ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 8 РАДИОФИЗИКА 1977

УДК 535.31

К ВОПРОСУ О СРЕДНЕМ ПОТОКЕ ЭНЕРГИИ ВО ФЛУКТУИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

В. Г. Гавриленко, М. Н. Кром, Н. С. Степанов

Методом возмущений в приближении геометрической оптики вычислена средняя плотность потока энергии плоской волны в среде с пространственно-временными флуктуациями параметров Показано, в частности, что на величину и знак среднего потока могут оказывать существенное влияние флуктуации интенсивности волны, связанные как с возмущением угла прихода, так и с продольной перегруппировкой лучей из-за дисперсии

В работе [1] (см. также обзор [2]) было отмечено, что статистические характеристики волн в среде с плавными пространственно-временными флуктуациями существенно зависят от дисперсионных свойств среды. В частности, вследствие параметрического энергообмена поля со средой средний поток энергии волны может как усиливаться, так и уменьшаться; имеет место также смещение средней частоты в спектре мощности поля в ту или иную сторону. Однако расчет последних эффектов был проведен лишь в пренебрежении корреляцией частоты и угла прихода волны, что фактически соответствует одномерному приближению. В связи с этим в настоящей заметке кратко обсудим более общий (трехмерный) случай, когда флуктуации угла прихода могут быть существенными.

Как и в [1], мы ограничимся решением уравнений геометрической оптики во втором приближении метода возмущений. Заметим, что вслед за [1] появились работы [3], в которых (также исходя из геометрооптического приближения) предпринята попытка обобщить результаты на случай больших флуктуаций путем перехода к уравнению диффузионного типа. Однако пределы применимости этого метода не вполне ясны, в то же время ввиду громоздкости промежуточных выкладок и получающихся уравнений анализ конкретных соотношений оказывается затруднительным. В частности, для диспергирующих сред в [3] приведены лишь некоторые оценки для изотропной плазмы (показатель преломления которой равен $n = 1 - \omega_p^2/\omega^2$) в предельном случае $\omega \gg \omega_p$. Качественные же результаты в сопоставимых ситуациях не отличаются от получаемых методом возмущений.

Будем исходить из соотношения (см. (3.7) в [1])

$$\langle S_{2x} \rangle = \frac{2n}{\omega} \langle \omega_1 \chi_1 \rangle + \frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial n}{\partial \omega} - \frac{n}{\omega} \right) \langle \omega_1^2 \rangle , \tag{1}$$

где S_x — плотность потока энергии в направлении распространения невозмущенной волны (оси x), $\omega_1(\boldsymbol{r}, t)$ и $\chi_1(\boldsymbol{r}, t)$ — флуктуации мгновенной частоты и уровня волны в первом приближении, $n(\omega, p)$ — показатель преломления, флуктуирующий из-за изменения некоторого параметра $p(\boldsymbol{r}, t)$. Используя приведенные там же выражения для ω_1 и χ_1, нетрудно после усреднения получить

$$\langle S_{2x}\rangle = S_1 + S_2 + S_3, \tag{2}$$

где

$$S_1 = \frac{n}{\omega}\left[\frac{1}{\omega} + \left(\frac{\partial n}{\partial\omega}\right) \quad \frac{\partial^2 n}{\partial\omega\,\partial p}\right]\langle\omega_1^2\rangle,$$

$$S_2 = \frac{x}{2}\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)^2 \frac{1}{c}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\rho_x \frac{\partial}{\partial\tau}\Delta_\perp R\,d\rho_x, \tag{3}$$

$$S_3 = -x\frac{n}{2\omega}\left(\frac{\omega}{c}\frac{\partial n}{\partial p}\right)^2 \frac{\partial}{\partial\omega}(u^{-1})\int\limits_{-\infty}^{\infty}\rho_x\frac{\partial^3 R}{\partial\tau^3}\,d\rho_x,$$

$$\langle\omega_1^2\rangle = -x\frac{\omega^2}{c^2}\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^2 R}{\partial\tau^2}\,d\rho_x.$$

Здесь u — групповая скорость волн, $R(\rho, \tau)$ — корреляционная функция параметра $p(\boldsymbol{r}, t)$, $\Delta_\perp = \dfrac{\partial^2}{\partial\rho_x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial\rho_z^2}$. Все интегралы в (3) берутся вдоль прямой $\rho_\perp = 0$, $\tau = \rho_x/u$.

Первый член в (3) был рассмотрен в [1]. Величины S_2 и S_3 учитывают корреляцию частоты $\omega_1(\boldsymbol{r}, t)$ с составляющими $\chi_1(\boldsymbol{r}, t)$, соответственно обусловленными флуктуациями угла прихода и перегруппировкой частотно-модулированных волн из-за дисперсии. Поясним подробнее физический смысл вклада этих факторов. Заметим сначала, что влияние их на средний поток энергии является существенно неквазистатическим эффектом. В самом деле, в среде с чисто пространственными флуктуациями параметров возмущения углов прихода приводят к перераспределению энергии по поперечному сечению и образованию выбросов интенсивности, однако средний поток энергии от этого не меняется. При наличии временных вариаций параметров $\left(\dfrac{\partial p}{\partial t} \neq 0\right)$ плотность мощности параметрического энергообмена пропорциональна $\dfrac{\partial p}{\partial t}e^{2\chi}$, и корреляция между флуктуациями $\dfrac{\partial p}{\partial t}$ и уровнем χ уже приводит к изменению среднего потока энергии. Поскольку величина $\dfrac{\partial p}{\partial t}$ вместе с тем определяет возмущение частоты ω [1], то в окончательный результат входит величина $\langle\omega_1\chi_1\rangle$, что и видно из формул (1)—(3). В диспергирующей среде выбросы интенсивности образуются также из-за перераспределения энергии в продольном направлении, корреляция которых с частотой снова дает вклад в средний поток.

Далее сделаем некоторые оценки для анизотропной корреляционной функции вида

$$R = R\left(\frac{\rho}{L}, \frac{\tau}{T}\right), \tag{4}$$

где обозначено $\rho = \Delta\sqrt{\rho_\perp^2/L_\perp^2 + \rho_x^2/L_\parallel^2}$, $\Delta_\perp$ и $L_\parallel$ имеют смысл соответственно поперечного и продольного масштаба корреляции. Учитывая, что при $|\rho_x| \to \infty$ $R \to 0$, интеграл в S_2 можно преобразовать к виду

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho_x \frac{\partial}{\partial \tau} \Delta_\perp R d\rho_x = -\frac{2}{u}\left(\frac{L_\parallel^2}{L_\perp^2}\right)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 R}{\partial \tau^2} d\rho_x, \tag{5}$$

так что согласно (3) величину S_2, как и S_1, можно выразить через дисперсию частоты $\langle\omega_1^2\rangle$. Это позволяет сравнивать составляющие S_2 и S_1 в (2) без уточнения конкретной зависимости $R(\rho, \tau)$ в (4). В частности, при переходе к одномерному случаю $(\Delta_\perp \gg L_\parallel)$ имеем $S_2 \ll |S_1|$. Как уже указывалось в [1], в отсутствие дисперсии $S_1 > 0$ (т. е. средний поток нарастает), а для изотропной плазмы—наоборот. В обратном случае, $L_\perp \ll L_\parallel$, преобладающим является член S_2, знак которого всегда положителен (аналогичный вывод для плотности энергии был сделан в [3]). В общем случае знак суммы $S_1 + S_2$ зависит как от закона дисперсии среды, так и от ее статистических свойств (соотношения между $\Delta_\perp$ и $\Delta_\parallel$).

Что касается последнего члена в (2), то в слабодиспергирующей среде им можно пренебречь (что подразумевалось в [1]). В общем случае, однако, он может конкурировать с остальными.

В качестве примера рассмотрим типичный закон дисперсии вида

$$n(\omega, p) = \sqrt{1 - \frac{p}{\omega^2 - \omega_0^2}}, \tag{6}$$

где, очевидно, параметр $p = \omega_p^2$ пропорционален плотности среды, ω_0 — резонансная частота, определяемая микроструктурой среды. В этом случае из (2)—(5) следует

$$S_1 + S_2 = \left[-\frac{n^2\omega_0^2 + \omega^2}{n\omega^2(\omega^2 - \omega_0^2)} + \left(\frac{\Delta_\parallel}{L_\perp}\right)^2 \frac{1}{n\omega^2}\right]\langle\omega_1^2\rangle,$$

$$S_3 = x\frac{\omega_p^2\omega^2(3n^2\omega_0^2 + \omega^2)}{8n^4(\omega^2 - \omega_0^2)^5}\frac{1}{c^3}\int_{-\infty}^{\infty} \rho_x \frac{\partial^3 R}{\partial \tau^3} d\rho_x. \tag{7}$$

Обратим внимание, что для статистически изотропной среды $(_\parallel L \ {}_\perp L)$ при $\omega_0 \to 0$ (что соответствует немагнитной плазме) сумма $S_1 + S_2$ в точности зануляется, и изменение потока энергии определяется только дисперсионным членом S_3. Оценки для конкретных видов функции $R(\rho, \tau)$ показывают, что член S_3 может быть существенным и в других случаях, в том числе и на частотах, далеких от резонансной $(|\omega - \omega_0| \gg \omega_0)$. Например, для гауссовой функции $R \sim \exp[-\rho^2/\Delta^2 - \tau^2/T^2]$ при $uT \ll L$ и $\omega \gg \omega_0$ имеем $S_3/S_1 = \frac{3}{16}\frac{u^2\omega_p^2}{c^2n^3\omega^2}$; в области $\omega \gtrsim \omega_p$ возможно $S_3/S_1 \gtrsim 1$.

Зная величину $\langle S_{2x} \rangle$, из (1) можно оценить также смещение максимума спектра мощности, которое оказывается равным $2\langle\omega_1\chi_1\rangle$[1]. Из вышесказанного тогда следует, что знак и модуль смещения спектра также зависят от дисперсионных и статистических свойств среды. Не вдаваясь в детали, отметим лишь, что в двух предельных случаях — в недиспергирующей среде и независимо от закона дисперсии при $L_\perp \ll \Delta_\parallel$ — смещение спектра происходит вверх.

Авторы признательны С. Н. Гурбатову и А. И. Саичеву за замечания по поводу применимости некоторых формул работы [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г Гавриленко, Н. С. Степанов, Изв высш уч. зав — Радиофизика, **16**, № 1, 69 (1973)
2. Yu. A. Kravtsov, L. A. Ostrovsky and N S. Stepanov, Proc. IEEE, **62**, № 11, 1492 (1974).
3. С. Н Гурбатов, А И. Саичев, Изв высш. уч. зав — Радиофизика, **18**, № 5, 724 (1975); **19**, № 9, 1359 (1976).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
1 декабря 1976 г.

THE MEAN ENERGY FLUX IN FLUCTUATING MEDIUM

V. G. Gavrilenko, M. N. Krom, N. S. Stepanov

The mean energy flux of a plane wave in a medium with spatial-time parameter fluctuations is calculated by the perturbation method in the geometrical optics approximation. It is shown, in particular, that the value and sense of the mean flux may be affected essentially by the wave intensity fluctuations associated both with the arrival angle perturbation and with the longitudinal ray regrouping due to dispersion.