ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXI, № 10 РАДИОФИЗИКА 1978

УДК 533.9 13

О НАГРЕВЕ ИОНОВ ПЛАЗМЫ НЕЛИНЕЙНЫМИ ИОННО-ЗВУКОВЫМИ ВОЛНАМИ, ВОЗБУЖДАЕМЫМИ ВИСТЛЕРАМИ И АЛЬФВЕНОВСКИМИ ВОЛНАМИ

С. М. Файнштейн

Предлагается механизм нагрева ионов неизотермической плазмы нелинейными ионно-звуковыми волнами, возбуждаемыми вистлерами и альфвеновскими волнами, распространяющимися вдоль постоянного магнитного поля. Выведены и решены стационарные уравнения для амплитуд волн. Даются оценки для лабораторной плазмы.

В данной работе предлагается механизм нагрева ионов неизотермической плазмы в результате возбуждения нелинейой периодической ионно-звуковой волны под действием вистлеров и альфвеновских волн. Задача ставится следующим образом: на слой неизотермической плазмы, находящейся во внешнем магнитном поле $\boldsymbol{H}_0$ ($\boldsymbol{H}_0 \parallel 0x$), падает достаточно сильная альфеновская волна или вистлер; с противоположной стороны слоя подается соответствующая слабая волна затравки близкой частоты, в результате на биениях обеих волн возбуждается ионный звук, который генерирует гармоники основной частоты, т. е. образуется нелинейная ионно-звуковая волна, при диссипации которой возможен эффективный нагрев ионов плазмы*.

1. Исходная система квазигидродинамических уравнений и уравнений Максвелла для электронов и ионов плазмы имеет вид

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \boldsymbol{v}_{e,i}}{\partial t} + \frac{e}{m_{e,i}}\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}[\boldsymbol{v}_{e,i}\boldsymbol{H}_0]\right) - \frac{\varkappa T_{e,i}}{m_{e,i}}\frac{\nabla \rho_{e,i}}{N_{e,i}} = \\
= -\mu\left\{(\boldsymbol{v}_{e,i}\nabla)\boldsymbol{v}_{e,i} - \frac{e}{c}[\boldsymbol{v}_{e,i}\boldsymbol{H}] + \frac{\varkappa T_{e,i}}{m_{e,i}}\frac{\rho_{e,i}}{N_{e,i}^2}\nabla\rho_{e,i} + \boldsymbol{F}_{e,i}\right\}, \\
\frac{\partial \rho_{e,i}}{\partial t} + N_{e,i}\operatorname{div}\boldsymbol{v}_{e,i} = -\mu\operatorname{div}(\boldsymbol{v}_{e,i}\rho_{e,i}), \quad \operatorname{rot}\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = 0, \\
\operatorname{rot}\boldsymbol{H} - \frac{4\pi e}{c}N_{e,i}\boldsymbol{v}_{e,i} - \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \mu\frac{4\pi e}{c}\rho_{e,i}\boldsymbol{v}_{e,i},
\end{gathered} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{v}_{e,i}$, $\rho_{e,i}$, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ — отклонения скоростей электронов и ионов, концентрации частиц, электрического и магнитного полей от равновесных значений 0, $N_{e,i}$, 0, $\boldsymbol{H}_0$, $T_{e,i}$ — температуры электронов и ионов, $\varkappa$ — постоянная Больцмана, $\boldsymbol{F}_{e,i}$ — член, отвечающий за диссипацию,

* Подобная задача ВРБМ для звуковых и магнитозвуковых волн, возбуждаемых высокочастотными электромагнитными волнами, рассмотрена в [1,2]. В [3] предложен механизм нагрева плазмы звуковыми волнами, генерируемыми под действием альфвеновских волн.

$e/m_{e,i}$ — удельные заряды частиц; параметр $\mu \ll 1$ введен для обозначения малости нелинейных правых частей системы (1). При $\mu = 0$ и в диапазоне частот $\omega \ll \Omega_{Hi}$ (Ω_{Hi} — гирочастота ионов) в системе возможно распространение вдоль $\boldsymbol{H}_0$ поперечных волн, частота ω и волновой вектор k которых удовлетворяют дисперсионному уравнению

$$\omega^2 = c_A^2 k^2 \tag{2}$$

($c_A = H_0/(4\pi m_i N_i)^{1/2}$ — альфвеновская скорость волны), кроме того при условии $T_e \gg T_i$* в плазме распространяются продольные волны со слабой дисперсией

$$\Omega = q c_s (1 + q^2 c_s^2/\omega_{0i}^2)^{-1/2} \tag{3}$$

($\omega_{0i}^2 = 4\pi N_i e^2/m_i$, $q^2 c_s^2 \ll \omega_{0i}^2$, $c_s = (\varkappa T_e/m_i)^{1/2}$ — скорость ионного звука). В реальных условиях $c_A \gg c_s$, поэтому для двух встречных альфвеновских и одной ионно-звуковой волны выполнены условия синхронизма [4]

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \omega_1 + \Omega, \\ k_2 &= k_1 + q, \end{aligned} \tag{4}$$

причем $q \approx 2k$ ($k_2 \approx -k_1 = k$, $\Omega \ll \omega_{1,2}$). В другом диапазоне частот ($\Omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_{He}$) ($\omega_{He}$ — гирочастота электронов) в плазме вдоль $\boldsymbol{H}_0$ распространяются циркулярно поляризованные поперечные волны — вистлеры (геликоны, свистящие атмосферики), для которых выполнено следующее дисперсионное уравнение:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon, \quad \varepsilon = 1 - \frac{\omega_{0e}^2}{\omega(\omega - \omega_{He})} \quad \left(\omega_{0e}^2 = \frac{4\pi N_e e^2}{m_e}\right). \tag{5}$$

Из соотношений (5) легко определить, что в обычных условиях фазовая скорость вистлеров, так же, как и волн Альфвена, много больше скорости ионного звука, поэтому для них выполнены условия синхронизма (4). Таким образом, мы выяснили, что в результате взаимодействия двух встречных волн Альфвена или вистлеров возможно генерирование ионного звука. Заметим, что ионно-звуковые волны имеют слабую дисперсию (см. (3)), поэтому волна основной частоты Ω будет генерировать волны кратных частот Ω, 2Ω, 3Ω и т. д.; однако, в решении для ионно-звукового поля можно ограничиться лишь тремя гармониками, поскольку затухание волны $\sim q^2$ (мы учитываем поглощение ионного звука, обусловленное вязкостью), кроме того для высоких частот существенна расстройка от синхронизма, связанная с наличием дисперсии ионного звука**. Поэтому решение (1) при $\mu \ll 1$ можно записать в следующем виде:

$$e_x = \sum_{n=1}^{3} b_n(x, t) \exp(in\Omega - inqx) + \text{к.с.},$$

$$\left\{ \begin{matrix} e_y \text{ (вистлер)} \\ h_y \text{ (волна Альфвена)} \end{matrix} \right\} = \sum_{1,2} a_{1,2} \exp(i\omega_{1,2} t - ik_{1,2} x) + \text{к.с.},$$

* В дальнейшем для простоты считаем $T_i \approx 0$.

** Легко оценить из уравнения для 4-й гармоники ионного звука, что отношение амплитуд 4-й и 3-й гармоник $\sim 0{,}1$ (для высших мод это отношение еще меньше, так как диссипация $\sim q^2$ и вносит заметный вклад в сдвиг частоты), кроме того, как следует из (3) и (4), для высших гармоник расстройка синхронизма из-за наличия дисперсии больше (порядка) $0{,}1q$, т. е. для этих гармоник условия резонанса нарушаются настолько, что гармониками с номерами больше 3 можно пренебречь.

где $e_{x,y}=E_{x,y}/(m_eN_ev_{T_e}^2)^{1/2}$, $h_y=H_y/H_0$ — безразмерные напряженности электрического и магнитного полей волн, $v_{T_e}^2=\varkappa T_e/m_e$. Используя обычные методы [4, 5], получим стационарные уравнения для медленно меняющихся комплексных амплитуд волн*:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial a_1}{\partial x_\delta}=\sigma_1 a_2 b_1^*, \quad \frac{\partial a_2}{\partial x_\delta}=\sigma_2 a_1 b_1, \\
\frac{\partial b_1}{\partial x_\delta}=-\bar{\sigma} a_1^* a_2+\delta(2b_2^* b_3+3b_2 b_1^*)-\eta b_1, \\
\frac{\partial b_2}{\partial x_\delta}=\frac{2}{3}\delta(-3b_1^2+2b_3 b_1^*)-4\eta b_2, \\
\frac{\partial b_3}{\partial x_\delta}=-\frac{9}{2}\delta b_2 b_1-9\eta b_3 \qquad (x_\delta=qx);
\end{gathered} \tag{6}
$$

индекс „δ" в дальнейшем опускаем; $\sigma_{1,2}$, $\bar{\sigma}$ — коэффициенты нелинейного взаимодействия; для взаимодействия вистлер + вистлер ⟶ ионный звук

$$
\begin{gathered}
\sigma_1\sim\sigma_2\sim\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)\left(\frac{c_A}{c}\right), \qquad \delta\sim 30\,\omega_{0i}/\Omega, \\
\bar{\sigma}\sim 0{,}1(m_i/m_e)(\omega_{0i}/\Omega)(c^2/c_s c_A);
\end{gathered} \tag{7}
$$

для взаимодействия волна Альфвена + волна Альфвена ⟶ ионный звук

$$
\begin{gathered}
\sigma_1\sim\sigma_2\sim 5\omega_{0i}/\Omega, \qquad \delta\sim 30\omega_{0i}/\Omega, \\
\bar{\sigma}\sim(m_e/m_i)^{1/2}(c/c_A)(c_A/c_s)^2(\omega_{0i}/\Omega)^3;
\end{gathered} \tag{8}
$$

η — коэффициент вязкости. Из системы (6) можно определить, что при условии $\sigma_{1,2}\bar{\sigma}|a_{1,2}|^2/\eta^2\ll 1$ ионный звук быстро нарастает от границы $x=0$ и в дальнейшем «следит» за изменениями амплитуд электромагнитных волн**:

$$
\begin{gathered}
b_1^0=-\bar{\sigma} a_2 a_1^*\eta_{\text{эфф}}^{-1}(|b_1^0|^2), \quad b_2^0=-3\delta\, b_1^{0\,2}(6\eta^2+|b_1^0|^2\delta^2)^{-1}, \\
b_3^0=3b_1^{0\,3}\delta^2(6\eta^2+|b_1^0|^2\delta^2)^{-2}, \\
\eta_{\text{эфф}}=\eta\left[1+\frac{3}{2}\delta^2|b_1^0|^2(6\eta^2+\delta^2|b_1^0|^2)^{-1}+\right. \\
\left.+\frac{3}{2}\delta^4|b_1^0|^4(6\eta^2+|b_1^0|^2\delta^2)^{-2}\right].
\end{gathered} \tag{9}
$$

Функция $\eta_{\text{эфф}}$ характеризует нелинейное затухание ионного звука за счет перекачки энергии в высшие гармоники. Качественно $\eta_{\text{эфф}}$ растет от η при малых $|b_1^0|$ и достигает насыщения $\sim 4\eta$ при больших $|b_1^0|$. Для определения характера изменения $a_{1,2}(x)$ необходимо подставить

* Для простоты считаем, что частоты электромагнитных волн велики по сравнению с частотой соударений, поэтому поглощением этих волн пренебрегаем.

** Заметим, что критерий «слежения» амплитуд НЧ-волн является более точным по сравнению с условиями, приведенными в [1]

b_1^0 из (9) в(6) и проинтегрировать полученные уравнения. Легко видеть, что первые два уравнения (6) имеют интеграл

$$|a_2(x)|^2 - |a_1|^2 = C, \tag{10}$$

который имеет смысл закона сохранения энергии электромагнитных волн. Используя (10) и считая, что $\eta_{эфф} \sim \mathrm{const}$, найдем из (6)

$$|a_2(x)|^2 = C\{|a_2(0)|^2 + [C - |a_2(0)|^2]e^{-\delta_0 xC}\}^{-1}|a_2(0)|^2, \tag{11}$$

где $\sigma_0 = 2\sigma\bar{\sigma}$, а C — корень трансцендентного уравнения

$$\{|a_2(0)|^2 - [|a_2(0)|^2 - C]e^{\sigma_0 LC}\}[C + |a_1(L)|^2] - C|a_2(0)|^2 = 0 \tag{12}$$

(L — толщина слоя плазмы). Из анализа (11) совместно с (10) видно, что функции $|a_{1,2}(x)|$ медленно спадают с ростом x, т. е. высокочастотная электромагнитная волна распадается на ионный звук и встречную электромагнитную волну, которая растет в минус x-направлении.

2. Оценим эффективность нагрева плазмы под действием вистлеров. Параметры плазмы примем следующими: $N_e \sim 10^{13}$ *см*$^{-3}$, $T_e \sim 10^5$ К, $T_i \sim 10^4$ К, $H_0 \sim 10^4$ *Гс*, $L \sim 2$ *м*, площадь сечения слоя ~ 300 *см*^{2}, вистлеры частоты $\sim 10^{10}$ *с*$^{-1}$ (длина волны ~ 1 *см*) генерируют ионный звук с длиной волны основной гармоники 0,5 *см*, амплитуда $|b_1^0| \sim 0{,}1$ (напряженность поля 300 *В/см*), $|b_2^0| \sim 0{,}01$, $|b_3^0| \sim 0{,}05$, величина накачки выбрана $\sim 3\cdot 10^{-6}$ (напряженность поля $\sim 0{,}1$ *МВ/см*); при указанных параметрах генерируемой нелинейной ионно-звуковой волны нагрев плазмы оказывается $\sim 2\cdot 10^2$ *град/с*. Эффективность нагрева плазмы под действием вистлеров оказывается на несколько порядков выше, чем под действием альфвеновских волн. Это связано с тем, что коэффициент трансформации вистлеров в ионный звук больше, чем для альфвеновских волн (см. формулы (7), (8)). Отметим, что с ростом температуры растет скорость ионного звука, т. е. нарушаются условия синхронизма (4), поэтому необходимо адиабатически изменять частоту накачки по закону $\sim T^{-1/2}$, так, чтобы условия (4) в течение определенного времени нагрева оставались неизменными.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. И. Рабинович, С. М. Файнштейн, ЖЭТФ, 60, 1696 (1971).
2. Н. С. Петрухин, С. М. Файнштейн, ЖТФ, 45, 151 (1975).
3. С. М. Файнштейн, Физика плазмы, 2, № 5, 756 (1976).
4. В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, изд. Наука, М., 1967.
5. А. В. Гапонов, Л. А. Островский, М. И. Рабинович, Изв. вузов — Радиофизика, 13, 163 (1970).

Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию 25 октября 1976 г., после доработки 15 сентября 1977 г.

HEATING OF PLASMA IONS BY NONLINEAR ION-SOUND WAVES EXCITED BY WHISTLERS AND ALFVEN WAVES

S. M. Fainshtein

A mechanism is suggested of nonisothermal plasma ion heating by nonlinear ion-sound waves excited by whistlers and Alfven waves propagating along a stationary magnetic field. Stationary equations are derived and solved for the wave amplitudes. Estimations are given for the laboratory plasma.