ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXI, № 10 РАДИОФИЗИКА 1978

УДК 621 372 81 09

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ГРАНИЦЕЙ РЕЛЯТИВИСТСКИ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЫ ПРИ НАЛИЧИИ ВОЛНОВОДНОЙ ДИСПЕРСИИ

А. Г. Нерух, Н. А. Хижняк

Исследован вопрос о взаимодействии электромагнитных волн с плоской релятивистски движущейся границей раздела двух диэлектриков в прямоугольном волноводе Получены выражения для частот рассеянных полей и амплитуд поля прошедшей и отраженной волн, а также выражения для коэффициентов прохождения и отражения, исследован запредельный режим волновода Рассмотрены особенности, вносимые в процесс взаимодействия волноводом. Показано, что такую задачу можно рассматривать как модель, описывающую отражение поля от движущейся среды с волноводной дисперсией

Взаимодействие электромагнитного поля с движущейся средой представляет в настоящее время значительный интерес в связи с возможностью практического использования этого эффекта для целей усиления и генерирования микрорадиоволн [1–3]. Решению задач о таком взаимодействии посвящен целый ряд работ [4, 5]. Однако рассмотренные в литературе случаи взаимодействия поля с движущейся границей раздела сред касаются большей частью неограниченного пространства, тогда как усиление и генерирование микрорадиоволн практически может быть осуществлено только в приборах, имеющих конечные размеры, в частности в волноводах.

Так как наибольший эффект достигается при релятивистском движении границы, то в данной работе подробно исследуется случай взаимодействия электромагнитных волн с плоской релятивистски движущейся границей раздела двух диэлектрических сред в прямоугольном волноводе. Показано, что имеющаяся в этом случае дисперсия электромагнитных волн приводит к новым эффектам в поведении частоты и амплитуды рассеянных полей в зависимости от скорости движения границы. Кроме того, такую задачу можно рассматривать как модель, описывающую отражение поля от движущейся среды с волноводной дисперсией и включающую в себя все рассмотренные в литературе явления отражения поля как от движущегося недиспергирующего диэлектрика, так и от движущейся холодной плазмы. При исследовании процесса взаимодействия используется метод интегральных уравнений макроскопической электродинамики [7].

Так как движущийся со скоростью v вдоль волновода диэлектрик с проницаемостью ε отделен от неподвижного диэлектрика с проницаемостью ε_1 плоской границей, нормальной к оси волновода, то преобразования мод на границе не будет. Поэтому ниже все рассмотрение ведется для произвольной моды с амплитудой падающего со стороны неподвижного диэлектрика поля E_0 и частотой ω_0. Тогда, как показано в работе [8], в случае H-полей фурье-амплитуды прошедшего поля будут удовлетворять уравнению

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\nu \sum_{i=1}^{2} K_i(\nu,\ \omega)\,\alpha_i(\nu,\ \omega)\,\mathscr{E}_i(\nu) = -\frac{4\pi k_0 c^2 E_0}{\omega^2}\,\delta(\omega-\omega_0), \qquad (1)$$

где $k_0 = \pm\frac{1}{c}\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\omega_0^2-\omega_{k1}^2}$, $\omega_{k1} = \frac{c\chi}{\sqrt{\varepsilon_1}}$, χ — поперечное волновое число, $\gamma = 1-\beta^2$, $\gamma_\varepsilon = 1-\varepsilon\beta^2$, $\gamma_{\varepsilon 1} = 1-\varepsilon_1\beta^2$, $\Omega(\omega) = \omega - vk_0(\omega)$,

$$K_i = \frac{1}{\gamma}\left\{(\varepsilon-1)\,\frac{\Omega(\omega)(\nu - vk_i(\nu))}{\omega\nu} - \gamma(\varepsilon_1-1)\right\}; \qquad (2)$$

$$\alpha_i = [k_0(\omega)-k_i(\nu)]^{-1}\,\delta(\nu - vk_i(\nu) - \Omega(\omega)), \qquad (3)$$

а волновые числа прошедших волн согласно теореме погашения Эвальда — Озеена определяются дисперсионным соотношением

$$k_{1,2} = -\beta\frac{\omega}{c}\,\frac{\varepsilon-1}{\gamma_\varepsilon} \pm \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\gamma}{\gamma_\varepsilon}\sqrt{1-\frac{\gamma_\varepsilon}{\gamma}\,\frac{\omega_k^2}{\omega^2}}. \qquad (4)$$

Такое же выражение для дисперсионного соотношения получено в работе [9] с помощью преобразования Лоренца и соответствует дисперсионному уравнению плоских волн в движущейся неограниченной среде [5], если в общую формулу этой работы подставить выражение для эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{эфф} = \varepsilon\left(1-\frac{\omega_k^2}{\omega^2}\right)$, описывающее среду с волноводной дисперсией (волноводы, холодная плазма и др.).

Как видно из выражения (4), критическая частота существует только при дочеренковском движении ($\gamma_\varepsilon > 0$) и равна $\sqrt{\frac{\gamma_\varepsilon}{\gamma}}\,\omega_k$. В случае черенковского движения ($\gamma_\varepsilon < 0$) волновод теряет свойство запредельности. Исчезновение свойства запредельности волновода происходит при равенстве скорости движения среды и фазовой скорости волн в неограниченной диэлектрической среде и объясняется эффектом увлечения поля средой. Действительно, бегущая волна существует в волноводе при условии, что соответствующая ей длина волны в неограниченном пространстве меньше поперечного размера волновода $\left(\lambda \leqslant \frac{2\pi}{\chi}\right)$. В движущейся среде, вследствие эффекта увлечения, длина волны зависит от направления распространения и в поперечном к скорости движения направлении равна $\lambda_\perp = \frac{2\pi c}{\omega\sqrt{\varepsilon}}\sqrt{\frac{\gamma_\varepsilon}{\gamma}}$. Полагая в этом выражении $\lambda_\perp = \frac{2\pi}{\chi}$, получим критическую частоту волновода.

Частоты прошедших волн получим, приравнивая аргумент δ-функции в уравнении (1) к нулю:

$$\frac{\gamma}{\gamma_\varepsilon}\,\nu \pm \sqrt{\varepsilon}\,\beta\frac{\gamma}{\gamma_\varepsilon}\,\nu\sqrt{1-\frac{\gamma_\varepsilon}{\gamma}\,\frac{\omega_k^2}{\nu^2}} - \Omega(\omega) = 0. \qquad (5)$$

Существенно отметить, что выражение (5) получится также и из условия равенства фаз на движущейся границе

$$\nu t - k_{1,2}(\nu)z = \omega t - k_0(\omega)z\big|_{z=vt},$$

где ν — частота прошедшего поля, если в это условие подставить $k_{1,2}(\nu)$ из (4).

Каждому знаку в уравнении (5) в зависимости от частоты ω может соответствовать одно или два решения:

$$\nu^{\pm}(\omega)=\frac{\Omega(\omega)}{\gamma}\pm\sqrt{\varepsilon}\,\beta\sqrt{\frac{\Omega^2(\omega)}{\gamma^2}-\frac{\omega_k^2}{\gamma}}. \tag{6}$$

Выбор знака в (6) определяется соотношением скорости движения границы и групповой скорости каждой прошедшей в движущуюся среду волны, равной

$$v_g^{\pm}=c\,\frac{\sqrt{\varepsilon}\beta\Omega\pm\frac{|\beta|}{\beta}\sqrt{\Omega^2-\gamma\omega_k^2}}{\sqrt{\varepsilon}\,\Omega\pm|\beta|\sqrt{\Omega^2-\gamma\omega_k^2}}. \tag{7}$$

Анализ выражения (7) показывает, что условию отвода энергии поля волны от границы $v_g^{\pm}>v$ во всем диапазоне частот ω и скоростей границы v удовлетворяет только одна волна, имеющая групповую скорость v_g^+. Заметим, что пренебрежение движением среды и учет движения только границы приведет в черенковском случае к неоднозначности в решении задачи из-за возможности существования двух прошедших волн [4, 6].

Решение уравнения (1) с учетом этих особенностей даст прошедшее через границу в движущийся диэлектрик поле, имеющее различный характер в разных частотных интервалах.

а) При убегающем движении $(\beta>0)$ падающее поле будет взаимодействовать с границей только в случае, когда скорость движения границы меньше групповой скорости падающей волны, а это условие выполняется только при $\gamma_{\varepsilon 1}>0$ для частот $\omega_0>\frac{\omega_{k1}}{\sqrt{\varepsilon_1}}$. При других частотах, а также при $\gamma_{\varepsilon 1}<0$ прошедшего поля не будет. Для частот $\omega_0>\omega_2$, где

$$\omega_2=\frac{1}{\gamma_{\varepsilon 1}}\left\{\sqrt{\gamma}\,\omega_k+\sqrt{\varepsilon_1}\,\beta\sqrt{\gamma\omega_k^2-\gamma_{\varepsilon 1}\,\omega_{k1}^2}\right\}, \tag{8}$$

прошедшее поле будет представлять собой бегущую волну с частотой $\nu_0=\nu^+(\omega_0)$ и коэффициентом прохождения

$$T=2\,\frac{\nu_0}{\omega_0}\,\frac{\gamma}{\beta}\,\frac{(\nu_0-\omega_0)\,|ck_0-\varepsilon_1\beta\omega_0|}{(\varepsilon-1)\,\Omega^2-\gamma(\varepsilon_1-1)\,\nu_0\omega_0}. \tag{9}$$

В интервале $\frac{\omega_{k1}}{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1}}}<\omega_0<\omega_2$ поле будет равно

$$E=TE_0\exp\left[\omega_1\left(t-\frac{z}{v}\right)+i\frac{\Omega}{\gamma}\left(t-\beta\frac{z}{c}\right)\right], \tag{10}$$

где $\omega_1=\frac{\sqrt{\varepsilon}\,\beta}{\gamma}\sqrt{\gamma\omega_k^2-\Omega^2}$.

б) При встречном движении $(\beta<0)$ прошедшее поле существует для всех надкритических частот $(\omega_0>\omega_{k1})$ и представляет собой бегущую волну с параметрами ν_0 и T, если частота $\omega_0>\omega_2$. Если частота принадлежит интервалу $\omega_{k1}<\omega_0<\omega_2$, то поле будет иметь вид экспоненциальной волны (10). Заметим, что интервал $[\omega_{k1},\omega_2]$ существует во всех случаях при $\gamma_{\varepsilon 1} > 0$, а при $\gamma_{\varepsilon 1} < 0$ — только в случае, когда $\sqrt{\gamma}\,\omega_b > \gamma_{\varepsilon 1}\,\omega_{k1}$.

Физический механизм образования экспоненциальных волн (10) связан со свойством запредельности волновода и объясняется двойным доплер-эффектом, который, как известно, заключается в том, что движущуюся границу можно рассматривать как источник электромагитных волн, возбуждаемый падающим полем частоты ω_0 и имеющий в собственной системе покоя частоту излучения $\omega_s = \dfrac{\Omega(\omega_0)}{\sqrt{\gamma}}$. Частота излучения такого источника в движущуюся среду, описывающуюся в состоянии покоя законом дисперсии $k = \pm \dfrac{\sqrt{\varepsilon}}{c}\sqrt{\omega^2 - \omega_k^2}$, определяется выражением (6). Излучение этого источника-границы в неподвижную среду с тем же законом дисперсии имеет частоту

$$\omega = \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\left\{\Omega \pm \sqrt{\varepsilon}\,\beta\sqrt{\Omega^2 - \gamma_\varepsilon\,\omega_k^2}\right\}. \tag{11}$$

Рассматривая теперь движущуюся границу как источник волн, легко понять механизм возбуждения экспоненциальных волн. Нетрудно показать, что неравенство $\omega_0 < \omega_2$ эквивалентно неравенству $\omega_s < \omega_k$. Следовательно, так как частота источника-границы меньше критической частоты нагруженной части волновода, то прошедшее поле будет экспоненциально спадать с удалением от границы. При движении границы к точке наблюдения z $(\beta > 0)$ поле будет нарастающим и достигнет своего наибольшего значения $\left(\exp\left[\omega_1\left(t_0 - \dfrac{z}{v}\right)\right] = 1\right)$ в момент прохождения границей точки наблюдения $\left(t_0 = \dfrac{z}{v}\right)$. При встречном движении $(\beta < 0)$ поле будет убывать по мере удаления от точки наблюдения.

Отметим, что выражение (11) определяет частоту поля, прошедшего в движущуюся через диэлектрическую среду плазму [1, 2]. Модель движущегося через диэлектрик плазменного полупространства легко можно получить в рамках рассматриваемой задачи. Для этого необходимо считать $\varepsilon = \varepsilon_1$, $\omega_{k1} = 0$, среду неподвижной, вследствие чего дисперсионное соотношение примет вид

$$k_{1,2} = \pm\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\sqrt{1 - \frac{\omega_k^2}{\omega^2}},$$

а корни аргумента δ-функции в (3), дающие выражение для частоты, будут совпадать с выражением (11).

Отраженное поле, согласно методу интегральных уравнений электродинамики, находится по прошедшему полю и в данном случае выражается интегралом

$$E_r = -\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\omega^2}{2c^2}\,\frac{TK_1'(\omega, \nu_0)}{k_0(\omega)\left[k_0(\omega) + k_1(\nu_0)\right]}\,e^{i\omega t + ik_0(\omega)z}\,\delta(\omega + vk_0 - \Omega), \tag{12}$$

где $K_1'(\omega, \nu)$ получается из $K_1(\omega, \nu)$ (2) путем замены $k_0 \to -k_0$. Легко видеть, что равенство нулю аргумента δ-функции представляет собой равенство фаз отраженной и падающей волн и определяет частоту отраженного поля, выражение для которой аналогично выражению (11). Сравнение групповых скоростей отраженных волн со скоростью движения границы показывает, что отраженное поле существует только в случае дочеренковского движения относительно покоящейся среды ($\gamma_{\varepsilon 1} > 0$) для всех частот при встречном движении и для частот $\omega_0 > \frac{\omega_{k1}}{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1}}}$ при убегающем движении. В черенковском случае ($\gamma_{\varepsilon 1} < 0$) при убегающем движении отражения нет в силу того, что падающее поле не догоняет границу, а при встречном движении полностью проходит через движущуюся границу. С учетом этого найдем выражение для частоты отраженного поля

$$\omega_r = \frac{\omega_0}{\gamma_{\varepsilon 1}}\left(1 + \varepsilon_1\beta^2 - 2\sqrt{\varepsilon_1}\beta\sqrt{1 - \frac{\omega_{k1}^2}{\omega_0^2}}\right), \tag{13}$$

и коэффициента отражения

$$R = \frac{\omega_r}{\omega_0}\,\frac{\nu_0 - \omega_0}{\nu_0 - \omega_r}\,S, \tag{14}$$

где S — множитель, определяемый видом материальных уравнений и равный

$$S = \frac{(\varepsilon - 1)\,\Omega^2 - \gamma(\varepsilon_1 - 1)\,\nu_0\omega_r}{(\varepsilon - 1)\Omega^2 - \gamma(\varepsilon_1 - 1)\nu_0\omega_0} \tag{15}$$

в случае движения среды в области прошедшего поля вместе с границей. Если среда неподвижна, а движется только граница, то $S = 1$.

Исходя из выражения (14), легко показать, что рассмотренная задача представляет собой модель, описывающую процесс отражения нормально падающих электромагнитных волн от диэлектрического полупространства, движущегося через другой диэлектрик [10, 11], если положить в (14) $\omega_k = \omega_{k1} = 0$ и ν_0 из (6); от движущейся границы двух неподвижных диэлектриков [4], если подставить в (14) $\omega_k = \omega_{k1} = 0$, $S = 1$, а ν_0 из (11); от плазменного полупространства, движущегося как в вакууме, так и через диэлектрическую среду [1, 2, 12], если положить $\varepsilon = \varepsilon_1$, $\omega_{k1} = 0$, $S = 1$ и ν_0 из (6).

Для рассматриваемого случая волновода выражение (14) можно упростить, используя тождество $\varepsilon_1\omega_{k1}^2 = \varepsilon\omega_k^2$. После преобразования получим

$$R = \frac{\omega_r}{\omega_0}\,\frac{1 - \sqrt{A}}{1 + \sqrt{A}}, \quad A = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\,\frac{\Omega^2 - \gamma\omega_k^2}{\Omega^2 - \gamma_{\varepsilon 1}\omega_{k1}^2}. \tag{16}$$

Из (13) и (16) следует, что частота отраженного поля, а вместе с нею и коэффициент отражения неограниченно возрастают при $\varepsilon_1\beta^2 \to 1$ не только при встречном движении (как в случае неограниченного пространства), но и при убегающем движении. Однако в случае убегающего движения будет возрастать и минимальная частота $\frac{\omega_{k1}}{\sqrt{\gamma_{\varepsilon 1}}}$, при которой появляется отраженное поле.

Кроме этого эффекта дисперсия волн приводит также к тому, что движение части однородного диэлектрика в волноводе вызывает отражение волн. Действительно, при $\varepsilon_1 = \varepsilon$ коэффициент отражения не обращается в нуль. В неограниченном пространстве подобный эффект существует только при наклонном падении волны на границу. Если принять во внимание интерпретацию бегущей волны в волноводе как суперпозицию двух перекрещивающихся плоских волн, то аналогия между этими эффектами становится полной.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. A. Lampert, Phys. Rev., **102**, № 2, 299 (1956).
2. Я. Б. Файнберг, В. С. Ткалич, ЖТФ, **29**, № 4, 491 (1959)
3 В. И. Курилко, ЖТФ, **31**, № 8, 899 (1961).
4. Л. А Островский, Н. С. Степанов, Изв. вузов — Радиофизика, **14**, № 4, 489 (1971).
5. Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, УФН, **114**, вып. 4, 569 (1974).
6. Л. А. Островский, УФН, **116**, № 6, 315 (1975).
7. Н. А. Хижняк, ЖТФ, **28**, № 7, 1592 (1958).
8. А. Г. Нерух, Н. А. Хижняк, ЖТФ, **46**, № 1, 21 (1976).
9. H. Y. Yee, IEEE Trans. Micr. Theory and Techn., **19**, № 4, 400 (1971).
10. С. Н. Столяров, Изв. вузов — Радиофизика, **5**, № 4, 671 (1962).
11. C. Yeh, J. Appl. Phys., **37**, №8, 3079 (1976).
12. С. Н. Столяров, ЖТФ, **33**, № 5, 565 (1963).

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 13 октября 1977 г.

INTERACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES WITH THE BOUNDARY OF A MEDIUM RELATIVISTICALLY MOVING IN THE PRESENCE OF WAVEGUIDE DISPERSION

A. G. Nerukh, N. A. Khizhnyak

A problem is considered on the interaction of elecromagnetic waves with a plane relativistically moving boundary of two dielectrics in a rectangular waveguide. Expressions are obtained for frequencies of scattered fields and amplitudes of the field of transmitted and reflected waves and also expressions for transmission and reflection coefficients. Cut-off regime of the waveguide is studied. Peculiarities introduced in the interaction process by the waveguide are discussed. It is shown that such problem may be considered as a model describing the field reflection from a moving medium with the waveguide dispersion.