ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 7 РАДИОФИЗИКА 1977

УДК 621.371.25

О РЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С НЕОДНОРОДНЫМ ПОТОКОМ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

В. Г. Гавриленко, Л. А. Зелексон

Исследуется распространение плоских электромагнитных волн в замагниченной неоднородно движущейся плазме. На основе точного решения волнового уравнения получены выражения для коэффициентов отражения и прохождения волны при монотонном (переходном) и струйном профиле скорости течения. Из них, в частности, следует, что в коротковолновом приближении падающая волна поглощается в окрестности точки синхронизма ее фазовой скорости со скоростью потока; в длинноволновом и средневолновом диапазонах возможно как ослабление, так и усиление волн, а также их излучение.

Волновые процессы в неоднородных потоках магнитоактивной плазмы исследуются в последнее время довольно интенсивно (см., например, [1–5]). В большинстве работ основное внимание уделяется проблеме устойчивости электромагнитных волн в таких системах. При этом определяющую роль зачастую играет резонансное взаимодействие волн с плазмой, обусловленное совпадением фазовой скорости возмущений со скоростью потока. В частности, в [2] показано, что в коротковолновом приближении резонансный механизм приводит к бесстолкновительному поглощению электромагнитных волн.

Известно, что аналогичные явления имеют место и при взаимодействии звуковых волн со слоистым течением газов и жидкостей [1, 6, 7]. Для этого случая в коротковолновом приближении возможно как усиление, так и ослабление волн в зависимости от знака второй производной скорости дрейфа в точке синхронизма [6].

В данной работе рассматривается влияние резонансных явлений на распространение электромагнитных волн в струйных потоках замагниченной плазмы.

Пусть холодная бесстолкновительная плазма с однородной электронной концентрацией N движется со скоростью $V(x) \ll c$ (c — скорость света) вдоль сильного постоянного внешнего магнитного поля, направленного по оси z декартовой системы координат. Будем интересоваться только решениями, не зависящими от координаты y и пропорциональными $\exp(ihz - i\omega t)$. Пренебрегая движением ионов под действием поля волны и рассматривая плазму как одноосный кристалл, для необыкновенной волны можно получить уравнение

$$\frac{d^2E_z}{dx^2} + k^2(x)\,E_z = 0, \qquad (1)$$

где $k^2(x) = h^2 \left[\dfrac{\omega_p^2}{(\omega - hV)^2} - 1\right]$, $\omega_p^2 = \dfrac{4\pi e^2 N}{m}$ — плазменная частота электронов. Предположим, что из области $x \to \infty$, где плазма неподвижна, падает плоская необыкновенная волна. В этом случае $h = \frac{\omega}{c}(\omega_p^2 - \omega^2)^{1/2}(\omega_p^2 \sin^2\theta - \omega^2)^{-1/2}\sin\theta$, где θ — угол падения волны на слой движущейся плазмы [8]. Нетрудно видеть, что при $\omega < \omega_p$ падающая волна может быть медленной ($\omega < hV$), и уравнение (1) имеет особую точку x_0 ($V(x_0) = \omega/h$). Его точное решение удается найти для переходного профиля скорости:

$$V(x) = \frac{V_m}{1 + e^{-x/l}}, \quad V_m > V(x_0).$$

Уравнение (1) удается свести к гипергеометрическому уравнению Гаусса с помощью замены

$$E_z(x) = \left(l \frac{d\xi}{dx}\right)^{-1/2} \xi^{\gamma/2}(\xi - 1)^{1/2(1+\alpha+\beta-\gamma)} F(\xi);$$

$$\xi(x) = \frac{\Omega}{\omega} e^{x/l}.$$

Здесь $F(\xi)$ — решение гипергеометрического уравнения;

$$\Omega = hV_m - \omega, \quad \alpha = \frac{1}{2} + d + ilk_-, \quad \beta = \frac{1}{2} + d + ilk_+, \quad \gamma = 1 + 2ilk_1,$$

$$k_\pm = k_1 \pm k_2, \quad k_1 = k(-\infty), \quad k_2 = k(+\infty),$$

$$d^2 = \frac{1}{4} - \mu^2, \quad \mu = hl\omega_p \frac{\Omega + \omega}{\Omega\omega}.$$

Для нахождения амплитуд отраженной и прошедшей волн используем связь между решениями гипергеометрического уравнения при $\xi < 1$ и $\xi > 1$, а также их асимптотические представления при $\xi \to +\infty$ ($x \to +\infty$) и $\xi \to 0$ ($x \to -\infty$) [9, 10]. При этом необходимо учесть, что для рассматриваемого случая в неподвижной плазме поперечные к потоку компоненты групповой и фазовой скорости имеют разные знаки, а в области «сверхсветового» движения — одинаковые. Прошедшая волна выбирается так, что групповая скорость в ней направлена вдоль оси x [11, 12]. Коэффициент отражения по мощности имеет вид

$$R = \frac{\cos(2\pi d) + \operatorname{ch}(\pi lk_+)}{\cos(2\pi d) + \operatorname{ch}(\pi lk_-)} e^{-2\pi lk_1}. \tag{2}$$

Нетрудно убедиться, что усиление волн ($R > 1$) возможно при $\exp(-\pi lk_2)\operatorname{ch}(\pi lk_1) + \cos(2\pi d) < 0$, т. е. при $\mu < \sqrt{3}/2$, что соответствует длинноволновому и средневолновому диапазонам ($hl \leqslant 1$). При переходе к тангенциальному разрыву ($hl \to 0$) для R получаем

$$R = \left(\frac{k_+}{k_-}\right)^2 \geqslant 1. \tag{3}$$

В этом случае ситуация аналогична рассмотренной в [13] для недиспергирующего диэлектрика. В коротковолновом диапазоне ($hl \gg 1$) амплитуды отраженной и прошедшей волн экспоненциально малы. Это означает эффективное поглощение падающей волны, что соответствует результатам, полученным в [2].

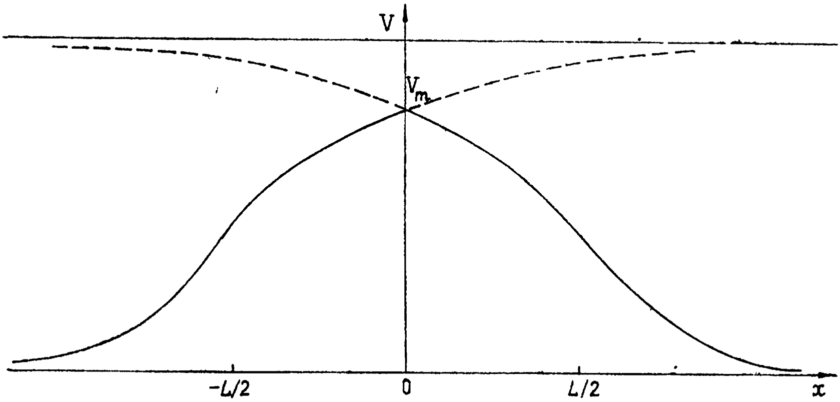

Рис. 1.

Представляет также интерес рассмотреть струйное течение плазмы, профиль скорости которого можно представить состоящим из двух переходных слоев с точками перегиба при $x = \pm L/2$ (рис. 1). Для нахождения коэффициентов отражения R и прохождения T по мощности в этом случае достаточно воспользоваться условиями непрерывности E_z и $\frac{dE_z}{dx}$ при $x = 0$. Получаемые выражения достаточно громоздки. Их можно упростить при выполнении неравенства $\frac{L}{l} \gg \ln \frac{\omega}{hV_m - \omega}$, позволяющего воспользоваться асимптотическим представлением F и $\frac{dF}{dx}$ при $\xi(0) \gg 1$. При этом имеем

$$R = \frac{a_+ a_- [\mathrm{sh}^2(\pi l k_2) + \sin^2(L k_2)]}{a^2 \mathrm{sh}^2(\pi l k_2) + a_+^2 a_-^2 \sin^2(L k_2)} e^{-2\pi l k_1},$$

$$T = \frac{\mathrm{sh}^2(\pi l k_1)\, \mathrm{sh}^2(\pi l k_2)}{a^2 \mathrm{sh}^2(\pi l k_2) + a_+^2 a_-^2 \sin^2(L k_2)} e^{-2\pi l k_1}, \tag{4}$$

где $a_\pm = \cos(2\pi d) + \mathrm{ch}(\pi l k_\pm)$, $a = \cos(2\pi d) + \mathrm{ch}(\pi l k_2)\, e^{-\pi l k_1}$.

В отличие от выражения (2) в (4) знаменатель может обращаться в нуль при

$$L k_2(\omega, \theta) = \pi n \quad (n \gg 1 \text{ — целое число}),$$

$$a(\omega, \theta) = 0. \tag{5}$$

Формулы (5) являются дисперсионным уравнением, определяющим частотный спектр собственных электромагнитных волн в потоке. При $a(\omega, \theta) \neq 0$ $\mu < \sqrt{3}/2$, поэтому излучение может существовать только в средневолновом и длинноволновом диапазоне. При этом плазменную струю можно рассматривать как волновод, излучающий через резонансные «стенки», образованные переходными слоями толщины l. Внутри него распространяется волна, стационарность амплитуды которой обусловлена тем, что коэффициент отражения «изнутри» при условии (5) равен единице.

В случае тангенциального разрыва формулы (4) переходят в выражения для R и T, полученные из решения соответствующей краевой задачи [10]. В коротковолновом диапазоне R и T экспоненциально малы, как и для переходного слоя.

Представляет интерес величина $E = R + T - 1$, характеризующая энергообмен между потоком и волной. Качественный график зависимости $E(hl)$ при $Lk_2 = \pi n$ изображен на рис. 2. При $E > 0$ волна усиливается, при $E < 0$ — ослабляется. $E = \infty$ соответствует излучению волн.

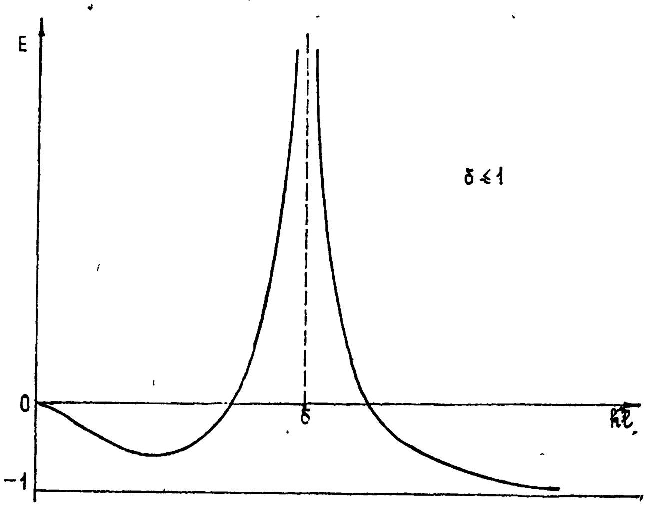

Рис. 2.

Как уже упоминалось, в акустическом случае характер резонансного энергообмена между средой и волной определяется знаком второй производной скорости потока в особой точке. Из изложенного выше видно, что для магнитоактивной плазмы аналогичная ситуация может иметь место лишь для достаточно длинноволновых возмущений. Для выяснения роли второй производной в нашем случае удобнее исходить из приближенного решения, полученного разложением $E_z(x)$ в степенной ряд в окрестности резонансной точки и справедливого при $hl \ll 1$. Проводя вычисления, аналогичные выполненным в [7], можно получить коэффициенты отражения и прохождения для струи с тонкими переходными слоями. При этом величина E оказывается равной

$$E = 4\pi h k_1 \frac{(k_1^2 - k_2^2)\,\varepsilon_- \sin^2(Lk_2) + k_2^2(\varepsilon_- - \varepsilon_+)}{4k_1^2 k_2^2 + (k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(Lk_2)},$$

где

$$\varepsilon_\pm = -\frac{\omega_p^2}{h}\frac{V''}{V'^3}\bigg|_{x=\pm x_0} \ll 1, \quad V' = \frac{dV}{dx}, \quad V'' = \frac{d^2V}{dx^2}.$$

Величина E может иметь любой знак. Например, при $V''(\pm x_0) < 0$ $E > 0$, при $V''(\pm x_0) > 0$ $E < 0$. Если же характер энергообмена волны со средой в двух особых точках противоположен ($\varepsilon_+ = \varepsilon_-$), то знак E определяется знаком $k_1 - k_2$. Однако и в этом случае можно показать, что разность вытекающих и втекающих потоков энергии волны в окрестности каждого резонанса определяется, как и в акустическом случае [6, 7], знаком $V''(\pm x_0)$, т. е. соотношением между числом обгоняющих волну и отстающих от нее частиц среды.

Как показывают результаты данной работы, объяснить аналогичным образом эффект поглощения волн в плавном ($hl \gg 1$) слое движущейся плазмы не удается. В этом случае результат энергообмена не определяется полностью числом быстрых и медленных частиц. Объяснить эффект, по-видимому, можно лишь с учетом теплового движения.

В заключение авторы выражают благодарность Н. Г. Денисову за интерес к работе и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Тимофеев, УФН, **102**, № 2, 185 (1970).
2. Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике, № 4, 37 (1970).
3. I. Zhelyazkov and A. A. Rukhadze, Plasma Phys., **14**, № 2, 167 (1972).
4. Ю. В. Богомолов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **18**, № 6, 840 (1975).
5. В. Г. Гавриленко, Л. А. Зелексон. Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **16**, № 6, 845 (1973).
6. В. Г. Гавриленко, Л. А. Зелексон, А. Я. Басович, в сб. Тезисы докладов симпозиума по физике акустико-гидродинамических явлений, Сухуми, 1975, стр. 250.
7. А. Л. Фабрикант, Акуст. ж., **22**, № 1, 107 (1976).
8. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
9. Э. Т. Уиттекер, Д. Н. Ватсон, Курс современного анализа, Физматгиз, М., 1963.
10. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. Наука, М., 1973.
11. Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, в сб. Проблемы теоретической физики, изд. Наука, М., 1972, стр. 267.
12. Б. Б. Кадомцев, А. Б. Михайловский, А. В. Тимофеев, ЖЭТФ, **47**, № 6, (12), 2266 (1964).
13. Г. А. Лупанов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **18**, № 11, 1711 (1975).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
6 июля 1976 г.

RESONANT INTERACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES WITH AN INHOMOGENEOUS MAGNETOACTIVE PLASMA STREAM

V. G. Gavrilenko, L. A. Zelekson

The propagation of plane electromagnetic waves in a magnetized nonuniformly moving plasma is investigated. On the basis of the exact solution of the wave equation the expressions are obtained for the reflection and transmission coefficients of a wave for a monotonous (transient) and jet profile of the stream velocity. It follows from them, in particular, that in the shortwave approximation the incident wave is absorbed in the vicinity of the synchronizm point of its phase velocity with the stream velocity. In long and middle wave range both weakening and amplification of waves, as well as their radiation are possible.