

## ЛИТЕРАТУРА

1. In. A. Kravtsov, L. A. Ostrovsky and N. S. Stepanov, Proc. IEEE, **62**, № 11, 1492 (1974).
2. Л. А. Островский, Н. С. Степанов, Изв. вузов — Радиофизика, **14**, № 4, 489 (1971).
3. И. Е. Арсаев, Б. Е. Кинбер, Изв. вузов — Радиофизика, **11**, № 9, 1377 (1968).
4. В. Г. Гавриленко, Н. С. Степанов, Изв. вузов — Радиофизика, **16**, № 1, 69 (1973).
5. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
6. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, изд. Наука, М., 1970.

Горьковский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
29 ноября 1977 г.

УДК 538 574 2

### СОТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В СЛУЧАЕ ОТРАЖЕНИЯ ВОЛН ОТ ТЕЛ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

Е. А. Штагер

Соотношение неопределенности широко используется в различных разделах теории сигналов [1-3]. Применительно к радиолокационным сигналам соотношение неопределенности Вудворда характеризует предельную совместную разрешающую способность анализа сигналов, отраженных от точечной цели [4-7]. Реальные цели не могут рассматриваться как точечные объекты, когда время распространения сигнала вдоль их освещенной части поверхности соизмеримо с длительностью зондирующего сигнала, или когда временные флуктуации отраженного сигнала сравнимы с его длительностью. В том и другом случаях соотношение неопределенности Вудворда оказывается неверным и требует корректировки. Последняя выполнена ниже на основе обобщенной функции неопределенности (ФН), полученной в работе [8].

Следуя [8], обобщенная ФН может быть записана в виде

$$\langle |Z(\Omega, \tau)|^2 \rangle = \frac{1}{4\pi^2} \int d\Omega_1 d\tau_1 |Z(\Omega_1, \tau_1)|^2 W_H(\Omega_1, \tau_1) \exp [i(\Omega_1\tau - \Omega\tau_1)], \quad (1)$$

где  $|Z(\cdot)|$  — ФН сигнала, отраженного от точечной цели,  $W_H(\cdot)$  — стационарная частотно-временная корреляционная функция, характеризующая размеры и форму лоцируемого объекта, а также флуктуации отраженного от него сигнала. Последние обуславливаются как изменением в пространстве положения тела с многолепестковой диаграммой отражения, так и изменением формы поверхности отражения по типу морского волнения.

Достаточно просто показать, что объем, ограниченный обобщенной ФН, является постоянной величиной. Действительно, указанный объем

$$V = \frac{1}{4\pi^2} \int d\Omega d\tau d\Omega_1 d\tau_1 |Z(\Omega_1, \tau_1)|^2 W_H(\Omega_1, \tau_1) \exp [i(\Omega_1\tau - \Omega\tau_1)]. \quad (2)$$

Изменяя в (2) порядок интегрирования и используя фильтрующее свойство  $\delta$ -функции, получаем

$$V = |Z(0,0)|^2 W_H(0,0). \quad (3)$$

Согласно принятой нормировке  $W_H(0,0) = 1$ , а  $|Z(0,0)| = 1$  или  $|Z(0,0)| = 2\pi$  в зависимости от выбора нормирующего множителя. Таким образом, объем, ограниченный обобщенной ФН, постояен вне зависимости от вида зондирующего импульса (в классе простых сигналов) и отражающих свойств тел, процесс рассеяния волн на которых может быть описан стационарными частотно-временными корреляционными функциями. Это положение, так же, как и в случае локации точечного тела, может быть использовано для обоснования соотношения неопределенности. Получим его применительно к случаю, когда

$$|Z(\Omega, \tau)| = \exp \left( -\frac{\Omega^2 T^2}{4} - \frac{\tau^2}{2 \text{кор}} \right); \quad (4)$$

$$W_H(\Omega, \tau) = \cos \alpha \tau \cos \beta \Omega \exp \left( -\frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{кор}}^2} - \frac{\tau^2}{\tau_{\text{кор}}^2} \right). \quad (5)$$

Запись ФН в виде (4) отвечает зондирующему сигналу с колоколообразной формой огибающей. Задание  $W_H(\cdot)$  в форме (5) приближенно характеризует рассеивающие свойства тел сложной формы с локальными отражающими участками [10] или шероховатой поверхности с пологими неровностями [9]; при этом  $\Omega_{\text{кор}}$  и  $\tau_{\text{кор}}$  являются соответствующими интервалами корреляции по частоте и времени.

Подставляя (4) и (5) в (1) и производя вычисления, получаем

$$\langle |\hat{Z}(\Omega, \tau)|^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{pl}} \operatorname{ch} \frac{2\alpha\Omega}{p} \operatorname{ch} \frac{2\beta\tau}{l} \exp \left( -\frac{\Omega^2 + \alpha^2}{p} - \frac{\tau^2 + \beta^2}{l} \right), \quad (6)$$

$$p = \frac{2}{T^2} + \frac{1}{\tau_{\text{кор}}^2}, \quad l = \frac{T^2}{2} + \frac{1}{\Omega_{\text{кор}}^2}.$$

Объем, ограниченный  $\langle |\hat{Z}(\Omega, \tau)|^2 \rangle$  над плоскостью  $\Omega = \tau = 0$ , выражается посредством  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle$  — вертикальной ординаты и двух ординат в горизонтальной плоскости, а именно,  $\Delta\Omega$  и  $\Delta\tau$ . Для определенности будем отсчитывать  $\Delta\Omega$  и  $\Delta\tau$  на уровне  $e^{-1}$  от экстремума ФН. Классическое соотношение неопределенности устанавливает взаимозависимость изменений  $\Delta\Omega$  и  $\Delta\tau$  по типу  $\Delta\Omega\Delta\tau = \text{const}$ . Выясним, как изменится это соотношение в случае локации тела конечных размеров, отраженные сигналы от которого носят флуктуационный характер. С этой целью определим зависимости ординат объема  $V$ , вычисляемого на основе (6), в функции длительности зондирующего сигнала (см. рис. 1). Приведенные на этом рисунке графики имеют

три характерных области. В центральной области зависимости  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle$ ,  $\Delta\Omega$  и  $\Delta\tau$  от  $T$  совпадают с одноименными зависимостями при отражении волн от точечного нефлуктуирующего тела, а именно:  $\Delta\Omega \sim 1/T$ ,  $\Delta\tau \sim T$ ,  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle = 1$ . Объем обобщенной ФН при разных  $T$  в этом случае остается постоянным за счет согласованных изменений  $\Delta\tau$  и  $\Delta\Omega$ .

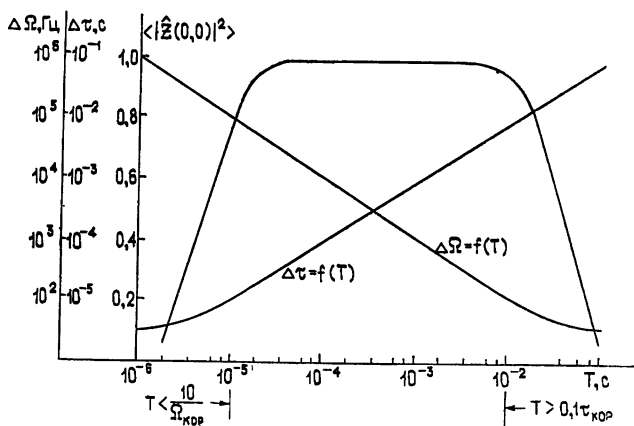


Рис. 1. Графики зависимостей, рассчитанных по формуле (6) при  $\tau_{\text{кор}} = 0,1$  с,  $\Omega_{\text{кор}} = 1$  МГц,  $\alpha = 30$  Гц,  $\beta = 3 \cdot 10^{-6}$  с.

Отличительной особенностью графиков рисунка в левой его области является вырождение зависимости  $\Delta\tau$  от  $T$  при сохранении прежнего характера изменений  $\Delta\Omega$  от  $T$ . В силу этого постоянство  $V$  при разных  $T$  теперь уже не может обеспечиваться исключительно согласованными изменениями  $\Delta\Omega$  и  $\Delta\tau$ ; для достижения этого необходимо изменение величины третьей ординаты обобщенной ФН, а именно — ее экстремума  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle$ . Анализ взаимных изменений величин  $\Delta\Omega$ ,  $\Delta\tau$  и  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle$  указывает на существование между ними следующего соотношения:

$$\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle \Delta\tau \Delta\Omega \approx \text{const}. \quad (7)$$

соблюдение которого обеспечивает постоянство объема обобщенной ФН в левой области графиков.

В правой области графиков соотношение (7) также соблюдается. Здесь происходит вырождение зависимости  $\Delta\Omega$  от  $T$  при сохранении прежнего характера зависимости  $\Delta\tau$  от  $T$ . Постоянство объема  $V$  в этой области поддерживается за счет

согласованных изменений  $\Delta\tau$  и  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle$ . Таким образом, конечность размеров тела и флуктуационный характер отраженного от него сигнала изменяют классическое соотношение неопределенности. Причем оба этих фактора формально одинаково проявляются в соотношении неопределенности множителем  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle$ , который при локации точечного тела равен единице. Дадим физическую интерпретацию (7)

в случаях, когда  $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle \neq 1$ . В первом из них длительность зондирующего сигнала  $T$  меньше  $10/\Omega_{\text{кор}}$ . Для тел сложной формы с локальными отражающими участками [10] величина  $1/\Omega_{\text{кор}} = 2L/c$ , где  $2L/c$  — удвоенное время распространения волны вдоль тела, протяженностью  $L$  со скоростью  $c$ . Поэтому в области  $T < 2L/c$  укорочение длительности зондирующего сигнала слабо изменяет длительность отраженного сигнала, определяемого преимущественно  $2L/c$ . Следствием этого является вырождение зависимости  $\Delta\tau$  от  $T$  при  $T < 10/\Omega_{\text{кор}}$ . Одновременно с этим происходит уменьшение эффективно используемой энергии отраженного сигнала в приемнике, согласованного с длительностью зондирующего сигнала  $T$ . Этот факт проявляется в снижении экстремума обобщенной функции неопределенности согласно приведенному на рисунке графику.

В другом случае ( $T > 0,1\tau_{\text{кор}}$ ) спектр отраженного сигнала оказывается шире спектра зондирующего сигнала, что приводит к вырождению зависимости  $\Delta\Omega$  от  $T$  и рассогласованию приема ( $\langle |\hat{Z}(0,0)|^2 \rangle < 1$ ).

Полученное выше выражение (7) является обобщением известного соотношения неопределенности на случай локации некоторых тел конечных размеров, отраженные сигналы от которых подвержены флуктуациям. Это соотношение включает классическое соотношение неопределенности как частный случай и может быть использовано для оценки границ применимости последнего.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Френкс, Теория сигналов, изд. Сов. радио, М., 1974.
2. Г. С. Горелик, Колебания и волны, изд. Физматгиз, М., 1959.
3. М. К. Размахнин, В. П. Яковлев, Функции с двойной ортогональностью в радиотехнике и оптике, изд. Сов. радио, М., 1971.
4. Ф. М. Вудворд, Теория вероятности и теория информации с применениями в радиолокации, изд. Сов. радио, М., 1955.
5. Д. Е. Вакман, Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации, изд. Сов. радио, М., 1965.
6. Н. Г. Гаткин, Л. Г. Красный, Изв. вузов — Радиоэлектроника, 18, № 3 (1971).
7. Е. Д. Ванга, Прог. IEEE, 52 (1974).
8. И. М. Фукс, Е. А. Штагер, Изв. вузов — Радиофизика, 18, № 1 (1975).
9. Ф. Г. Басс, И. М. Фукс, Рассеяние волн на статистически шероховатой поверхности, изд. Наука, М., 1973.
10. Е. А. Штагер, Е. В. Чаевский, Рассеяние волн на телах сложной формы, изд. Сов. радио, М., 1974.

Поступила в редакцию  
5 июля 1977 г.