ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 7 РАДИОФИЗИКА 1977

УДК 538.56

ОБ УСТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ЧАСТИЦ В ТУРБУЛЕНТНОМ СИНХРОТРОННОМ КОТЛЕ

С. Я. Брауде, И. Л. Вербицкий

Получена в явном виде нестационарная функция распределения релятивистских частиц по энергиям в синхротронном турбулентном котле. Показано, что в случае моноэнергетического начального распределения функция распределения, начиная с некоторого значения энергии, имеет степенной вид, аналогичный известному стационарному, но с показателем степени, зависящим от времени и стремящимся к заданному стационарному значению. Это позволяет объяснить различие спектральных индексов космических источников различием в их возрасте.

В настоящее время принято считать, что излучение большинства внегалактических дискретных радиоисточников связано с синхротронным механизмом. Спектр такого излучения в довольно широком диапазоне частот можно представить в виде $S \sim \omega^{-\alpha}$, где S — плотность потока излучения, ω — частота, α — спектральный индекс.

Как следует из теории синхротронного излучения [1–3], такой частотный спектр реализуется, если распределение релятивистских электронов, ответственных за это излучение, описывается степенным дифференциальным энергетическим спектром $N(\varepsilon)$ вида

$$N(\varepsilon) = k\varepsilon^{-\gamma}, \tag{1}$$

где $\varepsilon(\varepsilon \gg mc^2)$ — энергия электронов, k — постоянная, а $\gamma = 2\alpha + 1$.

В последнее время предпринимался ряд попыток вычислить вид функции распределения $N(\varepsilon)$. В работах [4, 5] рассматривалось квазистационарное решение кинетического уравнения для релятивистских частиц в случае, когда источник представлял собой плазменный турбулентный котел, в котором и формировался энергетический спектр частиц. В результате такого рассмотрения удалось показать [4, 5], что в турбулентном котле может существовать распределение частиц с энергетическим спектром, соответствующим (1).

Наряду с квазистационарным решением кинетического уравнения в ряде случаев представляет интерес выяснить и процесс установления во времени вида энергетического спектра. Некоторые аспекты такой задачи были рассмотрены в [6, 7]. В этих работах изучались процессы, связанные с ускорением, излучением и потерями частиц, но не учитывалось явление диффузии. В настоящей работе будет рассмотрен процесс установления энергетического спектра с учетом также и явления диффузии.

В этом случае кинетическое уравнение для релятивистских частиц при отсутствии источников можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{1}{mc^2}\frac{\partial}{\partial E}\left[E^2 D \frac{\partial}{\partial E}\left(\frac{N}{E^2}\right) + mc^2 AN\right]. \tag{2}$$

Здесь D — коэффициент диффузии в пространстве энергий, величина A характеризует изменение энергии релятивистских электронов, связанное с потерями при излучении и рассеянии, $E = \varepsilon/mc^2$. В дальнейшем будем измерять энергию частиц в величинах mc^2 (т. е. считать, что $mc^2 = 1$).

Рассмотрим дискретный источник, в котором потери энергии обусловлены спонтанным рассеянием на ленгмюровских и поперечных плазмонах и на синхротронном излучении. В таком источнике для коэффициентов A и D, которые будем считать неизменными во времени, можно записать выражения

$$A = a_2E^2,\ D = b_3E^3, \tag{3}$$

где a_2 и b_3 — постоянные величины, значение которых приведено в [4, 5].

Подставляя (3) в (2) и вводя новые переменные

$$y = NE^2,\ x = E^{-1}, \tag{4}$$

получаем из (2)

$$x\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - (\gamma - 3)\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{b_3}\frac{\partial y}{\partial t}. \tag{5}$$

Здесь $\gamma + 2 = a_2/b_3$. Взяв преобразование Лапласа уравнения (5),

$$L\,[y(x, t)] \equiv \bar{y} = \int_0^\infty y(x, t)\,e^{-pt}\,dt, \tag{6}$$

находим

$$x\frac{d^2\bar{y}}{dx^2} - (\gamma - 3)\frac{d\bar{y}}{dx} - q^2\bar{y} = \frac{1}{b_3}y(x, 0); \tag{7}$$

$$q^2 = p/b_3. \tag{7'}$$

Решение (7) можно записать в виде [8]

$$\bar{y} = \varphi_2(x)\int_0^x \varphi_1(\xi)\,h(\xi)\frac{d\xi}{w(\xi)} - \varphi_1(x)\int_0^x \varphi_2(\xi)\,h(\xi)\frac{d\xi}{w(\xi)} + \\ + C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x). \tag{8}$$

Здесь C_1 и C_2 — постоянные, а φ_1 и φ_2 — частные решения однородного уравнения, соответствующего (7), $w = \varphi_1\varphi_2' - \varphi_2\varphi_1'$ — их вронскиан (штрихами обозначены производные по x), $h(x) = \dfrac{y(x, 0)}{b_3}$. Значения φ_1 и φ_2 для (7) таковы [8]:

$$\varphi_1 = x^{\nu/2}I_\nu(2q\sqrt{x}),\quad \varphi_2 = x^{\nu/2}K_\nu(2q\sqrt{x}); \tag{9}$$

$$\nu = \gamma - 2, \tag{9'}$$

где $I_\nu(z)$ и $K_\nu(z)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода. Подставляя (9) в (8) и проводя необходимые вычисления, получаем выражение для $\bar{y}$:

$$\bar{y} = x^{\nu/2}\,[C_1I_\nu(2q\sqrt{x}) + C_2K_\nu(2q\sqrt{x}) - 2I_\nu(2q\sqrt{x})\times \\ \times\int_x^{x_0}\xi^{1-\nu/2}K_\nu(2q\sqrt{\xi})\,h(\xi)\,d\xi + 2K_\nu(2q\sqrt{x})\times \tag{10}$$

$$\times \int_{x}^{x_0} \xi^{1-\nu/2} I_\nu (2q\sqrt{\xi})\, h(\xi)\, d\xi],$$

где величина x_0 определена ниже.

Для решения поставленной задачи необходимо определить постоянные C_1 и C_2. Для этого следует записать, кроме начальных $(y(x, 0))$, еще и граничные условия. Обычно при решении аналогичных задач используют такие граничные условия:

$$N(0, t) = N(\infty, t) = 0. \tag{11}$$

Однако для рассматриваемой задачи этого сделать нельзя. Первое условие (11) не может быть использовано, ибо кинетическое уравнение (2) справедливо лишь при $E \gg 1$. Поэтому в дальнейшем будем искать решение (2) для энергий частиц E, которая заключена в пределах $1 \ll E_0 \leqslant E < \infty$. Второе условие (11), которое в ряде случаев может быть справедливо, здесь также не пригодно, ибо автоматически удовлетворяет (10) при любых конечных значениях C_1 и C_2, а следовательно, его нельзя использовать для определения этих постоянных. Поэтому для нахождения C_1 и C_2 приходится исходить из законов сохранения общего числа частиц N_0 и конечности их полной энергии.

Запишем эти соотношения:

$$\int_{E_0}^{\infty} N(E, t)\, dE = N_0, \quad \int_{E_0}^{\infty} E\, N(E, t)\, dE < \infty. \tag{12}$$

Будем считать, что N_0 не зависит от времени. Такое утверждение будет тем более справедливым, чем меньше E_0 (однако $E_0 \gg 1$). Если имеет место (12), то можно записать

$$\int_{E_0}^{\infty} N(E, 0)\, dE = N_0. \tag{12'}$$

Тогда при заданном начальном значении $N(E, 0)$ из (12′) устанавливается связь N_0 с E_0*.

Применяя в (12) преобразование Лапласа, полагая, что при $E \to E_0$ $x \to x_0$, и учтя, что $x \to 0$ при $E \to \infty$, получаем, используя (4), вместо (12) такие соотношения:

$$\int_{0}^{x_0} \bar{y}(x, p)\, dx = \frac{N_0}{p}, \quad \int_{0}^{x_0} \bar{y}(x, p) \frac{dx}{x} < \infty. \tag{13}$$

Пользуясь этими соотношениями, перейдем теперь к определению постоянных C_1 и C_2 в (10).

---

* Величину E_0 можно оценить, учитывая то обстоятельство, что в выражении для величины $A(E) = a_0 + a_2E^2$ мы полагаем $A(E) \approx a_2E^2$ (см. 3)) Это означает, что $a_0 \ll a_2 E^2$, или $E_0 \gg \sqrt{a_0/a_2}$. Подставляя вместо a_0 и a_2 их значения [5], получаем

$$E_0 \gg \sqrt{\Lambda/(w + h)}.$$

Здесь

$$\Lambda = \ln \frac{E}{n} + 73{,}4, \quad w = \frac{\Phi}{nmc^2}, \quad h = \frac{H^2}{4\pi nmc^2},$$

где Φ — интегральная плотность по спектру ленгмюровских и поперечных плазменных колебаний, c — скорость света, m — масса покоя электрона, n — плотность плазмы, H — величина магнитного поля. При численных расчетах можно принять, что $\Lambda = 80$.

Подставляя в первое соотношение (13) $\bar{y}$ из (10), интегрируя по частям, используя ряд формул для функций Бесселя [10, 11], получаем, учитывая, что $\lim\limits_{z\to 0} z^{\nu} K_{\nu}(z) = 2^{\nu-1}\Gamma(\nu)$, [9]:

$$\frac{1}{q} C_1 x_0^{(\nu+1)/2} I_{\nu}(2q\sqrt{x_0}) - \frac{C_2}{q} x_0^{(\nu+1)/2} K_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0}) + \frac{C_2}{2q^{\nu+2}} \times$$
$$\times \Gamma(\nu+1) - \frac{1}{q^2}\int_0^x \xi h(\xi)\,d\xi + \frac{\Gamma(\nu+1)}{q^{\nu+2}}\int_0^{x_0} I_{\nu}(2q\sqrt{\xi}) \times \tag{14}$$
$$\times \xi^{1-\nu/2} h(\xi)\,d\xi = N_0/p.$$

Используем теперь второе соотношение (13), куда подставим $\bar{y}$ из (10). Интеграл в этом выражении обозначим через J:

$$J = \int_0^{x_0} x^{\nu/2-1} I_{\nu}(2q\sqrt{x}) \left[C_1 - 2\int_x^{x_0} K_{\nu}(2q\sqrt{\xi})\,\xi^{1-\nu/2} h(\xi)\,d\xi \right] dx +$$
$$+ \int_0^{x_0} x^{\nu/2-1} K_{\nu}(2q\sqrt{x}) \left[C_2 + 2\int_x^{x_0} I_{\nu}(2q\sqrt{\xi})\,\xi^{1-\nu/2} h(\xi)\,d\xi \right] dx. \tag{15}$$

Как видно из (15), величина $x^{\nu/2-1} I_{\nu}(2q\sqrt{x})$ при $x\to 0$ интегрируема, в то время как $x^{\nu/2-1} K_{\nu}(2q\sqrt{x})$ при $x\to 0$ стремится к бесконечности, как $1/x$. Поэтому для того, чтобы второй интеграл с пределами от 0 до x_0 в (15) не расходился, необходимо удовлетворить условию

$$C_2 + 2\int_0^{x_0} I_{\nu}(2q\sqrt{\xi})\,\xi^{1-\nu/2} h(\xi)\,d\xi = 0. \tag{16}$$

Вычисляя C_1 и C_2 из (14) и (16) и подставляя их значения в (10), после элементарных преобразований получаем

$$\bar{y} = 2x^{\nu/2} \left[\frac{p^{-1/2} N_1 - K_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0}) \int_0^{x_0} I_{\nu}(2q\sqrt{\xi})\,\xi^{1-\nu/2} h(\xi)\,d\xi}{I_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0})} \times \right.$$
$$\times I_{\nu}(2q\sqrt{x}) - K_{\nu}(2q\sqrt{x}) \int_0^x I_{\nu}(2q\sqrt{\xi})\,\xi^{1-\nu/2} h(\xi)\,d\xi - \tag{17}$$
$$\left. - I_{\nu}(2q\sqrt{x}) \int_x^{x_0} K_{\nu}(2q\sqrt{\xi})\,\xi^{1-\nu/2} h(\xi)\,d\xi \right],$$

где

$$N_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{N_0}{\sqrt{b_3}} + \sqrt{b_3} \int_0^{x_0} x h(x)\,dx \right] x_0^{-(\nu+1)/2}.$$

Теперь для определения $y(x, t)$ следует к (17) применить обратное преобразование Лапласа. Если это сделать (см. Приложение), получим следующее выражение:

$$y = \frac{\nu+1}{x_0} N_0 \left(\frac{x}{x_0}\right)^{\nu} + x^{\nu/2} \left\{ -\frac{1}{t} \int_0^{x_0} \exp\left(-\frac{x+\xi}{b_3 t}\right) I_\nu \left(\frac{2\sqrt{x\xi}}{b_3 t}\right) \xi^{1-\nu/2} \times \right.$$

$$\times h(\xi)\, d\xi + 2N' x_0^{-1-\nu/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_\nu(z_{\nu+1,n}\sqrt{x/x_0})}{J'_{\nu+1}(z_{\nu+1,n})} \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{b_3 z_{\nu+1,n}^2}{4x_0} t\right) - 2\frac{b_3}{x_0} \int_0^{x_0} \xi^{1-\nu/2} h(\xi) \times \tag{18}$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{J_\nu(z_{\nu,n}\sqrt{\xi/x_0})\, J_\nu(z_{\nu,n}\sqrt{x/x_0})}{J'_\nu(z_{\nu,n}) J_{\nu+1}(z_{\nu,n})} \exp\left(-\frac{b_3 z_{\nu,n}^2}{4x_0} t\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{J_\nu(z_{\nu+1,n}\sqrt{\xi/x_0})\, J_\nu(z_{\nu+1,n}\sqrt{x/x_0})}{J_\nu(z_{\nu+1,n}) J'_{\nu+1}(z_{\nu+1,n})} \exp\left(-\frac{b_3 z_{\nu+1,n}^2}{4x_0} t\right) \right] d\xi -$$

$$- \frac{b_3}{x_0} \sum_{n=1}^{\infty} z_{\nu,n} \frac{J_\nu(z_{\nu,n}\sqrt{x/x_0})}{J'_\nu(z_{\nu,n})} \exp\left(-\frac{b_3 z_{\nu,n}^2}{4x_0} t\right) \times$$

$$\left. \times \int_0^{x_0} \xi^{1-\nu/2} h(\xi)\, d\xi \int_0^t I_\nu\left(\frac{2\sqrt{x_0\xi}}{b_3\tau}\right) \exp\left[-\left(\frac{x+\xi}{b_3\tau} - \frac{b_3 z_{\nu,n}^2}{4x_0}\tau\right)\right] \frac{d\tau}{\tau} \right\},$$

где $z_{\nu,n}$ — положительные корни функции $J_\nu(x)$, $N' = N_0 + b_3 \int_0^{x_0} x h(x) dx$.

Для выяснения характера зависимости $N = N(E, t)$, полученной в (18), необходимо задаться величиной γ и видом функции $N(E, 0)$. Положим, что $\gamma = 3$ и $N(E, 0) = N_0 \delta(E - E_0)$. Это означает, что в момент времени $t = 0$ в источник поступило N_0 моноэнергетических частиц с энергией E_0. В результате численных расчетов по формуле (18) были построены зависимости величины $N(E/E_0, t')$ для ряда значений параметра $t' = \frac{b_3 E_0 t}{4}$.

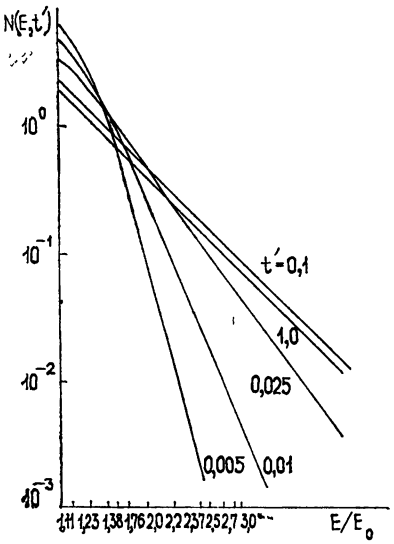

Рис. 1.

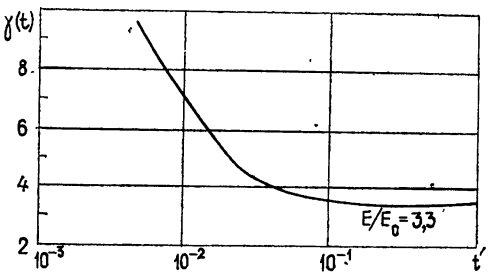

Рис. 2.

Такие зависимости приведены на рис. 1, где по оси абсцисс отложена величина E/E_0, а по оси ординат — величина, пропорциональная $N(E/E_0, t')$. Как видно из рисунка, в зависимости от величины параметра t' $N(E/E_0, t')$ убывает с ростом E/E_0 либо по степенному закону

(для $E/E_0 \geqslant 2$), либо более плавно. Таким образом, оказывается, что, начиная с некоторых энергий, можно представить величину $N(E/E_0, t')$ в виде $N(E/E_0, t') \sim (E/E_0)^{-\gamma(t')}$. На рис. 2 представлена зависимость $\gamma(t')$ для $E/E_0 = 3{,}3$. Как видно из рис. 2, при малых значениях параметра t' $\gamma(t')$ велико, ($\gamma(t') \to \infty$ при $t' \to 0$, так как в этом расчете в качестве $N(E, 0)$ выбрана дельта-функция). По мере увеличения t' величина $\gamma(t')$ стремится к $\gamma = 3$, т. е. к заданному квазистационарному значению.

Из приведенного рассмотрения следует, что за счет эволюции источника возможно изменение показателя степени γ от значений $\gamma \approx 3$ («старый» источник) до значений $\gamma > 3$ («молодой» источник). Таким образом, одно из возможных объяснений различия крутых спектральных индексов ($\alpha \geqslant 1$) у различных дискретных источников связано с их возрастом.

Авторы признательны С. Л. Рашковскому за помощь при численных расчетах.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Наметим основные этапы вывода формулы (18). В соответствии с формулой (17) представим $\bar{y}$ в виде

$$\bar{y} = 2x^{\nu/2}(-\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3), \tag{П.1}$$

где

$$\bar{y} = K_\nu(2q\sqrt{x}) \int_0^{x_0} I_\nu(2q\sqrt{\xi})\, \xi^{1-\nu/2} h(\xi)\, d\xi +$$

$$+ I_\nu(2q\sqrt{x}) \int_0^{x_0} K_\nu(2q\sqrt{\xi})\, \xi^{1-\nu/2} h(\xi)\, d\xi,$$

$$\bar{y}_2 = N_1 \frac{I_\nu(2q\sqrt{x})}{\sqrt{p}\, I_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0})},$$

$$\bar{y}_3 = \frac{K_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0})}{I_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0})} I_\nu(2q\sqrt{x}) \int_0^{x_0} I_\nu(2q\sqrt{\xi})\, \xi^{1-\nu/2} h(\xi)\, d\xi.$$

Соответственно $y(t)$ запишем в виде

$$y(t) = 2x^{\nu/2}[-y_1(t) + y_2(t) + y_3(t)]. \tag{П.1'}$$

Оригинал $\bar{y}_1 - y_1(t)$ найдем, воспользовавшись известным соотношением [12]:

$$\frac{1}{2}\int_0^\infty \exp\left(-pt - \frac{\alpha+\beta}{2t}\right) I_\nu\left(\frac{\alpha-\beta}{2t}\right)\frac{dt}{t} = K_\nu[(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})\sqrt{p}] \times$$

$$\times I_\nu[(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})\sqrt{p}], \quad \operatorname{Re}\alpha > \operatorname{Re}\beta > 0. \tag{П.2}$$

После некоторых преобразований получим

$$y_1(t) = \frac{1}{2t}\int_0^{x_0} \exp\left(-\frac{x+\xi}{b_3 t}\right) I_\nu\left(\frac{2\sqrt{x\xi}}{b_3 t}\right) \xi^{1-\nu/2} h(\xi)\, d\xi. \tag{П.3}$$

Чтобы найти $y(t)$, запишем по формуле обращения Лапласа

$$y_2(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{C-i\infty}^{C+i\infty} \bar{y}_2(p)\, e^{pt}\, dp \tag{П.4}$$

и рассмотрим контурный интеграл

$$I = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma} \frac{I_\nu(a\sqrt{p})}{\sqrt{p}\, I_{\nu+1}(b\sqrt{p})} e^{pt} dp \equiv \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma} f(p) e^{pt} dp, \tag{П.5}$$

где $0 < a < b$, а контур Γ состоит из отрезка $\operatorname{Re} p = C > 0$, $|\operatorname{Im} p| \leqslant R$ и полуокружности, замыкающей этот отрезок в левой полуплоскости.

Как легко видеть из разложения функций $I_\nu(z)$, $I_{\nu+1}(z)$ в ряд Маклорена, функция $f(p) = \dfrac{I_\nu(a\sqrt{p})}{\sqrt{p}\, I_{\nu+1}(b\sqrt{p})}$ мероморфна. Ее особенности исчерпываются простыми полюсами в точках $p = 0$ и $p = -\dfrac{z^2_{\nu+1,n}}{b^2}$, где $z_{\nu,n}$ — положительные корни функции $J_\nu(x)$. Следовательно, интеграл I допускает вычисление с помощью вычетов. При $|p| \gg 1$ из асимптотики функций Бесселя получаем

$$f(p) \sim \sqrt{\frac{b}{ap}}\, e^{(a-b)\sqrt{p}}.$$

Отсюда следует, что при любом положительном C интеграл по полуокружности будет стремиться к нулю при $R \to \infty$. Вычисляя I и устремляя $R \to \infty$, получим

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{C-i\infty}^{C+i\infty} \frac{I_\nu(a\sqrt{p})}{\sqrt{p}\, I_{\nu+1}(b\sqrt{p})} e^{pt} dp = 2(\nu+1)\frac{a^\nu}{b^{\nu+1}} + \\ + \frac{4}{b}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_\nu[(a/b) z_{\nu+1,n}]}{J'_{\nu+1}(z_{\nu+1,n})} \exp\left(-\frac{z^2_{\nu+1,n}}{b^2} t\right). \tag{П.6}$$

Положив в (П.5) $a = 2\sqrt{x/b_3}$, $b = 2\sqrt{x_0/b_3}$ и подставляя (П.5) в (П.4), находим $y_2(t)$:

$$y_2(t) = N_1 \sqrt{\frac{b_3}{x_0}}\left[(\nu+1)\left(\frac{x}{x_0}\right)^{\nu/2} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_\nu(z_{\nu+1,n}\sqrt{x/x_0})}{J'_{\nu+1}(z_{\nu+1,n})} \times \right. \\ \times \exp\left(-\frac{b_3 z^2_{\nu+1,n}}{4x_0} t\right). \tag{П.7}$$

Переходя к определению $y_3(t)$, исключим из $\bar{y}_3$ функцию $K_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0})$, воспользовавшись соотношением [11]

$$K_{\nu+1}(z) I_\nu(z) + I_{\nu+1}(z) K_\nu(z) = 1/z,$$

и представим $\bar{y}_3$ в виде

$$\bar{y}_3 = \int\limits_0^{x_0} [\bar{L}_1(p, x, \xi) - \bar{L}_2(p, x, \xi)\, \bar{L}_3(p, x, \xi)]\, \xi^{1-\nu/2} h(\xi)\, d\xi,$$

где

$$\bar{L}_1 = \frac{I_\nu(2q\sqrt{\xi})\, I_\nu(2q\sqrt{x})}{2q\sqrt{x_0}\, I_\nu(2q\sqrt{x_0})\, I_{\nu+1}(2q\sqrt{x_0})},$$

$$\overline{L}_2 = K_\nu(2q\sqrt{x_0})\, I_\nu(2q\sqrt{\xi}),$$

$$\overline{L}_3 = \frac{I_\nu(2q\sqrt{x})}{I_\nu(2q\sqrt{x_0})}.$$

Оригиналы $\overline{L}_1$ и $\overline{L}_3$ вычисляются аналогично $y_2(t)$ методом вычетов. Оригинал $\overline{L}_2$ находим по формуле (П.2), после чего оригинал произведения $\overline{L}_2\overline{L}_3$ находится с помощью теоремы о свертке.

Подставляя полученные результаты в (П.1′), придем к формуле (18).

ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Шкловский, Космическое радиоизлучение, Гостехиздат, М., 1956.
2. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, Происхождение космических лучей, изд. АН СССР, М., 1963.
3. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.
4. В. Н. Цытович, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, М., 1971.
5. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная астрофизика, изд. Наука, М., 1972.
6. С. А. Каплан, ЖЭТФ, 29, 406 (1955); Н. С. Кардашев, Астрон. ж, 39, 393 (1962).
7. C. A. Norman, Plasma turbulent reactors, Phys. Rep. Univ. of Oxford, Dep. of Theor. Phys., 1974; C. A. Norman and D. ter Haar, Plasma turbulent reactors an astrophysical paradigm, Phys. Rep. Univ. of Oxford, Dep. of Theor. Phys., 1974
8. Э. Камке, Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, изд. Наука, М., 1965.
9. Г. Карслоу, Д. Егер, Теплопроводность твердых тел, изд. Наука, М., 1964.
10. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1963.
11. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, т. II, изд. Наука, М., 1966.
12. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Таблицы интегральных преобразований, т. I, изд. Наука, М, 1969.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
3 мая 1976 г.

ON THE SET-UP OF THE ENERGY DISTRIBUTION FUNCTION OF PARTICLES IN A TURBULENT SYNCHROTRON PILE

S. Ya. Braude, I. L. Verbitskii

An explicit form of the non-stationary energy distribution of particles in a synchrotron turbulent pile has been obtained. In the case of a single-energy initial distribution the distribution function is shown to acquire a power-law form, starting with some value of energy, which is similar to the familiar steady-state distribution. The power index, however, is time-dependent and tends to a specific steady-state value. Hence, the difference in the power indices of cosmic sources can be attributed to their different age.