θ_{opt} — оптимальный азимут для СОЭ, который в данный момент LT имеет наименьший угол с линией терминатора (вертикальный масштаб для δ_0 уменьшен в 10 раз). Для расчета этой зависимости использовалась методика [4], но поправка $\Delta LT = 1$ *час* не учитывалась. Из рис. 2 видно, что регулярные отклонения азимутов СОЭ от дуги большого круга в первом приближении могут быть объяснены на основании зависимости вида $k\delta_0(LT)$, где k — коэффициент, учитывающий влияние еще одного выделенного направления — дуги большого круга. Очевидно, что k зависит от расстояния передатчик — пеленгатор. В данном эксперименте $k \sim 0{,}1$.

Таблица 1

i	N_i	n_i	σ_i
1	49	18	4,4
2	93	30	3,9
3	72	28	3,5
4	19	13	2,9

Отметим, что значительная нерегулярная составляющая затрудняет предсказание результата отдельного измерения. Случайные колебания азимутов СОЭ вызваны отклонениями от «средней» ионосферы и на данном расстоянии превосходят регулярные (прогнозируемые) изменения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фенвик и др., ТИИЭР, 52, № 4, 448 (1964).
2. В. А. Бубнов, Г. А. Румянцев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 9, 1383 (1975).
2. А. И. Агарышев, В. Е. Унучков, Геомагнетизм и аэрономия, 15, № 4, 754 (1975).
4. С. Ф. Голян, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 9, 1370 (1975).

Иркутский государственный университет

Поступила в редакцию 8 июля 1976 г.

УДК 538.56 : 530.145

АНАЛИЗ ЗАТУХАНИЯ 2π-ИМПУЛЬСОВ В ДВУХУРОВНЕВОЙ СРЕДЕ

К. А. Горшков, Е. Н. Пелиновский, С. Х. Шаврацкий

В настоящее время уделяется большое внимание экспериментальному и теоретическому исследованию распространения ультракоротких импульсов в активной среде, в том числе 2π- и π-импульсов [1—3]. Очевидно, что такие импульсы будут когерентным образом взаимодействовать со средой лишь в том случае, если их длительность τ пренебрежимо мала по сравнению с временем поперечной релаксации T_2, если же это условие не выполняется, то волна при распространении будет затухать. Поглощение импульсов из-за релаксации поляризации уже изучалось в [4] для случая неоднородного уширения при $\tau \gg T_2^*$ (T_2^* — время, характеризующее неоднородное уширение линии). Такое рассмотрение справедливо, например, при очень низких температурах, при которых неравенство $\tau \ll T_2$ выполнить легче. Представляет, однако, интерес расчет затухания 2π-импульса в случае, когда полная ширина линии определяется временем T_2, т. е. когда неоднородное уширение несущественно. Для рубина, например, такая ситуация реализуется уже при температуре жидкого азота [5, 6].

Наряду с релаксацией поляризации на распространение ультракоротких импульсов влияют также линейные потери, обусловленные рассеянием, проводимостью среды и т. д., причем их роль растет с увеличением энергии импульсов. В данной работе в рамках уравнений когерентного взаимодействия дан анализ затухания 2π-импульса под влиянием перечисленных факторов.

В случае точного резонанса (несущая частота совпадает с центром однородно уширенной линии) систему уравнений для огибающих можно записать в виде [2]

$$E_t + cE_x - 2\pi\omega_0 P = -\frac{\gamma c}{2} E,$$

$$P_t - \frac{\mu^2}{\hbar} NE = -\frac{1}{T_2} P, \qquad (1)$$

$$N_t + \frac{1}{\hbar} EP = 0.$$

Здесь E и P — огибающие поля и поляризации, N — плотность инверсной населенности, μ — электрический дипольный момент частицы, γ — коэффициент нерезонансных линейных потерь излучения на единицу длины. Как известно, эта система при $\gamma = 1/T_2 = 0$ имеет решение в виде распространяющихся без искажения 2π-импульсов [4]:

$$
\begin{aligned}
E_0 &= 2\,\frac{\hbar}{\mu}\,\frac{1}{\tau_0}\,\mathrm{ch}^{-1}\left[\frac{1}{\tau_0}\left(t-\frac{x}{v}\right)\right],\\
P_0 &= 2\mu N_*\,\mathrm{th}\left[\frac{1}{\tau_0}\left(t-\frac{x}{v}\right)\right]\Big/\,\mathrm{ch}\left[\frac{1}{\tau_0}\left(t-\frac{x}{v}\right)\right],\\
N_0 &= N_*\left\{-1+2\,\mathrm{ch}^{-2}\left[\frac{1}{\tau_0}\left(t-\frac{x}{v}\right)\right]\right\},
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где $\dfrac{1}{\tau_0}=\sqrt{2\pi\omega_0\dfrac{\mu^2}{\hbar}N_*\dfrac{v}{c-v}}$, — N_* — населенность нижнего уровня в отсутствие волны, v — скорость распространения, через которую выражаются все характеристики 2π-импульса. Для энергии, в частности, имеем

$$
W=\frac{c}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}E^2\,dt=\frac{2c}{\pi}\,\frac{\hbar^{3/2}}{\mu}\sqrt{2\pi\omega_0 N_*\frac{v}{c-v}}. \tag{3}
$$

Ответственные за диссипацию члены правой части системы (1) обычно малы ($\gamma \sim \varepsilon\gamma$, $1/T_2 \sim \varepsilon/T_2$, где ε — малый параметр), поэтому для анализа затухания 2π-импульса можно воспользоваться асимптотическим методом [7].

В первом приближении представим решение системы (1) в виде

$$
\begin{aligned}
E &= E_0(\xi,\chi,\tau)+\varepsilon e(\xi,\chi,\tau),\\
P &= P_0(\xi,\chi,\tau)+\varepsilon p(\xi,\chi,\tau),\\
N &= N_0(\xi,\chi,\tau)+\varepsilon n(\xi,\chi,\tau).
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Здесь $\xi = t - x/v$; E_0, P_0 и N_0 — квазистационарные решения системы (1), параметры которых v и N_* предполагаем зависящими от медленных переменных $\chi = \varepsilon x$, $\tau = \varepsilon t$. Подставляя (4) в (1), находим в первом порядке по ε систему уравнений для поправок к квазистационарному решению:

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{c}{v}-1\right)e_\xi + 2\pi\omega_0 p = \frac{\partial E_0}{\partial\tau}+c\,\frac{\partial E_0}{\partial\chi}+\frac{\gamma c}{2}E_0,\\
&p_\xi-\frac{\mu^2}{\hbar}N_0 e-\frac{\mu^2}{\hbar}E_0 n = -\frac{\partial P_0}{\partial\tau}-\frac{1}{T_2}P_0,\\
&n_\xi+\frac{1}{\hbar}P_0 e+\frac{1}{\hbar}E_0 p = -\frac{\partial N_0}{\partial\tau}.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Эта система легко интегрируется:

$$
\begin{aligned}
e=\frac{2\pi\omega_0}{\dfrac{c}{v}-1}\,E_{0\xi}\int\Bigg\{\frac{1}{(E_{0\xi})^2}\int E_{0\xi}\Bigg[&\frac{1}{2\pi\omega_0}\left(E_{0\xi\tau}+cE_{0\xi\chi}+\frac{\gamma c}{2}E_{0\xi}\right)+P_{0\tau}+\frac{1}{T_2}P_0+\\
&-E_0\int\left[\frac{\mu^2}{\hbar}N_{0\tau}+\frac{\mu^2}{\hbar^2}\,\frac{E_0}{2\pi\omega_0}\left(E_{0\tau}+cE_{0\chi}+\frac{\gamma c}{2}E_0\right)\right]d\xi\Bigg]d\xi\Bigg\}d\xi,\\
p=-\frac{1}{2\pi\omega_0}\Bigg[\left(\frac{c}{v}-1\right)e_\xi-&\left(E_{0\tau}+cE_{0\chi}+\frac{\gamma c}{2}E_0\right)\Bigg],\\
n=\frac{1}{\hbar}\,\frac{\dfrac{c}{v}-1}{2\pi\omega_0}\,E_0 e-&\frac{1}{4\pi\omega_0\hbar}\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+c\,\frac{\partial}{\partial\chi}\right)\int E_0^2\,d\xi-\int N_{0\tau}\,d\xi.
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Решение исходной системы (1) будет близко к квазистационарному лишь в том случае, если поправки e, p и n малы.

Из (6) и (2) нетрудно получить необходимые условия ограниченности e, p и n

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}\right)v = -\frac{4}{3T_2}v\left(1-\frac{v}{c}\right)^2 - 2\gamma v^2\left(1-\frac{v}{c}\right),$$
$$N_* = \text{const}. \tag{7}$$

Поскольку слева в первом уравнении системы (7) стоит полная производная от v, естественно рассматривать v как функцию только от x:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{4}{3T_2}\left(1-\frac{v}{c}\right)^2 - 2\gamma v\left(1-\frac{v}{c}\right). \tag{8}$$

С учетом (3) отсюда получаем уравнение баланса энергии электрического поля:

$$\frac{dW}{dx} = -\gamma W - \frac{\varkappa}{W},$$
$$\varkappa = \frac{16}{3}\frac{\omega_0 N_*}{\pi}\frac{c}{T_2}\frac{\hbar^3}{\mu^2}. \tag{9}$$

Из (9) видно, что линейные потери существенны при больших энергиях, а релаксация поляризации — при малых. Их влияние сравнивается при энергии импульса порядка $W_* = \sqrt{\varkappa/\gamma}$ (для рубина $W_* \sim 50$ *Дж*). Поскольку, как правило, $W^2 \ll W_*^2$, линейные потери пренебрежимо малы и энергия поля уменьшается по закону

$$W(x) = \sqrt{W^2(0) - 2\varkappa x}. \tag{10}$$

Характерный масштаб затухания

$$L = \frac{W_0^2}{2\varkappa} = \frac{3}{4}T_2 v_0 \frac{c}{c-v_0} \tag{11}$$

пропорционален квадрату энергии $\left(\text{видно, что при малых энергиях } L \simeq \frac{3}{4}v_0 T_2\right)$. Для рубина, например, при $W = 22$ *Дж*, $\tau = 10^{-11}$ *с*, $L \approx 16$ *см* Отметим, что формула (10) несправедлива в области $x \sim L$, поскольку при этом длительность импульса сравнима с T_2 и импульс поглотится резонансным образом, однако учет этого факта практически не изменяет масштаб затухания по сравнению с найденным с помощью (11).

Следует заметить, что населенность после прохождения 2π-импульса не выходит на прежний уровень. Ее изменение может быть выражено следующим из системы (1) простым соотношением:

$$n = \frac{1}{\mu^2 N_* T_2}\int_{-\infty}^{\infty} P_0^2\,dt = \frac{8}{3}\frac{1}{\mu T_2}\left(\frac{N_*\hbar}{2\pi\omega_0}\right)^{1/2}\sqrt{\frac{c-v}{v}}. \tag{12}$$

Изменение равновесной населенности связано с перекачкой энергии от поля к среде, полная же энергия, как легко видеть из (1), сохраняется:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2}E^2 + 2\pi\omega_0\hbar N_*\right)dx = \text{const}. \tag{13}$$

Приведем выражение для энергии электрического поля при $W > W_*$:

$$W(x) = W_0 e^{-\gamma x}. \tag{14}$$

При этом $n = 0$. Это, однако, не исключает появления «хвостов» за 2π-импульсом, амплитуда которых убывает с удалением от импульса.

Авторы выражают благодарность В. И. Беспалову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Полуэктов, Ю. Н. Попов, В. С. Ройтберг, Квантовая электроника, **1**, № 4, 757 (1974).
2. П. Г. Крюков, В. С. Летохов, УФН, **99**, вып. 2, 169 (1969).
3. G. L. Lamb, J. Rev. Mod. Phys., **43**, № 2, 99 (1971).

4. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev., 183, № 2, 457 (1969).
5. Методы расчета оптических квантовых генераторов (под ред. Б. И. Степанова), Минск, 1966.
6 А. М. Леонтович, А. М. Можаровский, Письма в ЖЭТФ, 9, вып. 4, 347 (1974).
7. K. A. Gorschkov, L. A. Ostrovsky and E. N. Pelinovsky, Proc. IEEE, 62, № 11, 1511 (1974).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 16 февраля 1976 г.

УДК 538.56 : 519.25

СТЕПЕННЫЕ СПЕКТРЫ ИЗЛУЧЕНИЯ, ОПИСЫВАЕМЫЕ РЕШЕНИЯМИ УРАВНЕНИЯ КОМПАНЕЙЦА ПРИ ОТЛИЧНОМ ОТ НУЛЯ ПОТОКЕ

А. В. Кац, В. М. Конторович

В работе найдены стационарные распределения плотности излучения, обобщающие равновесные на случай, когда имеется создаваемый источником постоянный поток фотонов по спектру, а взаимодействие с термостатом представляет собой томсоновское рассеяние на свободных равновесных электронах, описываемое кинетическим уравнением Компанейца [1, 2]:

$$\dot{N} = -\frac{1}{\nu^2}\frac{\partial q}{\partial \nu}, \quad q = -\rho c\sigma \frac{h\nu^4}{mc^2}\left(\frac{T}{h}\frac{\partial N}{\partial \nu} + N^2 + N\right). \tag{1}$$

Здесь $N(\nu)$ — функция распределения, а q — поток фотонов в пространстве частот ν, T и ρ — температура и концентрация электронов, $\sigma = 8\pi/3\, r_e^2$ — томсоновское сечение.

Исследуем стационарное решение (1) при отличном от нуля постоянном потоке в сторону малых частот ($q < 0$), что предполагает наличие источника при $\nu \to \infty$. Стационарное решение в области между источником и стоком ($\nu \to 0$), соответствующей инерционному интервалу в теории турбулентности, не зависит от конкретной структуры источника (стока) и параметризуется потоком квантов, их химпотенциалом и температурой электронов. Влияние потока определяется соотношением между ним и температурой. В такой постановке задача представляет интерес для радиоастрономии* и теории турбулентности**. При малых потоках $h\bar{\nu}/T \equiv \zeta \ll 1$, где $\bar{\nu}$ — характерная частота, определяемая потоком согласно $\bar{\nu}^4 \equiv -qmc^2/\rho c\sigma h$, существенно искажаются только «хвосты» планковского распределения:

$$N(\nu) = \begin{cases} \dfrac{T}{h\nu} + \left(\dfrac{\bar{\nu}}{\nu}\right)^2, & \dfrac{h\nu}{T} \ll 1 \\ (e^x - 1)^{-1} + \displaystyle\int\limits_{\zeta^2}^{x} dy \left(\frac{\zeta}{y}\right)^4 \frac{\operatorname{sh}^2 y/2}{\operatorname{sh}^2 x/2}, & x \equiv \dfrac{h\nu}{T} \gtrsim 1 \end{cases}. \tag{2}$$

В спектре излучения $I(\nu) \sim h\nu^3 N(\nu) c \sim \nu^{-\alpha}$ возникают степенные участки с индексом $\alpha = -1$ [3] при $x \lesssim \zeta^2$ и $\alpha = 1$ при $x > \ln \zeta^{-4}$, между которыми согласно (2) распределение близко к планковскому (см. рис. 1). При $x \gg 1$ $N \approx e^{-x} + \left(\dfrac{\zeta}{x}\right)^4$. С ростом потока, как видно, область планковского распределения сужается и при больших потоках $h\bar{\nu} \gg T$ степенные асимптотики смыкаются, формируя распределение

---

* Рассеяние свободными электронами способно существенно влиять на спектр мощных источников космического радиоизлучения [3, 4] и, по-видимому, может быть ответственно за образование степенных спектров, в том числе с завалом в области низких частот.

** В частности, на этом примере удается проследить аналитически переход от равновесных к степенным спектрам колмогоровского типа по мере роста потока.