ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXI, № 10 РАДИОФИЗИКА 1978

УДК 538 574 2 533 951

НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ, ПАДАЮЩЕЙ НА ПЛАЗМЕННЫЙ СЛОЙ, НАХОДЯЩИЙСЯ В ПРОДОЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. Ф. Дряхлушин, Ю. А. Романов

Исследовано нелинейное прохождение и отражение электромагнитной волны, нормально падающей на плазменный слой, находящийся в переменном продольном электрическом поле Найдены амплитуды прошедшей и отраженной нелинейных волн для различных частот падающей волны при зеркальном, квазизеркальном и квазидиффузном отражениях плазменных частиц от границ слоя. Явление обусловлено возникновением поперечных эховых токов на продольной и поперечной волнах вблизи границ слоя и последующим излучением ими поля в окружающее пространство При квазидиффузном отражении излучение носит дипольный характер, при зеркальном — квадрупольный. В первом случае амплитуды нелинейных волн наибольшие, когда частота падающей поперечной волны меньше частоты продольного поля, во втором случае зависимость от соотношения этих частот несущественна.

В [1] исследовано нелинейное прохождение нормально падающих на изотропный плазменный слой поперечных электромагнитных волн в случае, когда линейное прохождение каждой из волн отсутствует. Описанное явление существует в третьем порядке по внешнему полю и обусловлено возникновением поперечного эха на поперечных волнах [2]. Можно показать, что нелинейное прохождение и отражение нормально падающих волн существует во втором порядке при наличии электрических полей, меняющих скорости частиц в направлении распространения волн Ван-Кампена (в направлении нормали к границам слоя). Такая ситуация возникает, в частности, в слоях с анизотропным законом дисперсии плазменных частиц [3]. Еще более естественным является случай нелинейного прохождения и отражения поперечной волны, нормально падающей на изотропный плазменный слой, находящийся в переменном продольном электрическом поле. Решению такой задачи и посвящена настоящая работа. Рассматриваемое явление обусловлено возникновением поперечного эха второго порядка на продольной и поперечной волнах.

Частоты поперечных падающей, нелинейных отраженной и прошедшей волн считаются меньшими плазменной частоты. В этом случае линейное прохождение поперечных волн отсутствует и никакие другие известные механизмы нелинейности, кроме рассмотренного в работе, не приводят к появлению прошедшей волны на разностной частоте.

Поскольку плазменное эхо возникает в результате модуляции полями вначале меньшей, а затем большей частоты [4], характер нелинейного прохождения и отражения волны зависит от соотношения между частотами продольной ($\omega_{\parallel}$) и поперечной ($\omega_{\perp}$) волн.

Для определенности будем считать, что под действием продольного поля $\{E_z^{(\parallel)}\}$ волны Ван-Кампена зарождаются в плоскости $z = z_{\parallel}$, а под действием поперечного поля $\{E_x^{(\perp)}, H_y^{(\perp)}\}$ — в плоскости $z = z_\perp$, области вблизи $z_{\parallel,\perp}$ есть области существенного изменения воздействия соответствующих полей на плазменные частицы. Это могут быть области сильной локализации полей, точки поворота (при зеркальном отражении) или точки начала движения частиц (при диффузном отражении) в присутствии полей вне зависимости от их локализации, а также то и другое вместе. В частности, продольное поле в слое имеет постоянную составляющую и составляющие, локализованные вблизи границ. При этом максимум (плавный) поля может достигаться в середине слоя, а волны Ван-Кампена всегда начинаются на его границах, так как именно на них происходит существенное изменение движения частиц.

Рассмотрим сначала случай $\omega_\parallel < \omega_\perp$. Продольное поле $E_z^{(\parallel)}$ модулирует скорость v_z и создает волны плотности частиц с амплитудой $\Delta n(v_z) \sim E_z^{(\parallel)}$ и частотой $\omega_\parallel$ (волны Ван-Кампена первого порядка), начинающиеся в точке $z = z_\parallel$. В области локализации поля $H_y^{(\perp)}$ скорости частиц разворачиваются и возникает дополнительная модуляция скорости v_z с амплитудой $\Delta v_z^{(2)} \sim v_x H_y^{(\perp)}$ и частотой $\omega_\perp$. Первичные пучки начинают деформироваться. Из каждого первичного пучка частицы с разными v_x переходят в пучки с разными v_z. Число первичных пучков, принимающих участие в образовании каждого вторичного пучка, $\sim \Delta v_z^{(2)}$. Значения v_x частиц, переходящих в конкретный пучок, периодичны с частотой $\omega_\perp$. В силу наличия переменной составляющей плотности частиц с частотой $\omega_\parallel$ в первичном пучке во вторичном пучке возникает волна плотности v_x на частоте $\omega_\perp - \omega_\parallel$ с амплитудой $\sim v_x^2 E_z^{(\parallel)} H_y^{(\perp)}$ (вторичная волна Ван-Кампена), начинающаяся в точке $z = z_\perp$. Соответствующая функция распределения имеет вид

$$f^{(2)} \sim E_z^{(\parallel)} H_y^{(\perp)} v_x \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \exp\left\{ i \left[(\omega_\parallel - \omega_\perp) t - \frac{\omega_\parallel}{v_z}(z - z_\parallel) + \frac{\omega_\perp}{v_z}(z - z_\perp) \right] \right\}. \tag{1}$$

В области эха

$$z = z_\parallel + \frac{\omega_\perp}{\omega_\perp - \omega_\parallel}(z_\perp - z_\parallel) \tag{2}$$

возникает эховый всплеск тока

$$j = A\left[E^{(\parallel)} H^{(\perp)}\right], \tag{3}$$

где A — скалярная функция от $\omega_{\perp,\parallel}$, зависящая от характера взаимодействия плазменных частиц с границами слоя. Действие поля $E_x^{(\perp)}$ и силы $v_z H_y^{(\perp)}$ не приводит к перегруппировке частиц между пучками, поэтому соответствующие волны Ван-Кампена дают малый вклад в эховый ток. Таким образом, в рассматриваемом случае вклад в эхо дает сила Лоренца. Если всплеск тока (3) возникает на границе слоя, то появляются нелинейные отраженная или прошедшая волны. Это происходит при частотах, удовлетворяющих равенству

$$n_1 \omega_\parallel = n_2 \omega_\perp \tag{4}$$

($n_{1,2}$ — целые числа).

В случае $\omega_\perp < \omega_\parallel$ физическая картина возникновения эха иная. В области $z_\perp$ под действием $E_x^{(\perp)}$ создается волна плотности v_x с частотой $\omega_\perp$ и амплитудой $\Delta v_x(v_z) \sim E_x^{(\perp)}$. Зависимость амплитуды волны v_x от v_z обусловлена неоднородностью поля $E_x^{(\perp)}$. Переменная плотность частиц не возникает. В области $z_\parallel$ под действием $E_z^{(\parallel)}$ начинается модуляция компоненты v_z с частотой $\omega_\parallel$ и амплитудой $\Delta v_z^{(2)} \sim E_z^{(\parallel)}$. Происходит деформация первичных пучков, образуются вторичные пучки. В результате перехода частиц из различных первичных волн Ван-Кампена, имеющих в силу разных v_z разную амплитуду волны $\Delta v_x^{(1)}$, во вторичных пучках возникает волна плотности v_x с модулированной амплитудой, в частности, волна на разностной частоте с амплитудой $\Delta v_x^{(2)} \sim E_x^{(\perp)} E_z^{(\parallel)}$, начинающаяся в точке $z_\parallel$. В области эха появляется всплеск тока

$$j = A'(\boldsymbol{E}^{(\parallel)}\boldsymbol{n})\boldsymbol{E}^{(\perp)} \tag{5}$$

($\boldsymbol{n}$ — нормаль к границам слоя). Условия возникновения нелинейных отраженной и прошедшей волн с точностью до обозначений те же, что и в предыдущем случае.

При количественном решении задачи будем исходить из кинетического уравнения для функции распределения

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{v}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}} + \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}[\boldsymbol{vH}]\right)\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{v}} = -\nu(f - f_0) \tag{6}$$

(f_0 — равновесная функция распределения) с граничными условиями зеркального, квазизеркального и квазидиффузного отражений плазменных частиц от границ слоя и уравнения непрерывности продольного тока

$$4\pi j^{(\parallel)} + \frac{\partial E^{(\parallel)}}{\partial t} = \frac{\partial E_0^{(\parallel)}}{\partial t} \tag{7}$$

($E_0^{(\parallel)}$ — внешнее продольное поле), определяющего совместно с (6) продольное поле в слое. Под квазидиффузным отражением понимается отражение с коэффициентом зеркальности $\beta \ll 1$. Для поперечного поля будем считать выполненным условие нормального скин-эффекта

$$\varkappa_\perp v_0 \ll |\omega_\perp + i\nu|, \tag{8}$$

где $\varkappa_\perp^{-1} = \dfrac{\sqrt{\omega_0^2 - \omega_\perp^2}}{c}$ — обратная толщина скин-слоя, ω_0 — плазменная частота, $\omega_\perp < \omega_0$, v_0 — средняя квадратичная скорость электронов, ν — частота их столкновений, c — скорость света. Толщину слоя d будем считать большой по сравнению с глубиной проникновения поперечного поля $\varkappa_\perp^{-1}$ и дебаевским радиусом и малой по сравнению с длиной свободного пробега частиц, т. е.

$$\frac{v_0}{\omega_0},\ \varkappa_\perp^{-1} \ll d \ll \frac{v_0}{\nu}. \tag{9}$$

При этих условиях поперечные поля определяются выражениями

$$E_x^{(\perp)} = E_0^{(\perp)} e^{i(\omega_\perp t - k_\perp z)}, \quad H_y^{(\perp)} = \frac{ck_\perp}{\omega_\perp} E_x^{(\perp)}. \tag{10}$$

Ниже раздельно рассмотрим случаи квазидиффузного, зеркального и квазизеркального отражений электронов от границ слоя.

1. КВАЗИДИФФУЗНОЕ ОТРАЖЕНИЕ

Пусть на границу $z=0$ слоя, находящегося в продольном поле частоты $\omega_\parallel$, нормально падает поперечная волна с частотой

$$\omega_\perp = 2\omega_\parallel . \tag{11}$$

С учетом (9) в этом случае продольное поле в слое может быть найдено из решения уравнений (6) и (7) для полуограниченной плазмы с чисто диффузно отражающей границей. Соответствующее решение найдено в [5] и для плазменного полупространства $z>0$ имеет вид

$$E_z^{(\parallel)} = -\frac{iE_0^{(\parallel)}}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{ikz}\,dk}{\eta_+(\omega_\parallel,0)\,\eta_-(\omega_\parallel,k)\,(k-i0)}, \tag{12}$$

где

$$\eta_\pm(\omega_\parallel,k) = \exp\left\{\pm\frac{1}{2\pi i}\int_{C\pm}\ln\varepsilon(\omega_\parallel,k')\frac{dk'}{k'-k}\right\}, \tag{13}$$

$$\varepsilon(\omega_\parallel,k) = \eta_+(\omega_\parallel,k)\,\eta_-(\omega_\parallel,k)$$

— продольная диэлектрическая проницаемость неограниченной плазмы. Интегрирование в (13) ведется по действительной оси с обходом полюса $k'=k$ снизу для $\eta_+(\omega_\parallel,k)$ и сверху для $\eta_-(\omega_\parallel,k)$. Согласно (2) при условии (11) вблизи $z=d$ возникает эховый ток и появляется нелинейная прошедшая волна на частоте $\omega=\omega_\parallel$. Вклад в эховый ток дают те электроны, которые возмущаются полем $E_z^{(\parallel)}$ у границы $z=d$, а затем зеркально отражаются от границы $z=0$, возмущенные при этом полем $H_y^{(\perp)}$. Число таких электронов пропорционально коэффициенту зеркальности β границы $z=0$. Решая последовательно кинетическое уравнение (6) в первом и втором порядках теории возмущений на участках I$(d-0)$ и II$(0-d)$, следуя указанным траекториям электронов и используя граничные условия

$$f_{\rm I}^{(1,2)}(z=d,\ v_z<0)=0,\quad f_{\rm II}^{(1,2)}(z=0,\ v_z>0) = \beta f_{\rm I}^{(1,2)}(z=0,\ v_z<0), \tag{14}$$

получим

$$f_{\rm I}^{(1)}(v_z<0) = -\frac{eE_0^{(\parallel)}}{2\pi m|v_z|}\frac{\partial f_0}{\partial|v_z|}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{ik(d-z)}\,dk}{\eta_+(\omega_\parallel,0)\eta_-(\omega_\parallel,k)(k-i0)\left(k-\dfrac{\omega_\parallel+i\nu}{|v_z|}\right)},$$

$$f_{\rm II}^{(1)}(v_z>0) = -\frac{\beta eE_0^{(\parallel)}}{2\pi m v_z}\frac{\partial f_0}{\partial v_z}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\exp\left(ikd+i\dfrac{\omega_\parallel+i\nu}{v_z}z\right)dk}{\eta_+(\omega_\parallel,0)\,\eta_-(\omega_\parallel,k)\,(k-i0)\left(k-\dfrac{\omega_\parallel+i\nu}{v_z}\right)},$$

$$f_{\rm I}^{(2)}(v_z<0) = -\frac{e^2\varkappa_\perp E_0^{(\parallel)}E_0^{(\perp)}}{2\pi m^2\omega_\perp|v_z|^3}v_x\frac{\partial f_0}{\partial|v_z|}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{ik(d-z)}}{\eta_+(\omega_\parallel,0)\,\eta_-(\omega_\parallel,k)}\times$$
$$\times\frac{dk}{\left(k+\dfrac{\omega_\perp-\omega_\parallel-i\nu}{|v_z|}-i\varkappa_\perp\right)\left(k-\dfrac{\omega_\parallel+i\nu}{|v_z|}\right)^2}, \tag{15}$$

$$f_{\mathrm{II}}^{(2)}(v_z>0)=-\frac{\beta e^2 \varkappa_\perp E_0^{(\parallel)}E_0^{(\perp)}}{2\pi m^2\omega_\perp^2 v_z^2}v_x\frac{\partial f_0}{\partial v_z}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{ikd}\exp\left(-i\frac{\omega_\perp-\omega_\parallel-i\nu}{v_z}z\right)}{\eta_+(\omega_\parallel,0)\eta_-(\omega_\parallel,k)}\times$$

$$\times\left[1+\frac{\omega_\perp}{v_z\left(k+\frac{\omega_\perp-\omega_\parallel-i\nu}{v_z}-i\varkappa_\perp\right)}\right]\frac{dk}{\left(k-\frac{\omega_\parallel+i\nu}{v_z}\right)^2}.$$

Нетрудно видеть, что вклад в эхо в интересующем нас выражении для $f_{\mathrm{II}}^{(2)}$ дает только полюс второго порядка $k=\frac{\omega_\parallel+i\nu}{v_z}$. Поэтому имеем

$$f_{\mathrm{II}}^{(2)}(v_z>0)=\frac{2\beta e^2\varkappa_\perp dE_0^{(\parallel)}E_0^{(\perp)}}{m^2\omega_\perp^2 v_z^2}v_x\frac{\partial f_0}{\partial v_z}\times$$

$$\times\frac{\exp\left[i\left(\frac{\omega_\parallel+i\nu}{v_z}d-\frac{\omega_\perp-\omega_\parallel-i\nu}{v_z}z\right)\right]}{\eta_+(\omega_\parallel,0)\eta_-\left(\omega_\parallel,\frac{\omega_\parallel}{v_z}\right)}. \tag{15'}$$

В частности, если в качестве $\varepsilon(\omega_\parallel, k)$ использовать квазигидродинамическое выражение

$$\varepsilon(\omega_\parallel, k)=1-\frac{\omega_0^2}{\omega_\parallel^2-\frac{k^2v_T^2}{2}}, \tag{16}$$

то

$$f_{\mathrm{II}}^{(2)}(v_z>0)=\frac{2\beta e^2\varkappa_\perp dE_0^{(\parallel)}E_0^{(\perp)}}{m^2\omega_\perp^2 v_z^2\sqrt{\varepsilon(\omega_\parallel,0)}}v_x\frac{\partial f_0}{\partial v_z}\frac{\left(1-\sqrt{2}\frac{v_z}{v_T}\right)}{\left(1-\frac{v_z}{v_T}\right)\sqrt{2\varepsilon(\omega_\parallel,0)}}\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{\nu(d+z)}{v_z}\right)\exp\left[i\frac{\omega_\parallel d-(\omega_\perp-\omega_\parallel)z}{v_z}\right]. \tag{17}$$

Функция $f_{\mathrm{II}}^{(2)}$ определяет плотность эхового тока, текущего вблизи границы $z=d$:

$$j_x^{(2)}=e\int\limits_0^\infty dv_z\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}v_x f_{\mathrm{II}}^{(2)}dv_x\,dv_y. \tag{18}$$

Легко видеть, что этот ток существует лишь в узком слое $\sim\frac{v_0}{\omega_\parallel}$.

Полный ток отличен от нуля и определяет амплитуду прошедшей волны в дипольном приближении

$$E_x^{(\parallel,\perp)}(z=d)=\frac{2i\pi\beta e^3\varkappa_\perp dE_0^{(\parallel)}E_0^{(\perp)}}{m^2c\,\omega_\parallel^3\left(1+\sqrt{\varepsilon(\omega_\parallel,0)}\right)}\varphi_1(\omega_\parallel, v_0), \tag{19}$$

где

$$\varphi_1(\omega_\parallel, v_0) = -\int\limits_0^\infty dv_z \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\!\!\int \frac{v_x^2}{v_z}\,\frac{\partial f_0}{\partial v_z}\,\frac{\exp\left(-\dfrac{2\nu d}{v_z}\right) dv_x\, dv_y}{\eta_+(\omega_\parallel, 0)\,\eta_-\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_z}\right)}. \qquad (20)$$

В частности, для максвелловской равновесной функции распределения

$$\varphi_1(\omega_\parallel, v_0) \sim \frac{n_0\left[1-\Phi\left(\dfrac{v_c}{v_T}\right)\right]}{\eta_+(\omega_\parallel, 0)\,\eta_-\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_T}\right)}, \qquad (20а)$$

для фермиевской равновесной функции распределения при $T=0$ —

$$\varphi_1(\omega_\parallel, v_0) \sim \frac{n_0\left(1-\dfrac{3}{2}\,\dfrac{v_c}{v_F}+\dfrac{1}{2}\,\dfrac{v_c^3}{v_F^3}\right)}{\eta_+(\omega_\parallel, 0)\,\eta_-\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_F}\right)}, \qquad (20б)$$

где

$$v_T = \sqrt{\frac{2}{3}}\, v_0 = \sqrt{\frac{2T}{m}},$$

$$v_F = \sqrt{\frac{5}{3}}\, v_0 = \frac{(3\pi^2 n_0)^{1/3}\hbar}{m},$$

T — температура, $\Phi\left(\dfrac{v_c}{v_T}\right)$ — интеграл вероятности, n_0 — концентрация электронов, v_c — граничная скорость, определяемая либо столкновениями электронов (при этом $v_c \sim 2\nu d$), либо диффузией в пространстве скоростей, обусловленной кулоновскими столкновениями и приводящей к быстрому сглаживанию мелких осцилляций функции распределения [6].

Для квазигидродинамического выражения (16) и максвелловской функции распределения имеем ($\omega_\parallel < \omega_0$)

$$E_x^{(\parallel,\perp)}(z=d) = \frac{\pi\beta e^3 n_0 \varkappa_\perp d \exp\left[\,|2\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1}\right]}{m^2 c\,\omega_\parallel^3\,|\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|\left(1+\sqrt{\varepsilon(\omega_\parallel, 0)}\right)}\, E_0^{(\parallel)} E_0^{(\perp)} \times$$

$$\times\left\{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(1+i\,|\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1/2}\right)\left[1-\Phi\left(|2\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1/2}\right)-\right.\right. \qquad (21)$$

$$\left.\left.-\frac{i}{\pi}\,\mathrm{Ei}\left(-|2\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1}\right)\right]-i\exp\left[-|2\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1}\right]\right\},$$

где $\mathrm{Ei}(-x)$ — интегральная показательная функция. При получении (21) было положено $v_c = 0$.

В рассмотренном случае кроме прошедшей возникает и отраженная волна, но значительно меньшей амплитуды ($\sim \beta^3$).

Рассмотрим теперь случай противоположного соотношения частот

$$\omega_{\parallel} = 2\omega_{\perp}. \tag{22}$$

При этом возникает только отраженная от слоя нелинейная волна с частотой $\omega = \omega_{\perp}$. Эффект обусловлен электронами, которые возмущаются полем $E_x^{(\perp)}$ у поверхности $z = 0$ слоя, а затем зеркально отражаются от границы $z = d$, возмущаясь одновременно полем $E_z^{(\parallel)}$. Аналогично предыдущему случаю найдем интересующую нас волну Ван-Кампена второго порядка:

$$f_{\text{II}}^{(2)}(v_z < 0) = -\frac{i\beta e^2 dE_0^{(\perp)}E_0^{(\parallel)}}{m^2\omega_{\perp}|v_z|^2\eta_+(\omega_{\parallel}, 0)}\frac{\partial f_0}{\partial v_x}\times$$
$$\times\left[\eta_-^{-1}\left(\omega_{\parallel}, \frac{\omega_{\parallel}}{|v_z|}\right) + \eta_-^{-1}\left(\omega_{\parallel}, -\frac{\omega_{\parallel}}{|v_z|}\right)\right]\times \tag{23}$$
$$\times\exp\left[-\frac{\nu}{|v_z|}(2d - z)\right]\exp\left[i\frac{(\omega_{\parallel} - 2\omega_{\perp})d - (\omega_{\parallel} - \omega_{\perp})z}{|v_z|}\right].$$

В отличие от случая $\omega_{\parallel} < \omega_{\perp}$ эховые колебания при $\omega_{\perp} < \omega_{\parallel}$ обусловлены только электрическими силами в кинетическом уравнении (6). Амплитуда нелинейной отраженной от слоя волны, связанной с дипольным излучением, равна

$$E_x^{(\perp,\parallel)}(z = 0) = -\frac{2\beta e^3 dE_0^{(\perp)}E_0^{(\parallel)}\varphi_2(2\omega_{\perp}, v_0)}{m^2 c\,\omega_{\perp}^2\eta_+(2\omega_{\perp}, 0)\left(1 + \sqrt{\varepsilon(\omega_{\perp}, 0)}\right)}, \tag{24}$$

где

$$\varphi_2 = \int_0^{\infty}\exp\left(-\frac{2\nu d}{|v_z|}\right)\frac{d|v_z|}{|v_z|}\left[\eta_-^{-1}\left(2\omega_{\perp}, \frac{2\omega_{\perp}}{|v_z|}\right) + \right.$$
$$\left. + \eta_-^{-1}\left(2\omega_{\perp}, -\frac{2\omega_{\perp}}{|v_z|}\right)\right], \iint_{-\infty}^{+\infty} f_0\,dv_x\,dv_y. \tag{25}$$

Для максвелловской плазмы

$$\varphi_2 \sim -\frac{\sqrt{\pi}n_0}{v_T}\,\mathrm{Ei}\left(-\frac{v_c^2}{v_T^2}\right)\left[\eta_-^{-1}\left(2\omega_{\perp}, \frac{2\omega_{\perp}}{v_T}\right) + \eta_-^{-1}\left(2\omega_{\perp}, -\frac{2\omega_{\perp}}{v_T}\right)\right], \tag{25а}$$

для фермиевской «ступеньки» ($v_c \ll v_F$) —

$$\varphi_2 \sim \frac{3\pi n_0}{2v_F}\left[\ln\left(\frac{v_F}{v_c}\right) - \frac{1}{2}\right]\left[\eta_-^{-1}\left(2\omega_{\perp}, \frac{2\omega_{\perp}}{v_F}\right) + \eta_-^{-1}\left(2\omega_{\perp}, -\frac{2\omega_{\perp}}{v_F}\right)\right]. \tag{25б}$$

Для квазигидродинамического выражения (16) при $\omega_{\parallel} < \omega_0$

$$E_x^{(\perp,\parallel)}(z = 0) = \frac{4\sqrt{\pi}\beta e^3 n_0 d E_0^{(\perp)}E_0^{(\parallel)}}{m^2 c\,\omega_{\perp}^2 v_T\sqrt{|\varepsilon(2\omega_{\perp}, 0)|}\left(1 + \sqrt{\varepsilon(\omega_{\perp}, 0)}\right)}\times$$
$$\times\left\{i\,\mathrm{Ei}\left(-\frac{v_c^2}{v_T^2}\right) - (i + |\varepsilon(2\omega_{\perp}, 0)|^{-1/2})\exp\left[(1/2)|\varepsilon(2\omega_{\perp}, 0)|^{-1}\right]\times\right. \tag{26}$$
$$\left.\times\,\mathrm{Ei}\left(-\frac{1}{2}|\varepsilon(2\omega_{\perp}, 0)|^{-1} - \frac{v_c^2}{v_T^2}\right)\right\}.$$

Сравним амплитуды возбуждаемых волн при $\omega_\perp = 2\omega_\parallel$ и при $\omega_\parallel = 2\omega_\perp$. Например, для максвелловской функции распределения имеем

$$\left|\frac{E_x^{(\perp,\parallel)}}{E_x^{(\parallel,\perp)}}\right| \sim \frac{\omega_1}{\varkappa_\perp v_T}\,\mathrm{Ei}\left(-\frac{v_c^2}{v_T^2}\right), \tag{27}$$

$$\omega_1 = \min(\omega_\parallel, \omega_\perp),$$

т. е. при нормальном скин-эффекте амплитуда излучаемых волн наибольшая в случае, когда частота поперечного поля меньше частоты продольного поля.

2. ЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЕ

В этом случае вследствие зеркальности границ волны Ван-Кампена, возбуждаемые сторонними полями, приводят к возникновению большого числа всплесков эховых токов в слое. При условии (4) происходит наложение большого числа эховых колебаний в одной точке, т. е. возникает эховый резонанс электромагнитных волн, аналогичный эховому резонансу продольных плазменных колебаний, рассмотренному в работах [7, 8]. Амплитуда эховых токов при этом пропорциональна квадрату отношения длины свободного пробега электронов к толщине слоя. При $\omega_\perp = 2\omega_\parallel$ эховые резонансные токи на частоте $\omega_\parallel$ возникают вблизи обеих границ плазменного слоя, при $\omega_\parallel = 2\omega_\perp$ эховый резонансный ток на частоте $\omega_\perp$ отсутствует (см. ниже).

Рассмотрим сначала случай $\omega_\perp = 2\omega_\parallel$. При решении уравнений (6) и (7) удобно перейти к безграничной задаче. Для этого зеркально отразим все величины относительно одной из границ слоя, а затем разложим их в ряд Фурье с периодом $2d$. В результате получим для продольного поля и линейной функции распределения

$$E_\omega^{(1)} = \frac{2E_0^{(\parallel)}}{id}\sum_k \frac{e^{ikz}}{k\,\varepsilon(\omega_\parallel, k)}; \tag{28}$$

$$f_\omega^{(1)} = -\frac{2eE_0^{(\parallel)}}{md}\frac{\partial f_0}{\partial v_z}\sum_k \frac{e^{ikz}}{k(\omega + i\nu - kv_z)\,\varepsilon(\omega_\parallel, k)},$$

$$k = \frac{(2n+1)\pi}{d}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2\ldots \tag{29}$$

Подставляя (28) и (29) в кинетическое уравнение (6) и разрешая его, во втором порядке теории возмущений получим для волны Ван-Кампена второго порядка на частоте $\omega_\parallel$ при $\nu d \ll v_z$

$$f^2(z, t) = \frac{2e^2\varkappa_\perp d E_0^{(\parallel)} E_0^{(\perp)} v_x \dfrac{\partial f_0}{\partial v_z}\left[1 - \exp\left(i\dfrac{\omega_\parallel + i\nu}{v_z}d\right)\right]}{m^2 v_z^2\left(4\omega_\parallel^2 + \varkappa_\perp^2 v_z^2\right)\varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_z}\right)\left(1 + \exp\left(i\dfrac{\omega_\parallel + i\nu}{v_z}d\right)\right)^2} \times$$

$$\times \frac{\exp\left(-i\dfrac{\omega_\parallel - i\nu}{v_z}z\right)}{\left(1 - \exp\left(-2i\dfrac{\omega_\parallel - i\nu}{v_z}d\right)\right)}. \tag{30}$$

В том же приближении для эхового тока имеем

$$j_x^{(2)} \approx \frac{e^3 \varkappa_\perp E_0^{(\parallel)} E_0^{(\perp)}}{8 m^2 \omega_\parallel^2 \nu^2 d} e^{i\omega_\parallel t} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\exp\left(-i \frac{\omega_\parallel}{v_z} z\right) - \exp\left[-i \frac{\omega_\parallel}{v_z}(z-d)\right]\right) \times$$
$$\times \frac{v_x^2 v_z \dfrac{\partial f_0}{\partial v_z} d^3 v}{|v_z| \varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_z}\right)}. \tag{31}$$

Из (31) видно, что полный ток, текущий вдоль каждой поверхности слоя, равен нулю. Поэтому дипольное излучение эховых токов отсутствует, в отличие от случая квазидиффузного отражения. Нелинейные отраженная и прошедшая волны возникают в квадрупольном приближении. Они находятся из решения волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 E_x^{(\parallel,\perp)}}{\partial z^2} + \frac{\omega_\parallel^2}{c^2} \varepsilon(\omega_\parallel, 0) E_x^{(\parallel,\perp)} = \frac{4\pi i \omega_\parallel}{c^2} j_x^{(2)} \tag{32}$$

при условии непрерывности E_x и H_y на границах слоя. Соответствующие вычисления дают для полей на границах слоя

$$E_x^{(\parallel,\perp)} = \pm \frac{\pi i e^3 \varkappa_\perp E_0^{(\parallel)} E_0^{(\perp)} \Psi_1(\omega_\parallel, v_0)}{2 m^2 c^2 \omega_\parallel^3 \nu^2 d [1 + i |\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1/2}]}, \tag{33}$$

где верхний знак относится к отраженной от слоя волне, нижний — к прошедшей,

$$\Psi_1(\omega_\parallel, v_0) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_x^2 v_z^2 \dfrac{\partial f_0}{\partial v_z}}{\varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_z}\right)} \operatorname{sgn} v_z d^3 v. \tag{34}$$

Для максвелловской равновесной функции распределения

$$\Psi_1(\omega_\parallel, v_0) \sim -\frac{n_0 v_T^3}{\sqrt{\pi} \varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_T}\right)}, \tag{34a}$$

для фермиевской равновесной функции распределения при $T = 0$

$$\Psi_1(\omega_\parallel, v_0) \sim -\frac{n_0 v_F^3}{8 \varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_F}\right)}. \tag{34б}$$

В квазигидродинамическом случае имеем

$$E_x^{(\parallel,\perp)} = \mp \frac{i\sqrt{\pi} e^3 n_0 \varkappa_\perp v_T^3 E_0^{(\parallel)} E_0^{(\perp)}}{4 m^2 c^2 \omega_\parallel^3 \nu^2 d |\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^2 [1 + i|\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1/2}]} \times$$
$$\times \Big[1 - |\varepsilon(\omega_\parallel, 0)| + \frac{1}{2} \exp[|2\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1}](1 + |\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1}) \times$$
$$\times \operatorname{Ei}(-|2\varepsilon(\omega_\parallel, 0)|^{-1})\Big]. \tag{35}$$

Если отражение электронов от границ слоя не идеально зеркальное, но близко к нему, точнее, доля электронов, отраженных диффузно,

$$1 - \beta \ll 1 - \exp\left(-\frac{\nu d}{v_0}\right), \tag{36}$$

то полный эховый ток, текущий вдоль каждой поверхности слоя, не равен нулю. (Проведенное выше для зеркального отражения рассмотрение остается при этом справедливым.) Дополнительная амплитуда нелинейных отраженной и прошедшей волн, обусловленных этим эховым током, определяется формулой

$$E_x^{(\parallel,\perp)} \approx \frac{\pi i (1-\beta) e^3 \varkappa_\perp E_0^{(\parallel)} E_0^{(\perp)}}{2 m^2 c\, \omega_\parallel^3 \nu^2 d \left[1 + \sqrt{\varepsilon(\omega_\parallel, 0)}\right]} \Psi_2(\omega_\parallel, v_0), \tag{37}$$

где

$$\Psi_2(\omega_\parallel, v_0) = \int\limits_0^\infty dv_z \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_x^2 v_z \dfrac{\partial f_0}{\partial v_z}}{\varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_z}\right)} dv_x dv_y. \tag{38}$$

Для максвелловской плазмы

$$\Psi_2(\omega_\parallel, v_0) \sim -\frac{n_0 v_T^2}{4\varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_T}\right)}, \tag{38а}$$

для фермиевской «ступеньки» —

$$\Psi_2(\omega_\parallel, v_0) \sim -\frac{2 n_0 v_F^2}{5\varepsilon\left(\omega_\parallel, \dfrac{\omega_\parallel}{v_F}\right)}. \tag{38б}$$

При $\omega_\parallel > \omega_\perp$ решение задачи аналогично, но здесь, в отличие от случая $\omega_\parallel < \omega_\perp$, эховые токи определяются только электрическими силами в кинетическом уравнении (6). Сразу приведем выражение для волны Ван-Кампена второго порядка, определяющей интересующие нас эховые токи вблизи поверхности:

$$\begin{gathered} f^{(2)}(z, t) = -\left[8 e^2 \varkappa_\perp \omega_\perp d E_0^{(\perp)} E_0^{(\parallel)} \frac{\partial f_0}{\partial v_x}\left(1 - \exp\left(-i\frac{\omega_\parallel}{v_z} d\right)\right) \exp\left(2i\frac{\omega_\perp - i\nu}{v_z} d\right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(-i\frac{\omega_\parallel - \omega_\perp - i\nu}{v_z} z\right)\right] \left[m^2 \omega_\parallel v_z (\omega_\perp^2 + \varkappa_\perp^2 v_z^2)\, \varepsilon\left(\omega_\parallel, \frac{\omega_\parallel}{v_z}\right) \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \exp\left(2i\frac{\omega_\perp + i\nu}{v_z} d\right)\right)^2 \left(1 - \exp\left(-2i\frac{\omega_\parallel - \omega_\perp - i\nu}{v_z} d\right)\right)\right]^{-1}. \end{gathered} \tag{39}$$

Нетрудно видеть, что при условии $\omega_\parallel = 2\omega_\perp$ плотность эхового тока обращается в нуль. Это связано с тем, что при $\omega_\parallel > \omega_\perp$ существуют две области зарождения вторичной модуляции волн Ван-Кампена ($z = 0$ и $z = d$). Каждая из них при выполнении соотношений

$$n_1 \omega_\parallel = 2 n_2 \omega_\perp, \quad 2 n_2 > n_1 \tag{40}$$

($n_{1,2}$ — целые числа) возбуждает эховые токи вблизи границы $z=0$, сдвинутые по фазе на π.

Рассмотрим поэтому поведение системы при условии $\omega_\parallel = 3\omega_\perp$. Плотность эховых токов при этом определяется формулой

$$j_x^{(2)}(z, t) \approx -\frac{4e^3\varkappa_\perp E_0^{(\perp)}E_0^{(\parallel)}}{27m^2\omega_\perp^2\nu^2 d} e^{2i\omega_\perp t}\int \frac{v_x v_z \dfrac{\partial f_0}{\partial v_x}}{\varepsilon\left(3\omega_\perp, \dfrac{3\omega_\perp}{v_z}\right)} \times \tag{41}$$
$$\times\left[\exp\left(-2i\frac{\omega_\perp}{v_z}z\right) - \exp\left(-2i\frac{\omega_\perp}{v_z}\left(z-\frac{d}{2}\right)\right) + \exp\left(-2i\frac{\omega_\perp}{v_z}(z-d)\right)\right]\times$$
$$\times \operatorname{sgn} v_z\, d^3v,$$

т. е. возникают «нелинейные» прошедшая и отраженная волны и, кроме того, всплеск эховых токов в середине слоя. Амплитуда возбуждаемых волн, обусловленная квадрупольным излучением этих токов, равна

$$E_x^{(\perp,\parallel)}(z=0, d) = -\frac{8\pi i e^3\varkappa_\perp E_0^{(\perp)}E_0^{(\parallel)}\Psi_1(3\omega_\perp, v_0)}{27m^2c^2\omega_\perp^3\nu^2 d\left(1+i\,|\,\varepsilon(2\omega_\perp, 0)|^{-1/2}\right)}. \tag{42}$$

В частности, для квазигидродинамики

$$E_x^{(\perp,\parallel)}(z=0, d) = \frac{4\sqrt{\pi}\, i e^3 n_0\varkappa_\perp v_T^3 E_0^{(\perp)}E_0^{(\parallel)}}{27m^2c^2\omega_\perp^3\nu^2 d\,|\,\varepsilon(3\omega_\perp, 0)|^2\left(1+i\,|\,\varepsilon(2\omega_\perp, 0)|^{-1/2}\right)}\times$$
$$\times\left[1-|\,\varepsilon(3\omega_\perp, 0)| + \frac{1}{2}\left(1+|\,\varepsilon(3\omega_\perp, 0)|^{-1}\right)e^{|2\varepsilon(3\omega_\perp, 0)|^{-1}}\times \right. \tag{43}$$
$$\left.\times \operatorname{Ei}\left(-|\,2\varepsilon(3\omega_\perp, 0)|^{-1}\right)\right].$$

При квазизеркальном отражении наряду с (42) возникает дополнительное слагаемое

$$E_x^{(\perp,\parallel)}(z=0, d) = \pm\frac{8\pi i(1-\beta)e^3\varkappa_\perp E_0^{(\perp)}E_0^{(\parallel)}\Psi_2(3\omega_\perp, v_0)}{27m^2c\,\omega_\perp^3\nu^2 d\left(1+\sqrt{\varepsilon(2\omega_\perp, 0)}\right)}. \tag{44}$$

Нетрудно видеть, что в случае зеркального и квазизеркального отражения электронов величины $E_x^{(\parallel,\perp)}$ и $E_x^{(\perp,\parallel)}$ одного порядка, в отличие от случая квазидиффузного отражения, при котором амплитуда излучаемых волн наибольшая при $\omega_\perp < \omega_\parallel$.

Сравним амплитуды возбуждаемых нелинейных волн при квазидиффузном и при зеркальном отражениях электронов от поверхности при $\omega_\perp = 2\omega_\parallel$:

$$\left|\frac{E_{\text{к.д}}^{(\parallel,\perp)}}{E_{\text{з}}^{(\parallel,\perp)}}\right| \sim \beta\frac{c}{v_T}\left(\frac{\nu d}{v_T}\right)^2, \tag{45}$$

т. е. в зависимости от параметров плазменного слоя амплитуда излучаемых волн может быть больше как в одном, так и в другом случае. Это связано с дипольным излучением при квазидиффузном отражении и наличием эховых резонансов при зеркальном отражении.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. П. Кемоклидзе, Л. П. Питаевский, Письма в ЖЭТФ, 11, № 10, 508 (1970)
2. М. П. Кемоклидзе, Л. П. Питаевский, ЖЭТФ, 58, № 5, 1853 (1970).
3. С. М. Дикман, Г. И. Левиев, ЖЭТФ, 67, № 5(11), 1843 (1974).
4. R. W. Gould, T. M. O'Neil and J. H. Malmberg, Phys. Rev. Lett., 19, 219 (1967).
5. В. Ф. Дряхлушин, Ю. А. Романов, ЖТФ, 38, № 9, 1442 (1968).
6. Б. Б. Кадомцев, УФН, 95, № 1, 111 (1968).
7. В. Ф. Дряхлушин, Ю. А. Романов, Физика плазмы, 2, № 5, 810 (1976).
8. В. Ф. Дряхлушин, Ю. А. Романов, Изв. вузов — Радиофизика, 20, № 8, 1132 (1977).

Научно-исследовательский физико-технический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию 30 апреля 1977 г.

NONLINEAR TRANSMISSION AND REFLECTION OF AN ELECTROMAGNETIC WAVE INCIDENT TO A PLASMA LAYER BEING IN THE LONGITUDINAL ELECTRIC FIELD

V. F. Dryakhlushin, Yu. A. Romanov

Nonlinear transmission and reflection of an electromagnetic wave normally incident into a plasma layer being in the variable longitudinal electric field is investigated. Amplitudes of transmitted and reflected nonlinear waves have been found for different frequencies of an incident wave at specular, quasi-specular and quasi-diffuse reflections of plasma particles from the layer boundaries. The phenomenon is due to the occurence of transverse echo currents at longitidinal and transverse waves close to the layer boundary followed radiation of the field to the surrounding space. With the quasi-diffuse reflection the radiation is of dipole character, with the specular one it is quadrupole. In the first case amplitudes of nonlinear waves are the largest when the frequency of an incident transverse wave is less than the frequency of the longitudinal field, in the second case the depedence on the relations of these frequencies is negligible.