ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXI, № 10 РАДИОФИЗИКА 1978

УДК 621.372.81.09

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ С ДВИЖУЩЕЙСЯ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДОЙ В ВОЛНОВОДЕ

Э. Д. Газазян, Э. М. Лазиев, А. Д. Тер-Погосян

Решена задача о взаимодействии волноводных E- и H-волн с движущейся средой. Получены связи поперечных компонент полей через продольные, а также формулы для частот, амплитуд, потоков энергии отраженной и преломленной волн. Проведен подробный анализ зависимости частот, групповой и фазовой скоростей от дисперсии волновода. Приведены результаты численного расчета отражательной и пропускательной способностей движущейся среды.

Возможность получения плотных сгустков быстрых электронов в линейных ускорителях позволяет осуществлять экспериментальные наблюдения релятивистских эффектов при взаимодействии волны со сгустками. Практическими применениями таких эффектов являются преобразование частоты и усиление электромагнитной волны при отражении ее от сгустка, диагностика сгустка и т. д. С хорошим приближением плотные сгустки электронов можно рассматривать как релятивистское движущееся зеркало или движущуюся среду. Взаимодействие волн с движущимися средами в свободном пространстве подробно исследовано в работах [1–3]. Практическое использование релятивистских эффектов в радиообласти предполагает взаимодействие волн со средами в волноводах, являющихся системами с сильно выраженной дисперсией. Отметим также, что в волноводах легко осуществить замедление электромагнитной волны. В этой связи представляется интересной задача обобщения формул Френеля в волноводе с движущейся средой.

Пусть регулярный волновод произвольной односвязной формы поперечного сечения с образующими, параллельными оси z, заполнен движущейся средой в области $z \geqslant vt$, где v — скорость движения среды. Диэлектрическая и магнитная проницаемости ε и μ заданы в системе покоя среды. На границу раздела вакуум — среда со стороны вакуума падает E-волна произвольной моды с продольной компонентой

$$E_{z0} = E_0 \psi(x, y) \exp [i(\omega_0 t - \gamma_0 z)], \tag{1}$$

где $\psi(x, y)$ — собственная функция первой краевой задачи для поперечного сечения волновода с собственным значением $\varkappa$ (индекс моды волны для простоты опущен). Записав отраженную и преломленную волны в виде

$$E_{z1} = E_1 \psi(x, y) \exp [i(\omega_1 t + \gamma_1 z)]; \tag{2}$$

$$E_{z2} = E_2 \psi(x, y) \exp [i(\omega_2 t - \gamma_2 z)], \tag{3}$$

из условия сопряжения волн на границе раздела получим

$$\omega_0 - \gamma_0 v = \omega_1 + \gamma_1 v = \omega_2 - \gamma_2 v \equiv \Phi. \tag{4}$$

Дисперсионные уравнения для падающей, отраженной волн

$$\omega_{0,1}^2/c^2 - \varkappa^2 - \gamma_{0,1}^2 = 0 \tag{5}$$

и преломленной волны

$$\omega_2^2/c^2 - \varkappa^2 - \gamma_2^2 + (\varepsilon\mu - 1)\Phi^2/c^2(1-\beta^2) = 0, \quad \beta = v/c. \tag{6}$$

Из (4)—(6) с учетом принципа излучения найдем частоты и постоянные распространения отраженной и преломленной волн:

$$\omega_1 = \frac{\omega_0(1+\beta^2) - 2v\gamma_0}{1-\beta^2}, \quad \omega_2 = \frac{\Phi + \beta\sqrt{\varepsilon\mu\Phi^2 - c^2\varkappa^2(1-\beta^2)}}{1-\beta^2},$$
$$\gamma_1 = \frac{\gamma_0(1+\beta^2) - 2\beta\dfrac{\omega_0}{c}}{1-\beta^2}, \quad \gamma_2 = \frac{\beta\Phi + \sqrt{\varepsilon\mu\Phi^2 - c^2\varkappa^2(1-\beta^2)}}{c(1-\beta^2)}. \tag{7}$$

Фазовые скорости падающей $v_{\text{фаз}\,0}$, отраженной $v_{\text{фаз}\,1}$ и преломленной $v_{\text{фаз}\,2}$ волн по определению равны

$$v_{\text{фаз}\,0,1} = \frac{\omega_{0,1}}{\gamma_{0,1}}, \quad v_{\text{фаз}\,2} = \frac{\omega_2}{\gamma_2}. \tag{8}$$

Из дисперсионных уравнений (5) и (6) определим групповые скорости падающей $v_{\text{гр}\,0}$, отраженной $v_{\text{гр}\,1}$ и преломленной $v_{\text{гр}\,2}$ волн (среду считаем бездисперсной):

$$v_{\text{гр}\,0,1} = \frac{d\omega_{0,1}}{d\gamma_{0,1}} = \frac{c^2\gamma_{0,1}}{\omega_{0,1}},$$
$$v_{\text{гр}\,2} = \frac{d\omega_2}{d\gamma_2} = c^2\,\frac{\gamma_2(1-\varepsilon\mu\beta^2) + \beta\dfrac{\omega_2}{c}(\varepsilon\mu - 1)}{\omega_2(\varepsilon\mu - \beta^2) - \gamma_2 v(\varepsilon\mu - 1)}. \tag{9}$$

Используя материальные уравнения Минковского [1] при $\boldsymbol{v} = (0, 0, v)$ и $H_z = 0$, выразим поперечные (τ) и продольные (z) компоненты полей преломленной волны через E_z следующим образом:

$$D_z = \varepsilon E_z, \quad B_z = \mu H_z = 0,$$
$$\boldsymbol{D}_\tau = \frac{\varepsilon}{\varkappa^2}\nabla_\tau\frac{\partial E_z}{\partial z}, \quad \boldsymbol{H}_\tau = \frac{\varepsilon}{c\varkappa^2}\left[\nabla_\tau\frac{\partial E_z}{\partial t}, \hat{z}_0\right],$$
$$\boldsymbol{B}_\tau = \frac{1}{\varkappa^2(1-\beta^2)}\left[\nabla_\tau\left(\beta(\varepsilon\mu - 1)\frac{\partial E_z}{\partial z} + \frac{1}{c}(\varepsilon\mu - \beta^2)\frac{\partial E_z}{\partial t}\right), \hat{z}_0\right],$$
$$\boldsymbol{E}_\tau = \frac{1}{\varkappa^2(1-\beta^2)}\nabla_\tau\left[(1-\varepsilon\mu\beta^2)\frac{\partial E_z}{\partial z} - \frac{\beta}{c}(\varepsilon\mu - 1)\frac{\partial E_z}{\partial t}\right], \tag{10}$$

где $\hat{z}_0$ — единичный вектор. При $\varepsilon = \mu = 1$ получим компоненты полей в области, не занятой диэлектриком. Из граничных условий электродинамики движущихся сред [1] и (10) для амплитуд отраженной E_1 и преломленной E_2 волн имеем

$$E_1 = \frac{\varepsilon\gamma_0 - \gamma_2 - \beta(\varepsilon - 1)\Phi/c(1-\beta^2)}{\varepsilon\gamma_1 + \gamma_2 + \beta(\varepsilon - 1)\Phi/c(1-\beta^2)}E_0, \tag{11}$$

$$E_2 = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{\varepsilon\gamma_1 + \gamma_2 + \beta(\varepsilon - 1)\Phi/c(1-\beta^2)} E_0 .$$

Энергию, заключенную в объеме единицы длины волновода, для падающей W_0, отраженной W_1 и преломленной W_2 волн найдем по формуле $W = \frac{1}{16\pi}\int (ED^* + HB^*)\,dv$:

$$W_{0,1} = \frac{\omega_{0,1}^2}{8\pi c^2 \varkappa^2} |E_{0,1}|^2 ,$$

$$W_2 = \frac{\varepsilon\omega_2}{8\pi c^2 \varkappa^2(1-\beta^2)} [\omega_2(\varepsilon\mu - \beta^2) - \gamma_2 v(\varepsilon\mu - 1)]\,|E_2|^2 . \tag{12}$$

Усредненный по времени поток вектора Пойнтинга для падающей S_0, отраженной S_1 и преломленной S_2 волн, определенный по формуле $S = \frac{c}{8\pi}\int [E, H^*]_z\,dxdydt$, равен

$$S_{0,1} = \frac{1}{8\pi\varkappa^2} \omega_{0,1}\gamma_{0,1} |E_{0,1}|^2 ,$$

$$S_2 = \frac{\varepsilon\omega_2}{8\pi\varkappa^2(1-\beta^2)} \left[\gamma_2(1 - \varepsilon\mu\beta^2) + \beta\frac{\omega_2}{c}(\varepsilon\mu - 1)\right] |E_2|^2 . \tag{13}$$

(Положительное направление потоков, а также фазовой и групповой скоростей падающей и преломленной волн совпадает с положительным направлением оси z, отраженной волны — с отрицательным направлением оси z.) Легко показать, что всегда выполняется соотношение

$$S = W v_{\text{гр}}. \tag{14}$$

Отражательную R_E и пропускательную T_E способности движущейся среды определим как отношения потоков энергии отраженной и преломленной волн к потоку энергии падающей волны:

$$R_E = S_1/S_0, \qquad T_E = S_2/S_0. \tag{15}$$

В случае падения H-волны ($E_z = 0$) задача решается аналогично. Связь полей через H_z выглядит следующим образом:

$$B_z = \mu H_z ,$$

$$\boldsymbol{E}_\tau = -\frac{\mu}{c\varkappa^2}\left[\nabla_\tau \frac{\partial H_z}{\partial z}, \hat{z}_0\right], \quad \boldsymbol{B}_\tau = \frac{\mu}{\varkappa^2}\nabla_\tau \frac{\partial H_z}{\partial z} ,$$

$$\boldsymbol{H}_\tau = \frac{1}{\varkappa^2(1-\beta^2)} \nabla_\tau \left[(1 - \varepsilon\mu\beta^2)\frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{\beta}{c}(\varepsilon\mu - 1)\frac{\partial H_z}{\partial t}\right], \tag{16}$$

$$\boldsymbol{D}_\tau = -\frac{1}{\varkappa^2(1-\beta^2)} \nabla_\tau \left[\beta(\varepsilon\mu - 1)\frac{\partial H_z}{\partial z} + \frac{1}{c}(\varepsilon\mu - \beta^2)\frac{\partial H_z}{\partial t}\right] .$$

Амплитуды отраженной H_1 и преломленной H_2 волн равны

$$H_1 = \frac{\mu\gamma_0 - \gamma_2 - \beta(\mu - 1)\Phi/c(1-\beta^2)}{\mu\gamma_1 + \gamma_2 + \beta(\mu - 1)\Phi/c(1-\beta^2)} H_0 , \tag{17}$$

$$H_2 = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{\mu\gamma_1 + \gamma_2 + \beta(\mu - 1)\,\Phi/c(1 - \beta^2)} H_0.$$

Выражения для энергии и потока вектора Пойнтинга для H-волны аналогичны (12) и (13) с заменой $\varepsilon \longleftrightarrow \mu$, $E_{1,2} \longleftrightarrow H_{1,2}$.

При $\beta \longrightarrow 0$ все полученные в работе выражения сводятся к соответствующим выражениям для покоящейся среды. При переходе к свободному пространству результаты совпадают с результатами [1–3].

Перейдем к анализу полученных результатов.

1. Рассмотрим отраженную волну. Если волна падает на среду, движущуюся навстречу ей $(\beta < 0)$, то для того, чтобы отраженная волна распространялась в положительном направлении (в сторону отрицательных z), необходимо потребовать, чтобы ее групповая скорость была больше скорости движения среды, $v_{\text{гр}\,1} > |v|$. Поскольку частота падающей волны $\omega_0 \geqslant \omega_{\text{кр}}$ ($\omega_{\text{кр}} = c\varkappa$ — критическая частота волны в пустом волноводе), то это условие всегда выполняется, и критической частоте соответствует отраженная волна с частотой $\omega_{1\min} = \dfrac{1+\beta^2}{1-\beta^2}\omega_{\text{кр}} \equiv \Omega_1$ и потоком энергии, равным

$$S_1 = \frac{|\beta|\,c}{4\pi}\,\frac{1+\beta^2}{(1-\beta^2)^2}\left(\frac{\varepsilon|\beta| - \sqrt{\varepsilon\mu - (1-\beta^2)}}{\varepsilon|\beta| + \sqrt{\varepsilon\mu - (1-\beta^2)}}\right)^2.$$

При падении волны на убегающую среду $(\beta > 0)$ область частот, для которой $0 \leqslant v_{\text{гр}\,0} \leqslant v$ или $\omega_{\text{кр}} \leqslant \omega_0 \leqslant (1-\beta^2)^{-1/2}\,\omega_{\text{кр}} \equiv \Omega_0$, нужно исключить из рассмотрения, так как падающая волна не догоняет среды. Если падает волна с частотой $\Omega_0 < \omega_0 < \Omega_1$, то отраженная волна распространяется в ту же сторону, что и падающая, но с групповой скоростью, меньшей скорости движения среды, и, таким образом, отводит энергию от границы. Если падающая волна имеет частоту $\omega_0 > \Omega_1$, то отраженная волна распространяется в положительном направлении $v_{\text{гр}\,1} > 0$, причем при $\omega_0 = \Omega_1$ $\omega_1 = \omega_{\text{кр}}$ и $v_{\text{гр}\,1} = 0$.

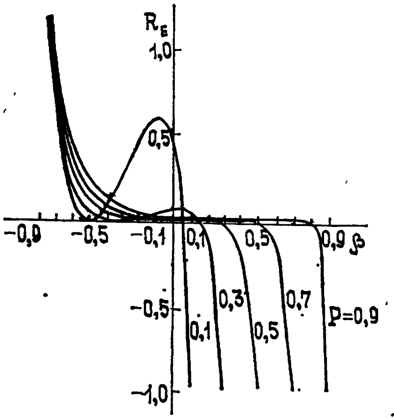

Рис. 1.

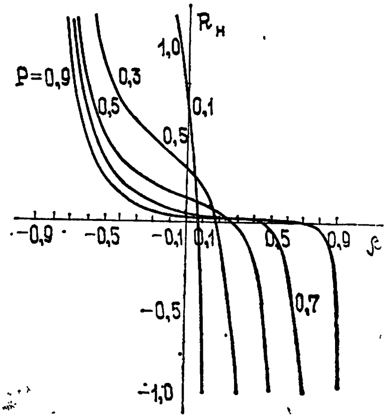

Рис. 2.

Рис. 1. Зависимость отражательной способности R_E для E-волны от скорости движения среды β.

Рис. 2. Зависимость отражательной способности R_H для H-волны от скорости движения среды β.

На рис. 1, 2 представлены зависимости отражательных способностей R_E и R_H движущейся среды для E- и H-волн для различных значений групповой скорости падающей волны $v_{\text{гр}\,0}/c \equiv p$ $(\varepsilon = 2,\ \mu = 1)$. Видно, что при $\beta < 0$ только отражательная способность для H-волны является монотонно растущей функцией $|\beta|$. Для E-волны отражательная способность с ростом $|\beta|$ может и уменьшаться. Дело в том, что при частоте падающей волны

$$\omega_{0\,\text{Бр}} = (\sqrt{\varepsilon^2 - 1} + \beta \sqrt{\varepsilon\mu - 1})\,[\varepsilon(\varepsilon - \mu)(1 - \beta^2)]^{-1/2}\,\omega_{\text{кр}},$$

определяемой из условия $E_1 = 0$ (условие Брюстера в волноводе [4]), отражательная способность $R_E = 0$. Таким образом, если частота падающей волны близка к $\omega_{0\text{Бр}}$, R_E будет очень мала. При $\beta > 0$ обе функции R_E и R_H в основном монотонно убывающие. Обе проходят через нуль при частоте отраженной волны $\omega_1 = \omega_{\text{кр}}$. Заметим, что направление потока вектора Пойнтинга отраженной волны всегда совпадает с направлением ее групповой скорости, и отрицательные значения R_E и R_H соответствуют описанному выше случаю $(\beta > 0)$, когда групповая скорость отраженной волны направлена в ту же сторону, что и падающая волна.

2. Рассмотрим преломленную волну. При $\beta > 0$ частота преломленной волны увеличивается. Для того, чтобы падающая волна взаимодействовала со средой, необходимо, чтобы групповая скорость $v_{\text{гр}\,0} > v$, или $\omega_0 > \Omega_0$; при этом групповая скорость преломленной волны будет больше скорости движения среды. Как видно из рис. 3, 4 для пропускательных способностей T_E и T_H $(\varepsilon = 2,\ \mu = 1)$, с увеличением групповой скорости падающей волны для данного β увеличиваются пропускательные способности T_E и T_H. С приближением скорости движения среды к групповой скорости падающей волны поток энергии преломленной волны уменьшается, и при $v_{\text{гр}\,0} = v$ $T_E = T_H = 0$.

При $\beta < 0$ частота преломленной волны уменьшается. В области значений $|\beta| < (\varepsilon\mu + 1)^{-1/2} \equiv \beta_1$ преломленная волна распространяется в положительном направлении $(v_{\text{гр}\,2} > 0)$ для всех $\omega_0 \geqslant \omega_{\text{кр}}$. В области значений $|\beta| > (\varepsilon\mu)^{-1/2} \equiv \beta_2$ групповая скорость $v_{\text{гр}\,2} < 0$ для всех $\omega_0 \geqslant \omega_{\text{кр}}$, т. е. преломленная волна распространяется в сторону движения границы. Групповая скорость преломленной волны при этом остается меньше скорости движения границы, благодаря чему осуществляется отвод энергии от границы. В области значений $\beta_1 \leqslant |\beta| \leqslant \beta_2$ групповая скорость преломленной волны проходит через нуль и меняет знак. Если $|\beta| = \beta_1$, $v_{\text{гр}\,2} = 0$ при $\omega_0 = \omega_{\text{кр}}$; если $|\beta| = \beta_2$, $v_{\text{гр}\,2} \to 0$ при $\omega_0/\omega_{\text{кр}} \to \infty$; если $\beta_1 < |\beta| < \beta_2$, групповая скорость преломленной волны равна нулю при

$$\omega_0 = \omega_{\text{кр}}\{1 - |\beta|\,[1 - \varepsilon\mu\,(1 - \varepsilon\mu\beta^2)]^{1/2}\}\,[\varepsilon\mu(1 - \varepsilon\mu\beta^2)(1 - \beta^2)]^{-1/2},$$

что соответствует частоте преломленной волны

$$\omega_2 = \omega_{\text{кр}}(1 - \varepsilon\mu\beta^2)^{1/2}\,[\varepsilon\mu(1 - \beta^2)]^{-1/2} \equiv \Omega_{\text{кр}}.$$

Таким образом, частоту $\Omega_{\text{кр}}$ можно определить как критическую частоту волны в области $z > vt$ $(\beta < 0)$.

Знак фазовой скорости $v_{\text{фаз}\,2}$ преломленной волны определяется знаком частоты ω_2 (так как γ_2 всегда положительно). Фазовая скорость $v_{\text{фаз}\,2}$ положительна $(\omega_2 > 0)$ при $|\beta| < \beta_2$, отрицательна $(\omega_2 < 0)$ при

$$|\beta| > \left\{\left[\left(\frac{\varepsilon\mu - 1}{2}\right)^2 + 1\right]^{1/2} - \frac{\varepsilon\mu - 1}{2}\right\}^{1/2} \equiv \beta_3.$$

Фазовая скорость и частота меняют знак в области значений $\beta_2 \leqslant |\beta| \leqslant \beta_3$ и равны нулю при частоте падающей волны

$$\omega_0 = \omega_{\text{кр}} |\beta| (1 - \sqrt{\beta^2 - (\varepsilon\mu\beta^2 - 1)}) [(\varepsilon\mu\beta^2 - 1)(1 - \beta^2)]^{-1/2}.$$

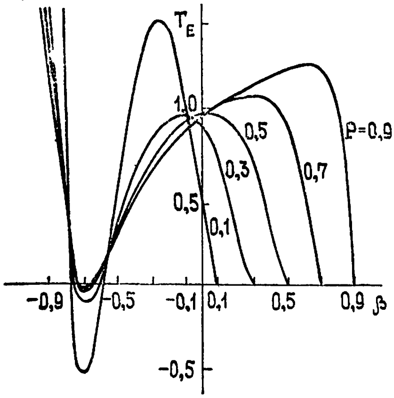

Рис.3.

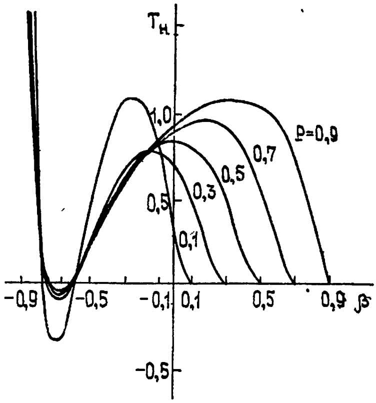

Рис. 4.

Рис. 3. Зависимость пропускательной способности T_E для E-волны от скорости движения среды β.

Рис. 4. Зависимость пропускательной способности T_H для H-волны от скорости движения среды β.

Из рис. 3 и 4 видно, что при $\beta < 0$ с увеличением скорости движения среды $|\beta|$ пропускательные способности T_E и T_H уменьшаются и обращаются в нуль при $v_{\text{гр}\,2} = 0$. При дальнейшем увеличении $|\beta|$ T_E и T_H становятся отрицательными и достигают своего минимального значения при $|\beta| = (\varepsilon\mu)^{-1/2} = \beta_2$, затем растут и проходят через нуль при $\omega_2 = 0$. Дальнейшее увеличение скорости движения среды приводит к тому, что частота преломленной волны становится отрицательной, при этом T_E и T_H растут будучи положительными. Из формулы (12) следует, что энергия волны W_2 при отрицательной частоте отрицательна и, согласно (14), направления потока вектора Пойнтинга и групповой скорости оказываются противоположными. Аналогично тому, как это было показано в [5] для сред с дисперсией, смысл отрицательной энергии заключается в том, что при сверхсветовом движении энергия среды с возбужденной в ней волной оказывается меньше энергии среды без волны.

Авторы благодарны Б. М. Болотовскому и К. А. Барсукову за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б М Болотовский, С. Н. Столяров, Изв. вузов — Радиофизика, 4, № 6, 1171 (1966).
2. С. Н. Столяров, Изв. вузов — Радиофизика, 5, № 4, 671 (1962).
3. С. Yeh and К. F. Casey, Phys. Rev., 144, №2, 665 (1966).
4. Э. А. Беглоян, Э. Д. Газазян, Э. М. Лазиев, Радиотехника и электроника, 21, № 1, 164 (1976).
5. М В Незлин, УФН, 120, 481 (1976)

Поступила в редакцию
29 июля 1977 г

INTERACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVE WITH MOVING HALF-INFINITE MEDIA IN WAVEGUIDE

E. D. Gazazyan, E. M. Laziev, A. D. Ter-Pogossyan

A problem is solved on interaction of the waveguide E- and H-waves with a moving medium. Relations are obtained of transverse field components through the longitudinal once and also formulas for frequencies, amplitudes, energy fluxes of reflected and refracted waves. A detailed analysis is made of the frequency dependence, group and phase velocities on the waveguide dispersion. Results of the numerical calculation of reflection and refraction coefficients of the moving medium are given.