ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 8 РАДИОФИЗИКА 1977

УДК 523.164.4

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНОМ АЛГОРИТМЕ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ГАЛАКТИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

А. А. Петровский

Проводится сравнительное рассмотрение различных алгоритмов обработки результатов наблюдений линейной поляризации распределенного галактического радиоизлучения при эталонировании отдельных областей неба методом вращения антенны линейной поляризации вокруг нормали к фронту волны. Решена задача выделения поляризационных характеристик при непостоянном побочном эффекте и неточном знании угла фарадеевского вращения плоскости поляризации в ионосфере. Оцениваются погрешности полученных результатов.

Известно [1–6], что измерения линейной поляризации галактического радиоизлучения осложняются различного рода побочными эффектами: поляризацией радиоизлучения Земли, непостоянством характеристик радиотелескопа при изменении поляризации антенны, асимметрией диаграммы направленности антенны и неоднородностью фона. Точность поляризационных измерений можно повысить, используя для калибровки радиополяриметров эталонные протяженные источники радиоизлучения, поляризационные характеристики которых определены с достаточной точностью. В работах [7–9] рассматривались некоторые методы эталонирования поляризационных характеристик отдельных областей. Однако методика, предложенная в указанных работах, является неоптимальной. В связи с этим ниже рассмотрена возможность оптимизации алгоритма обработки данных при эталонировании поляризационных характеристик отдельных областей с использованием ЭВМ.

1. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА

Для конкретности будем считать, как и в работах [7–9], что поляризационные измерения проводятся с помощью параболической антенны, в фокусе которой непрерывно вращается облучатель линейной поляризации с угловой скоростью Ω. В этом случае сигнал на выходе радиометра $T(t)$ можно представить в виде суммы ν гармоник с частотами, кратными Ω, и температуры $T_ш(t)$, характеризующей шумы радиометра:

$$T(t) = T_0 + \sum_{m=1}^{\nu} T_m \sin[m\,\Omega\, t + \chi_{\Sigma m}(t)] + T_ш(t), \tag{1}$$

где m — номер гармоники, T_m и $\chi_{\Sigma m}$ — эффективная температура и позиционный угол гармоники m, T_0 — «постоянная составляющая» антенной температуры.

Сигнал (1) должен обрабатываться на интервале $(-L, L)$, равном времени одного оборота облучателя телескопа; таким образом, чтобы осуществлялась селекция второй гармоники (остальные гармоники,

кратные угловой частоте Ω, по возможности должны подавляться). Кроме того, для улучшения отношения сигнала к шуму частотная характеристика этого преобразования должна занимать возможно меньшую площадь в полосе частот, определяемой временем усреднения τ радиометра.

Для решения этой задачи удобно применить математический аппарат теории оптимального обнаружения сигнала в помехах [10]. Оптимальный прием сигналов со случайной амплитудой и фазой, значения которых остаются постоянными на интервале обработки, можно осуществить двухканальной ортогональной корреляционной обработкой сигнала и его периодической «копии» с частотой 2Ω. Ниже будут рассмотрены общие вопросы линейных преобразований, определение их частотных характеристик, улучшение отношения сигнала к шуму, а также конкретная корреляционная обработка с помощью «копий» сигнала в виде «прямоугольной волны» и фурье-преобразования.

Известно [11, 12], что из функции $x(t)$, заданной в виде дискретных точек, можно получить новую функцию $x^{(1)}(t)$ с помощью линейного преобразования:

$$x^{(1)}(t) = \sum_{s=-2N}^{2N} h(\tau_s)\, x(t-\tau_s), \tag{2}$$

где $h(\tau_s)$ — весовой коэффициент, с которым берется функция $x(t-\tau_s)$ в точке $\tau_s = sL/2N$. Здесь и везде ниже для удобства рассмотрения предполагается, что интервал обработки $(-L, L)$ разбивается на $4N+1$ равноотстоящих точек, s — номер точки. Применяя преобразование (2) к функции (1), получим

$$\begin{aligned} T^{(1)}(t_i) = &\sum_{m=1}^{\nu} T_m R(m\Omega) \sin[m\Omega t_i + \chi_{\Sigma m}(t_i)] - \\ &- \sum_{m=1}^{\nu} T_m J(m\Omega) \cos[m\Omega t_i + \chi_{\Sigma m}(t_i)] + \\ &+ T_0 \sum_{s=-2N}^{2N} h\left(\frac{sL}{2N}\right) + \sum_{s=-2N}^{2N} h\left(\frac{sL}{2N}\right) T_{ш}\left(t_i - \frac{sL}{2N}\right), \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} R(m\Omega) &= \sum_{s=-2N}^{2N} h\left(\frac{sL}{2N}\right) \cos\left(m\Omega \frac{sL}{2N}\right), \\ J(m\Omega) &= \sum_{s=-2N}^{2N} h\left(\frac{sL}{2N}\right) \sin\left(m\Omega \frac{sL}{2N}\right), \end{aligned} \tag{4}$$

$R(m\Omega)$ и $J(m\Omega)$ определяют селектирующие свойства преобразования. Частотная характеристика преобразования (2) может быть получена из выражения (4):

$$|F(\omega)| = [R(\omega)^2 + J(\omega)^2]^{1/2}. \tag{5}$$

Эффективность селективных преобразований удобно оценивать по изменению уровня шумов в исходном и преобразованном процессах [11],

$$T_{ш}(t) \text{ и } T_{ш}^{(1)}(t) = \sum_{s=-2N}^{2N} h\left(\frac{sL}{2N}\right) T_{ш}\left(t - \frac{sL}{2N}\right),$$

т. е. по отношению

$$\rho = \alpha^{(1)}/\alpha, \tag{6}$$

где $\alpha = \dfrac{\overline{T_{ш}^2(t)}}{\overline{T_c^2}}$, $\alpha^{(1)} = \dfrac{\overline{T_{ш}^{(1)2}(t)}}{\overline{T_c^{(1)2}}}$. Для линейного преобразования (2) изменение уровня помехи вычисляется просто:

$$\alpha = \frac{\dfrac{1}{\Omega_{гр}}\displaystyle\int_0^{\Omega_{гр}} S_п(\omega)\,d\omega}{T_c^2}, \quad \alpha^{(1)} = \frac{\dfrac{1}{\Omega_{гр}}\displaystyle\int_0^{\Omega_{гр}} |F(\omega)|^2 S_п(\omega)\,d\omega}{|F(2\Omega)|^2 T_c^2}.$$

Если спектральная плотность шумов $S_п(\omega)$ постоянна в полосе частот $\Omega_{гр}$ и частотная характеристика преобразования нормирована так, что $|F(2\Omega)| = 1$, то коэффициент изменения уровня шумов ρ равен

$$\rho = \frac{1}{\Omega_{гр}}\int_0^{\Omega_{гр}} |F(\omega)|^2\,d\omega. \tag{7}$$

Таким образом, степень подавления шумов преобразованием (2) целиком определяется частотной характеристикой этого преобразования на интервале частот $\Omega_{гр}$.

Нелинейное преобразование, например корреляционное, $h(\tau) = x(\tau)$ при малом интервале обработки $(-L, L)$ применять нецелесообразно, так как степень подавления нежелательных гармоник при однократном преобразовании, равная $\delta_m^2 = T_m^2/T_c^2$, может оказаться малой при $T_m \sim T_c$.

При выделении второй гармоники из сигнала $T(t_i)$ в качестве весовой функции $h(sL/2N)$ можно использовать различные периодические функции. Для определения поляризационных характеристик на интервале $(-L, L)$ удобно использовать две взаимно ортогональные периодические весовые функции $h_1(sL/2N)$ и $h_2(sL/2N)$, равные

$$h_1\left(\frac{sL}{2N}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2N}\operatorname{sgn}\cos\frac{\pi s}{N}; \tag{8}$$

$$h_2\left(\frac{sL}{2N}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2N}\operatorname{sgn}\sin\frac{\pi s}{N}, \tag{9}$$

где $\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{2N}$ — нормировочный коэффициент.

Применив преобразования (8) и (9) к функции (1), получим суммарные параметры Стокса (с побочными эффектами) $Q_Σ(t_i)$ и $U_Σ(t_i)$ на интервале $(-L, L)$

$$\begin{aligned} Q_Σ(t_i) &= 2\,tg\frac{\pi}{2N}\sum_{s=-2N}^{2N} T\left(t_i - \frac{sL}{2N}\right)\operatorname{sgn}\cos\frac{\pi s}{N}, \\ U_Σ(t_i) &= 2\operatorname{tg}\frac{\pi}{2N}\sum_{s=-2N}^{2N} T\left(t_i - \frac{sL}{2N}\right)\operatorname{sgn}\sin\frac{\pi s}{N}, \end{aligned} \tag{10}$$

i — номер интервала обработки.

Таким образом, процесс вычисления $Q_\Sigma(t_i)$ и $U_\Sigma(t_i)$ сводится к простому суммированию ординат со знаками, определяемыми из соотношений (8) и (9). Частотная характеристика этого преобразования имеет вид

$$|F(\lambda)| = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2N}\left|\cos\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\lambda}{4}\frac{\sin\frac{\lambda(N-1)}{4N}}{\sin\frac{\lambda}{4N}}\right|, \tag{11}$$

где $\lambda = 2\Omega L$.

При $N \to \infty$ выражение (11) принимает предельное значение:

$$|F(\lambda)| = \frac{\pi}{2}\left|\operatorname{tg}\frac{\lambda}{4}\frac{\sin\lambda}{\lambda}\right|. \tag{12}$$

Частотные характеристики этого преобразования для различных N приведены на рис. 1.

В радиотехнике система, выполняющая преобразование (10) при $N = \infty$, представляет из себя два параллельных ключевых синхронных детектора с ортогональными опорными напряжениями. На выходе детекторов стоит интегрирующая цепочка с временем интегрирования, равным интервалу обработки $(-L, L)$. Как известно из теории синхронного детектирования [13], такое преобразование имеет недостаток, состоящий в том, что кроме выделения полезного сигнала частоты 2Ω система имеет отклики на нечетные гармоники, кратные частоте 2Ω. Амплитуда отклика убывает, как $1/n$, где n — номер гармоники.

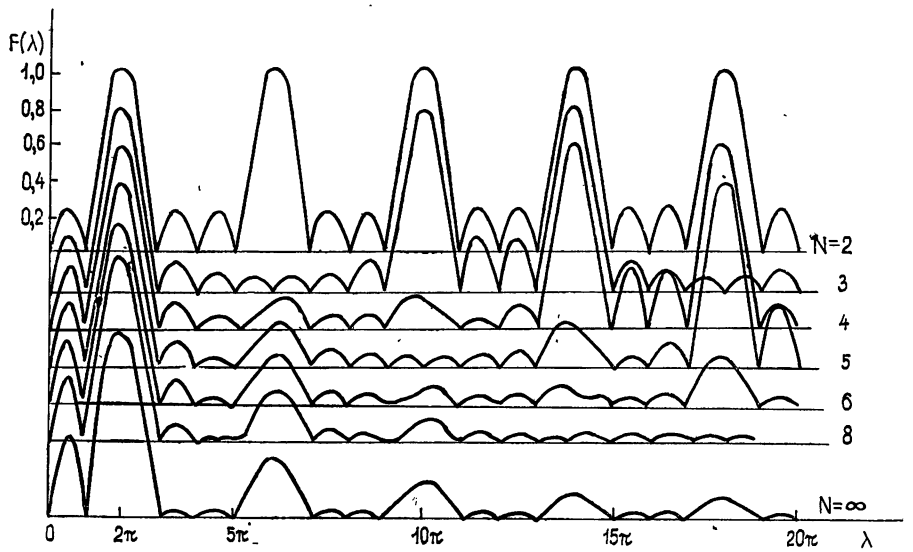

Рис. 1. Частотные характеристики преобразования методом демодуляции „прямоугольной волной" для значений дискретных отсчетов $N = 2, 3, 4, 5, 6, 8$ и ∞.

Преобразование, используемое в работах [7–9], имеет вид

$$\begin{aligned} Q_\Sigma(t_i) &= 0{,}5\,[T_0(t_i) - T_{90}(t_i) + T_{180}(t_i) - T_{270}(t_i)], \\ U_\Sigma(t_i) &= 0{,}5\,[T_{45}(t_i) - T_{135}(t_i) + T_{225}(t_i) - T_{315}(t_i)], \end{aligned} \tag{13}$$

где $T_{45}(t_i)$ — температура на выходе радиометра, соответствующая позиционному углу 45° (отсчет ведется от «Зенита» влево) и часовому углу t_i.

Нетрудно видеть, что преобразование (13) является частным случаем преобразования (10) ($N = 2$)*, с той лишь разницей, что в преобразовании (13) берется только одна весовая функция $h_2\left(\frac{sL}{2N}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2N}\operatorname{sgn}\sin\frac{\pi s}{N}$, используя которую получают параметр $U_\Sigma(t_l)$. Для получения другого ортогонального параметра $Q_\Sigma(t_l)$ используют ту же самую весовую функцию $h_2\left(\frac{sL}{2N}\right)$, а сигнальную функцию $T_c(t)$ смещают относительно центра интервала обработки $(-L, L)$ на величину $\lambda/4$. Эта операция корректна в том случае, если поляризационные характеристики остаются постоянными на интервале обработки.

Можно найти оптимальное линейное преобразование, при котором наиболее эффективно подавляется помеха и в то же время подавляются нежелательные гармоники. Это преобразование на интервале обработки $(-L, L)$ совпадает с косинус- и синус-преобразованием Фурье функции $T(t)$, т. е. в качестве весовой функции используются взаимно ортогональные функции вида

$$h_3\left(\frac{sL}{2N}\right) = \frac{1}{2N}\cos\frac{\pi s}{N},$$
$$h_4\left(\frac{sL}{2N}\right) = \frac{1}{2N}\sin\frac{\pi s}{N}. \tag{14}$$

Суммарные параметры Стокса $Q_\Sigma(t_l)$ и $U_\Sigma(t_l)$ в случае дискретного задания $T(t_i)$ равны

$$Q_\Sigma(t_l) = \frac{1}{N}\sum_{s=-2N}^{2N} T\left(t_l - \frac{sL}{2N}\right)\cos\frac{\pi s}{N},$$
$$U_\Sigma(t_l) = \frac{1}{N}\sum_{s=-2N}^{2N} T\left(t_l - \frac{sL}{2N}\right)\sin\frac{\pi s}{N}. \tag{15}$$

Частотная характеристика этого преобразования имеет вид

$$|F(\lambda)| = \frac{1}{2N}\left|\frac{\sin\lambda\sin\frac{\pi}{N}}{\cos\frac{\lambda}{2N} - \cos\frac{\pi}{N}}\right| \tag{16}$$

при $N = \infty$,

$$|F(\lambda)| = 4\pi\left|\frac{\sin\lambda}{\lambda^2 - (2\pi)^2}\right|. \tag{17}$$

Частотные характеристики этого преобразования для различных N приведены на рис. 2.

* Из-за смещения центра интервала обработки на величину $\lambda/4$ позиционный угол оказывается повернутым на 90° вправо.

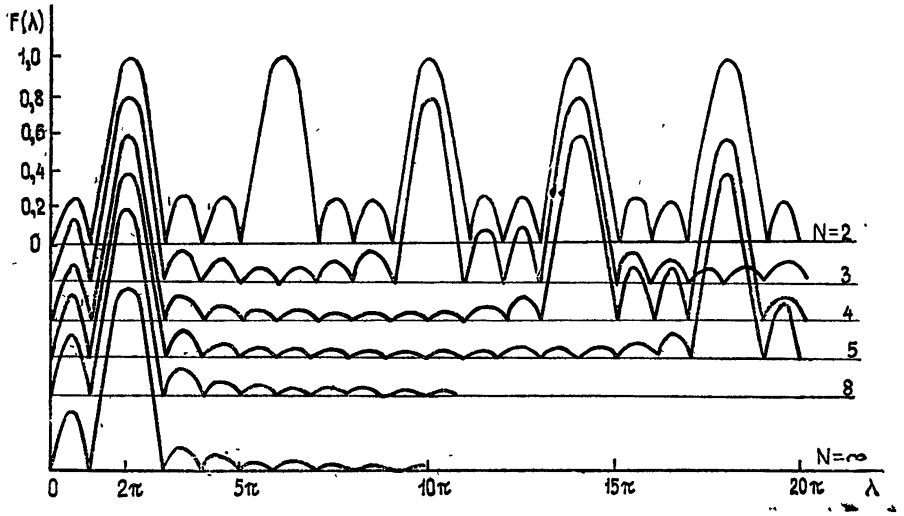

Рис. 2. Частотные характеристики преобразования методом Фурье для значений дискретных отсчетов $N = 2, 3, 4, 5, 8$ и ∞.

В радиотехнике аналогом этого преобразования, при $N = \infty$, является система, состоящая из двух параллельных гармонических синхронных детекторов с ортогональными опорными напряжениями. Эта система имеет отклик только на частоте 2Ω.

Из сравнения частотных характеристик обоих преобразований видно, что преобразование, основанное на разложении функции в ряд Фурье на интервале $(-L, L)$, при достаточно больших N предпочтительнее, так как оно обеспечивает лучшее подавление помех. Степень подавления помех $\sqrt{\rho}$ в зависимости от числа точек разбиения N интервала $(-L, L)$ приведена на рис. 3. Из этого рисунка можно определить N_{opt}, т. е. наименьшее количество точек, которое для заданной граничной полосы обобщенных частот $\lambda_{\text{гр}}$ дает практически предельное подавление помех.

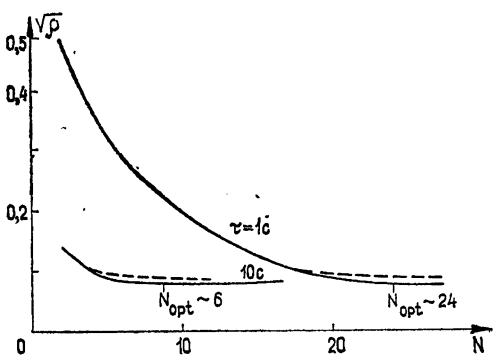

Рис. 3. Подавление помех $\sqrt{\rho}$, обусловленное обработкой методом демодуляции „прямоугольной волной" (пунктир) и преобразованием Фурье (сплошная кривая) от числа дискретных отсчетов N для $T = 180$ с.

2. ВТОРИЧНАЯ ОБРАБОТКА

В работах [7, 9] поляризационные характеристики вычислялись из поляризационного круга на плоскости Q и U, определяемого методом наименьших квадратов, и корреляционной зависимости угла вращения плоскости поляризации, вычисленного из ионограммы критических частот, и позиционного угла, взятого из эксперимента. Для проявления

корреляционной зависимости требовались многократные измерения в дни с различными ионосферными вращениями. Для нахождения поляризационного круга с достаточной точностью требовалось довольно равномерное распределение экспериментальных точек на плоскости Q и U и постоянство побочного эффекта. Однако эти требования не всегда выполняются в эксперименте. Ниже приводится методика вторичной обработки методом наименьших квадратов, свободная от этих недостатков.

Суммарные параметры Стокса $Q_\Sigma(t_i)$ и $U_\Sigma(t_i)$ — это сумма побочных (нежелательных) параметров Стокса $Q_п(t_i)$ и $U_п(t_i)$, которые в общем случае изменяются со временем, истинных параметров Стокса $Q_с(t_i)$ и $U_с(t_i)$, определяющих поляризационные характеристики области, и параметров $Q_ш(t_i)$ и $U_ш(t_i)$, обусловленных шумовыми свойствами радиометра. Поэтому после первичной обработки мы имеем две системы по k уравнений:

$$Q_\Sigma(t_i) = Q_п(t_i) + Q_с(t_i) + Q_ш(t_i),$$
$$U_\Sigma(t_i) = U_п(t_i) + U_с(t_i) + U_ш(t_i), \tag{18}$$

где i от 1 до k.

Побочные параметры Стокса $Q_п(t_i)$ и $U_п(t_i)$ можно аппроксимировать степенным рядом от $(t_i - t_0)$, где t_0 — начальная точка времени наблюдения;

$$Q_п(t_i) = Q_п^0 + L_1(t_1 - t_0) + M_1(t_i - t_0)^2 + \ldots \tag{19}$$

На практике можно ограничиться тремя членами.

Сигнальные параметры Стокса $Q_с(t_i)$ и $U_с(t_i)$ можно записать в виде

$$Q_с(t_i) = T_с \cos 2\,[q(t_i) - \chi_0 + q_и(t_i)] =$$
$$= T_с \cos 2\chi_0 \cos 2\,[q(t_i) + q_и(t_i)] + \tag{20}$$
$$+ T_с \sin 2\chi_0 \sin 2\,[q(t_i) + q_и(t_i)].$$

Аналогично

$$U_с(t_i) = T_с 2\chi_0 \sin 2\,[q(t_i) + q_и(t_i)] -$$
$$- T_с \sin 2\chi_0 \cos 2\,[q(t_i) - q_и(t_i)].$$

Здесь $q(t_i)$ — эквивалентный параллактический угол:

$$q(t_i) = \operatorname{arctg} \frac{\cos\varphi \sin t_i}{\sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos t_i}, \tag{21}$$

где φ — географическая широта места наблюдения, δ — склонение исследуемой области, $q_и(t_i)$ — угол поворота плоскости поляризации радиоизлучения в ионосфере, χ_0 — позиционный угол линейной поляризации в экваториальной системе координат.

Будем считать, что $q_и(t_i)$ известно из другого эксперимента, например, как в [14], по критическим частотам. Для линеаризации условных уравнений (18) с учетом соотношений (19) и (20) введем обозначения:

$$Q_с^0 = T_с \cos 2\chi_0, \quad U_с^0 = T_с \sin 2\chi_0,$$

$$a = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} Q_с^0 \cos 2\,[q(t_i) + q_и(t_i)],$$

$$b = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} U_c^0 \sin 2[q(t_i) + q_н(t_i)],$$

$$\varphi_i = \cos 2[q(t_i) + q_н(t_i)] - \frac{a}{Q_c^0},$$

$$\psi_i = \sin 2[q(t_i) + q_н(t_i)] - \frac{b}{U_c^0}, \tag{22}$$

$$\alpha_i = (t_i - t_0) - \frac{\sum_{i=1}^{k}(t_i - t_0)}{k},$$

$$\beta_i = (t_i - t_0)^2 - \frac{\sum_{i=1}^{k}(t_i - t_0)^2}{k},$$

$$Q_0 = Q_п^0 + \frac{L_1}{k}\sum_{i=1}^{k}(t_i - t_0) + \frac{M_1}{k}\sum_{i=1}^{k}(t_i - t_0)^2 + a + b,$$

$$U_0 = U_п^0 + \frac{L_2}{k}\sum_{i=1}^{k}(t_i - t_0) + \frac{M_2}{k}\sum_{i=1}^{k}(t_i - t_0)^2 - a + b,$$

L_2, M_2 относятся к изменению побочного эффекта вдоль оси U плоскости Q и U, величины Q_c^0 и U_c^0 полностью определяют поляризационные характеристики области. Системы (18) в новых обозначениях принимают вид

$$Q_Σ(t_i) = Q_0 + L_1\alpha_i + M_1\beta_i + Q_c^0\varphi_i + U_c^0\psi_i + Q_ш(t_i),$$
$$U_Σ(t_i) = U_0 + L_2\alpha_i + M_2\beta_i + Q_c^0\psi_i + U_c^0\varphi_i + U_ш(t_i). \tag{23}$$

Для каждой системы условных уравнений (23), используя метод наименьших квадратов [15], можно получить системы из 5 нормальных уравнений относительно неизвестных Q_0^*, L_1^*, M_1^*, Q_c^{0*}, U_c^{0*} и U_0^{**}, L_2^{**}, M_2^{**}, Q_c^{0**}, U_0^{0**}, для которых квадратичные функции A и B,

$$A = \sum_{i=1}^{k}[Q_Σ(t_i) - Q_0^* - L_1^*\alpha_i - M_1^*\beta_i - Q_c^{0*}\varphi_i - U_c^{0*}\psi_i]^2,$$
$$B = \sum_{i=1}^{k}[U_Σ(t_i) - U_0^{**} - L_2^{**}\alpha_i - M_2^{**}\beta_i - U_c^{0**}\varphi_i - Q_c^{0**}\psi_i]^2, \tag{24}$$

принимают минимальное значение. Для простоты будем ниже производить вычисления для системы условных уравнений относительно $Q_Σ(t_i)$. Для этой системы система нормальных уравнений имеет вид

$$Q_0^* = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} Q_Σ(t_i),$$

$$
\begin{aligned}
&L_1^*\sum_{i=1}^{k}\alpha_i^2+M_1^*\sum_{i=1}^{k}\alpha_i\beta_i+Q_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\alpha_i\varphi_i+U_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\alpha_i\psi_i=\sum_{i=1}^{k}Q_\Sigma(t_i)\,\alpha_i,\\
&L_1^*\sum_{i=1}^{k}\beta_i\alpha_i+M_1^*\sum_{i=1}^{k}\beta_i^2+Q_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\beta_i\varphi_i+U_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\beta_i\psi_i=\sum_{i=1}^{k}Q_\Sigma(t_i)\,\beta_i,\\
&L_1^*\sum_{i=1}^{k}\varphi_i\alpha_i+M_1^*\sum_{i=1}^{k}\varphi_i\beta_i+Q_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\varphi_i^2+U_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\varphi_i\psi_i=\sum_{i=1}^{k}Q_\Sigma(t_i)\,\varphi_i,\\
&L_1^*\sum_{i=1}^{k}\psi_i\alpha_i+M_1^*\sum_{i=1}^{k}\psi_i\beta_i+Q_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\psi_i\varphi_i+U_c^{0*}\sum_{i=1}^{k}\psi_i^2=\sum_{i=1}^{k}Q_\Sigma(t_i)\,\psi_i.
\end{aligned}
\tag{25}
$$

Решение системы (25) имеет вид

$$
\begin{aligned}
&Q_0^*=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}Q_\Sigma(t_i),\\
&L_1^*=\frac{\Delta_L}{\Delta},\quad M_1^*=\frac{\Delta_M}{\Delta};\quad Q_c^{0*}=\frac{\Delta_Q}{\Delta},\quad U_c^{0*}=\frac{\Delta_U}{\Delta},
\end{aligned}
\tag{26}
$$

где

$$
\Delta=\begin{vmatrix}
[\alpha\alpha] & [\alpha\beta] & [\alpha\varphi] & [\alpha\psi]\\
[\beta\alpha] & [\beta\beta] & [\beta\varphi] & [\beta\psi]\\
[\varphi\alpha] & [\varphi\beta] & [\varphi\varphi] & [\varphi\psi]\\
[\psi\alpha] & [\psi\beta] & [\psi\varphi] & [\psi\psi]
\end{vmatrix}.
$$

Например,

$$
\Delta_Q=-\begin{vmatrix}
[\alpha\alpha] & [\alpha\beta] & [Q_\Sigma\alpha] & [\alpha\psi]\\
[\beta\alpha] & [\beta\beta] & [Q_\Sigma\beta] & [\beta\psi]\\
[\varphi\alpha] & [\varphi\beta] & [Q_\Sigma\varphi] & [\varphi\psi]\\
[\psi\alpha] & [\psi\beta] & [Q_\Sigma\psi] & [\psi\psi]
\end{vmatrix},
$$

$$
[xy]=\sum_{i=1}^{k}x_iy_i.
$$

Можно показать, что погрешности определенных величин Q_c^{0*} и U_c^{0*} при больших количествах точек k, охватывающих большой интервал наблюдений, примерно одинаковы и равны

$$
\begin{aligned}
&\sigma\left(Q_c^{0*}-Q_c^0\right)=\left\{\frac{[\psi\psi]}{k\Delta}\sum_{i=1}^{k}Q_ш'^2(t_i)\right\}^{1/2}\approx\left\{\frac{[\varphi\psi]\sum_{i=1}^{k}Q_ш'^2(t_i)}{k}\right\}^{1/2},\\
&\sigma\left(U_c^{0*}-U_c^0\right)=\left\{\frac{[\varphi\varphi]}{k\Delta}\sum_{i=1}^{k}Q_ш'^2(t_i)\right\}^{1/2}\approx\left\{\frac{[\varphi\psi]\sum_{i=1}^{k}Q_ш'^2(t_i)}{k}\right\}^{1/2},
\end{aligned}
\tag{27}
$$

где

$$Q'_{ш}(t) = Q_{\Sigma}(t_i) - Q_0^* - L_1^*\alpha_i - M_1^*\beta_i - Q_c^{0*}\varphi_i - U_c^{0*}\psi_i,$$

а сумма $\sum_{i=1}^{k} Q'^2_{ш}(t_i)$ равна

$$\sum_{i=1}^{k} Q'^2_{ш}(t_i) = Q_0^* \sum_{i=1}^{k} Q_{\Sigma}(t_i) + L_1^*[Q_{\Sigma}\alpha] + M_1^*[Q_{\Sigma}\beta] + \\ + Q_c^{0*}[Q_{\Sigma}\varphi] + U_c^{0*}[Q_{\Sigma}\psi]. \tag{28}$$

В правой части выражения (28) все суммы известны из предварительных вычислений, а величины Q_0^*, L_1^*, M_1^*, Q_c^{0*}, U_c^{0*} — из решения системы уравнений (25).

Если мы неточно знаем угол поворота плоскости поляризации в ионосфере $q_и(t_i)$ (с погрешностью $\Delta q_и(t_i)$, т. е. $q_и(t_i) = \overline{q_и(t_i)} + \Delta q_и(t_i)$), то систему (18) можно записать в виде

$$Q_{\Sigma}(t_i) = Q_п(t_i) + Q_c^0 \langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle \cos 2[q(t_i) + \overline{q_и(t_i)}] + \\ + U_c^0 \langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle \sin 2[q(t_i) + \overline{q_и(t_i)}] + Q_ш(t_i) + \xi_i + \eta_i, \tag{29}$$

где

$$\xi_i = -\{Q_c^0 \sin 2[q(t_i) + \overline{q_и(t_i)}] - U_c^0 \cos 2[q(t_i) + \overline{q_и(t_i)}]\} \sin 2\Delta q_и(t_i),$$

$$\eta_i = \{Q_c^0 \cos 2[q(t_i) + \overline{q_и(t_i)}] + U_c^0 \sin 2[q(t_i) + \\ + \overline{q_и(t_i)}]\}[\cos 2\Delta q_и(t_i) - \langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle].$$

Здесь $\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$ — среднее значение косинуса ошибки за все k точек.

Систему (29) можно решить способом, изложенным выше, относительно переменных $Q_п(t_i)$, $Q_c^0\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$ и $U_c^0\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$. Если известны (из другого эксперимента) средние квадраты погрешности $\sigma^2_{\Delta q_и}$ величин $q_и(t_i)$, а количество точек наблюдений k велико, то среднее значение величины $\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$ равно

$$\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle \sim \exp(-2\sigma^2_{\Delta q_и}). \tag{30}$$

Погрешности определения величин $Q_c^{0*}\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$ и $U_c^{0*}\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$ оцениваются по формулам (27) и, естественно, с увеличением $\Delta q_и(t_i)$ увеличиваются.

В том случае, если нет уверенности, что угол $q_и(t_i)$ определен без систематической ошибки, необходимо произвести вычисления $Q_c^{0*}\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$ и $U_c^{0*}\langle \cos 2\Delta q_и(t_i)\rangle$ для нескольких значений $\overline{q_и(t_i)} + \Delta q_0$ (Δq_0 — произвольный добавок в ту или иную сторону). Максимальное значение полученных решений соответствует истинным значениям определяемых величин.

Таким образом, выбирая в качестве первичного преобразования данных преобразование Фурье с количеством точек, соответствующим оптимальному их числу для каждой постоянной времени усреднения радиометра τ, и применяя метод наименьших квадратов для каждой из систем $Q_{\Sigma}(t_i)$ и $U_{\Sigma}(t_i)$ отдельно с учетом непостоянства побочного эффекта и неточного знания вращения плоскости поляризации

радиоизлучения в ионосфере, мы получим оптимальную обработку, определяющую с наибольшей точностью поляризационные характеристики.

Для эталонирования протяженных источников галактического радиоизлучения необходимо производить разрезы областей на определенных склонениях δ для различных углов прямого восхождения α. В этом случае необходимо на разрезе иметь одну или несколько эталонных точек с известными поляризационными характеристиками, по которым производится привязка изменения побочного эффекта по разрезу. Зная диаграмму направленности антенны, изофоты радиоизлучения и поляризационные характеристики радиоизлучения Земли, можно при помощи ЭВМ расчетным методом учесть изменение побочного эффекта по разрезу и, тем самым, повысить точность эталонирования протяженной области. Эталонирование протяженной области при помощи разрезов и учет побочных эффектов не входит в задачу этой статьи и будет рассмотрено отдельно.

Автор признателен В. А. Разину за ценные указания при выполнении этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Пупышева, В. А. Разин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 8, № 5, 857 (1965).
2. В. А. Разин, Радиотехника и электроника, 1, 864 (1965).
3. В. А. Разин, Астрон. ж., 35, 241 (1958).
4. J. L. Pawsey and E. Harting, Austr. J. Phys., 13, 740 (1960).
5. E. M. Berkhuisen, W. N. Brouw and C. A. Muller, J. Tinbergen BAN, 17, 465 (1964).
6. R. W. Wielebcnski and J. R. Shakeshaft, Montly Not. Roy. Astron. Soc., 128, 19 (1964).
7. В. В. Хрулев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 6, 814 (1968).
8. В. А. Разин, В. В. Хрулев, В. Т. Федоров, С. А. Волохов, А. А. Мельников, А. М. Пасека, Л. В. Пупышева, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 10, 1461 (1968).
9. П. А. Капустин, А. А. Петровский, Л. В. Пупышева, В. А. Разин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 9, 1325 (1973).
10. Я. Д. Ширман, В. Н. Голиков, Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерение их параметров, изд. Сов. радио, М., 1963.
11. В. С. Пугачев, Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления, Физматгиз, М., 1962.
12. М. Г. Серебренников, А. А. Первозванский, Выявление скрытых периодичностей, изд. Наука, М., 1965.
13. А. А. Абрамян, Асинхронное детектирование и прием импульсных радиосигналов, изд. Сов. радио, М., 1966.
14. W. N. Brouw and E. M. Berkhui, ser. Nature, 196, 757 (1962).
15. Б. М. Щиголев, Математическая обработка наблюдений, изд. Наука, М., 1969.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
3 марта 1976 г.

THE PROBLEM OF OPTIMAL ALGORITHM OF PROCESSING THE OBSERVATIONAL RESULTS OF LINEAR POLARIZATION OF DISTRIBUTED GALAXY RADIATION

A. A. Petrovsky

A comparative examination is made of different algorithms of processing the observational results of linear polarization of distributed galaxy radiation when absolute measuring separate regions of the sky by the method of rotation of the linear polarization antenna round the normal to the wavefront. The problem of separation of the polarization characteristics is solved at the non-constant sputions effect and the inaccurate data on Faraday rotation of the polarization plane in the ionosphere. The errors of the results obtained are estimated.