a) |E(\mathbf{R}_m, t')|^2}{(t')^{3/2}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_m|^2}{4\chi t'}\right),$$

где c — скорость света, β_T — коэффициент, характеризующий диссипацию поглощенной каплей энергии излучения вследствие теплопроводности, c_p , ρ , χ — теплоемкость, плотность и температуропроводность воздуха соответственно, $\sigma_n(a)$ — сечение поглощения капли, τ_0 — время разогрева капли [9]. В дальнейшем будем считать, что формирование температурного поля около капли и испарение ее определяются главным образом средней интенсивностью излучения, т. е. влиянием флуктуаций интенсивности на $\varepsilon_{\text{ор}}$ и $\varepsilon_{\text{эфф}}$ можно пренебречь.

Используя приближение δ -коррелированных по x флуктуаций ε [10], а также считая, что случайные функции вида $\int_{\xi}^x \varepsilon_i(\eta) d\eta$ ($\varepsilon_i = \varepsilon_{\text{ор}}, \varepsilon_{\text{эфф}}$) распределены по Гауссу, для функции когерентности электрического поля $\Gamma(x, \rho_1, \rho_2, t) = \langle E(x, \rho_1, t) E^*(x, \rho_2, t) \rangle$ (угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций E) получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} - \frac{i}{2k} (\Delta_1 - \Delta_2) \Gamma + \frac{n}{2} [\sigma(x, \rho_1, t) + \sigma(x, \rho_2, t)] \Gamma = G(x, \rho_1, \rho_2, t) \Gamma, \quad (4)$$

где

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4,$$

$$G_1 = \frac{ikn}{2} \left[\int \psi(x, \rho_1, \mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' - \int \psi(x, \rho_2, \mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' \right]; \quad (5)$$

$$G_2 = -\frac{k^2 n}{16\pi\chi} \int_{\tau_0}^t \int_{\tau_0}^t \frac{dt' dt''}{(t' + t'')} \left[\frac{1}{2} p(x, \rho_1, t') p(x, \rho_1, t'') + \right. \quad (6)$$

$$\left. + \frac{1}{2} p(x, \rho_2, t') p(x, \rho_2, t'') - p(x, \rho_1, t') p(x, \rho_2, t'') \beta \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{2\sqrt{\chi(t' + t'')}} \right) \right];$$

$$G_3 = \frac{ikn}{2} [\operatorname{Re} g(x, \rho_1, t) - \operatorname{Re} g^*(x, \rho_2, t)]; \quad (7)$$

$$G_4 = -\frac{k^2 n}{16\pi\chi} \int_{\tau_0}^t \frac{dt'}{t'} [g(x, \rho_1, t) p(x, \rho_1, t') + \\ + g^*(x, \rho_2, t) p(x, \rho_2, t')] \left[1 - \beta \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{2\sqrt{\chi t'}} \right) \right]. \quad (8)$$

В (5)–(8) $\beta(x) = \exp(-|x|^2)$, $p = -D\sigma_n(a)|E|^2$, $D = c \left| \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_\rho \right| \times (1 - \beta_T) / 8\pi c_p \rho$. Отметим здесь, что правая часть (4) включает в себя корреляции и средние полей ε_{op} и $\operatorname{Re} \varepsilon_{эфф}$. Разделение G на слагаемые сделано с целью выделить различные механизмы изменения функции когерентности Γ . Так, G_1, G_3 определяют влияние усредненных значений ε_{op} и $\operatorname{Re} \varepsilon_{эфф}$ на Γ , G_2 — влияние автокорреляций ε_{op} , а G_4 — влияние взаимных корреляций ε_{op} и $\varepsilon_{эфф}$ на Γ .

Будем решать (4) методом возмущений по G . В нулевом порядке метода возмущений при $G = 0$ воспользуемся аппроксимацией, предложенной в [11]. Согласно [11] при $t/\tau_n < 1$ сечение ослабления испаряющейся частицы можно аппроксимировать следующим выражением:

$$\sigma(a) = \sigma(a_0) \left[1 - \frac{t}{\tau_n} e^{-\alpha x} \exp(-R^2/r_0^2) \right], \quad (9)$$

где a_0 — начальный радиус частицы, $\alpha = \sigma(a_0)n$, $\tau_n = \frac{4\pi\rho_b a_0^3 L}{3\sigma(a_0)I_0\beta_0}$ — характерное время испарения капли, ρ_b, L — плотность и удельная теплота испарения вещества капли, I_0 — интенсивность излучения на оси пучка при $x = 0$, β_0 — характеризует долю энергии излучения, реализуемую на испарение капель [11]. Граничное условие для Γ выбрано в виде

$$\Gamma(x, \rho_1, \rho_2) |_{x=0} = E_0^2 \exp\left(-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{2r_0^2}\right).$$

Учитывая (9) и пренебрегая дифракционными эффектами ($\frac{x}{kr_0^2} \ll 1$), для Γ в нулевом порядке метода возмущений получим

$$\Gamma^{(0)}(x, \rho_1, \rho_2, t) = E_0^2 e^{-\alpha x} \exp\left(-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{2r_0^2}\right) \times \\ \times \left[1 + \frac{t}{2\tau_n} (1 - e^{-\alpha x}) \left[\exp\left(-\frac{\rho_1^2}{r_0^2}\right) + \exp\left(-\frac{\rho_2^2}{r_0^2}\right) \right] \right]. \quad (10)$$

Уравнение (4) в первом порядке метода возмущений удобнее решать в координатах $R = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$, $r = \rho_1 - \rho_2$. Совершая в (4) фурье-преобразование функции когерентности по R и решая полученное уравнение для $F(x, x, r, t) = (2\pi)^{-2} \int dR e^{-ixR} \Gamma(x, R, r, t)$, найдем

$$F^{(1)}(x, \mathbf{x}, r, t) = (2\pi)^{-2} e^{-ax} \int_0^x \int d\xi dR e^{-i\mathbf{x}R} e^{a(x-\xi)} \times \quad (11)$$

$$\times \Gamma^{(0)}\left(x - \xi, R, r - \frac{\mathbf{x}\xi}{k}, t\right) G^{(0)}(x - \xi, R_+, R_-, t),$$

где $R_{\pm} = R \pm \frac{1}{2} \left(r - \frac{\mathbf{x}\xi}{k} \right)$, $G^{(0)} = G(\Gamma^{(0)})$.

Используя (10), можно вычислить добавку к квадрату эффективного радиуса пучка, обусловленную G :

$$r_{\text{эфф}}^2 = - \frac{\Delta_x F^{(1)}(x, \mathbf{x}, 0, t)|_{\mathbf{x}=0}}{F(x, 0, 0, t)}, \quad (12)$$

где $F(x, 0, 0, t) = (2\pi)^{-2} \pi r_0^2 E_0^2 e^{-ax} \left[1 + \frac{t}{2\tau_n} (1 - e^{-ax}) \right]$. Подставляя (11) в (12) и используя (5)–(8) и (10), получим

$$r_{\text{эфф}}^2 = r_{\text{эфф}1}^2 + r_{\text{эфф}2}^2 + r_{\text{эфф}3}^2 + r_{\text{эфф}4}^2, \quad (13)$$

при этом

$$r_{\text{эфф}1}^2 = \frac{n}{\pi r_0^2 E_0^2} \left[1 - \frac{t}{2\tau_n} (1 - e^{-ax}) \right] \int_0^x \int d\xi dR \xi e^{a(x-\xi)} \times \quad (14)$$

$$\times \Gamma^{(0)}(x - \xi, R, t) R \frac{\partial}{\partial R} \left(\int \psi(x - \xi, R, r', t) dr' \right);$$

$$r_{\text{эфф}2}^2 = \frac{n \left[1 - \frac{t}{2\tau_n} (1 - e^{-ax}) \right]}{16\pi^2 r_0^2 E_0^2 \chi} \int_{\tau_0}^t \int_{\tau_0}^t \frac{dt' dt''}{(t' + t'')} \int_0^x \int d\xi dR e^{a(x-\xi)} \xi^2 \times \quad (15)$$

$$\times \Gamma^{(0)}(x - \xi, R, t) \left[\frac{\partial p(x - \xi, R, t')}{\partial R} \frac{\partial p(x - \xi, R, t'')}{\partial R} + \right.$$

$$\left. + \frac{p(x - \xi, R, t') p(x - \xi, R, t'')}{\chi(t' + t'')} \right];$$

$$r_{\text{эфф}3}^2 = \frac{n}{\pi r_0^2 E_0^2} \left[1 - \frac{t}{2\tau_n} (1 - e^{-ax}) \right] \int_0^x \int d\xi dR e^{a(x-\xi)} \xi \times \quad (16)$$

$$\times \Gamma^{(0)}(x - \xi, R, t) R \frac{\partial}{\partial R} (\text{Re } g(x - \xi, R, t));$$

$$r_{\text{эфф}4}^2 = \frac{n}{8\pi^2 r_0^2 E_0^2 \chi} \left[1 - \frac{t}{2\tau_n} (1 - e^{-ax}) \right] \int_{\tau_0}^t \frac{dt'}{t'} \times \quad (17)$$

$$\times \int_0^x \int d\xi dR \xi^2 e^{a(x-\xi)} \Gamma^{(0)}(x - \xi, R, t) \text{Re } g(x - \xi, R, t) \frac{p(x - \xi, R, t')}{\chi t'}.$$

Здесь $r_{\text{эфф}1}^2$ — уширение пучка за счет рефракции на среднем профиле $\epsilon_{\text{ор}}$, $r_{\text{эфф}2}^2$ — уширение пучка за счет автокорреляций $\epsilon_{\text{ор}}$ (рассеяние на ореолах), $r_{\text{эфф}3}^2$ — уширение пучка за счет рефракции на среднем профиле $\text{Re } \epsilon_{\text{эфф}}$, неоднородность которого связана с неодинаковым характером испарения капель в центре и на периферии пучка, $r_{\text{эфф}4}^2$ — уменьшение $r_{\text{эфф}}^2$ за счет взаимокорреляций $\epsilon_{\text{ор}}$ и $\epsilon_{\text{эфф}}$, $r_{\text{эфф}4}^2 < 0$. Последнее обстоятельство связано с тем, что флуктуации $\epsilon_{\text{эфф}}$ имеют противоположный флуктуациям $\epsilon_{\text{ор}}$ знак и при $\epsilon_{\text{ор}} \neq 0$, $\epsilon_{\text{эфф}} \neq 0$ приводят к уменьшению результирующих флуктуаций ϵ . Проводя интегрирование в (14) и (15) с использованием выражений для ψ , ρ и $\Gamma^{(0)}$, окончательно получим

$$r_{\text{эфф}1}^2 = \frac{nD\sigma_n(a_0)F_0^2(t-\tau_0)}{2\alpha^2} (\alpha x - 1 + e^{-\alpha x}) \left[1 + \frac{5t}{6\tau_n} + \frac{t}{2\tau_n} e^{-\alpha x} - \frac{5t(2\alpha x - 1 + e^{-2\alpha x})}{9\tau_n(\alpha x - 1 + e^{-\alpha x})} \right]; \quad (18)$$

$$r_{\text{эфф}2}^2 = \frac{nD^2\sigma_n^2(a_0)E_0^4}{192\pi\chi^2\alpha^3} \ln \left[\frac{(t+\tau_0)^2}{4t\tau_0} \right] (2\alpha^2 x^2 - 2\alpha x + 1 - e^{-2\alpha x}) \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{3t \ln 2}{2\tau_n} \left[\ln \frac{(t+\tau_0)^2}{4t\tau_0} \right]^{-1} + \frac{t}{4\tau_n} (1 + 2e^{-\alpha x}) - \frac{t}{9\tau_n} \times \right. \\ \left. \times \frac{(9\alpha^2 x^2 - 6\alpha x + 2 - 2e^{-3\alpha x})}{(2\alpha^2 x^2 - 2\alpha x + 1 - e^{-2\alpha x})} \left[1 + 4 \ln 2 \left(\ln \frac{(t+\tau_0)^2}{4t\tau_0} \right)^{-1} \right] \right\}. \quad (19)$$

Рассмотрим два предельных случая.

а) $\alpha x \gg 1$, тогда

$$r_{\text{эфф}1}^2 = \frac{nD\sigma_n(a_0)E_0^2(t-\tau_0)}{2\alpha} x \left(1 - \frac{5t}{18\tau_n} \right); \quad (20)$$

$$r_{\text{эфф}2}^2 = \frac{nD^2\sigma_n^2(a_0)E_0^4}{96\pi\chi^2\alpha} x^2 \ln \frac{(t+\tau_0)^2}{4t\tau_0} \left[1 - \frac{t}{4\tau_n} - \frac{t \ln 2}{2\tau_n} \left(\ln \frac{(t+\tau_0)^2}{4t\tau_0} \right)^{-1} \right]; \quad (21)$$

б) $\alpha x \ll 1$, тогда

$$r_{\text{эфф}1}^2 = \frac{nD\sigma_n(a_0)E_0^2(t-\tau_0)}{4} x^2 \left(1 - \frac{8t}{9\tau_n} \right); \quad (22)$$

$$r_{\text{эфф}2}^2 = \frac{nD^2\sigma_n^2(a_0)E_0^4}{144\pi\chi^2} x^3 \ln \frac{(t+\tau_0)^2}{4t\tau_0} \left[1 - \frac{t}{2\tau_n} \alpha x - \frac{3t \ln 2}{2\tau_n} \left(\ln \frac{(t+\tau_0)^2}{4t\tau_0} \right)^{-1} \right]. \quad (23)$$

Вычисление $r_{\text{эфф}3}^2$, $r_{\text{эфф}4}^2$ проведем в приближении малых капель.

Согласно [12] в этом приближении $\text{Re } g = \frac{4\pi(\epsilon' - 1)}{(\epsilon' + 2)} a^3 = \omega a^3$, где

ϵ' — действительная часть диэлектрической проницаемости капли. Интегрируя (16) и (17), получим

$$r_{\text{эфф}3}^2 = \frac{n\omega a_0^3}{2\alpha^2} \frac{(t-\tau_0)}{\tau_n} (\alpha x - 1 + e^{-\alpha x}); \quad (24)$$

$$r_{\text{эфф}4}^2 = - \frac{nD\sigma_n(a_0)\omega a_0^3 E_0^2}{16\pi\chi^2\alpha^3} \frac{t-\tau_0}{t\tau_0} (\alpha^2 x^2 - 2\alpha x + 2 - 2e^{-\alpha x}) \times$$

$$\cdot \left[1 + \frac{t}{6\tau_n} (1 + 3e^{-\alpha x}) - \frac{t}{3\tau_n} \frac{(2\alpha^2 x^2 - 2\alpha x + 1 - e^{-2\alpha x})}{(\alpha^2 x^2 - 2\alpha x + 2 - 2e^{-\alpha x})} \right];$$

а) при $\alpha x \gg 1$

$$r_{\text{эфф}3}^2 = \frac{n\omega a_0^3}{2\alpha} x \frac{t-\tau_0}{\tau_n};$$

$$r_{\text{эфф}4}^2 = - \frac{nD\sigma_n(a_0)\omega a_0^3 E_0^2}{16\pi\chi^2\alpha} \frac{t-\tau_0}{t\tau_0} x^2 \left(1 - \frac{t}{2\tau_n} \right);$$

б) при $\alpha x \ll 1$

$$r_{\text{эфф}3}^2 = \frac{n\omega a_0^3}{4} x^2 \frac{(t-\tau_0)}{\tau_n};$$

$$r_{\text{эфф}4}^2 = - \frac{nD\sigma_n(a_0)\omega a_0^3 E_0^2}{48\pi\chi^2} \frac{(t-\tau_0)}{t\tau_0} x^3 \left(1 - \frac{2t}{3\tau_n} \right).$$

Из (19)—(29) прежде всего видно, что поправки порядка t/τ_n входят в формулы со знаком минус, т. е. испарение капельной фракции приводит к уменьшению величин $r_{\text{эфф}1}^2$, $r_{\text{эфф}2}^2$, $r_{\text{эфф}4}^2$ по сравнению со случаем аэрозольной среды с твердыми частицами. Это является следствием того, что мощность тепловых источников, связанная с размером частиц, при испарении частиц уменьшается, приводя к уменьшению интенсивности ореолов. Относительно зависимости $r_{\text{эфф}i}^2$ от x можно отметить, что при $\alpha x \gg 1$ она более слабая, чем при $\alpha x \ll 1$. Такая зависимость объясняется тем, что при увеличении αx увеличивается ослабление излучения на каплях и, следовательно, интенсивность ореолов падает. При $\tau_n \rightarrow \infty$ формулы (18)—(29) описывают уширение пучка излучения в аэрозольной среде с твердыми частицами. В такой среде уширение на среднем профиле $\text{Re}\epsilon_{\text{эфф}}$ отсутствует.

Обсудим теперь вопрос об относительном вкладе в уширение пучка среднего значения $\epsilon_{\text{ор}}$ и рассеяния на ореолах. Сравним $r_{\text{эфф}1}^2$ и $r_{\text{эфф}2}^2$ при $\alpha x \gg 1$, получим

$$\gamma = \frac{r_{\text{эфф}2}^2}{r_{\text{эфф}1}^2} = \frac{\sigma_n(a_0)}{48\pi\chi^2} \left| \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_p \right| \frac{1 - \beta_T}{c_p \rho} I_0 \frac{x \ln \frac{(t + \tau_0)^2}{4t\tau_0}}{t - \tau_0}$$

(при $\alpha \ll 1$ получим с точностью до постоянного множителя такое же выражение). Из (30) видно, что относительный вклад рассеяния на ореолах в уширение пучка является наиболее существенным при $t \approx 5\tau_0$, с дальнейшим ростом t он уменьшается. Поэтому для времен t , больших времени перекрытия ореолов τ_n , вклад ореольного рассеяния в уширение пучка будет незначительным по сравнению с уширением на среднем профиле $\epsilon_{\text{ор}}$. В случае распространения импульсного излучения большой интенсивности с длительностью импульса меньшей τ_n на большие расстояния уширение на ореолах может оказаться значительным.

Приведем численные оценки. Полагая $n = 5 \cdot 10^2 \text{ см}^{-3}$, $a_0 = 10^{-3} \text{ см}$, $K_n \approx 1$, $\beta_T = 0,5$, $r_0 = 8 \text{ см}$, $I_0 = 10^2 \text{ Вт/см}^2$, $x = 10^4 \text{ см}$, получим $\tau_n = 0,1 \text{ с}$,

$\tau_0 = 10^{-3}$ с и $\gamma = 5 \cdot 10^{-2}$, $r_{эфф1}^2 = 0,4$ см² при $t = 5 \cdot 10^{-3}$ с, $\gamma = 2 \cdot 10^{-2}$, $r_{эфф1}^2 = 1$ см² при $t = 10^{-2}$ с. Если $I_0 = 10^3$ Вт/см², $x = 4 \cdot 10^4$ см, то $\tau_n = 0,01$ с, $\gamma = 2$, $r_{эфф1}^2 = 16$ см² при $t = 5 \cdot 10^{-3}$ с.

Оценки, проведенные для $r_{эфф3}^2$ и $r_{эфф4}^2$, показывают, что их вклад при рассмотренных выше интенсивностях и длинах трасс несуществен по сравнению с $r_{эфф1}^2$.

В заключение авторы выражают благодарность А. Ф. Нерушеву и П. Н. Свиркунову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, 45, вып. 3 (9), 810 (1963).
2. Г. А. Аскарьян, В. Г. Михалевич, Г. П. Шипуло, ЖЭТФ, 60, вып. 4, 1270 (1971).
3. Ю. Д. Копытин, С. С. Хмелевцов, Квантовая электроника, 1, № 4, 806 (1974).
4. Ю. Д. Копытин, С. С. Хмелевцов, в кн. Распространение оптических волн в атмосфере (под ред. В. Е. Зуева), изд. Наука, Новосибирск, 1975, стр. 84.
5. П. Н. Свиркунов, Труды ИЭМ, вып. 13 (58), 34 (1976).
6. Атмосферная оптика. Сб. статей под ред. О. А. Волковицкого. Труды ИЭМ, вып. 5 (43), (1974).
7. Р. Ньютон, Теория рассеяния волн и частиц, перевод с англ. под редакцией А. М. Бродского и В. В. Толмачева, изд. Мир, М., 1969.
8. М. П. Коломеев, Л. П. Семенов, Труды ИЭМ, вып. 13 (58), 3 (1976).
9. П. Н. Свиркунов, Л. П. Семенов, Труды ИЭМ, вып. 11 (54), 3 (1975).
10. В. И. Кляцкин, В. И. Татарский, Изв. вузов — Радиофизика, 15, № 10, 1433 (1972).
11. А. В. Коротин, Д. Е. Светогоров, Ю. С. Седунов, Л. П. Семенов, ДАН СССР, 220, № 4, 829 (1975).
12. В. М. Финкельберг, ЖЭТФ, 46, вып. 2, 725 (1964).

Научно-исследовательский институт
экспериментальной метеорологии

Поступила в редакцию
15 ноября 1976 г.

BROADENING OF RADIATION BEAM PROPAGATING IN A RANDOMLY INHOMOGENEOUS CLEARING CLOUDY MEDIUM

R. Kh. Almaev, L. P. Semyonov

Expressions are derived for broadening an electromagnetic radiation beam in the drop aerosol medium with drops, randomly distributed in space and surrounded by heat aureoles. The calculation has been made with allowance for refraction by the mean-statistical profile of the heat aureoles random field as well as scattering by the heat aureoles.

УДК 621.385 : 530.145.6 : 77

ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ ПОДХОД К СИНТЕЗУ ВЫСОКОКАЧЕСТВЕННЫХ СИСТЕМ ЗВУКОВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ

Л. А. Жестяников, В. А. Зверев, В. А. Кротов

Схема некогерентной голографии, использующая частотные зависимости широкополосного сигнала, положена в основу разработки математической модели бинаурального слуха. На основе этой модели предложен критерий естественности звучания распределенных источников звука, количественно выраженный через отношение площадей спектра мощности сигнала и модуля некогерентной голограммы, формируемой в частотной плоскости. Приведены результаты экспериментов, показывающие значимость предлагаемого критерия для восприятия музыкальных программ.

В настоящее время особую актуальность приобрела задача высокой верности воспроизведения звуковой информации. Появился специальный термин для обозначения таких систем — hf — от сокращения английских слов high fidelity, означающих высокую верность. Практическое создание систем hf должно опираться на соответствующие теоретические представления, подтвержденные экспериментом. Среди теоретических соображений, которые следует учесть в первую очередь, главную роль играют голография как общая теория записи и воспроизведения волновых полей и теория слухового восприятия человека. При этом оказывается, что эти две области теоретических исследований тесно связаны между собой. Особенности слухового восприятия человека, существенные для работы системы hf, можно получить и уяснить с помощью принципов голографии. Подчеркнем некоторые особенности известных голографических схем, существенные для дальнейшего. Известны два способа получения оптических голограмм — это голография в когерентном свете и голография в некогерентном свете [1]. В оптическом диапазоне длин волн распространена голография в когерентном свете. Однако оптическую голограмму можно зарегистрировать и от некогерентных источников излучения. Процедура получения голограммы от некогерентных источников имеет ряд отличий от соответствующей процедуры, осуществляемой в когерентном свете, но сама голограмма может быть получена в таком же виде и восстановлена в когерентном свете точно так же.

Некогерентная голография применяется в радиодиапазоне частот и называется обычно апертурным синтезом. нас будет интересовать некогерентная голография, так как источники звука некоррелированы между собой. Следуя [2], приведем некоторые особенности некогерентной голографии или апертурного синтеза.

1) Апертурный синтез имеет алгоритм, который может быть записан в виде математической формулы, имеющей хорошо известные свойства.

2) Применение этого алгоритма к некоррелированным источникам излучения позволяет получить информацию об их расположении точно такую же, какую дает сканирующая направленная антенна. Если же источники имеют корреляцию между собой, то апертурный синтез дает

искаженную информацию. Характер получаемых искажений может быть вычислен.

3) Для регистрации голограммы от некогерентных источников достаточно иметь возможность приема сигналов в двух точках пространства. В процессе регистрации голограммы обычно изменяют взаимную ориентацию и расстояние между точками приема сигналов. Однако, как показано в [2], перемещение точек приема можно заменить изменением частоты сигнала, на который ведется обработка данных. Приведенный в [2] расчет показывает, что изменение частоты на величину $\Delta\omega$ эквивалентно изменению взаимного расстояния между приемниками на величину

$$\Delta\xi = d\Delta\omega/\omega, \quad (1)$$

где d — расстояние между точками приема сигнала, ω — средняя частота сигнала.

Алгоритм некогерентной голографии, использующий частотные зависимости в широкополосном сигнале может быть предложен для феноменологической модели бинаурального слухового восприятия человека [2]. Такая модель согласуется с известными физиологическими особенностями бинаурального слуха и с известными экспериментальными фактами. Остановимся сначала на некоторых физиологических особенностях, так как это нам понадобится в дальнейшем. Рассматриваемый алгоритм может быть реализован в виде следующей последовательности операций. Прием сигнала осуществляется в широкой полосе частот в двух разнесенных точках — двумя ушами. Далее производится спектральное разложение принятого сигнала в каждом канале отдельно. Затем производится перемножение выделенных спектральных амплитуд одинаковых частот в сигналах, принятых разными ушами. В результате перемножения и последующего усреднения во времени получается комплексная функция частоты, по которой могут быть вычислены координаты источников излучения. Для того, чтобы зафиксировать эту функцию в памяти, ее надо преобразовать в голограмму, т. е. записать амплитуды и фазы в виде положительных значений. Как это делается, мы не знаем, но такая возможность определенно существует и может быть реализована различными способами. Полученная голограмма независимо от способа перевода комплексных значений в действительные положительные обладает свойствами оптической голограммы и может быть восстановлена с помощью когерентного света. Мы предполагаем, что операция восстановления голограммы в том ее виде, в каком она осуществляется для оптических голограмм, здесь отсутствует. Переход к ощущениям осуществляется прямо по голограмме без операции восстановления. Это возможно, так как голограмма однозначно определяет восстанавливаемый образ. Такое предположение о том, что переход к ощущениям осуществляется без процесса восстановления голограммы, соответствует многочисленным высказываниям о том, что мозг мыслит не образами, а голограммами [3].

Обратимся теперь к экспериментальным фактам. Отметим, что любые опыты с независимыми или некогерентными источниками излучения находят свое объяснение. Угловая разрешающая способность $\Delta\varphi = \lambda/\Delta\xi$, где λ — длина волны звука. Подставляя $\Delta\xi$ из (1), получаем, что

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi c}{d\Delta\omega}, \quad (2)$$

где c — скорость звука. Из (2) следует, что угловая разрешающая способность определяется полосой частот, занимаемой сигналом.

Особый интерес представляют опыты с коррелированными источниками излучения. Их результаты также удается объяснить, не прибегая к каким-либо дополнительным предположениям. Для дальнейшего нас будет интересовать форма голограммы, получающейся при стереофоническом воспроизведении звука с помощью двух громкоговорителей — правого и левого, как изображено на рис. 1. Введем следующие обозначения принимаемых сигналов L_p, L_l, P_p, P_l , где буквы означают громкоговорители (правый P , левый L), а индексы относятся к уху, принимающему сигналы (p — правое, l — левое). Таким образом, правое ухо принимает сигнал $p = L_p + P_p$, а левое $l = L_l + P_l$. В соответствии с рассматриваемым алгоритмом эти сигналы должны быть перемножены на каждой частоте в отдельности и усреднены. Перемножая комплексные амплитуды сигналов на каждой частоте, получим четыре члена:

$$\langle pl^* \rangle = \langle L_p L_l^* + P_p P_l^* + L_p P_l^* + P_p L_l^* \rangle. \quad (3)$$

Дальнейшая обработка может быть проведена для каждого слагаемого в отдельности. Выясним физический смысл каждого из четырех слагаемых (3). Прежде всего, заметим, что если сигналы, излучаемые громкоговорителями, некоррелированы, то последние два члена при усреднении обращаются в нуль и остаются только первые два. В этом случае последующая обработка должна приводить к локализации громкоговорителей. На этом основании легко показать, что первый член приводит к локализации левого громкоговорителя, а второй — правого. Этот результат остается справедливым при любых корреляционных связях сигналов громкоговорителей. Для интерпретации двух последних членов в (3) рассмотрим связь между комплексными амплитудами сигналов, принимаемых ушами и излучаемых громкоговорителями. Обозначив комплексные амплитуды сигналов, излучаемых правым и левым громкоговорителями, через P и L соответственно, можно написать, что (см. рис. 1)

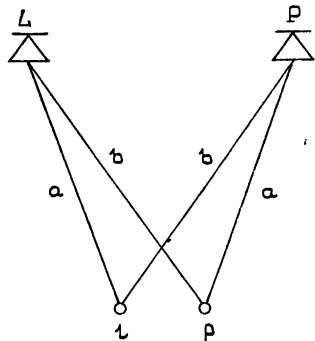


Рис. 1.

$$P_p = P e^{ika}, \quad L_l = L e^{ika}, \quad P_l = m P e^{ikb}, \quad L_p = m L e^{ikb}, \quad (4)$$

где a и b — расстояния от громкоговорителей до ушей (рис. 1), k — волновое число, m — множитель, учитывающий ослабление звука из-за дифракции вокруг головы слушателя. Подставляя выражения (4) в (3), получаем

$$\langle pl^* \rangle = \langle LL^* \rangle m e^{ik\Delta} + \langle PP^* \rangle m^* e^{-ik\Delta} + \langle LP^* \rangle m m^* + \langle L^* P \rangle, \quad (5)$$

где $\Delta = b - a$. Обратим внимание на последний член суммы (5). Он имеет такой же вид, какой получится, если сигналы, излучаемые громкоговорителями, подвести непосредственно к ушам слушателя — от правого к правому уху, а от левого — к левому уху. Предпоследний член можно не учитывать, так как он сильно ослабляется квадратом модуля множителя m .

Таким образом, мы определили вид сигнала, преобразуемого в голограмму, возникающую в мозгу при прослушивании стереофонического сигнала. Последний член уравнения (5) определяет эффекты локализации источников звука, которые являются кажущимися дополнительными

ными источниками по отношению к громкоговорителям, непосредственно воспроизводящим стереофоническую программу [4].

Слушатель предпочитает стереофоническую фонограмму вместо монофонической не только в силу того, что стереофоническая программа дает возможность ощутить эффекты локализации звука. Сами эффекты локализации источников не могут быть значительными, если член $\langle L^*P \rangle$ должен создать иллюзию одновременно звучащих многих источников.

Для проверки роли эффектов локализации источников звука в стереофоническом сигнале на качество звучания программы нами был поставлен специальный опыт. Был смоделирован стереофонический сигнал, в котором вообще отсутствовали всякие локализационные эффекты. Для этого монофонический сигнал был преобразован в два взаимно некоррелированных сигнала с помощью преобразования Гильберта [5]. Такое преобразование производится без изменения спектра мощности сигналов. Полученные таким образом два некоррелированных сигнала воспроизводились с помощью обычного стереофонического звуковоспроизводящего устройства. В этом случае в формуле (5) отсутствуют два последних члена в силу некоррелированных исходных сигналов. Равенство спектров мощности сигналов, излучаемых правым и левым громкоговорителями, позволяет записать в этом случае формулу (5) в виде

$$\langle pI^* \rangle = 2|m|I \cos(k\Delta + \varphi), \quad (6)$$

где

$$I = \langle PP^* \rangle = \langle LL^* \rangle, \quad m = |m| e^{i\varphi}.$$

На музыкальных сигналах из-за недостаточной ширины спектра мощности отдельные громкоговорители не локализируются [1], и у слушателя получается впечатление размазанного по пространству источника излучения. Такой эффект назван нами эффектом объемного звучания, а устройства, его создающие, названы устройствами объемного звучания. Локализационных эффектов при этом нет, так как отсутствуют как изменения интенсивностей сигналов, излучаемых правым и левым громкоговорителями, так и задержки по времени между этими сигналами. Тем не менее аппаратура объемного звучания значительно улучшает качество звучания монофонической программы. В подтверждение процитируем один документ — отзыв Горьковской консерватории им. М. И. Глинки о работе аппаратуры объемного звучания: «Устройство объемного звучания, разработанное НИРФИ совместно с заводом им. Петровского, использовалось в Горьковской государственной консерватории для прослушивания записей музыкальных программ. В результате прослушивания ведущими специалистами консерватории установлено следующее.

Устройство значительно обогащает монофоническое восприятие звука, создает эффект объемности при использовании двух разнесенных громкоговорителей, приближает звучание монофонической записи к естественному звучанию музыки в концертном зале. Все это делает чрезвычайно желательным применение указанного устройства как в учебном процессе музыкальных учебных заведений, так и в быту. Считаем целесообразным рекомендовать предприятиям, выпускающим радиоаппаратуру, наладить производство указанного устройства с учетом его массового практического применения».

Устройство объемного звучания демонстрировалось на многих выставках, и всюду были даны аналогичные положительные отзывы.

Как же можно объяснить существенное улучшение качества звуковоспроизведения при сохранении практически всех параметров сигнала

(интенсивность, спектр и т. д.) и отсутствии локализационных эффектов? Для ответа на этот вопрос введем в рассмотрение параметр голограммы, который назовем коэффициентом заполненности голограммы. Этот коэффициент определим как

$$N = \frac{\int_0^{\infty} |\langle pl^* \rangle|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |\langle pp^* \rangle| |\langle ll^* \rangle| d\omega}. \quad (7)$$

Коэффициент заполненности голограммы определяет относительное изменение площади, ограниченной квадратом модуля функции $\langle pl^* \rangle$, по сравнению с площадью, которая получается, если проводить обработку сигнала с одного приемника. Чем меньше N , тем меньше возбужденных нейронов требуется, чтобы записать голограмму. В случае одного монофонического источника $N = 1$. При объемном звучании, как следует из (6), $N \leq 1/2$. Это изменение N является надежно измеряемым параметром, отличающим восприятие монофонического, объемного или стереофонического звучания. Допустим, что физиологический эффект, который нравится слушателям, связан с изменением этого параметра. Для проверки такого предположения был поставлен следующий опыт. Был взят стереофонический сигнал, представляющий собой две фонограммы правого и левого каналов. В каждом канале было включено устройство объемного звучания с двумя громкоговорителями. Всего в установке было использовано четыре громкоговорителя. Используемые нами стереозаписи имели практически некоррелированные сигналы в правом и левом каналах — это контролировалось нами с помощью осциллографа по форме фигур Лиссажу. Типичная картина приведена на рис. 2.

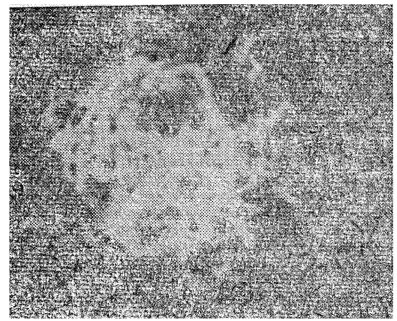


Рис. 2.

Таким образом, в этом опыте мы получали практически некоррелированных четыре источника. Такую программу мы назвали «стерео-объем». Элементарный расчет, аналогичный приведенному выше при получении формулы (6), показывает, что в этом случае голограмма будет представлять собою сумму двух косинусов разного периода. Величина коэффициента заполненности голограммы при этом будет не вдвое, а вчетверо меньше по сравнению с монофоническим звучанием: $N \leq 1/4$.

Результат опыта показал, что субъективное качество звучания программы «стерео-объем» существенно лучше по сравнению с моно и объемным звучанием. При этом переключение с программы моно на «стерео-объем» ощущается слушателем как более значительное по сравнению с переключениями с программы моно на объем и с программой стерео на «стерео-объем». Установка звуковоспроизведения с программой «стерео-объем», названная «РИФ-103», демонстрировалась на многих выставках, в том числе на международной выставке «Связь-75» в Москве. Получено много положительных отзывов. Приведем один из них: «Прослушал работу акустической системы, выполненную под названием «РИФ», с магнитофона I класса «Комета-101-стерео». Мною было также произведено прослушивание системы, демонстрируемой на

ВДНХ в павильоне «Наука» год назад (система объемного звучания — прим. авт.). Из всех прослушанных мною за 30 лет увлечения радиолобительством систем на всех любительских выставках, международных выставках, а также по сравнению с профессиональной аппаратурой (в частности, за время работы на Московском экспериментальном заводе радиовещательной и звукозаписывающей аппаратуры, где одно время я работал разработчиком) подобного качества звучания я не слышал. То же столь высокое качество подтверждают и все знакомые специалисты, прослушавшие систему. Система заслуживает скорейшего внедрения в производство. Качество выше, чем у квадрафонических систем».

Среди более чем 30 подобных отзывов специалистов имеются и более восторженные. С большим интересом отнеслись к системе «РИФ» и иностранные специалисты. Такой результат с точки зрения развитой теории бинаурального слуха и выдвигаемой гипотезы о влиянии на субъективное восприятие звучания эффективной площади голограммы является вполне закономерным. В дальнейшем нами была разработана система, имеющая не четыре, а шесть некоррелированных каналов. Эта система обладает еще меньшим коэффициентом заполненности и должна создавать у слушателя еще лучшее впечатление. Для шести некоррелированных источников коэффициент заполненности голограмм $N \leq 1/6$.

Обратимся теперь к естественному звучанию. Естественное звучание большого источника — хор, оркестр — имеет голограмму, получающуюся путем фурье-преобразования формы источника [2]. Таким образом, если мы примем, что звучащее тело занимает размер D в пространстве, то получающаяся голограмма будет представлять собой некоторую область шириной, пропорциональной $1/D$. Коэффициент заполненности в этих условиях имеет следующий порядок величины:

$$N = \frac{z \Delta \varphi}{D}, \quad (7)$$

где $\Delta \varphi$ — разрешающая способность слуха, определяемая (2), z — расстояние до источника, D — размер источника. Величина N зависит от места, занимаемого слушателем по отношению к оркестру, и может достигать величин порядка $\frac{1}{10} \div \frac{1}{20}$. В этих условиях, согласно приве-

денным выше представлениям, естественное звучание будет лучше, чем любое искусственное с числом независимых точек звучания менее 10.

Таким образом, в качестве одного из критериев высокой верности звуковоспроизведения распределенных источников звучания (hf) следует считать такой параметр, как объемность звучания, определяемый в свою очередь параметром N , где N в естественных условиях определяется посредством (7), а при искусственном воспроизведении — числом некоррелированных источников звучания. Значение этого критерия весьма существенно, о чем свидетельствуют проведенные нами эксперименты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Сороко, Основы голографии и когерентной оптики, изд. Наука, М., 1971
2. В. А. Зверев, Радиооптика, изд. Сов. радио, М., 1975.
3. С. Н. Брайнес, А. И. Суслов, в сб. Управление и информационные процессы в живой природе, изд. Наука, М., 1971, стр. 13; И. Г. Беспалько, там же, стр. 18.

4. Л. А. Жестяников, В. А. Кротов, Разработка методов повышения качества звуковоспроизводящей аппаратуры, Отчет НИРФИ, 1975, Регистрационный № 76019304.
5. А. Л. Зиновьев, Л. И. Филиппов, Методы аналитического выражения радиосигналов, изд. Высшая школа, М, 1966

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
12 августа 1976 г.

A HOLOGRAPHIC APPROACH FOR SYNTHESIS OF SOUND-REPRODUCTION HIGH-QUALITY SYSTEMS

L. A. Zhestyannikov, V. A. Zverev, V. A. Krotov

The incoherent holography scheme using frequency dependencies of a broadband signal is assumed as the basis of elaboration of a mathematical model of binaural hearing. Based upon this model, the criterion is suggested of natural sounding of distributed sound sources quantitatively expressed through the ratio of areas of the signal power spectrum and the module of an incoherent hologram formed in the frequency plane. The experimental data showing the significance of the suggested criterion for perception of musical programs are given.

УДК 538.3

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ОКРЕСТНОСТИ КРАЯ КАУСТИКИ

Ю. И. Орлов, С. А. Власов

Применительно к задаче дифракции электромагнитной волны на криволинейной поверхности с ребром (криволинейном клине) получено равно- мерное асимптотическое решение уравнений Максвелла, справедливое в окрестности края каустики, произвольно расположенной относительно области полутени. Решение учитывает поляризационные эффекты и в слу- чае неособой каустики основано на использовании неполной функции Эйри $I(\xi, \eta)$ и ее первых частных производных $I'_\xi(\xi, \eta)$, $I'_\eta(\xi, \eta)$. Амплитудные и фазовые функции в решении для полей E и H алгебраи- чески выражаются через векторные амплитуды и фазы геометрооптических и краевых (дифракционных) лучей. Полученная асимптотика является обобщением известных формул геометрической теории дифракции и ее моди- фикаций, в которые она переходит вдали от края каустики. Дается обоб- щение решения на окрестность края особой каустики с произвольным числом линий заострения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как известно [1], в задачах дифракции волн на телах с криволиней- ными ребрами метод геометрической теории дифракции (ГТД) [2] и его обобщения [2-8] оказываются несправедливыми в области полутени при образовании там каустик геометрооптических (падающих или отражен- ных) лучей. Особенности поля в скалярном случае рассматривались в [1] и связаны с появлением на каустиках концевых точек (краев), расположенных на границах геометрической тени.

В данной работе дается обобщение скалярного решения [1] на важ- ный класс векторных задач дифракции электромагнитных волн. Полу- чены формулы равномерной коротковолновой асимптотики для электро- магнитных полей E и H в окрестности края полутеневого каустики, учитывающие эффекты деполаризации полей при дифракции на телах и при распространении волн в неоднородных средах.

Итак, рассмотрим коротковолновое асимптотическое (при $k \rightarrow \infty$) решение уравнений Максвелла*

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E - ik(\omega_0 H) &= 0, \\ \operatorname{rot}(\omega_0 H) + ik\varepsilon(r)E &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

в задаче дифракции произвольной электромагнитной волны, заданной своим лучевым разложением:

$$E^{\text{пад}} = \exp(ik\varphi_{\text{пад}}) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(ik)^m} E_{\text{пад}}^{(m)}, \quad (2)$$

* Используется система единиц СИ и зависимость от времени $e^{-i\omega t}$.

$$H^{\text{пад}} = \exp(ik\varphi_{\text{пад}}) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(ik)^m} H_{\text{пад}},$$

где $(\nabla\varphi_{\text{пад}})^2 = \varepsilon(\mathbf{r})$, на криволинейной поверхности S с ребром (криволинейном клине S) в плавнонеоднородной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\mathbf{r})$. При этом считается, что каустика падающего поля расположена вдали от ребра поверхности S . Решение задачи должно удовлетворять граничным условиям по поверхности, условию на ребре и условиям излучения на бесконечности.

Предположим сначала, что падающая волна (2) освещает только одну грань криволинейного клина S и не образует каустики вблизи своей границы свет—тень, а отраженные лучи образуют неособую каустику в своей области полутени. Соответствующие лучевые картины изображены на рис. 1.

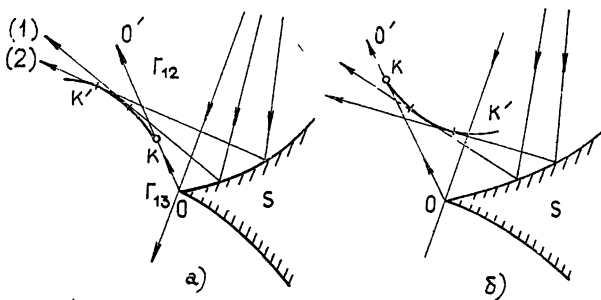


Рис. 1. Каустики волны, отраженной от криволинейного клина: $OKO' \equiv \Gamma_{13} + \Gamma_{12}$ — граница свет—тень для отраженной волны (предельный отраженный луч). KK' — неособая каустика, K — край каустики.

Лучевая асимптотика полного поля в общем виде определяется вкладом двух отраженных, падающего и краевого (дифракционного) лучей*:

$$E(\mathbf{r}) = E_{\text{пад}} \exp(ik\varphi_{\text{пад}}) + \sum_{j=1}^2 E_{\text{отр}j} \exp(ik\varphi_{\text{отр}j}) + E_{\text{кр}} \exp(ik\varphi_{\text{кр}}), \quad (3)$$

$$H(\mathbf{r}) = H_{\text{пад}} \exp(ik\varphi_{\text{пад}}) + \sum_{j=1}^2 H_{\text{отр}j} \exp(ik\varphi_{\text{отр}j}) + H_{\text{кр}} \exp(ik\varphi_{\text{кр}}),$$

где $|E_{\text{кр}}| = O(k^{-1/2} |E_{\text{пад}}|)$, $|H_{\text{кр}}| = O(k^{-1/2} |H_{\text{пад}}|)$. Амплитуды и фазы полей (3) можно найти при помощи формул геометрической оптики и ГТД, поэтому ниже они предполагаются известными.

Лучевое приближение (3) несправедливо вблизи границы свет—тень, где $E_{\text{кр}} \rightarrow \infty$, $H_{\text{кр}} \rightarrow \infty$, и вблизи каустики отраженных лучей, где $E_{\text{отр}1,2} \rightarrow \infty$, $H_{\text{отр}1,2} \rightarrow \infty$. Вблизи края каустики обе области неприменимости (3) перекрываются.

* Здесь, как и в [1], не учитываются эффекты, связанные с переотражениями от поверхности S и возникновением «ползущих» лучей. Кроме того, для краткости записей здесь и в дальнейшем выписываются только главные (нулевые) члены соответствующих асимптотических рядов.

2. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

Будем искать равномерное асимптотическое представление поля для суммы отраженной и краевой волн в виде

$$\left. \begin{aligned} E_{\Sigma}^{\text{отр}} \\ \omega_0 H_{\Sigma}^{\text{отр}} \end{aligned} \right\} = \frac{k^{1/6} e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{\pi}} \left\{ I(\xi, \eta) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_{E,H}^{(m)}}{(ik)^m} + \frac{i}{k^{1/3}} \frac{\partial}{\partial \xi} I(\xi, \eta) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{B_{E,H}^{(m)}}{(ik)^m} + \right. \\ \left. + \frac{i}{k^{2/3}} \frac{\partial}{\partial \eta} I(\xi, \eta) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_{E,H}^{(m)}}{(ik)^m} \right\} e^{ik\theta}, \quad (4)$$

где $\xi = k^{2/3} \xi_0$, $\eta = k^{1/3} \eta_0$, θ , $A_{E,H}^{(m)}$, $B_{E,H}^{(m)}$, $C_{E,H}^{(m)}$ — искомые функции координат r , $I(\xi, \eta)$ — неполная функция Эйри [9, 10], определяемая интегралом,

$$I(\xi, \eta) = \int_{\eta}^{\infty} \exp \left[i \left(\frac{1}{3} \tau^3 + \xi \tau \right) \right] d\tau, \quad (5)$$

и удовлетворяющая параболическому уравнению типа Леонтовича—Фока:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} I(\xi, \eta) - \xi I(\xi, \eta) - i \frac{\partial}{\partial \eta} I(\xi, \eta) = 0 \quad (6a)$$

или, что то же самое, неоднородному уравнению Эйри:

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} I(\xi, \eta) - \xi I(\xi, \eta) = -i \exp \left[i \left(\frac{1}{3} \eta^3 + \xi \eta \right) \right]. \quad (6b)$$

Подставив (4) в уравнения Максвелла (1), исключив с помощью (6) высшие производные функции $I(\xi, \eta)$, приравняв нулю коэффициенты при $I(\xi, \eta)$, $\frac{\partial}{\partial \xi} I$, $\frac{\partial}{\partial \eta} I$ (в силу их линейной независимости) и, наконец, приравняв коэффициенты при одинаковых степенях k , можно получить систему уравнений для определения неизвестных функций:

$$[\nabla \theta A_E^{(m)}] + \xi_0 [\nabla \xi_0 B_E^{(m)}] - A_H^{(m)} = -\text{rot} A_E^{(m-1)}; \quad (7a)$$

$$[\nabla \theta B_E^{(m)}] - [\nabla \xi_0 A_E^{(m)}] - B_H^{(m)} = -\text{rot} B_E^{(m-1)}; \quad (7b)$$

$$[\nabla \theta A_H^{(m)}] + \xi_0 [\nabla \xi_0 B_H^{(m)}] + \varepsilon A_E^{(m)} = -\text{rot} A_H^{(m-1)}; \quad (7b)$$

$$[\nabla \theta B_H^{(m)}] - [\nabla \xi_0 A_H^{(m)}] + \varepsilon B_E^{(m)} = -\text{rot} B_H^{(m-1)}; \quad (7r)$$

$$[\nabla \theta C_E^{(m)}] + \eta_0 [\nabla \xi_0 C_E^{(m)}] + (\eta_0^2 + \xi_0) [\nabla \eta_0 C_E^{(m)}] + [\nabla \xi_0 B_E^{(m)}] - [\nabla \eta_0 A_E^{(m)}] + \\ + \eta_0 [\nabla \eta_0 B_E^{(m)}] - C_H^{(m)} = -\text{rot} C_E^{(m-1)}; \quad (7d)$$

$$[\nabla \theta C_H^{(m)}] + \eta_0 [\nabla \xi_0 C_H^{(m)}] + (\eta_0^2 + \xi_0) [\nabla \eta_0 C_H^{(m)}] + [\nabla \xi_0 B_H^{(m)}] - [\nabla \eta_0 A_H^{(m)}] + \\ + \eta_0 [\nabla \eta_0 B_H^{(m)}] + \varepsilon C_E^{(m)} = -\text{rot} C_H^{(m)}, \quad (7e)$$

где $A_{E,H}^{(-1)} \equiv B_{E,H}^{(-1)} \equiv C_{E,H}^{(-1)} \equiv 0$.

Покажем, что система уравнений (7) может быть сведена в основном приближении к уравнениям эйконала для фаз, уравнениям переноса для амплитуд и уравнениям вращения плоскости поляризации краевой и отраженных волн.

Умножая уравнения (7 а), (7 в) на $(-\xi_0)^{-1/4}$, а (7 б), (7 г) — на $(-\xi_0)^{1/4}$, затем складывая и вычитая полученные выражения и вводя обозначения

$$\left. \begin{aligned} E_{\pm}^{(m)} \\ \omega_0 H_{\pm}^{(m)} \end{aligned} \right\} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}(1\pm 1)}}{2} \{ (-\xi_0)^{-1/4} A_{E,H}^{(m)} \pm (-\xi_0)^{1/4} B_{E,H}^{(m)} \},$$

$$\varphi_{\pm} = \theta \pm \frac{2}{3} (-\xi_0)^{3/2},$$
(8)

из уравнений (7 а) — (7 г) можно получить

$$[\nabla \varphi_{\pm} E_{\pm}^{(m)}] - \omega_0 H_{\pm}^{(m)} = -\operatorname{rot} E_{\pm}^{(m-1)} \pm \frac{i}{4\xi_0} [\nabla \xi_0, E_{\pm}^{(m-1)}] \equiv X_{\pm}^{(m-1)}; \quad (9а)$$

$$[\nabla \varphi_{\pm} \omega_0 H_{\pm}^{(m)}] + \varepsilon E_{\pm}^{(m)} = -\operatorname{rot} (\omega_0 H_{\pm}^{(m)}) \pm \frac{i}{4\xi_0} [\nabla \xi_0 \omega_0 H_{\pm}^{(m)}] \equiv Y_{\pm}^{(m-1)}. \quad (9б)$$

Уравнения (7 д), (7 е) компоновкой членов можно преобразовать к следующему виду:

$$[\nabla \varphi_{\text{кон}} E_{\text{кон}}^{(m)}] - \omega_0 H_{\text{кон}}^{(m)} = -\operatorname{rot} E_{\text{кон}}^{(m-1)} \equiv X_{\text{кон}}^{(m-1)}; \quad (9в)$$

$$[\nabla \varphi_{\text{кон}} \omega_0 H_{\text{кон}}^{(m)}] + \varepsilon E_{\text{кон}}^{(m)} = -\operatorname{rot} (\omega_0 H_{\text{кон}}^{(m-1)}) \equiv Y_{\text{кон}}^{(m-1)}, \quad (9г)$$

где введены обозначения

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{кон}}^{(m)} \\ \omega_0 H_{\text{кон}}^{(m)} \end{aligned} \right\} = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{\pi k}} \left\{ \frac{A_{E,H}^{(m)} - \eta_0 B_{E,H}^{(m)}}{\gamma_0^2 + \xi_0} - C_{E,H}^{(m)} \right\} \quad \varphi_{\text{кон}} = \theta + \xi_0 \eta_0 + \frac{1}{3} \eta_0^2. \quad (10)$$

Аналогично процедуре векторного лучевого метода [11] из условий нетривиальной разрешимости рекуррентной системы уравнений (9) в нулевом ($m=0$) и первом ($m=1$) приближениях можно показать, что функции φ_{\pm} , $\varphi_{\text{кон}}$ удовлетворяют уравнениям эйконала:

$$(\nabla \varphi_{\pm})^2 = \varepsilon(\mathbf{r}), \quad (\nabla \varphi_{\text{кон}})^2 = \varepsilon(\mathbf{r}), \quad (11)$$

а векторные функции $E_{\pm}^{(0)}$, $E_{\text{кон}}^{(0)}$, $H_{\pm}^{(0)}$, $H_{\text{кон}}^{(0)}$ — уравнениям переноса и уравнениям вращения плоскости поляризации:

$$\operatorname{div} \{ (E_{\pm}^{(0)})^2 \nabla \varphi_{\pm} \} = 0, \quad \operatorname{div} \left\{ \frac{1}{\varepsilon} (H_{\pm}^{(0)}) \nabla \varphi_{\pm} \right\} = 0, \quad \frac{d\psi_{\pm}}{d\sigma} = -\frac{1}{T_{\pm}},$$

$$\operatorname{div} \{ (E_{\text{кон}}^{(0)})^2 \nabla \varphi_{\text{кон}} \} = 0, \quad \operatorname{div} \left\{ \frac{1}{\varepsilon} (H_{\text{кон}}^{(0)}) \nabla \varphi_{\text{кон}} \right\} = 0, \quad \frac{d\psi_{\text{кон}}}{d\sigma} = -\frac{1}{T_{\text{кон}}},$$
(12)

где ψ определяются из условий

$$\cos \psi = \frac{(\mathbf{E} \mathbf{n})}{|\mathbf{E}|}, \quad \sin \psi = \frac{(\mathbf{E} \mathbf{b})}{|\mathbf{E}|}.$$

Здесь T_{\pm} , $T_{\text{кон}}$ — радиусы кривизны соответствующих лучей — линий векторов $\nabla \varphi_{\pm}$, $\nabla \varphi_{\text{кон}}$; $d\tau$ — элемент длины дуги луча; \mathbf{n} , \mathbf{b} — орты нормали и бинормали к лучу.

Так как функции, определяемые выражениями (8), (10), удовлетворяют геометрическому уравнению (11), (12), они могут быть отождествлены согласно лучевой формуле (3) с эйконалами и амплитудами двух отраженных и одного краевого лучей: $\varphi_{\pm} \equiv \varphi_{1,2}$, $\varphi_{\text{кон}} \equiv \varphi_{\text{кр}}$, $\mathbf{E}_{\pm}^{(0)} \equiv \mathbf{E}_{\text{отр}1,2}$, $\mathbf{E}_{\text{кон}}^{(0)} \equiv \mathbf{E}_{\text{кр}}$. Тогда, используя (8), (10), можно выразить искомые функции $\mathbf{A}_{E,H}^{(0)}$, $\mathbf{B}_{E,H}^{(0)}$, $\mathbf{C}_{E,H}^{(0)}$, ξ , η , θ в асимптотике (4) через известные амплитуды и эйконалы лучей, входящие в лучевую формулу (3). Окончательно главный член асимптотики (4) может быть представлен в виде

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\Sigma}^{\text{отр}} \\ \mathbf{H}_{\Sigma}^{\text{отр}} \end{array} \right\} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{ik\theta - i\frac{\pi}{4}} \left\{ \hat{\mathbf{A}}_{E,H} I(\xi, \eta) + i \hat{\mathbf{B}}_{E,H} \frac{\partial}{\partial \xi} I(\xi, \eta) \right\} + \\ + \hat{\mathbf{C}}_{E,H} \exp(ik\varphi_{\text{кр}}), \quad (13)$$

где

$$\hat{\mathbf{A}}_{E,H} = (-\xi)^{1/4} \left[i \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\text{отр}1} \\ \mathbf{H}_{\text{отр}1} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\text{отр}2} \\ \mathbf{H}_{\text{отр}2} \end{array} \right\} \right],$$

$$\hat{\mathbf{B}}_{E,H} = (-\xi)^{-1/4} \left[i \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\text{отр}1} \\ \mathbf{H}_{\text{отр}1} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\text{отр}2} \\ \mathbf{H}_{\text{отр}2} \end{array} \right\} \right],$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{E,H} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}_{\text{кр}} \\ \mathbf{H}_{\text{кр}} \end{array} \right\} - \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\eta^2 + \xi} (\hat{\mathbf{A}}_{E,H} - \eta_0 \hat{\mathbf{B}}_{E,H}), \quad \theta = \frac{1}{2} (\varphi_{\text{отр}1} + \varphi_{\text{отр}2}), \quad (14)$$

$$\xi = - \left\{ \frac{3k}{4} (\varphi_{\text{отр}1} - \varphi_{\text{отр}2}) \right\}^{2/3}, \quad \frac{1}{3} \eta^3 + \xi \eta = k(\varphi_{\text{кр}} - \theta)$$

и использованы обозначения лучевой формулы (3). Ветвь кубического корня для η выбирается из условий $\eta = -\sqrt{-\xi}$ при $\varphi_{\text{кр}} = \varphi_{\text{отр}1}$ (линия Γ_{12} на рис. 1) и $\eta = +\sqrt{-\xi}$ при $\varphi_{\text{кр}} = \varphi_{\text{отр}2}$ (линия Γ_{13} на рис. 1).

3. ОБСУЖДЕНИЕ И ОБОБЩЕНИЯ РЕШЕНИЯ

Асимптотика (13) справедлива на произвольном расстоянии от полутени и от полутеневого каустики отраженных лучей. При этом поле равно $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{\text{пад}} + \mathbf{E}_{\Sigma}^{\text{отр}}$, $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{\text{пад}} + \mathbf{H}_{\Sigma}^{\text{отр}}$.

Используя ВКБ-асимптотику неполной функции Эйри $I(\xi, \eta)$ при $-\xi \gg 1$ и $-\eta - \sqrt{-\xi} \gg 1$,

$$I(\xi, \eta) \sim \sqrt{\pi} (-\xi)^{-1/4} \left[\exp\left(-i\frac{2}{3}(-\xi)^{3/2} + i\frac{\pi}{4}\right) + \exp\left(i\frac{2}{3}(-\xi)^{3/2} - i\frac{\pi}{4}\right) \right] + \\ + \frac{i}{\eta^2 + \xi} \exp\left[i\left(\frac{1}{3}\eta^3 + \xi\eta\right)\right],$$

нетрудно показать, что вдали от полутени и от каустики решение (13) асимптотически переходит в формулы ГТД (3). Отсюда и из (12) вытекает важный вывод о том, что прохождение волны вблизи края каустики не приводит к дополнительному вращению плоскости поляризации, и поляризация поля вдали от края каустики определяется геометрическими законами.

Вблизи границы тени для отраженной волны, но вдали от каустики (при $-\xi \gg 1$) из (13) аналогично [1] можно получить векторные формулы полутеневого асимптотики — векторный аналог формул, содержащихся в [3-7]:

$$E_{\Sigma}^{\text{отр}} = E_{\text{кр}} \exp(ik \varphi_{\text{кр}}) + E_{\text{отр}2} \exp(ik \varphi_{\text{отр}2}) \Phi(\pm \sqrt{k(\varphi_{\text{кр}} - \varphi_{\text{отр}2})}), \quad (15)$$

$$H_{\Sigma}^{\text{отр}} = H_{\text{кр}} \exp(ik \varphi_{\text{кр}}) + H_{\text{отр}2} \exp(ik \varphi_{\text{отр}2}) \Phi(\pm \sqrt{k(\varphi_{\text{кр}} - \varphi_{\text{отр}2})});$$

$$\begin{aligned} E_{\Sigma}^{\text{отр}} &= E_{\text{кр}} \exp(ik \varphi_{\text{кр}}) + E_{\text{отр}2} \exp(ik \varphi_{\text{отр}2}) + \\ &+ E_{\text{отр}1} \exp(ik \varphi_{\text{отр}1}) \Phi^*(\pm \sqrt{k(\varphi_{\text{отр}1} - \varphi_{\text{кр}})}), \end{aligned}$$

$$H_{\Sigma}^{\text{отр}} = H_{\text{кр}} \exp(ik \varphi_{\text{кр}}) + H_{\text{отр}2} \exp(ik \varphi_{\text{отр}2}) + \quad (16)$$

$$+ H_{\text{отр}1} \exp(ik \varphi_{\text{отр}1}) \Phi^*(\pm \sqrt{k(\varphi_{\text{отр}1} - \varphi_{\text{кр}})}),$$

где

$$\Phi(x) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \left(\int_x^{\infty} e^{i\tau^2} d\tau + \frac{e^{ix^2}}{2ix} \right),$$

$$\Phi^*(x) = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \left(\int_x^{\infty} e^{-i\tau^2} d\tau - \frac{e^{-ix^2}}{2ix} \right).$$

Выражения (15) справедливы вблизи отрезка Γ_{13} , а (16) — вблизи отрезка Γ_{12} границы геометрической тени (рис. 1). Знак плюс (минус) берется в области тени (света) для соответствующей отраженной волны.

Используя эйри-асимптотику функции $I(\xi, \eta)$ при $-\eta - \sqrt{-\xi} \gg 1$, можно показать, что решение (13) асимптотически переходит в формулы векторной каустической асимптотики [8], полученные в случае безграничной неособой каустики.

При образовании полутеневого каустики отраженного поля другой геометрии (рис. 1 б) или полутеневого каустики падающего поля, а также в случае освещения обеих граней криволинейного клина S равномерная асимптотика решения уравнений Максвелла может быть построена аналогичным образом по методике, описанной в [1].

В случае образования особых каустик с линиями возврата для построения равномерной асимптотики решения уравнений Максвелла (1) нужно пользоваться многомерной неполной функцией Эйри [12]:

$$I(\xi_l, \eta) = \int_{\eta}^{\infty} \exp[if(\xi_l, \tau)] d\tau, \quad (17)$$

где $f(\xi_l, \tau) = \frac{\tau^{n+1}}{n+1} + \sum_{l=1}^{n-1} \xi_l \frac{\tau^l}{l}$, а величина $n-2$ определяет число линий

возврата каустики. Главный член асимптотического решения в этом случае имеет вид

$$\begin{Bmatrix} E_{\Sigma}^{\text{отр}} \\ H_{\Sigma}^{\text{отр}} \end{Bmatrix} = \left\{ A_{E, H} I(\xi_l, \eta) + i \sum_{p=1}^{n-1} B_{E, H}^{(p)} \frac{\partial}{\partial \xi_p} I(\xi_l, \eta) + i C_{E, H} \frac{\partial}{\partial \eta} I(\xi_l, \eta) \right\} e^{ik\theta(r)}. \quad (18)$$

Аналогично [12] неизвестные функции $A_{E, H}$, $B_{E, H}^{(p)}$, $C_{E, H}$, ξ_l , η , θ координаты \mathbf{r} определяются из условий асимптотического сшивания решения (18) с лучевой асимптотикой:

$$E_{\Sigma}^{\text{отр}}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^n E_{\text{отр}j} \exp(ik \varphi_{\text{отр}j}) + E_{\text{кр}} \exp(ik \varphi_{\text{кр}}), \quad (19)$$

$$H_{\Sigma}^{\text{отр}}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^n H_{\text{отр}j} \exp(ik \varphi_{\text{отр}j}) + H_{\text{кр}} \exp(ik \varphi_{\text{кр}}).$$

Эти условия приводят к следующей системе уравнений для определения искомых функций:

$$A_{E, H} + i \sum_{p=1}^{n-1} B_{E, H}^{(p)} \frac{t_j^p}{p} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{E_{\text{отр}j}}{H_{\text{отр}j}} \right\} \left| \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} f(\xi_l, t_j) \right|^{1/2} e^{-i \frac{\pi}{4} \delta_j},$$

$$C_{E, H} = i \left\{ \frac{E_{\text{кр}}}{H_{\text{кр}}} \right\} - \left[A_{E, H} + i \sum_{p=1}^{n-1} B_{E, H}^{(p)} \frac{\eta^p}{p} \right] \left[\frac{\partial}{\partial \tau} f(\xi_l, \eta) \right]^{-1}, \quad (20)$$

$$f(\xi_l, \eta) + k\theta = k\varphi_{\text{кр}}, \quad f(\xi_l, t_j) + k\theta = k\varphi_{\text{отр}j},$$

где $\delta_j = \text{sign} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} f(\xi_l, t_j)$, t_j — корни алгебраического уравнения

$$t_j^n + \sum_{l=1}^{n-1} \xi_l t_j^{l-1} = 0.$$

Так же как и в скалярной задаче [12], в случае особых каустик (при $n > 2$) фазовые функции $\theta(\mathbf{r})$, $\eta(\mathbf{r})$ и $\xi_l(\mathbf{r})$ не выражаются в радикалах через эйконалы краевого луча и лучей геометрической оптики. При $n = 2$ (в случае неособой каустики) решения уравнений (20) определяются алгебраически и совпадают с выражениями (14). При этом решение (18) при $n = 2$ переходит в асимптотику (13), справедливую в окрестности края неособой полутеневого каустики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Орлов, Радиотехника и электроника, **20**, № 2, 242 (1975)
2. Р. Куюмджан, П. Патхак, ТИИ ЭР, **62**, № 11, 40 (1974).
3. D. S. Ahluwalia, R. M. Lewis and J. Voersma, SIAM J. Appl. Math., **16**, 783 (1968).
4. R. M. Lewis and J. Voersma, J. Math. Phys., **10**, № 12, 2291 (1969).
5. D. S. Ahluwalia, SIAM J. Appl. Math., **18**, № 2, 287 (1970).
6. В. А. Боровиков, Б. Е. Кинбер, Четыре лекции по геометрической теории дифракции, изд. ЛГУ, Ленинград, 1972
7. В. А. Боровиков, Препринт № 63, ИПМ АН СССР, М., 1973.
8. Ю. А. Кравцов, Изв. вузов — Радиофизика, **7**, № 6, 1049 (1964).
9. L. Levey and L. V. Felsen, Radio Sci., **4**, № 10, 959 (1969).
10. М. М. Агрест, М. З. Максимов, Теория неполных цилиндрических функций и их приложения, Атомиздат, М., 1965.
11. С. М. Рытов, ДАН СССР, **18**, № 4—5, 263 (1938).
12. Ю. И. Орлов, Радиотехника и электроника, **21**, № 4, 730 (1976).

ASYMPTOTIC SOLUTION OF MAXWELL EQUATIONS IN THE VICINITY
OF THE CAUSTIC EDGE*Yu. I. Orlov, S. A. Vlasov*

The uniform asymptotic solution of Maxwell's equations valid in the vicinity of the caustic edge located arbitrarily with respect to the penumbra region has been obtained in application to the problem of electromagnetic wave diffraction by a curvilinear surface with a rib (a curvilinear wedge). The solution takes account of polarization effects, and in the case of nonspecial caustic it is based on the use of the incomplete Airy function $I(\xi, \eta)$ and its first partial derivatives $I'_\xi(\xi, \eta)$, $I'_\eta(\xi, \eta)$. Amplitude and phase functions in the solution for the E and H fields are algebraically expressed through the vector amplitudes and phases of geometrooptical and edge boundary (diffraction) rays. The obtained asymptotics is a generalization of well-known formulas of geometrical diffraction theory and its modification which it transforms into far from the caustic edge. The solution for the edge vicinity of special caustic with an arbitrary number of pointing lines is generalized.

УДК 621.396.677.33

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ КОАКСИАЛЬНОЙ АПЕРТУРОЙ

Г. Д. Малушков

В резонансной области на основе проекционного метода численно определено поле излучения диэлектрической антенны в виде тела вращения, возбуждаемого соосно открытым концом коаксиальной линии с плоским идеально проводящим фланцем. Для случая возбуждения излучателя ТЕМ-волной описан алгоритм решения задачи, показана структура используемого базиса, даны расчетные формулы для элементов алгебраической формы. Приводятся и анализируются результаты расчета диаграмм направленности дисковой антенны поверхностных волн, цилиндрической стержневой антенны, неоднородной биконической антенны, излучателя в виде усеченного диэлектрического шара.

В [1] показано, что достаточно точно расчет диэлектрических излучателей в виде аксиально-симметричных однородных или неоднородных тел в резонансной области в настоящее время может быть выполнен на основе одного из следующих электродинамических методов: интегральных уравнений [2], характеристических типов волн [3], метода сведения задачи к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [4] и проекционного [5]. Но если методом интегральных уравнений для задач осесимметричного возбуждения рассчитан ряд электродинамических объектов, то каких-либо численных результатов, полученных на основе методов [3, 4], несмотря на их давнее описание, до сих пор опубликовано не было. Возможно, это связано с естественными трудностями вычислительного характера. Проекционный метод позволил уже получить результаты для более сложных с расчетной точки зрения несимметрично возбуждаемых диэлектрических антенн и рассеивателей [5, 6], и здесь он применяется к неисследованной ранее задаче об излучении диэлектрической антенны, возбуждаемой коаксиальной апертурой с осесимметричным полем.

Рассматриваемая задача формулируется следующим образом. Коаксиальная линия с размерами внутреннего и внешнего проводников R_1 и R_2 , допускающими существование осесимметричных волн только типа ТЕМ ($\lambda \geq 2(R_2 - R_1)$), оканчивается бесконечным плоским идеально проводящим металлическим фланцем Σ с $E_\tau = 0$ (рис. 1). Линия питается генератором монохроматических колебаний частоты ω . В верхнем свободном полупространстве, характеризуемом параметрами ϵ_0 , μ_0 , соосно с коаксиалом находится неоднородное тело вращения произвольной формы с не зависящей от азимутальной координаты φ^* диэлектрической проницаемостью ϵ . Требуется определить электромагнитное поле E , H в верхнем полупространстве, которое удовлетворяло бы уравнениям Максвелла и условиям излучения на бесконечности.

Таким образом, фактически рассматривается задача электромагнит-

* Используется сферическая система координат r , θ , φ с началом в центре коаксиальной апертуры.

ного возбуждения диэлектрического тела вращения объема V_1 заданным сторонним магнитным током с распределением

$$j^m_{ct} = -r_0 E_r^{ct} \frac{1}{r} \delta\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

или сторонним полем $E_r^{ct} = r_0 E_r^{ct}$, где E_r^{ct} — радиальная составляющая вектора напряженности электрического поля волны типа ТЕМ в раскрытии коаксиальной апертуры, определяемая для волн единичной амплитуды выражением

$$E_r = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}\right)^{1/4} \left(\pi \ln \frac{R_2}{R_1}\right)^{-1/2} \frac{1}{r}, \quad (2)$$

где ε_1 — диэлектрическая проницаемость заполнения линии, отличная в принципе от ε и ε_0 .

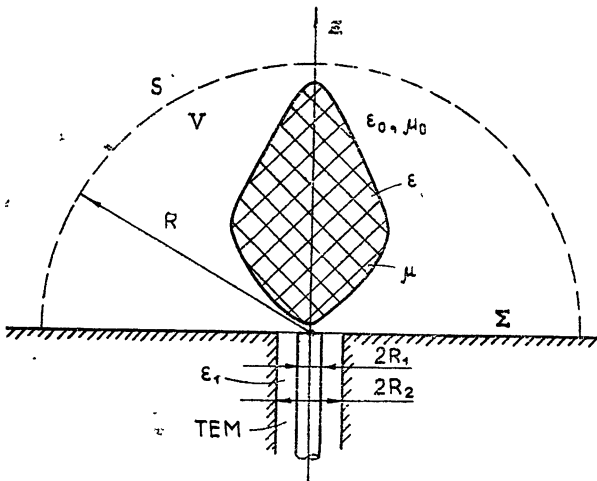


Рис. 1. Геометрия задачи.

На основе проекционного метода [5, 6] рассматриваемая краевая задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений в форме

$$\begin{aligned} \mathcal{A}a + Bb + Cc &= 0, \\ Aa + Mb + \tilde{C}c &= f^m, \\ C^*a - \Psi^2 \tilde{C}^*b &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

или при магнитной проницаемости возбуждаемого тела $\mu = \mu_0$ и соответствующей нормировке базисных функций к

$$\begin{aligned} (\mathcal{A} - BA)a + (C - B\tilde{C})c &= -Bf^m, \\ (\Psi^{-2}C^* + \tilde{C}^*A)a + \tilde{C}^*c &= \tilde{C}^*f^m. \end{aligned} \quad (4)$$

Вид матричных коэффициентов в этих алгебраических формах определяется прежде всего выбранным базисом, координатными элементами которого являются ортонормированные функции следующей полной системы. Для описания искомого поля вблизи диэлектрического тела

(внутри объема V , ограниченного полностью окружающей тело и источник сферой S радиуса R) используются системы функций полусферического резонатора с $E_r = 0$ на S и $E_r^- = 0$ на $\Sigma - \{E_j, H_j\}$ (функции электрического резонатора) и с $\tilde{H}_r = 0$ на S и $\tilde{E}_r = 0$ на $\Sigma - \{\tilde{E}_j, \tilde{H}_j\}$ (функции магнитного резонатора), а вне V неизвестное поле записывается в виде разложения по системе волн свободного полупространства $\{e_l, h_l\}$, удовлетворяющих условию излучения. Таким образом, искомое поле представляется разложениями

$$E = \sum_{j=1}^{N'} a_j \tilde{E}_j, \quad H = \sum_{l=1}^{N''} b_l H_l \quad \text{в } V, \quad (5)$$

$$E = \sum_{l=1}^N c_l e_l, \quad H = \sum_{l=1}^N c_l h_l \quad \text{вне } V.$$

Неизвестные коэффициенты в этих представлениях и образуют соответствующие векторы a , b и c в (3), (4).

В анализируемом случае осесимметричного возбуждения тела вращения волной типа ТМ базисные функции имеют следующую структуру.

I. Функции свободного пространства (e_l, h_l)

$$e_r^{\text{TM}} = A_{e0n} n(n+1) P_n(\cos \theta) \frac{1}{kr} h_n^{(2)}(kr),$$

$$e_\theta^{\text{TM}} = A_{e0n} \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) \frac{1}{kr} [kr h_n^{(2)}(kr)]', \quad (6)$$

$$h_\varphi^{\text{TM}} = -\frac{i}{W_0} A_{e0n} \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) h_n^{(2)}(kr)$$

с нормирующим множителем

$$A_{e0n}^2 = \frac{1}{4\pi} \frac{k^2 \omega W_0 (2n+1)}{n(n+1) |kr h_n^{(2)}(kR)| | [kr h_n^{(2)}(kR)]' |}. \quad (7)$$

Каждой такой функции ставится в соответствие волновое сопротивление

$$W_l^{\text{TM}} = \frac{e_\theta^{\text{TM}}}{h_\varphi^{\text{TM}}} = |W_l^{\text{TM}}| \exp(i\psi_l^{\text{TM}}), \quad (8)$$

для модуля которого в сечении $r = R$ можно записать

$$|W_l^{\text{TM}}| = W_0 \frac{\rho'}{\rho} = W_0 \frac{| [kr h_n^{(2)}(kR)]' |}{|kr h_n^{(2)}(kR)|}, \quad (9)$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}, \quad W_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}.$$

II. Функции магнитного резонатора $(\tilde{E}_j, \tilde{H}_j)$

а) Поле типа ТМ

$$\tilde{E}_r^{\text{TM}} = A_{e0np} n(n+1) P_n(\cos \theta) \frac{1}{k_p r} j_n(k_p r),$$

$$\tilde{E}_\theta^{\text{TM}} = A_{e0np} \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) \frac{1}{k_p r} [k_p r j_n(k_p r)]', \quad (10)$$

$$\tilde{H}_\varphi^{\text{TM}} = -\frac{i}{W_0} A_{e0np} \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) j_n(k_p r),$$

где нормирующий множитель имеет вид

$$A_{e0np}^2 = \frac{1}{2\pi} \frac{k_p^3 (2n+1)}{\epsilon_0 n(n+1) (k_p R)^3 j_{n-1}^2(k_p R)}, \quad (11)$$

а собственные частоты определяются уравнением

$$j_n(k_p R) = 0. \quad (12)$$

б) Потенциальные функции

$$\tilde{E}_r^{\text{TE}} = -A_{e0np} P_n(\cos \theta) j_n'(k_p r),$$

$$\tilde{E}_\theta^{\text{TE}} = -A_{e0np} \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) \frac{1}{k_p r} j_n(k_p r), \quad (13)$$

$$\tilde{E}_\varphi^{\text{TE}} = \tilde{H}_\varphi^{\text{TE}} = 0.$$

Оставшиеся компоненты потенциальных функций $\tilde{H}_i^{\text{TE}} \neq 0$, но поскольку в дальнейшем они не понадобятся, их значения здесь не приводятся.

Нормирующие коэффициенты и собственные частоты в (13) определяются соотношениями

$$A_{e0np}^2 = \frac{1}{2\pi} \frac{k_p^3 (2n+1)}{\epsilon_0 (k_p R) [(k_p R)^2 - n(n+1)] j_n^2(k_p R)}; \quad (14)$$

$$j_n'(k_p R) = 0. \quad (15)$$

III. Функции электрического резонатора (E_i , H_i).

Составляющие поля типа E_i^{TM} , H_i^{TM} также описываются формулами (10), однако нормирующие множители и собственные частоты для этих функций определяются не (11), (12), а следующими выражениями:

$$A_{e0np}^2 = \frac{1}{2\pi} \frac{k_p^3 (2n+1)}{\epsilon_0 n(n+1) (k_p R) [(k_p R)^2 - n(n+1)] j_n^2(k_p R)}; \quad (16)$$

$$[k_p R j_n(k_p R)]' = 0. \quad (17)$$

Компоненты потенциальных функций E_i^{TE} имеют вид (13), но собственные частоты $k_p R$ определяются уравнением (12), а нормирующие множители следующим выражением:

$$A_{e0np}^2 = \frac{1}{2\pi} \frac{k_p^3 (2n+1)}{\epsilon_0 (k_p R)^3 j_{n-1}^2(k_p R)}. \quad (18)$$

В формулах (6)–(18) из граничного условия $E_r = 0$ на Σ следует $n = 1, 3, 5, \dots$

Итак, система базисных функций полностью определена.

В соответствии с этим базисом для элементов матрицы \mathcal{E} в (3), (4) приходим к таким расчетным формулам:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{kj}^{\text{TM TM}} &= \delta_{kj} + \int_{V_1} (\varepsilon - \varepsilon_0) \tilde{E}_k^{\text{TM}*} \tilde{E}_j^{\text{TM}} dV = \\ &= \delta_{kj} + \tilde{A}^{22} \sum_{p=0}^P (\bar{\varepsilon}_p - 1) (\tilde{J}_{\theta 1} I_{r1} + \tilde{A}_1^{22} \tilde{J}_{\theta 2} I_{r6}), \end{aligned} \quad (19)$$

где δ_{kj} — символ Кронекера,

$$\tilde{A}^{22} = - \frac{[n(n+1)n'(n'+1)(2n+1)(2n'+1)]^{1/2}}{\alpha \beta j_{n-1}(\alpha) j_{n'-1}(\beta)}, \quad (20)$$

$$\tilde{A}_1^{22} = [n(n+1)n'(n'+1)]^{-1},$$

а $\bar{\varepsilon}_p = \varepsilon_p / \varepsilon_0$ — постоянная относительная диэлектрическая проницаемость одной из общего числа $P+1$ сферически радиальных областей, на которые разбивается исследуемое тело с целью оптимального вычисления в (19) интеграла по V_1 [7]. Как обычно, обозначения $\alpha = k_p R$ и n являются параметрами собственной функции с индексом k , стоящей под знаком интеграла на первом месте (\tilde{E}_k), а $\beta = k_p' R$ и n' соответствуют второй функции с номером j (\tilde{E}_j).

Интегралы по угловой (меридиональной) координате θ от полиномов Лежандра $P_n(x)$ и присоединенных функций Лежандра 1-го порядка $P_n^{(1)}(x)$ в (19)

$$\tilde{J}_{\theta 1} = \int P_n(x) P_{n'}(x) dx; \quad (21)$$

$$\tilde{J}_{\theta 2} = \int P_n^{(1)}(x) P_{n'}^{(1)}(x) dx, \quad (22)$$

где $x = \cos \theta$, вычисляются в замкнутой форме в виде конечного степенного ряда.

По-другому обстоит дело с интегралами по радиальной координате r , которые приходится находить методами численного интегрирования. Интегралы этого типа I_{rk} , где $k = 1, 2, \dots, 8$, методика их вычисления описана в [7].

При сочетании в интеграле по V_1 функций \tilde{E}_k^n и \tilde{E}_j^n получаем элементы матрицы \mathcal{E} в следующей удобной для вычислений форме:

$$\mathcal{E}_{kj}^{\text{nn}} = \delta_{kj} + \tilde{A}^{33} \sum_{p=0}^P (\bar{\varepsilon}_p - 1) (\tilde{J}_{\theta 1} I_{r5} + \tilde{A}_1^{33} \tilde{J}_{\theta 2} I_{r1}), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{A}^{33} &= - \frac{\alpha \beta}{j_n(\alpha) j_{n'}(\beta)} \left\{ \frac{(2n+1)(2n'+1)}{[\alpha^2 - n(n+1)][\beta^2 - n'(n'+1)]} \right\}^{1/2}, \\ \tilde{A}_1^{33} &= (\beta \alpha)^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

Если под знаком интеграла по объему тела на первом месте стоит функция \tilde{E}_k^{TM} , а на втором \tilde{E}_j^n , то для элементов матрицы получаются выражения

$$\mathcal{E}_{kj}^{\text{TM}\Pi} = \tilde{A}^{23} \sum_{p=0}^P (\varepsilon_p - 1) (\tilde{J}_{01} J_{r,4} + \tilde{A}_1^{23} \tilde{J}_{02} I_{r,8}), \quad (25)$$

где

$$\tilde{A}^{23} = \frac{1}{\alpha j_{n-1}(\alpha) j_{n'}(\beta)} \left[\frac{n(n+1)(2n+1)(2n'+1)}{\beta^2 - n'(n'+1)} \right]^{1/2}, \quad (26)$$

$$\tilde{A}_1^{23} = [n(n+1)]^{-1}.$$

При вычислении элементов $\mathcal{E}_{kj}^{\text{PTM}}$ после замен $\alpha \leftrightarrow \beta$, $n \leftrightarrow n'$ расчет ведется по формулам (25), (26).

Коэффициенты прочих матриц в (3), (4) находятся простым образом:

$$A_{kj}^{\text{TM}\text{TM}} = \frac{2\alpha^3}{kR(\alpha^2 - \beta^2) [\alpha^2 - n(n+1)]^{1/2}},$$

$$A_{kj}^{\text{TM}\Pi} = - \frac{2\alpha}{kR} \left\{ \frac{n(n+1)}{[\alpha^2 - n(n+1)] [\beta^2 - n(n+1)]} \right\}^{1/2},$$

$$B_{kl}^{\text{TM}\text{TM}} = \frac{2\alpha^2 \beta}{kR(\alpha^2 - \beta^2) [\beta^2 - n(n+1)]^{1/2}}, \quad (27)$$

$$C_{kl}^{\text{TM}\text{TM}} = \left(\frac{2\rho}{kR\rho'} \right)^{1/2} e^{i(\Phi+\pi)},$$

$$C_{kl}^{\text{PTM}} = \left\{ \frac{2\rho n(n+1)}{kR\rho' [\alpha^2 - n(n+1)]} \right\}^{1/2} e^{i\Phi},$$

$$\tilde{C}_{kl}^{\text{TM}\text{TM}} = \alpha \left\{ \frac{2\rho'}{kR\rho [\alpha^2 - n(n+1)]} \right\}^{1/2} e^{i(\Phi'+\pi)},$$

где ρ , Φ и ρ' , Φ' определяются в соответствии с выражениями

$$[kRh_n^{(2)}(kR)] = \rho e^{i\Phi}, \quad (28)$$

$$[kRh_n^{(2)}(kR)]' = \rho' e^{i\Phi'}.$$

Элементы диагональной матрицы Ψ являются функциями фазовых углов волновых сопротивлений

$$\psi_{kl} = e^{i\psi_k} \delta_{kl}. \quad (29)$$

Таким образом, алгоритм вычисления элементов матриц основной алгебраической формы определен.

Запишем также расчетные формулы для элементов правых частей в (3), (4),

$$f_{2k} = - \frac{i}{\omega} \int_{\tilde{V}} \mathbf{H}_k^{\text{TM}*} \mathbf{j}^{\text{м. ст}} dV, \quad (30)$$

которые после подстановки в (3) выражений (1), (2) и соответствующих базисных функций приобретают вид

$$f_{2k} = D_{1k} I_{1k}, \quad (31)$$

где

$$D_{1k} = - \frac{\alpha}{j_n(\alpha)} \left\{ \frac{2(2n+1)}{\varepsilon_1^{1/2} n(n+1) [\alpha^2 - n(n+1)] kR \ln(R_2/R_1)} \right\}^{1/2},$$

$$I_{1k} = \int_{\bar{R}_1}^{\bar{R}_2} j_n(\alpha y) dy, \quad \bar{R}_1 = \frac{kR_1}{kR}, \quad \bar{R}_2 = \frac{kR_2}{kR}, \quad (32)$$

$$y = \frac{kr}{kR},$$

$\alpha = k_p R$ — собственное значение соответствующей базисной функции H_k^{TM} . Несмотря на простоту подынтегрального выражения, интеграл в (32) приходится считать численными методами.

Итак, в дополнение к элементам матриц и правая часть решаемой системы алгебраических уравнений для одного из видов возбуждающих источников полностью конкретизирована.

Осесимметричное поле в дальней зоне с использованием асимптотики сферических функций Ганкеля при $r \rightarrow \infty$ после нахождения N неизвестных коэффициентов разложения поля во внешней области рассчитывается по легко получаемой формуле

$$E_\theta(\theta) = \frac{e^{-ikr}}{r} \sum_{n=1}^{2N-1} i^{n+2} A_n c_n^{TM} P_n^{(1)}(\cos \theta), \quad (33)$$

где

$$A_n = \left[\frac{30 \omega (2n+1)}{n(n+1) \rho \rho'} \right]^{1/2} \quad (n = 1, 3, 5, \dots).$$

После расчета максимального значения поля в дальней зоне E_m может быть вычислен коэффициент направленного действия антенны в главном направлении

$$D_0 = \frac{E_m^2}{60 P_2}, \quad (34)$$

где излучаемая антенной мощность определяется как

$$P_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{2N-1} |c_n|^2. \quad (35)$$

По разработанному алгоритму на языке «Алгол—ГДР» для ЭВМ БЭСМ-6 была составлена программа, которая прошла полную отладку и позволила получить ряд численных результатов, недостижимых в настоящее время какими-либо другими методами. Некоторые из этих результатов представлены ниже, однако прежде несколько слов о структуре используемого при расчетах базиса.

Система функций базиса определяется главным образом размерами тела вращения и его диэлектрической проницаемостью. При расчете характеристик излучения число функций внешнего пространства вследствие быстрой сходимости разложений в этой области сравнительно невелико, в то время как для правильного описания сложного распределения поля в ближней зоне число резонаторных функций должно быть значительным. Если функции внешнего пространства характеризуются только одним меридиональным индексом n , то функции внутренней области зависят и от n , и от радиального индекса p . Чтобы точно представить здесь поле с характеризуемой некоторым n зависимостью по θ , необходимо определенное число ортогональных функций, отличающихся по радиальной координате. Например, структуру формируемого в ЭВМ и используемого при расчетах одного электродинамического базиса можно охарактеризовать следующей таблицей, в которой последова-

тельно приводятся соответствующие каждому типу поля индексы m , n или m , n и p .

Для этого базиса максимальное собственное значение функций внутренней области было не больше 34.

Таблица 1

Структура базиса 02

e, h_{mn}^{TM}	\tilde{E}_{mnp}^{TM}	\tilde{E}_{mnp}^H	H_{mnp}^{TM}
$N = 4$	$N' = 6$		$N'' = 35$
01, 03, 05, 07.	011, 012, 013, 014, 015, 016, 017, 018, 019, 0110, 031, 032, 033, 034, 035, 036, 037, 038, 039, 051, 052, 053, 054, 055, 056, 057, 058, 071, 072, 073, 074, 075, 076, 077,	011, 012, 013, 014, 015, 016, 017, 018, 019, 0110, 031, 032, 033, 034, 035, 036, 037, 038, 039, 051, 052, 053, 054, 055, 056, 057, 058, 071, 072, 073, 074, 075, 076, 077, 078	011, 012, 013, 014, 015, 016, 017, 018, 019, 0110, 031, 032, 033, 034, 035, 036, 037, 038, 039, 051, 052, 053, 054, 055, 056, 057, 058, 071, 072, 073, 074, 075, 076, 077, 078,

Итак, дана краткая характеристика электродинамических базисов, используемых при расчетах. В процессе проведения отладочных и тестовых вычислений структура базиса варьировалась в широких пределах. Выбор того или иного базиса определяется параметрами возбуждаемого тела, и, как правило, $n > kR$. Как показали проведенные расчеты, при работе на ЭВМ—БЭСМ-6 базисы имеют достаточное число функций, чтобы получать хорошие (с ошибкой по норме $\Delta < 5 \dots 7\%$) результаты при решении задач о диэлектрических телах с размерами, позволяющими разместить их внутри вспомогательной сферы S диаметром $D \sim (3 \dots 4) \lambda$.

Перейдем теперь непосредственно к численным результатам. В качестве одного из тестовых использовался результат вычисления поля излучения из открытого конца коаксиальной линии. При небольших размерах апертуры она может быть представлена как излучатель в виде элементарной круглой магнитной рамки, поле излучения которой легко определить. Расчет таких технических параметров, как КНД, диаграмма направленности, максимальное значение поля в дальней зоне для сопоставимых излучателей различными методами приводит к хорошо совпадающим результатам, что позволяет в определенной мере проконтролировать правильность составленных алгоритма и программы на ЭВМ.

Рассмотрим некоторые результаты применения проекционного метода к задачам возбуждения диэлектрических тел вращения, для которых строгое аналитическое решение получить не удается. Характерным примером в этом плане является задача нахождения поля дисковой антенны поверхностных волн, применяемой, в частности, в качестве маловыступающей (низкосилуэтной) антенны на летательных аппаратах.

Дисковая антенна поверхностных волн представляет собой расположенный на плоском металлическом экране импедансный круглый диск, возбуждаемый в центре осесимметричным сторонним источником. Импедансный диск выполняется либо в виде ребристой структуры с кольцевыми концентрическими канавками, либо в виде слоя однородного диэлектрика небольшой толщины. Возбуждающим источником могут служить несимметричный электрический вибратор или открытый конец коаксиальной линии малых по сравнению с λ размеров.

Геометрия рассматриваемой здесь диэлектрической дисковой антен-

ны поверхностных волн, возбуждаемой открытым концом коаксиальной линии с волной типа TEM, показана на рис. 2 а. Размеры внутреннего и внешнего проводников линии соответственно равны $R_1 = 0,05 \lambda$ и $R_2 = 0,1 \lambda$. Диэлектрический диск, имеющий толщину l и диаметр $d = 2a$, расположен на бесконечной идеально проводящей плоскости с $E_r = 0$. Антенна выполнена из фторопласта с проницаемостью $\epsilon = (2,1 - i0,00031) \epsilon_0$.

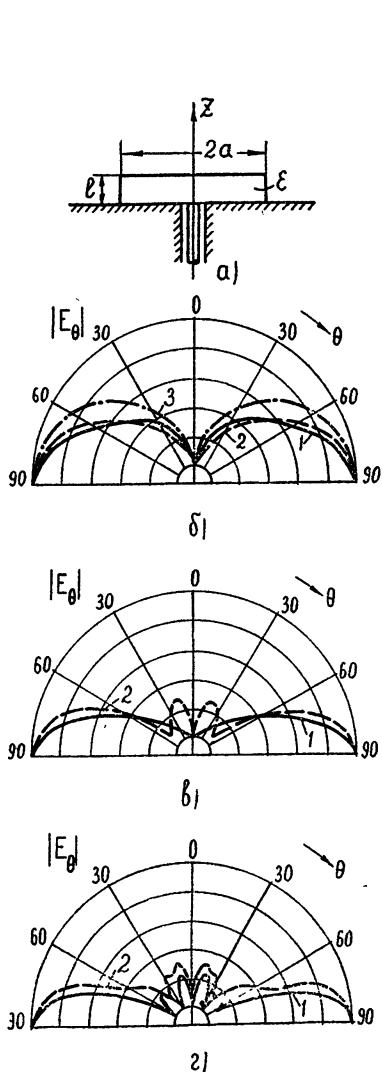


Рис. 2.

Рис. 2. Диаграммы направленности дисковых антенн поверхностных волн.
Рис. 3. Диаграммы направленности цилиндрических антенн.

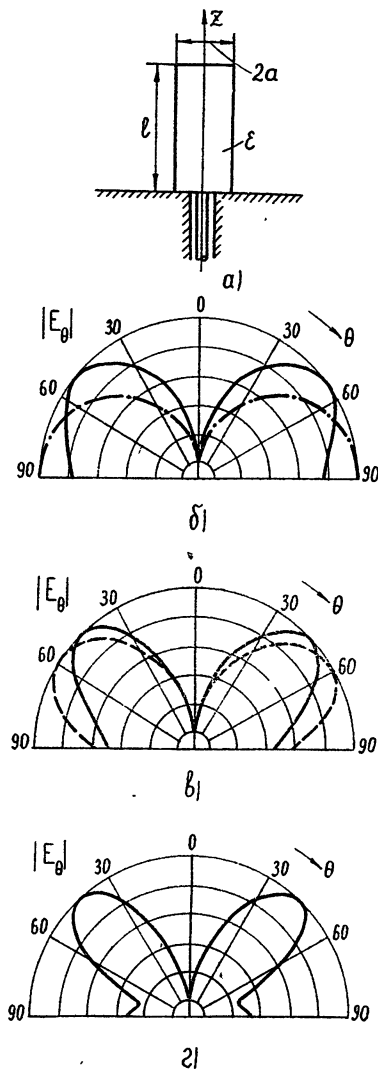


Рис. 3.

На рис. 2 б показаны вычисленные диаграммы направленности дисковой антенны небольшого диаметра для двух значений толщины диэлектрического слоя: $l = \lambda/2$ (кривая 1) и $l = \lambda/4$ (кривая 2). Можно видеть, что за счет образования радиальной поверхностной волны направленность действия антенны вдоль металлической плоскости по сравнению с открытым концом коаксиальной линии (для сопоставления

на этом же рисунке штрих-пунктиром 3 показана диаграмма направленности такого излучателя) возрастает. Однако из-за малости размеров антенны коэффициент направленного действия еще сравнительно невелик ($D_0 = 3,9$ для $l = \lambda/2$). Диаграммы направленности тонкого и толстого дисков близки, однако для толстого характерно закономерное увеличение поля в области углов $\theta \sim 30^\circ$ и некоторое уменьшение поля в диапазоне $\theta \sim 60 \dots 70^\circ$.

Почти в два раза больший по сравнению с открытым концом коаксиальной линии КНД имеет дисковая антенна с диаметром $d = 2\lambda$ и толщиной $l = \lambda/2$, диаграмма направленности которой показана на рис. 2 в. В этом случае $D_0 = 5,8$. Можно обратить внимание на отсутствие у этой антенны боковых лепестков, в то время как антенна небольшой толщины $l = \lambda/4$ (кривая 2) имеет побочное излучение в направлении $\theta = 20^\circ$ порядка 28% от максимума.

Заметно некоторое ухудшение диаграммы направленности при дальнейшем увеличении диаметра антенны до $d = 3\lambda$ (рис. 3 д) при $l = \lambda/4$ (пунктир). Сужение главного лепестка невелико, но заметно боковое излучение. Наиболее высокой направленностью действия ($D_0 = 7,2$) обладает здесь толстая дисковая антенна.

Таким образом, показано, как с помощью разработанного метода удастся рассчитать поле излучения диэлектрической дисковой антенны поверхностных волн в сравнительно широком диапазоне параметров антенны (диаметр, толщина).

Остановимся теперь на результатах расчета цилиндрической антенны, возбуждаемой линией тех же размеров. На рис. 3 показана схема антенны и приводятся результаты расчета поля излучения при фиксированных длине ($kl=4$) и радиусе ($ka=1,57$) стержня и переменных значениях ϵ . Сплошная кривая рис. 3 б соответствует $\epsilon = 2,5 \epsilon_0$. Если сравнить этот график с диаграммой направленности открытого конца коаксиальной линии или полем излучения дисковой антенны поверхностных волн, то можно заметить, что цилиндрическая антенна, хотя и слабо, но тем не менее заметно формирует в этом случае излучение вперед, так что максимум поля получается уже при $\theta = 52^\circ$. Такие закономерности характерны для цилиндрических диэлектрических антенн.

Более существенно повышение направленности действия цилиндрической антенны в продольном направлении при $\epsilon = 5\epsilon_0$ (рис. 3 в). Максимум диаграммы находится при $\theta = 46^\circ$, а в направлении $\theta = 90^\circ$ уровень поля снижается до 0,49.

Для $\epsilon = 5\epsilon_0$ в [8] приводятся значения коэффициента замедления в бесконечном диэлектрическом круглом стержне при возбуждении в нем волны типа TM_{00} . В рассматриваемом случае возбуждается волна именно этого типа, и поэтому представляет интерес сравнить результаты вычислений проекционным методом с результатами расчета приближенным инженерным методом диэлектрической цилиндрической антенны, когда антенна представляется в виде непрерывной системы продольных излучателей с бегущей волной тока с замедленной фазовой скоростью.

Диаграмма направленности такой антенны описывается известной формулой

$$F(\theta) = E_m \sin \theta \frac{\sin u}{u}, \quad u = \frac{kl(\xi - \cos \theta)}{2}. \quad (36)$$

Коэффициент замедления для выбранного значения диаметра стержня равен $\xi = 1,08$. Диаграмма направленности рис. 3 в (пунктир) получена по (36) именно с таким коэффициентом замедления. Сопоставляя графики рис. 3 в, можно видеть, что по характеру диаграммы

очень похожи, но форма их все-таки отличается заметно. В первую очередь это связано с отличием элемента реальной системы от продольного электрического диполя и, во-вторых, с более сложным характером распределения поля в стержне, особенно в области возбуждающего источника, чем это имеет место в однородном бесконечном диэлектрическом цилиндре.

Дальнейшее увеличение диэлектрической проницаемости стержня до $\epsilon = 7,5 \epsilon_0$ (рис. 3д) приводит к еще более четкому формированию главного лепестка с максимумом в направлении $\theta = 42^\circ$, появлению бокового излучения в направлении экранирующей плоскости.

Основные расчеты цилиндрической антенны были выполнены с выше описанным базисом 02, в котором на 4 функции внешней области приходится 104 резонаторные функции (порядок комплексной системы алгебраических уравнений (3) равен 108). Поведение коэффициентов разложений в (5) для цилиндра с $\epsilon = 5\epsilon_0$, характерное, впрочем, и для других параметров антенны, проиллюстрируем с помощью табл. 2, в которой представлены коэффициенты разложения поля во внешней области c_l и спектрограммы рис. 4, на котором показаны значения (в относительном масштабе) действительных и мнимых частей коэффициентов b_l (спектрограмма для a_j аналогична).

Таблица 2

Коэффициенты разложений внешнего поля

№ п/п	Коэффициент разложения	Тип поля	Re c_l	Im c_l
1	c_1	TM ₀₁	0,65464	-0,06537
2	c_2	TM ₀₃	-0,25774	0,11685
3	c_3	TM ₀₅	-0,07366	0,09371
4	c_4	TM ₀₇	-0,00578	0,04687

По представленным в этой таблице значениям можно судить о достаточно высокой скорости сходимости разложений во внешней области. Из рис. 4 видно, что во внутренней области доминирующими являются коэффициенты при функциях с меридиональным индексом $n = 1$. Сходимость разложений во внутренней области по радиальной координате для каждого фиксированного n прослеживается также очень четко.

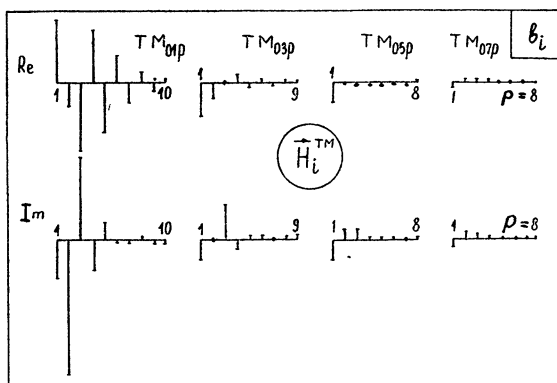


Рис. 4. Коэффициенты разложений поля во внутренней области V.

Приведем результаты расчета поля излучения неоднородной биконической антенны с линейно нарастающим (рис. 5б, кривая 1) и линейно

спадающим (рис. 5 б, кривые 2 и 3) по радиальной координате законами изменения ϵ . Параметры тела вращения при расчете задавались следующими: начальный радиус $r_H = 0$, конечный радиус плеча $r_K = 0,75 \lambda$, угол раствора конуса $\theta_0 = 30^\circ$. Биконус представляется в виде $(P+1)$ -слойного тела, так что в каждом из слоев проницаемость определяется соотношением

$$\epsilon_p = \epsilon_{\text{нач}} + p \Delta \epsilon \quad (p = 0, 1, 2, \dots). \quad (37)$$

В первом случае значение проницаемости в вершине конуса $\epsilon_{\text{нач}} = \epsilon_0$, а приращение ϵ от слоя к слою $\Delta \epsilon = \epsilon_0$. Таким образом, при $P = 9$ в последнем слое получается $\epsilon = 10 \epsilon_0$.

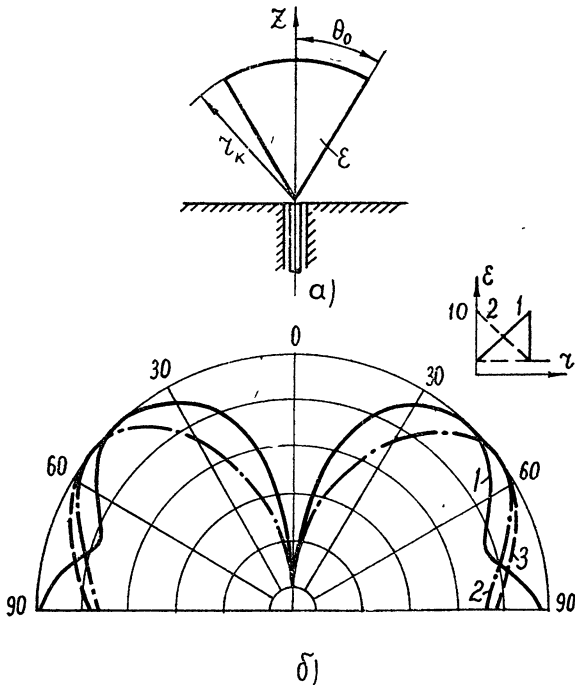


Рис. 5. Поле излучения неоднородной биконической антенны.

При линейно спадающем законе $\epsilon_{\text{нач}} = 10 \epsilon_0$, так что для $P = 18$, $\Delta \epsilon = -0,5 \epsilon_0$ (кривая 2) или $P = 9$, $\Delta \epsilon = -\epsilon_0$ (кривая 3) в последнем слое $\epsilon = \epsilon_0$. Видно, что диаграммы направленности 19- и 10-слойных антенн близки. Биконус с нарастающим законом изменения проницаемости в сравнении с открытой коаксиальной апертурой небольших размеров формирует более слабонаправленное поле излучения.

В заключение в качестве примера еще одной из задач, не решаемых аналитическими методами, приведем результаты расчета поля излучения смещенного по оси усеченного однородного шара. На практике по такой схеме строятся антенны связных радиостанций. Геометрия антенн показана на рис. 6 слева, а соответствующие им расчетные диаграммы направленности — справа. Проницаемость тела $\epsilon/\epsilon_0 = 2,5$ (кривая 1), 5 (2) и 7,5 (3). Диаметр шара постоянен $d = \lambda$, а смещение его центра по оси z , начиная с верхнего рисунка, задавалось соотношениями $z_H/\lambda = -1/4, 0, 1/4, 1/2$.

Полушар практически не искажает поля излучения открытого конца коаксиальной линии, так как мы здесь встречаемся со случаем возбуж-

дения сферически симметричного тела ТМ-волной в основном с $n = 1$. Поля других гармоник возбуждаются сторонним источником сравнительно слабо, и они не оказывают какого-либо влияния на перераспределение излучаемого поля. При сферически несимметричных относительно начала координат телах вращения заметны уже амплитуды полей и других меридиональных гармоник, так что даже при возбуждении антенны волной только с первой меридиональной гармоникой возникают поля со следующими вариациями по θ , что и приводит к изменению формы диаграммы направленности. Оказывается, что перераспределение энергии между этими гармониками таково, что с ростом смещения шара вдоль оси z направленные свойства антенны в передней области верхнего полупространства возрастают, а боковое излучение (в поперечном направлении) уменьшается. Такие закономерности характерны для линзовых диэлектрических антенн.

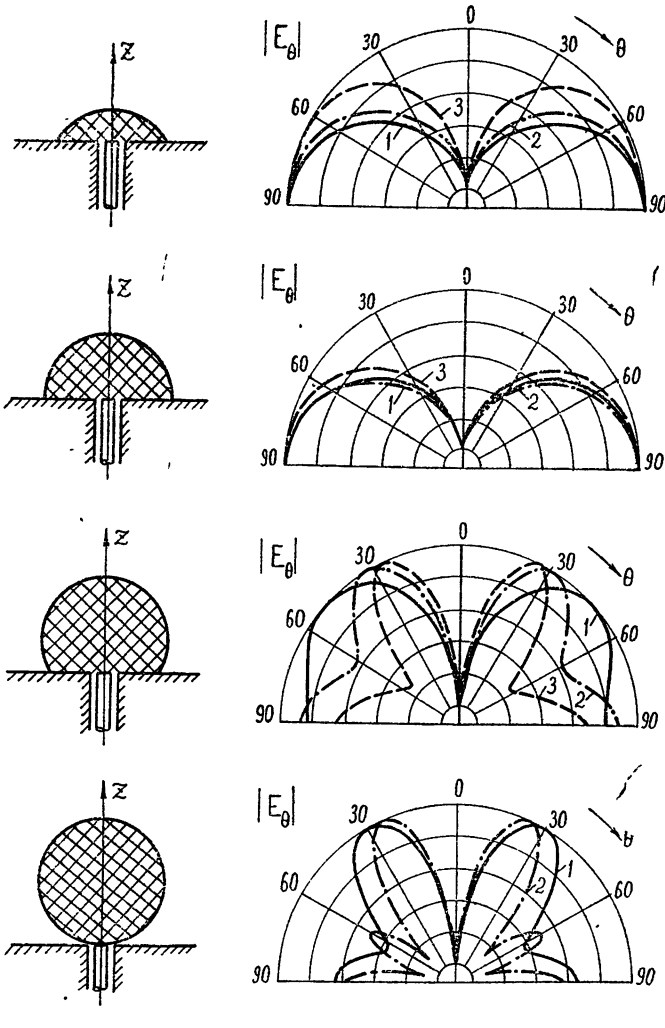


Рис. 6. Поле излучения усеченного диэлектрического шара.

Итак, на нескольких примерах диэлектрических антенн показана эффективность применения разработанного метода к задачам осесим-

метричного возбуждения тел вращения. Алгоритм и программа на ЭВМ универсальны, и, естественно, их возможности не ограничиваются рассмотренными конфигурациями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Малушков, Изв. вузов — Радиофизика, 18, № 11, 1563 (1975).
2. Е. Н. Васильев, Л. Б. Материкова, Изв. вузов — Радиофизика, 16, № 1, 97 (1973).
3. R. F. Harrington, J. R. Mautz and Y. Chang, IEEE Trans., AP-20, № 2, 194 (1972).
4. А. Г. Свешников, А. С. Ильинский, ЖВМ и МФ, 11, № 4, 960 (1971).
5. В. В. Никольский, Г. Д. Малушков, Изв. вузов — Радиофизика, 16, № 7, 1045 (1973).
6. Г. Д. Малушков, Изв. вузов — Радиофизика, 18, № 2, 269 (1975).
7. Г. Д. Малушков, Труды МИРЭА, вып. 70, 241 (1974).
8. А. З. Фрадин, Антенны сверхвысоких частот, изд. Сов. радио, М., 1957.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
3 ноября 1976 г.

DIELECTRIC EMITTERS EXCITED BY A COAXIAL APERTURE

G. D. Malushkov

On the basis of the projection method the radiation field of a dielectric antenna in the form of a rotating body coaxially excited by the open end of a coaxial line with a flat perfectly conductive flange is determined numerically in the resonance region. In the case of exciting the emitter by the TEM wave, the algorithm of solving the problem is described, the structure of the basis used is shown, the calculation formulas for algebraic form elements are given. Calculation results on the radiation patterns of a surface wave disk antenna, a cylindrical rod antenna, an inhomogeneous biconical antenna, an emitter in the form of a truncated dielectric sphere are given and analysed.

УДК 621.396.67

ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ОРТОГОНАЛЬНОСТИ КАНАЛОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СХЕМ ДЛЯ ФАЗОМЕТРИЧЕСКИХ СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕНН

Ю. В. Сысов

Предлагается методика машинного моделирования для оценки необходимой степени ортогональности каналов измерительных схем при определении диаграмм направленности антенн. Приводятся результаты, полученные таким способом при работе с одной из типовых антенн.

При определении диаграмм направленности (ДН) антенн фазометрическими (радиоголографическими) методами [1, 2] одним из источников ошибок в измерительных схемах с квадратурными каналами является неточность установки фазовращателя $\pi/2$. Его место в измерительной схеме видно из рис. 1. Систематическая ошибка установки фазовращателя ξ приводит к тому, что регистрируемое поле будет определено с ошибкой

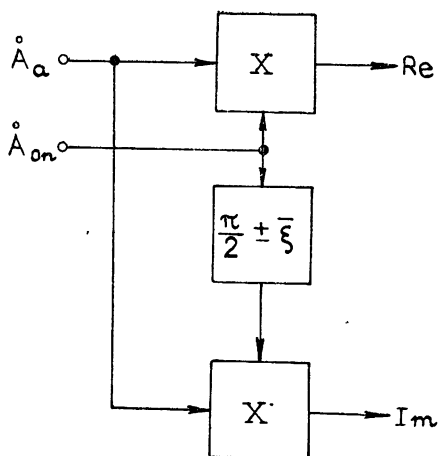


Рис. 1.

$$z = f + cf^*,$$

где

$$f = Ae^{i\varphi}, \quad c = -j \operatorname{tg} \frac{\xi}{2} e^{i\bar{\xi}}. \quad (1)$$

В частности, если у исследуемой антенны измеряется поле на сфере радиуса R , то, выполнив преобразование Френеля от $z(\beta, \varepsilon)$, получим

$$f_z = f(\beta, \varepsilon) + cf^{*(R/2)}(-\beta, -\varepsilon), \quad (2)$$

где $f(\beta, \varepsilon)$ — ДН, $\varepsilon^{*(R/2)}(-\beta, -\varepsilon)$ — комплексно-сопряженное ближнего поля на сфере радиуса $R/2$.

Можно показать, что в области прожекторного луча антенны

$$|f_z|^2 \approx |f|^2 + 2|f||c||f^{R/2}|, \quad (3)$$

т. е. вычисленная ДН имеет две составляющие: ДН и широкое, достаточно равномерное «пятно» $f^{(R/2)}$. Это пятно составляет некоторый фон в ДН. Уровень фона, отнесенный к максимуму ДН, — η — составляет

$$\eta \approx \operatorname{tg} \frac{\xi}{2} \frac{R\lambda}{S_a}, \quad (4)$$

где λ — длина волны, S_a — эффективная поверхность антенны.

Полученное соотношение (4) позволяет для рассматриваемого случая ориентировочно оценить или степень искажения ДН при заданной величине $\bar{\xi}$, или допустимое значение $\bar{\xi}_{\text{доп}}$. Например, при

$$\frac{S_a}{R\lambda} \sim 10, \quad \eta = 10^{-2}, \quad \bar{\xi}_{\text{доп}} \approx 12^\circ,$$

т. е. требование на $\bar{\xi}_{\text{доп}}$ не является жестким. В случаях, когда измерительная схема предназначена для работы с определенными, заранее известными типами антенных систем, большой интерес представляет получение точных оценок степени влияния неортогональности каналов и установление на этой основе $\bar{\xi}_{\text{доп}}$.

Предлагаемая для этой цели методика основывается на использовании измеренной в зоне Френеля антенны эталонной матрицы $|z|_0$, для которой восстановленная ДН с наименьшими ошибками совпадает с «истинной», полученной при измерениях из дальней зоны. При получении матрицы $|z|_0$ необходимо принимать меры для обеспечения наивысшей точности установки фазовращателя $\pi/2$. Из $|z|_0$ формируется семейство новых матриц $|z|_i$, каждая из которых соответствует определенной величине $\bar{\xi}$. Такое формирование легко выполнимо на ЭВМ. Матрицы $|z|_i$ восстанавливаются по алгоритму, зависящему от метода измерений; полученные при этом ДН сравниваются с «истинной». По результатам сравнения выявляется зависимость ошибок определения элементов ДН от величины $\bar{\xi}$, затем — допустимое значение $\bar{\xi}_{\text{доп}}$.

Предлагаемая методика была применена, в частности, при определении $\bar{\xi}_{\text{доп}}$ для измерительной схемы, работающей с типовой антенной системой параболического типа. ДН этой антенны была несимметрична: узкая в азимутальном сечении и широкая в высотном. Измерение эталонной матрицы $|z|_0$ на сфере в зоне Френеля антенны было выполнено при $\bar{\xi} \leq 0^\circ,3$. Формирование матриц $|z|_i$ производилось на ЭВМ БЭСМ-6 по АЛГОЛ-программе для следующих значений ошибки $\bar{\xi}$: ± 1 ; $\pm 2,5$; ± 5 ; ± 10 ; ± 30 ; ± 60 ; 90° . Выполнение операции формирования $|z|_i$ заняло примерно 2 минуты машинного времени.

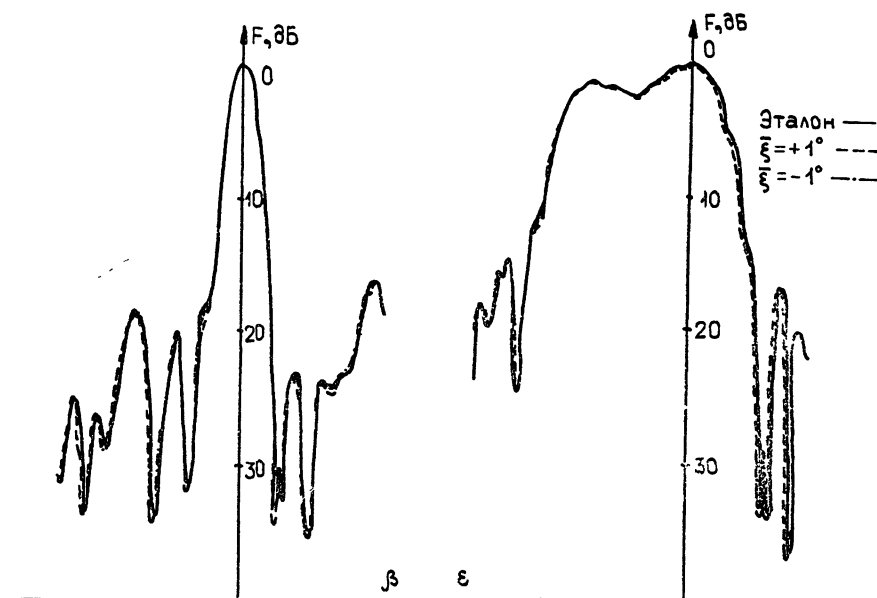


Рис. 2.

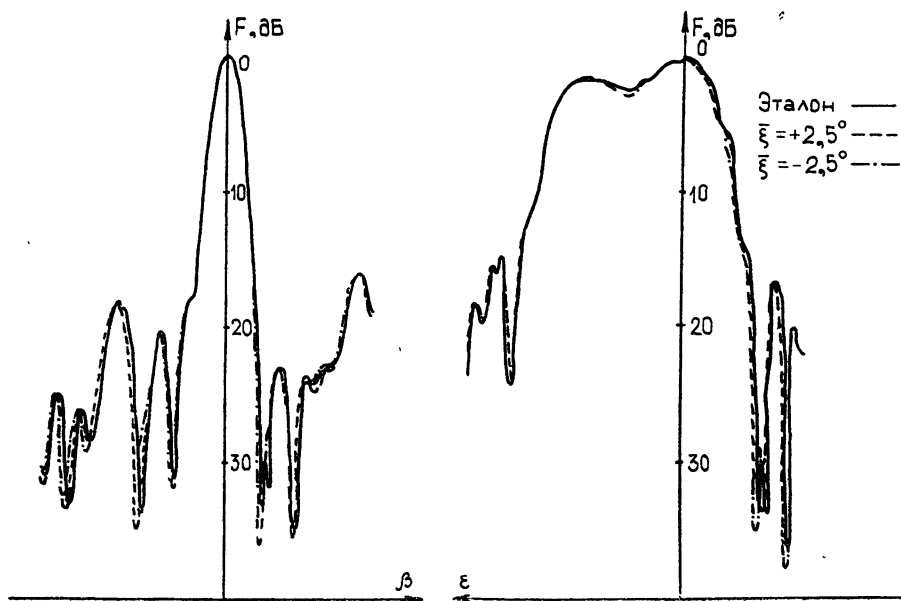


Рис. 3.

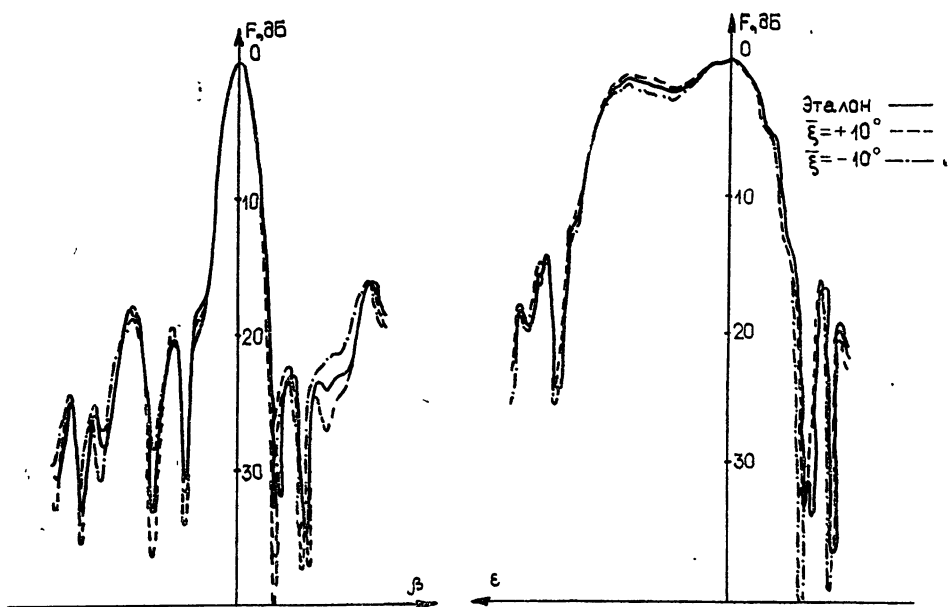


Рис. 4.

На рис. 2—5 показаны сечения ДН, полученных при некоторых значениях $\bar{\xi}$; они совмещены с «истинными». Сравнение ДН, соответствующих различным величинам $\bar{\xi}$, позволило сделать выводы:

— с увеличением ξ ошибки в определении ДН возрастают, особенно на уровнях, соответствующих боковым лепесткам;

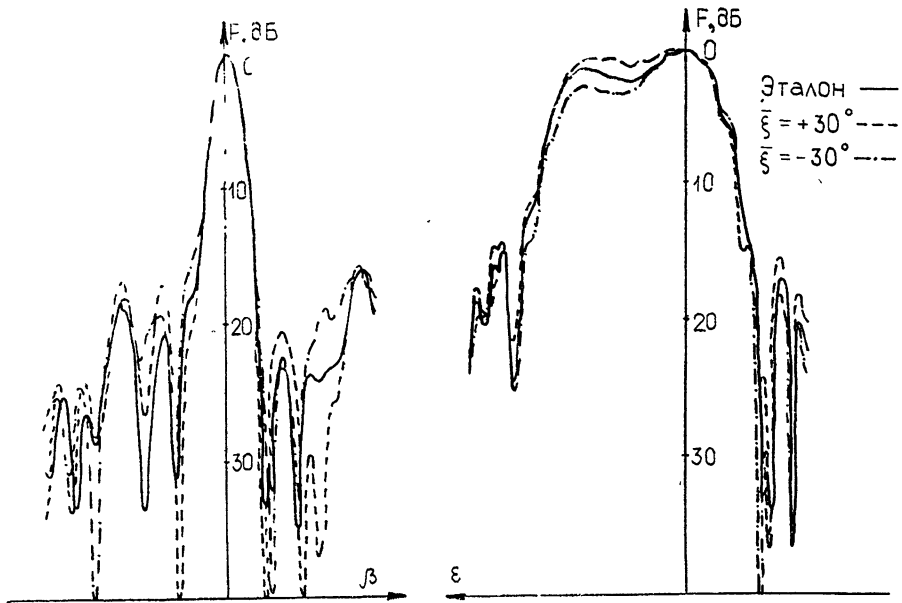


Рис. 5.

— при $|\bar{\xi}| \leq 2,5$ отклонение уровней боковых лепестков не превышает $0,3$ дБ, а «нулей» — 1 дБ для широкого и 3 дБ для узкого сечения ДН;

— при $|\bar{\xi}| > 2,5$ величины ошибок в «нулях» ДН сильно возрастают;

— при $|\bar{\xi}| \geq 10^\circ$ начинает изменяться широкое сечение главного лепестка ДН, значительное же изменение его узкого сечения происходит лишь при $|\bar{\xi}| \geq 60^\circ$.

Исходя из необходимой для конкретного случая точности определения уровней боковых лепестков ДН в $0,3$ дБ, был определен допуск на $|\bar{\xi}| \geq 2,5$. Полученные выводы хорошо согласуются с результатами, полученными аналитически. Вместе с тем предлагаемая методика машинного моделирования позволяет более точно, с учетом всех особенностей испытываемых антенн, сделать оценку необходимой ортогональности каналов измерительных схем.

Автор выражает благодарность В. И. Турчину за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Бахрах, А. П. Курочкин, ДАН СССР, 171, № 6 (1966).
2. В. И. Турчин, Н. М. Цейтлин, ДАН СССР, 205, № 4 (1972).
3. В. И. Игнатъев, Ю. В. Сысоев, В. И. Турчин, Изв. вузов — Радиофизика, 18, № 8, 1152 (1975).

Поступила в редакцию
14 марта 1977 г.

AN ESTIMATION OF ORTHOGONALITY DEGREE OF MEASURING SCHEME CHANNELS FOR PHASOMETER METHODS OF DETERMINING ANTENNA PATTERNS

Yu. V. Sysoev

The computer modelling methods is suggested for evaluating the necessary degree of orthogonality measuring scheme channels for the determination of antenna radiation patterns. The results obtained by this method when working with one of standard antennas are given.

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 535.8 535 214 4

О ПРЕДЕЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МОДУЛЯЦИОННОГО РАДИОМЕТРА

А. Г. Кисляков

Если обратиться к нескольким опубликованным сравнительно недавно монографиям [1-3], мы найдем в них одну и ту же формулу для предельной чувствительности модуляционного радиометра:

$$\Delta T_m = 2T(\Delta\nu \Delta t)^{-1/2}. \tag{1}$$

Здесь ΔT_m — минимальное обнаружимое приращение эффективной температуры измеряемого излучения, T — эффективная шумовая температура приемника радиометра, $\Delta\nu$ — ширина полосы пропускания частот усилителя, стоящего до квадратичного детектора (частотная характеристика усилителя считается прямоугольной), и Δt — время интегрирования. Формула (1) получена в предположении, что модуляция сигнала производится по закону меандра, а для индикации сигнала после квадратичного детектора используется синхронный интегратор (т. е. усилитель, пропускающий все гармоники частоты модуляции, и синхронный детектор с опорным напряжением той же формы, что и кривая модуляции). Величина ΔT_m из (1) вдвое больше значения $\Delta T_k = T(\Delta\nu\Delta t)^{-1/2}$, определяющего чувствительность радиометра при компенсационном методе приема. Авторы [1-3] объясняют это тем, что энергия сигнала, поступающего на квадратичный детектор, в модуляционном радиометре вдвое меньше*, чем в компенсационном, что приводит к соответственному уменьшению чувствительности. Считается, что формула (1) дает предел чувствительности модуляционного радиометра, который ни при каких обстоятельствах не может быть превзойден.

В результате модуляции по закону меандра энергия сигнала действительно уменьшается вдвое, однако это не может быть доказательством правильности формулы (1), поскольку чувствительность радиометра определяется отношением сигнал/шум после квадратичного детектирования, а не до него. Как известно, отношение сигнал/шум существенно изменяется в радиометре после детектирования и усреднения их суммарного напряжения. Поэтому для оценки соотношения величин ΔT_k и ΔT_m нам необходимо выяснить, как изменится—вследствие модуляции—отношение сигнал/шум на выходе детектора.

В компенсационном радиометре отношение сигнал/шум определяется формулой

$$(с/ш)_к = \sqrt{u_c^2(t)} / \sqrt{u_{ш}^2} = u_c / \sigma,$$

где u_c — постоянная составляющая напряжения сигнала на выходе детектора, а $u_{ш}$ — мгновенное значение напряжения шумов в полосе пропускания частот интегратора. Модуляция интенсивности сигнала по закону меандра (см рис 1 б) приводит к тому, что действующее значение напряжения сигнала окажется равным

$$\left[\sqrt{u_c^2(t)} \right]_1 = u_{м1} = \left\{ \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} u_c^2 dt \right\}^{1/2} = \frac{u_c}{\sqrt{2}},$$

в то время как стандарт отклонения остается неизменным**.

* Заметим, что при синусоидальной модуляции интенсивности сигнала его энергия также уменьшается вдвое, однако в этом случае (авторов [1, 3] это не смущает) формула для чувствительности модуляционного радиометра совершенно иная. $\Delta T_c = 2\sqrt{2} \Delta T_k$ [1, 3].

** Полагаем, для определенности, что ширина полосы пропускания частот усилителя, стоящего после квадратичного детектора, достаточна для передачи всех гармоник частоты модуляции и постоянной составляющей тока детектора.

Таким образом, отношение

$$(с/ш)_{м1} = u_{м1}/\sigma = u_c/\sqrt{2}\sigma$$

в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем в компенсационном радиометре, а чувствительность модуляционного радиометра соответственно равна

$$\Delta T = \sqrt{2} T (\Delta\nu \Delta t)^{-1/2}. \tag{2}$$

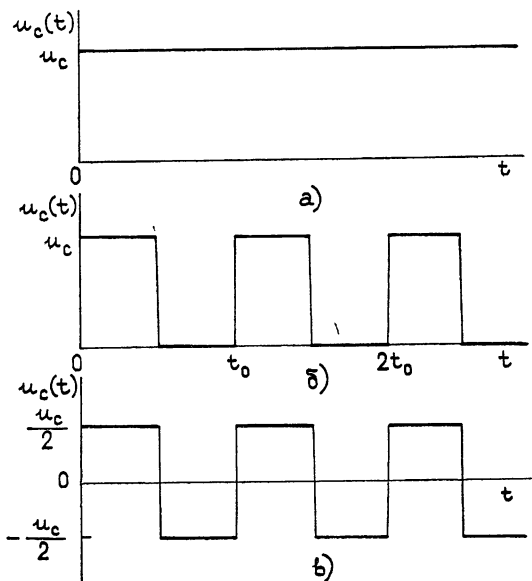


Рис. 1. Приращение постоянной составляющей тока детектора, обусловленное сигналом а) в компенсационном и б) в модуляционном радиометре. Напряжение сигнала за вычетом постоянной составляющей показано на нижнем рисунке.

Физический смысл (2) ясен: модуляция сигнала эквивалентна уменьшению времени наблюдения вдвое. Формула (2), определяющая предельную чувствительность модуляционного радиометра, находится, казалось бы, в противоречии с (1). Но это не так. Дело в том, что формула (1) получена путем расчета чувствительности некоторой конкретной схемы радиометра. В этой схеме сигнал индицируется с помощью усилителя, не пропускающего постоянную составляющую напряжения (в противном случае модуляционный радиометр был бы лишен своего преимущества по сравнению с компенсационным — устойчивости к аномальным флуктуациям тока детектора). Действующее значение напряжения сигнала за вычетом его постоянной составляющей равно (см. рис. 1 в)

$$\left\{ \overline{u_c^2(t)} - [\overline{u_c(t)}]^2 \right\}^{1/2} = u_{м2} = \left\{ \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} \left(\frac{u_c}{2} \right)^2 dt \right\}^{1/2} = \frac{u_c}{2},$$

а отношение сигнал/шум

$$(с/ш)_{м2} = u_{м2}/\sigma = u_c/2\sigma.$$

Отсюда мы приходим к формуле (1) для чувствительности модуляционного радиометра, однако это не есть его предельная чувствительность. Интересно, что при индикации сигнала только по постоянной составляющей его напряжения на выходе детектора чувствительность модуляционного радиометра также лимитируется соотношением (1).

Аналогичным путем можно получить формулу для предельной чувствительности модуляционного радиометра $\Delta T_{м.с}$ при синусоидальной модуляции интенсивности сигнала. Напряжение на выходе детектора в этом случае равно $u_c(t) = \frac{u_c}{2} \left[1 + \sin 2\pi \frac{t}{t_0} \right]$, а $\Delta T_{м.с} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Delta T_{к.с}$. Если постоянная составляющая напряжения сигнала не используется, то получим $\Delta T_{с} = 2\sqrt{2} \Delta T_{к}$ в согласии с [1, 3].

Таким образом, проигрыш в чувствительности модуляционного радиометра в его общепринятой схеме можно объяснить потерей времени наблюдения вдвое из-за модуляции сигнала и дополнительным уменьшением отношения сигнал/шум из-за отбрасывания постоянной составляющей напряжения сигнала. Каждый из факторов приводит к ухудшению чувствительности в $\sqrt{2}$ раз (при прямоугольной модуляции) по сравнению с чувствительностью компенсационного радиометра. Второй фактор особенно существен при модуляции интенсивности сигнала по синусоидальному закону.

Изложенные замечания представляют, на наш взгляд, не только методический интерес (очевидно, что при сравнении предельных ΔT_k и ΔT_m нужно пользоваться формулой (2)). Формула (2) дает возможность правильно оценить пороговую чувствительность модуляционного радиометра, в котором используется и постоянная составляющая напряжения сигнала. Практическое осуществление такой схемы настолько же реально, насколько возможна реализация компенсационной схемы приема. Как показывает опыт, компенсационный метод достаточно эффективен при умеренных значениях произведения $\Delta\nu \Delta T$ ($\lesssim 10^6$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Есепкина, Д. В. Корольков, Ю. Н. Парийский, Радиотелескопы и радиометры, изд. Наука, М., 1973
2. J. D. Kraus, Radio Astronomy, Mc Grow Hill, N. Y., 1966, русский перевод Дж. Д. Краус, Радиоастрономия, изд. Сов. радио, М., 1973.
3. А. Г. Николаев, С. В. Перцов, Радиотеплолокация, изд. Сов. радио, М., 1964.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
12 мая 1977 г.

УДК 538 56

МАКЕТ НЕЛИНЕЙНОЙ ЛИНИИ С АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМОЙ ИНДИКАЦИИ

А. С. Горшков, В. Ф. Марченко, А. М. Стрельцов, М. М. Струков, В. Г. Титов

Искусственные линии передачи с нелинейными элементами типа варикапов, варикондов, туннельных диодов наряду с некоторыми практическими применениями используются в качестве физических моделей для изучения волновых процессов в нелинейных средах. Примерами плодотворного использования искусственной нелинейной линии являются работы по изучению ударных волн [1], периодически неоднородных нелинейных сред [2], автоколебательных процессов в активных средах [3]. Достоинством таких моделей является возможность реализовать требуемый нелинейный процесс и получить пространственное распределение его характеристик. Эти измерения в линиях, содержащих десятки и сотни ячеек, представляют собой весьма трудоемкий процесс. Ниже описан макет линии с автоматизированной системой индикации, который в течение ряда лет используется для научных и учебных целей.

Линия передачи представляет собой фильтр нижних частот, в котором предусмотрена коррекция дисперсионной характеристики путем изменения расстояния между катушками соседних ячеек (изменением положительной индуктивной связи). В качестве емкостей используются варикапы типа Д811-Д813, находящиеся при отрицательном внешнем смещении ($E_{см} = -3 В$). Линия состоит из 66 ячеек, конструктивно образующих незамкнутое кольцо. К раздельным входу и выходу подключаются сопротивляющие, близкие к волновому сопротивлению фильтра в центре полосы пропускания, которая ограничивается частотами 0—6,4 МГц. Каждая ячейка линии соединена с помощью вакуумного магнитоуправляемого контакта (геркона типа КЭМ-2) с кольцевым электродом, связанным через катодный повторитель с цепями индикации. Последовательное включение герконов осуществляется подвижным постоянным магнитом, установленным на вращающемся держателе (рис 1). Регулировкой зазора между плоскостью вращения магнита и плоскостью герконов, а также взаимным расположением герконов подбираются условия, при которых одновременно происходит замыкание лишь одного контакта с четко выраженной паузой между соседними замыканиями [4]. Таким образом, система работает как подвижной высокоомный зонд, входное сопротивление которого порядка 1 Мом, входная емкость около 20 пФ. Динамический диапазон неискаженного воспроизведения амплитуд сигналов в рабочем диапазоне частот 10 мВ—3 В.

В установке предусмотрены две скорости вращения магнитного переключателя: быстрое вращение (с периодом $T \sim 6$ с) для визуального наблюдения волновых процессов и медленное (с периодом $T \sim 7$ мин) — для записи их количественных характеристик. Эти режимы осуществляются с помощью поочередного включения двух соосно расположенных моторов, соединенных через соответствующие редукторы с осью магнитного переключателя.

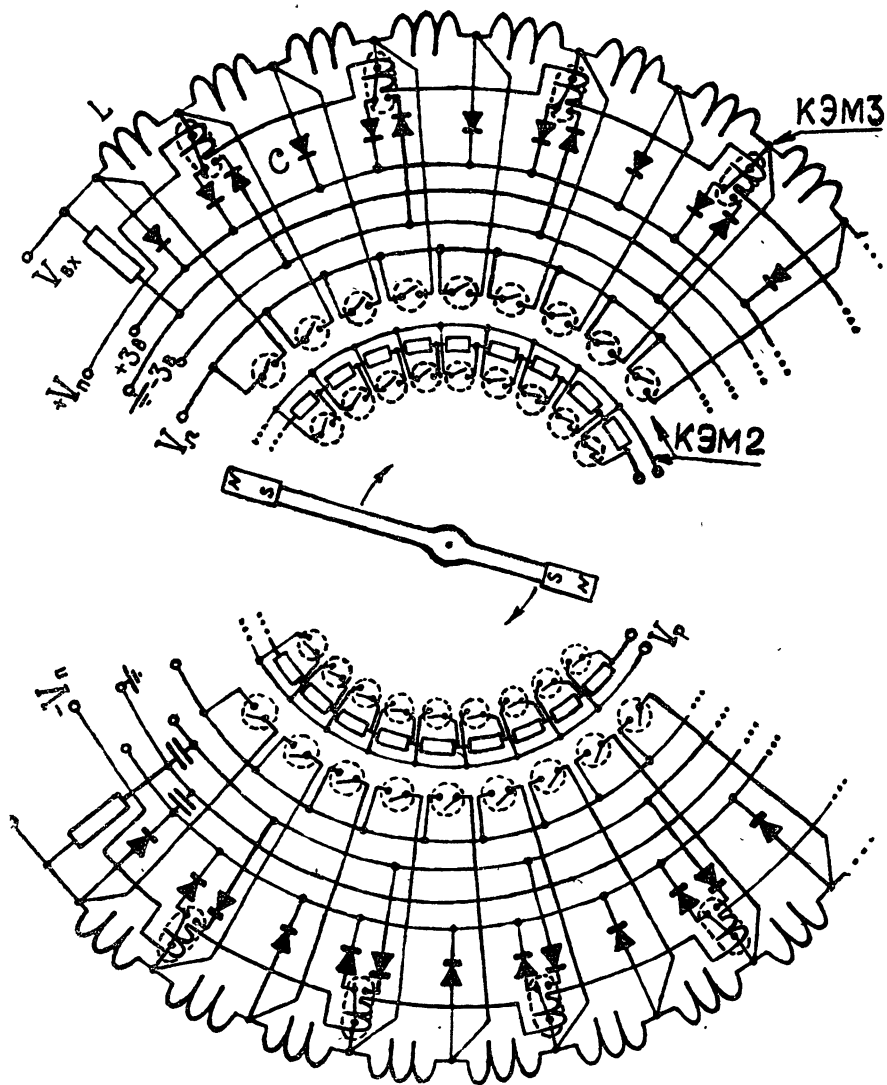


Рис. 1. Эквивалентная схема нелинейной линии с системой геометрических магнитоуправляемых контактов.

$L = 10 \text{ мкГн}$, $C (-3B) = 300 \text{ нФ}$, $V_{п}$ — высокочастотное напряжение, снимаемое с текущей ячейки линии, $V_{р}$ — напряжение управления герконов-коммутаторов, $V_{р}$ — текущее напряжение развертки.

Пространственное распределение, например, амплитуд, распространяющихся в линии волн, получается следующим образом. Напряжение с зонда поступает на резонансные перестраиваемые усилители, выделяющие соответствующую гармоническую составляющую, затем эти сигналы детектируются и поступают на различные входы низкочастотного многоканального осциллографа (типа ИМ-789 или ВЭКС-4М). Одновременно на вертикальные пластины подается напряжение развертки, которое формируется с помощью дополнительного подвижного зонда. Этот зонд представляет собой систему герконов, связанных с кольцевым потенциометром и последовательно подклю-

чаемых с помощью второго постоянного магнита, установленного на том же вращающемся держателе. Пространственное расположение герконов и магнита подбирается таким образом, чтобы обеспечить монотонное (со скачками, близкими к $1B$, на длине, эквивалентной длине ячейки линии) нарастание напряжения на кольцевом электроде развертки (см. рис. 1).

При линейном режиме детектирования в селективных каналах индикации на экране осциллографа получается пространственное распределение амплитуд взаимодействующих вдоль линии волн.

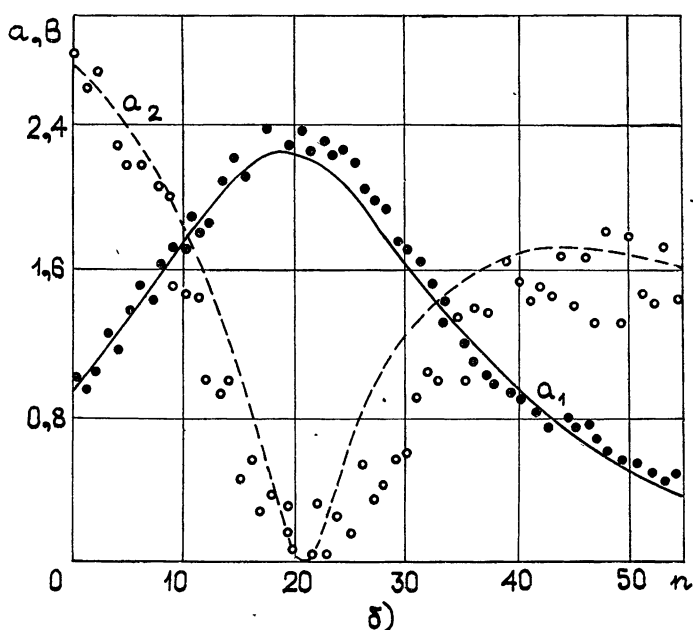
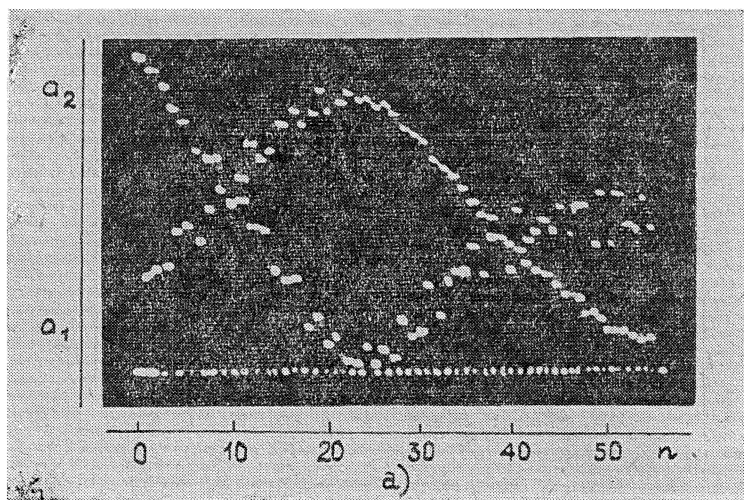


Рис. 2. Распределение амплитуд основной волны (a_1) и второй гармоники (a_2) вдоль линии (n —номер ячейки) при попутном синхронизме. Разность фаз на входе соответствует максимуму параметрического усиления волны $f_1 = 2,4$ МГц. Теоретические кривые приведены на рис. 2б.

Для получения численных значений амплитуд волн установка переводится в режим медленного вращения зонда, при этом на выход каждого канала подключается цифровой вольтметр ВК7-10А, связанный через транскриптор Ф595 с цифрпечатающей машиной. Калибровка вольтметра производится по сигналу известной частоты и амплитуды, измеряемому на первой ячейке с помощью дополнительного катодного вольтметра. Для удобства контроля используется цифровой счетчик числа ячеек, представляющий собой щитовой вольтметр типа Ф204, фиксирующий в режиме внешней синхронизации напряжение развертки (напомним, что переходу от ячейки к ячейке соответствует изменение напряжения приблизительно на $1 В$, т. е. номер ячейки меняется на единицу).

Следует отметить, что описанная система индикации позволяет получать наряду с амплитудными и другие характерные пространственные распределения: фазовые, спектральные и т. п. Для этих целей можно использовать стандартный набор приборов.

Применение герконов целесообразно и для управляемого напряжением изменения параметров линии. Так, в описываемой линии предусмотрен режим включения варикапов с периодически чередующейся полярностью. Все четные ячейки с помощью магнитоуправляемых коммутаторов (герконов типа КЭМ-3) могут подключаться к варикапам либо прямой, либо обратной (по отношению к варикапам нечетных ячеек) полярности. Переключение герконов осуществляется магнитным полем катушек, в которых находится корпуса герконов (рис. 1).

Приведем ряд результатов по умножению частоты, иллюстрирующих работу макета нелинейной линии. На рис. 2 а показана осциллограмма пространственного распределения амплитуд основной гармонической волны (a_1) и второй гармоники (a_2) при выполнении условий попутного синхронизма и произвольном соотношении входных амплитуд (разность фаз на входе $\Delta\varphi = 0$). Соответствующие численные значения амплитуд представлены на графике рис. 2 б, на котором приведены также расчетные значения $a_1(n)$ и $a_2(n)$, выражающиеся в данном случае через гиперболические функции. Близость кривых на рис. 2 б подтверждает хорошее качество линий и системы индикации.

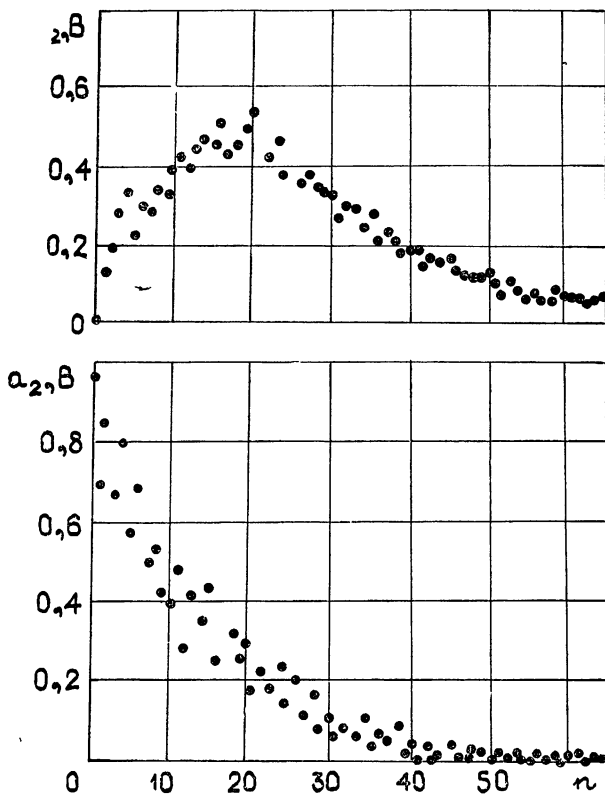


Рис. 3. Распределение амплитуды квазигармонической волны (a_2) вдоль линии: а) при попутном, б) при встречном синхронизме.

Интенсивность фазокодированного шума на входе $\sqrt{\sigma^2} = 1,5 В$, средняя частота $f_1 = 2,1 МГц$.

На рис. 3 приведены распределения амплитуды квазигармонического сигнала второй гармоники a_2 , возникающей при умножении фазированного шума. Входной шум имел постоянную спектральную плотность в полосе 1,5—3,2 МГц и кодировался по фазе таким образом, чтобы сумма фаз любой пары спектральных компонент, одинаково отстоящих от средней частоты f_1 , сохранялась постоянной. Преобразование спектра (свертка) такого сигнала зависит от вида синхронизма. При попутном синхронизме (кривая 1) амплитуда a_2 достигает максимума (КПД не превышает 7—10%), а затем уменьшается до уровня шума. При встречном синхронизме, который реализуется включением варикапов с чередующейся полярностью вдоль линии [2], амплитуда a_2 монотонно нарастает ко входу линии (КПД достигает 50%).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, Л. А. Островский, Г. И. Фрейдман, Изв. вузов — Радиофизика, 10, № 9—10, 1376 (1967).
2. А. С. Горшков, В. Ф. Марченко, В. Г. Титов, Изв. вузов — Радиофизика, 10, № 6, 837 (1967).
3. М. И. Рабинович, Изв. вузов — Радиофизика, 9, № 1, 173 (1966); 10, № 1, 128 (1967).
4. Ю. Б. Панферов, Приборы и системы управления, № 3, 50 (1971).

Московский государственный университет

Поступила в редакцию
29 марта 1977 г.

УДК 621.371.24

ОБНАРУЖЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ ТЕПЛОВОМ РАДИОИЗЛУЧЕНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. С. Эткин, Н. Н. Ворсин, Ю. А. Кравцов, В. Г. Мировский,
В. В. Никитин, А. Е. Попов, И. А. Троицкий

В данной работе экспериментально обнаружены критические явления, возникающие при тепловом радиоизлучении неровных водных поверхностей с синусоидальным профилем. Наблюдаемые максимумы излучения соответствуют появлению (или исчезновению) дифракционных спектров в смежной задаче о падении плоской волны на синусоидальную поверхность.

В последние годы при исследовании теплового радиоизлучения неровных поверхностей было отмечено увеличение интенсивности излучения при появлении мелко-масштабных шероховатостей [1—3]. Нами было детально исследовано тепловое излучение водной поверхности с синусоидальным профилем в двух частотных диапазонах. Исследования проводились с помощью специально созданного для этих целей радиометрического двухчастотного приемного устройства с центральными частотами 3,5 и 14,5 ГГц, а также радиометра-скаттерометра с частотой 13,3 ГГц. В экспериментах измерялись приращения яркостной температуры ΔT_{π} водной поверхности при возбуждении на ней поверхностных волн с различными амплитудами a и длинами Λ . Плунжерный механизм обеспечивал возбуждение в экспериментальном лотке поверхностных волн с плоским фронтом, длина которых Λ менялась в пределах от 2 до 20 см. Измерение амплитуд волн осуществлялось с помощью емкостного волнографа, датчик которого располагался в центре пятна диаграмм направленности приемных антенн. Измерения проводились при различных углах визирования для горизонтально и вертикально поляризованных компонент поля теплового радиоизлучения.

Результаты эксперимента приведены на рис. 1 (горизонтальная поляризация) и на рис. 2 (вертикальная поляризация) в виде зависимостей величины $\Delta T_{\pi}/a^2$ от безразмерного отношения $K/k_0 = \lambda_0/\Lambda$ (здесь $K = 2\pi/\Lambda$, а λ_0 — длина радиоволны). Обнаруженная экспериментально зависимость $\Delta T_{\pi} \sim a^2$ (при фиксированном значении K/k_0) согласуется с предсказаниями теории возмущений, которая применима при $a \ll \lambda_0$. Из сравнения кривых на рис 1 и 2 видно, что при вертикальной поляризации максимумы излучения выражены сильнее, чем при горизонтальной.

Наблюдаемые максимумы теплового излучения представляют собой одно из проявлений критических эффектов в электродинамике, рассмотренных в работах [4, 5]. Поясним механизм их образования при тепловом излучении синусоидальной поверхности. Пусть плоская волна $E_0 \exp[ik_0(x \sin \theta - z \cos \theta)]$ падает на поверхность

$z = a \cos Kx$ под углом θ (рис. 3). Кроме зеркально отраженной волны $E_0 R \times \exp [ik_0(x \sin \theta + z \cos \theta)]$ такая волна порождает еще и дифракционные спектры вида

$$E_0 A_m^\pm \exp [ik_0(x \sin \theta_m^\pm + z \cos \theta_m^\pm)], \quad (1)$$

где $\sin \theta_m^\pm = \sin \theta \pm mK/k_0$. Если амплитуда волнения мала по сравнению с длиной радиоволны ($ak_0 \ll 1$), то в (1) можно ограничиться учетом только дифракционных спектров первого порядка ($m = \pm 1$), при этом поглощенную единичной площадью мощность Q можно вычислить из энергетического баланса (из потока энергии падающей волны нужно вычесть потоки энергии уходящих волн). При $\theta_1^+ = \pi/2$ и $\theta_1^- = -\pi/2$ соответствующие дифракционные спектры исчезают, т. е. становятся неоднородными волнами, а уносимая ими энергия обращается в нуль. Это приводит к резкому возрастанию Q при $\theta_1^\pm \rightarrow \pm \pi/2$. Пороговые углы падения θ , отвечающие исчезновению дифракционных спектров первого порядка, могут быть найдены из условий

$$K/k_0 = 1 - \sin \theta; \quad (2a)$$

$$K/k_0 = 1 + \sin \theta. \quad (2b)$$

В соответствии с законом Кирхгофа [6] интенсивность теплового излучения поверхности в направлении θ пропорциональна величине Q и, следовательно, также имеет максимумы при выполнении условий (2). Как видно из (2), для каждого значения угла $\theta \neq 0$ существуют два значения K/k_0 , отвечающие максимумам теплового излучения (при $\theta = 0$ оба максимума сливаются). Положения этих максимумов существенно отличаются от положения брэгговского максимума ($K/k_0 = 2 \sin \theta$) при рассеянии назад, так что высказанная в [2] гипотеза о возможной идентичности брэгговского условия с условием максимума теплового излучения представляется необоснованной.

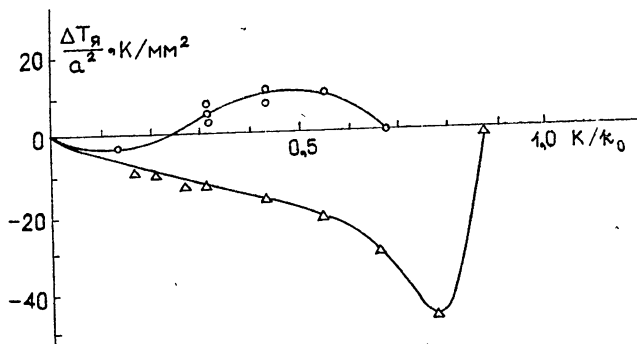


Рис. 1. Результаты измерений при горизонтальной поляризации: треугольники — $\lambda_0 = 2,08$ см, $\theta = 0^\circ$; кружки — $\lambda_0 = 2,08$ см, $\theta = 30^\circ$.

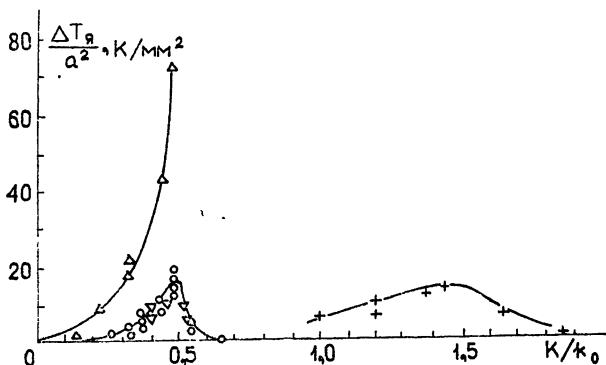


Рис. 2. Результаты измерений при вертикальной поляризации: треугольники — $\lambda_0 = 2,08$ см, $\theta = 0^\circ$; кружки — $\lambda_0 = 2,08$ см, $\theta = 30^\circ$; крестики — $\lambda_0 = 8$ см, $\theta = 30^\circ$; перевернутые треугольники — $\lambda_0 = 2,25$ см, $\theta = 30^\circ$.

Приведенные на рис. 1 и 2 экспериментальные кривые, соответствующие длине волны $\lambda_0 = 2,08$ см и углу $\theta = 30^\circ$, демонстрируют хорошо выраженный максимум при $K/k_0 = 0,5$, что согласуется с условием (2 а). Отсутствие второго максимума объясняется тем, что в условиях эксперимента не удалось возбудить достаточно интенсивные поверхностные волны с волновыми числами, удовлетворяющими соотношению (2 б). По той же причине не обнаружен явный максимум на кривых, соответствующих $\lambda_0 = 2,08$ см, $\theta = 0^\circ$; тем не менее наблюдалось возрастание яркостной температуры по мере приближения величины K/k_0 к единице. Справедливость условия (2 б) подтверждается измерениями, проведенными при $\lambda_0 = 8$ см, $\theta = 30^\circ$ (рис. 2).

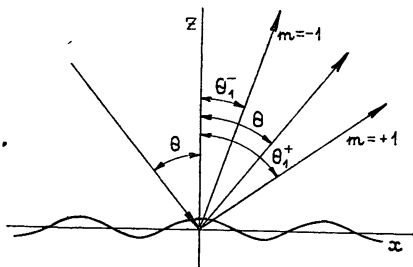


Рис. 3. Падение плоской волны на синусоидальную поверхность.

Критические явления описанного выше типа (подобно другим критическим явлениям) могут возникать и при появлении (исчезновении) дифракционных спектров высших порядков [5, 6], но при $ak_0 \ll 1$ соответствующие максимумы будут незначительны по величине ($\Delta T_{\text{я}} \sim (ak_0)^{2m}$, где m — порядок дифракционного спектра).

Обнаруженные критические явления следует учитывать при интерпретации результатов дистанционных радиометрических наблюдений водной поверхности как в естественных, так и в лабораторных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. S. Adorjan, F. A. Wiegum, AIAA J., 9, 2172 (1971).
2. M. J. Van Melle, H. H. Wang, W. F. Hall, J. Geophys. Res., 78, 969 (1973).
3. А. А. Глотов, Д. Т. Матвеев, В. Г. Мировский, М. Д. Раев, И. А. Троицкий, В. С. Эткин, Метеорология и гидрология, 8, 46 (1975).
4. Б. М. Болотовский, А. Н. Лебедев, ЖЭТФ, 53, 1349 (1967).
5. Б. М. Болотовский, К. И. Кугель, ЖЭТФ, 57, 1165 (1969).
6. М. Л. Левин, С. М. Рытов, Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике, изд. Наука, М., 1967.

Институт космических исследований
АН СССР

Поступила в редакцию
22 апреля 1977 г.

УДК 621.375.82

О СУЩЕСТВОВАНИИ ТРЕХЧАСТОТНЫХ СОЛИТОННЫХ РЕШЕНИИ ВО ВТОРОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ТЕОРИИ ДИСПЕРСИИ

Ю. Н. Карамзин, А. П. Сухоруков, Т. С. Филипчук

В настоящей работе рассмотрено когерентное взаимодействие трех волновых пакетов в среде с квадратичной нелинейностью. Известно, что характер этого взаимодействия зависит от частотной дисперсии материальной среды K настоящему времени достаточно полно исследовано распространение волновых пакетов в первом приближении теории дисперсии с учетом расстройек фазовых и групповых скоростей (см., например, [1–5]). В [2, 3], в частности, подробно прослежен процесс формирования в поле модулированной волны накачки стационарных мод параметрических сигналов, которые экспоненциально усиливаются, но сохраняют свою форму. В [4] путем численного решения уравнений трехфотонного взаимодействия импульсов выявлены некоторые особенности нелинейного режима параметрического усиления, например дробление импульсов. В [5] в качестве общего метода интегрирования укороченных уравнений предложен метод обратной задачи теории рассеяния. Анализ вырожденного оптического параметрического генератора в пренебрежении источником накачки показал, что возможна генерация коротких стационарных сигналов, когда малое дисперсионное расщепление импульсов компенсируется их сужением вследствие неоднородного усиления [6]. В [7] впервые рассмотрено нелинейное трехчастотное взаимодействие волновых пакетов

во втором приближении теории дисперсии. На частных примерах показано, что в квадратичной диспергирующей среде могут распространяться параметрически связанные солитоны на всех трех частотах одновременно. В [8] была доказана теорема о существовании трехчастотных солитонов в случае группового синхронизма. Однако в реальной экспериментальной ситуации это условие может не выполняться. В данной работе доказано существование стационарных решений, соответствующих импульсам с неизменными амплитудными профилями, в общем случае рассогласования групповых и фазовых скоростей.

Укороченные уравнения для медленно меняющихся комплексных амплитуд плоских волновых пакетов, распространяющихся вдоль оси z , во втором приближении теории дисперсии имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial z} + u_1^{-1} \frac{\partial E_1}{\partial t} + iD_1 \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} &= -i\gamma_1 E_3 E_2^* e^{i\Delta z}, \\ \frac{\partial E_2}{\partial z} + u_2^{-1} \frac{\partial E_2}{\partial t} + iD_2 \frac{\partial^2 E_2}{\partial t^2} &= -i\gamma_2 E_3 E_1^* e^{i\Delta z}, \\ \frac{\partial E_3}{\partial z} + u_3^{-1} \frac{\partial E_3}{\partial t} + iD_3 \frac{\partial^2 E_3}{\partial t^2} &= -i\gamma_3 E_1 E_2 e^{-i\Delta z}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $u_j = \left(\frac{\partial k_j}{\partial \omega_j}\right)^{-1}$ — средние групповые скорости, $D_j = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 k_j}{\partial \omega_j^2}$ — коэффициенты

дисперсионного расплывания пакетов, $\Delta = k_1 + k_2 - k_3$ — расстройка средних величин волновых векторов, $j = 1, 2, 3$, $\Delta \ll k_j$.

Солитонными решениями системы (1) будем называть решения вида $E_j = E_{jc}(\eta) \exp(-i\Gamma_j z + i\alpha_j \eta)$, где $\eta = t - z/u$, Γ_j — нелинейные добавки к волновым числам ($\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Delta = \Gamma_3$), $\alpha_j = \frac{1}{2D_j} \left(\frac{1}{u_j} - \frac{1}{u}\right)$.

Задача отыскания структуры солитонов сводится к нахождению ограниченных решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_{1c}}{d\eta^2} - \left(\frac{\Gamma_1}{D_1} - \alpha_1^2\right) E_{1c} &= \frac{\gamma_1}{D_1} E_{3c} E_{2c}^* \exp[-i(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)\eta], \\ \frac{d^2 E_{2c}}{d\eta^2} - \left(\frac{\Gamma_2}{D_2} - \alpha_2^2\right) E_{2c} &= -\frac{\gamma_2}{D_2} E_{3c} E_{1c}^* \exp[-i(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)\eta], \\ \frac{d^2 E_{3c}}{d\eta^2} - \left(\frac{\Gamma_3}{D_3} - \alpha_3^2\right) E_{3c} &= -\frac{\gamma_3}{D_3} E_{1c} E_{2c} \exp[i(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)\eta] \end{aligned} \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\lim_{\eta \rightarrow \pm\infty} |E_{jc}(\eta)| = 0. \quad (3)$$

Аналогично [8] можно показать, что для значений параметров Γ_j и u , удовлетворяющих неравенствам

$$\frac{\Gamma_j}{D_j} > \frac{(u_j^{-1} - u^{-1})^2}{4D_j^2}, \quad (4)$$

существует семейство решений $E_{jc}(\eta; \Gamma_1, \Gamma_2, u)$, которые с точностью до постоянных множителей совпадают с решениями задачи на минимум функционала:

$$J\{E_{jc}\} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left[\left| \frac{dE_{jc}}{d\eta} \right|^2 + \left(\frac{\Gamma_j}{D_j} - \alpha_j^2 \right) |E_{jc}|^2 \right] d\eta \quad (5)$$

при условии

$$\text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} E_{1c} E_{2c} E_{3c}^* \exp[i(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)\eta] d\eta = 1. \quad (6)$$

Прямым методом доказывается, что функционал $J\{E_{jc}\}$ в классе непрерывных функций с кусочно-непрерывными производными, удовлетворяющих условиям (3), (6), и таких, что интеграл (5) существует, ограничен снизу, и можно построить миними-

зирующую последовательность, сходящуюся к непрерывным' дважды дифференцируемым функциям.

Решения, которые могут быть получены таким путем, соответствуют основным модам солитонов: $|E_{jc}(\eta)|$ не имеют нулей на интервале $(-\infty, \infty)$. Их амплитуды пропорциональны характерному для нелинейных волновых процессов в диспергирующих средах параметру, равному отношению коэффициентов нелинейности и дисперсии. Длительности стационарных импульсов можно оценить по формуле $\tau_j \sim (\Gamma_j/D_j - a_j^2)^{-1/2}$. Солитоны будут замедляться или ускоряться в среде в зависимости от знака дисперсии групповой скорости на соответствующих частотах: фазовые скорости будут уменьшаться, если $\frac{\partial}{\partial \omega_j} \left(\frac{1}{u_j} \right) > 0$, и увеличиваться, если $\frac{\partial}{\partial \omega_j} \left(\frac{1}{u_j} \right) < 0$. Что касается групповой скорости солитонов u^{-1} , то, как видно из (4) с учетом требования $|\Gamma_j| \ll k_j$ (накладываемого при выводе параболических уравнений для огибающих (1)), она может отстоять от u_j^{-1} на величину порядка $(D_j \Gamma_j)^{1/2}$.

Очевидно, что рассогласование обратных величин групповых скоростей u_j также должно быть много меньше $(D_j k_j)^{1/2}$. Это условие ограничивает область допустимых начальных групповых расстроек.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. A. Akhmanov, A. S. Chirkin, K. N. Drabovich, A. I. Kovrigin, R. V. Khokhlov and A. P. Sukhorukov, IEEE J. Quant. Electr., QE-4, № 10, 598 (1968).
2. А. П. Сухоруков, А. К. Щеднова, ЖЭТФ, 60, № 4, 1251 (1971).
3. М. М. Сушик, В. М. Фортус, Г. И. Фрейдман, Изв. вузов — Радиофизика, 13, № 5, 631 (1970).
4. Г. А. Букаускас, В. И. Кабелка, А. С. Пискарскас, А. Ю. Стабинис, Квантовая электроника, 1, № 3, 522 (1974).
5. В. Е. Захаров, С. В. Манаков, Письма в ЖЭТФ, 18, № 7, 413 (1973).
6. M. F. Becker, D. J. Kuizenga, D. W. Phillion and A. E. Siegman J. Appl. Phys., 45, № 9, 3997 (1974).
7. Ю. Н. Карамзин, А. П. Сухоруков, ЖЭТФ, 68, № 3, 834 (1975).
8. Ю. Н. Карамзин, Т. С. Филиппчук, Журнал прикладной мех. и технич. физики, № 1, 47 (1977).

Московский государственный университет

Поступила в редакцию
23 марта 1977 г.

УДК 538.56 : 535

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ, ПРОШЕДШЕЙ СЛОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЫ

Н. М. Боровицкая, Е. Ю. Зилькарнаева, Ф. А. Маркус

Настоящая работа содержит изложение результата экспериментов, обоснование и теоретическое исследование которых было дано в работе [1]. Эти эксперименты позволяют осуществить простым способом проверку гипотезы «замороженной» турбулентности [2] по сравнению с альтернативной гипотезой.

Измеряемой величиной являлась спектральная плотность тока ФЭУ, вызванного световым потоком от лазера. Световой пучок проходил путь L в турбулентной атмосфере и модулировался щелью переменной ширины a . При этом находился ряд реализаций спектральной плотности тока ФЭУ как функции частоты для одних и тех же условий турбулентности и скорости ветра. Одна из реализаций спектральной плотности тока ФЭУ представлена на рис. 1.

Для того, чтобы результаты опыта были сопоставимы с расчетами, высота щели b и время образования текущего спектра T выбирались следующим образом. Измерялись

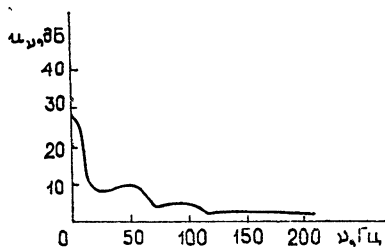


Рис. 1. Спектральная плотность мощности тока ФЭУ как функция частоты.

интенсивности в любой точке в зависимости от времени, а также флуктуации при переходе от точки к точке в один момент времени. Время образования текущего спектра тока ФЭУ бралось таким, чтобы в течение его флуктуации интенсивности в некоторой точке принимали не менее десяти независимых значений. Высота щели превосходила расстояние, на котором в пространственном изменении интенсивности наблюдалось 8—10 независимых значений.

Для получения спектра в первом эксперименте применялся прибор типа С4-12 с полосой частот 20 Гц — 500 кГц, представляющий собой супергетеродинный приемник с переменной полосой пропускания. Выходным сигналом анализатора являлась кривая на экране осциллографической трубки, представляющая собой огибающую текущего спектра тока ФЭУ в зависимости от частоты. Кривые с экрана фотографировались на фотопленку. На один кадр при одной и той же дистанции и постоянной ширине щели a фотографировалось 20 кривых. Эксперимент проводился на двух дистанциях длиной $L = 50$ и 200 м. Ширина щели $a = 1, 2, 3, 4$ мм. Высота щели $b = 20$ мм. Ширина полосы пропускания 90 Гц, ширина полосы обзора 20 Гц — 1 кГц, время раз-
вертки 30 с.

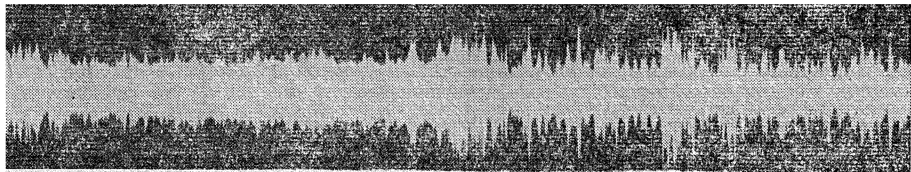


Рис. 2. Фотозаписи флуктуаций интенсивности.

Во втором эксперименте переменная составляющая тока ФЭУ после усиления записывалась с помощью шлейфового осциллографа на фотопленку в виде поперечной записи [3]. По таким фотографиям (рис. 2) оценивались параметры флуктуаций интенсивности. В этом эксперименте значения a менялись от 0,05 до 20 мм, $b = 20$ мм. Фотопленка с записью сигнала анализировалась на оптическом анализаторе ОСА-2 [3]. Размер окна анализатора $D = 10$ см, скорость записи $v_z = 1$ м/с.

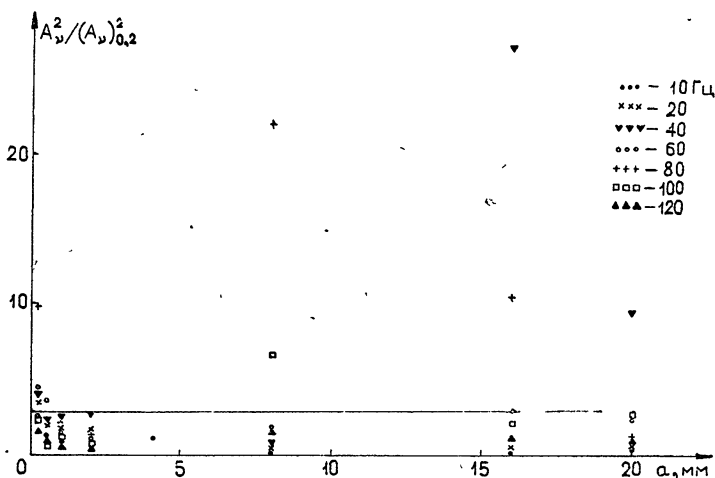


Рис. 3. Значения отношения $A_v^2 = \langle u_v^2 \rangle / \sin^2 \frac{\pi v a}{v_x}$ как функция размера щели a и частоты.

Из отдельных реализаций спектральной плотности тока ФЭУ, полученных с помощью ОСА-2, выбирались значения u_v на фиксированных частотах $v = f v_z$, где f — частота скрещенных решеток анализатора. Значения u_v возводились в квадрат и усреднялись по 10 реализациям. Полученные величины $\langle u_v^2 \rangle$ для одних и тех же

условий турбулентности и скорости ветра, но для разных щелей сравнивались со значениями величины $\sin^2 \frac{\pi v a}{v_x}$, где v_x — скорость ветра в направлении поперек щели. Скорость ветра в экспериментах менялась от 0,5 до 5 м/с. Вычисленное отношение $A_v^2 = \langle u_v^2 \rangle / \sin^2 \frac{\pi v a}{v_x}$ при справедливости гипотезы «замороженной» турбулентности не должно зависеть от размера щели [1].

Исследуемое отношение A_v^2 меняется случайным образом (рис. 3). На рис. 3 проведена линия, параллельная оси a , таким образом, чтобы сумма среднеквадратичных отклонений нормированной величины A_v^2 была минимальна. Если считать, что эта линия определяет истинное значение A_v^2 , то разброс относительно этого значения не превышает 85%. Допустимое значение относительного разброса при справедливости проверяемой гипотезы оценивалось в работе [1] и получалось равным 90%. При этом ширина щели менялась в 200 раз, а максимальное отклонение A_v^2 только в 20 раз отличалось от истинного значения. Если бы гипотеза «замороженной» турбулентности не была справедливой, A_v^2 в первом приближении росло бы пропорционально ширине щели. Наибольшая ошибка вызвана неточностью в значениях скорости ветра. Необходимые для оценки параметры флуктуаций интенсивности находились по записям типа помещенной на рис. 2. Следовательно, данные экспериментов говорят в пользу проверяемой гипотезы, однако точность проверки недостаточна.

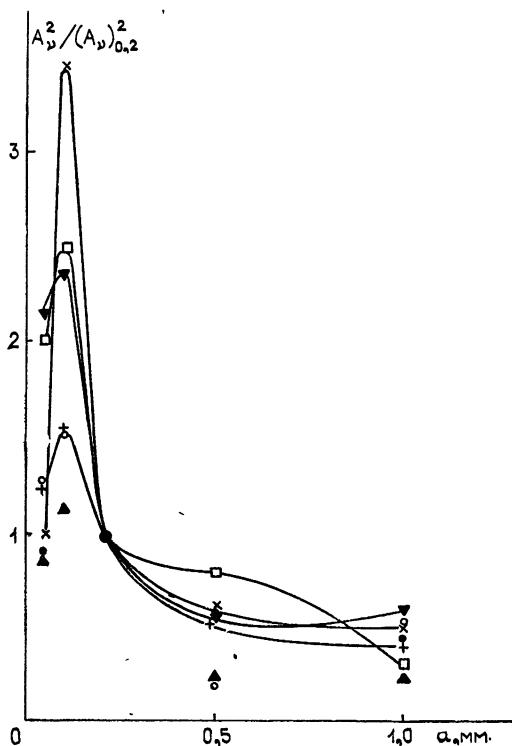


Рис. 4. Значения отношения A_v^2 при малых размерах щели.

Интересно также отметить, что при малых размерах ширины щели, $a < 0,5$ мм, величина A_v^2 изменяется уже не случайным образом, а систематически и одинаково для всех щелей (рис. 4). Наблюдающийся в начале кривых рост соответствует предположению о справедливости альтернативной гипотезы: отсутствия замороженности [1]. Видимо, в малом масштабе переноса неоднородностей как целого нет, и только крупные неоднородности переносятся ветром, а внутри них плотность среды флуктуирует со временем.

В заключение выражаем искреннюю благодарность Н. И. Муравьеву и А. М. Черемухину за разрешение воспользоваться результатами их экспериментов для соответствующей обработки и В. А. Звереву за полезную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. А. Маркус, Изв. вузов — Радиофизика, 18, № 1, 74 (1975).
2. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
3. В. А. Зверев, Е. Ф. Орлов, Оптические анализаторы, изд. Сов. радио, М., 1971.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
7 июня 1977 г.