

УДК 621.372.853.2

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНОВОДА МАЛОЙ ГЕКСАФЕРРИТОВОЙ СФЕРЫ

В. Л. Лаунец, Э. К. Маринов

В магнитоэстатическом приближении решена задача о возбуждении регулярного прямоугольного волновода малым ферритовым образцом сферической формы с гексагональной кристаллографической структурой. Полученные выражения позволяют определить амплитуду любой волноводной моды, возбужденной гексаферритовым образцом.

Все более широкое применение анизотропных ферритов в технике СВЧ требует знания параметров волноводов, содержащих ферритовые образцы. Особый интерес представляет рассмотрение гексаферритов, так как они обладают большими полями анизотропии при сравнительно узкой полосе резонансного поглощения ($\Delta H \approx 12000 \div 1600 \text{ А/м}$), что дает возможность построения ферритовых устройств в миллиметровой области длин волн. Следует отметить также тот факт, что спектр поглощения анизотропных ферритов содержит ряд неоднородных резонансов с очень высокими интенсивностями, иногда сравнимыми с интенсивностью однородной прецессии. Все это делает задачу определения коэффициентов возбуждения волновода с учетом

высших типов прецессии достаточно важной.

Рассмотрим регулярный прямоугольный волновод, в произвольную точку которого помещен гексаферритовый образец сферической формы радиуса r_0 (рис. 1). Систему координат x'', y'', z'' выберем так, что ось y'' направлена вдоль оси линии передачи, x''_0, z''_0 — координаты центра шарика в поперечном сечении волновода. Систему координат x', y', z' , связанную с центром ферритового образца, выберем так, чтобы ось z' совпадала с направлением постоянного намагничивающего поля. Перейдем к системе координат x, y, z , следующей образом связанной с кристаллографическими осями гексаферрита (рис. 2): ось z направлена вдоль вектора постоянной намагниченности M_0 , который составляет угол $\theta - \nu_0$ с направлением постоянного магнитного поля H_0 , ν_0 — угол между M_0 и гексагональной осью кристалла C . Отметим, что все рассмотренные векторы H_0, H_a, M_0 лежат в одной плоскости. Пусть в этой же плоскости лежит и ось x . Тогда положение оси y

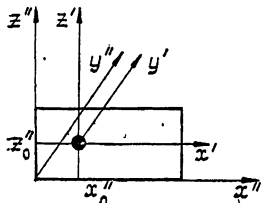


Рис. 1.

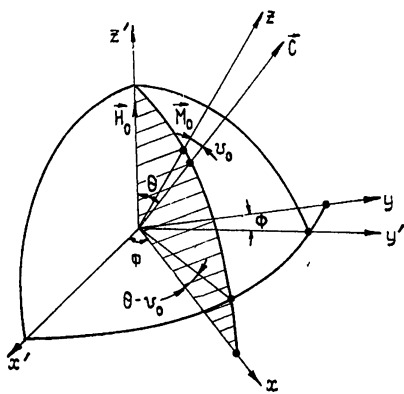


Рис. 1.

определено однозначно, т. е. она лежит в плоскости $z' = 0$ и составляет с осью y' угол Φ . Таким образом, угол Φ определяет величину отклонения плоскости, в которой лежит постоянное поле H_0 и гексагональная ось C , от плоскости поперечного сечения волновода.

Для определения коэффициентов возбуждения волновода $C_{\pm s}$ воспользуемся известным выражением [1]:

$$C_{\pm s} = \frac{i}{2k_s} \sum_{\gamma} \int_{\nu} H_{\pm s}^{\gamma} 4\pi m_{\gamma} d\nu, \quad (1)$$

где k_s — постоянная распространения s -й волноводной моды, $H_{\pm s}^{\gamma}$ — магнитное поле волноводной моды s , m_{γ} — переменная намагниченность феррита. Верхние знаки в (1) берутся при определении амплитуды поля, переизлученного ферритовым образцом в направлении оси (коэффициент возбуждения «вперед»), а нижние — при определении полей, бегущих в обратном направлении (коэффициент отражения). Выражение (1) определяет амплитуды полей электрического типа. Для определения амплитуд полей магнитного типа необходимо перед (1) поставить знак минус. Интегрирование ведется по объему образца. При записи (1) использовалась нормировка полей согласно [2], а также система координат

$$H_{\pm 1} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (H_x \pm iH_y), \quad H_0 = H_z, \quad H^{\gamma} = (-1)^{\gamma} H_{-\gamma}, \quad \gamma = 0, \pm 1. \quad (2)$$

Составляющие заданного поля $H_{\pm s}^{\gamma}$ в системе координат x', y', z' записаны в удобных для рассматриваемого случая сферических функциях в [1]. В используемой нами системе координат x, y, z необходимые составляющие магнитного поля H^{γ} легко могут быть получены из приведенных в [1] обычным преобразованием поворота на введенные выше углы $\theta - \nu_0$ и Φ .

В этой системе координат тензор магнитной восприимчивости гексаферрита при равных нулю второй, третьей и т. д. константах анизотропии может быть записан в виде

$$\overset{\leftrightarrow}{\chi} = \begin{vmatrix} \kappa + \Delta & -i\nu & 0 \\ i\nu & \kappa - \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\kappa = \frac{\Omega_H}{d}, \quad \nu = \frac{\Omega}{d}, \quad \Delta = \frac{\delta}{d}, \quad d = \Omega_H^2 - \Omega^2 - \delta^2, \quad \Omega_H = \frac{H}{4\pi M_0},$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\gamma_0 4\pi M_0}, \quad \delta = \frac{1}{2} H_a \frac{\sin^2 \nu_0}{4\pi M_0}, \quad H = H_0 \cos(\theta - \nu_0) + \frac{1}{2} H_a (\cos 2\nu_0 + \cos^2 \nu_0) - \frac{4\pi M_0}{3},$$

M_0 — намагниченность насыщения, ω — частота возбуждающего поля, γ_0 — гиромагнитное отношение.

Выражения, приведенные в (3), могут быть легко получены из формул работы [3]. Потенциал ψ^i внутреннего поля имеет вид (Y_{lm} — нормированные сферические функции [4])

$$\psi^l = \sum_{lm} \sum_{\lambda\mu} A_{l-2\lambda, m-2\mu}^l r^l Y(l-2\lambda, m-2\mu | \theta, \varphi), \quad (4)$$

амплитуды A_{ls}^n обладают следующими свойствами:

$$A_{ls}^n = \begin{cases} 0 & \text{при } t > n, \quad |s| > t, \\ \neq 0 & \text{при } t \leq n, \quad |s| \leq t, \quad n, t \geq 0. \end{cases} \quad (5)$$

В рассматриваемом нами случае малых образцов достаточно учитывать потенциальную составляющую внутреннего поля, т. е. примем

$$H^l = \nabla \psi^l.$$

Тогда переменная намагниченность m с учетом (2) и (3) имеет вид

$$4\pi m_1 = (x - v) \frac{\partial \psi^l}{\partial x^1} - \Delta \frac{\partial \psi^l}{\partial x^{-1}}, \quad (6)$$

$$4\pi m_{-1} = (x + v) \frac{\partial \psi^l}{\partial x^{-1}} - \Delta \frac{\partial \psi^l}{\partial x^1}, \quad 4\pi m_0 = 0.$$

Подставив (6) в (1), получаем

$$C_{\pm s} = \frac{i}{2k_s} \sum_{\gamma=\pm 1} \int_{\nu} H_{\pm s}^{\gamma} \left[(x - \gamma v) \frac{\partial}{\partial x^{\gamma}} - \Delta \frac{\partial}{\partial x^{-\gamma}} \right] \psi^l d\nu. \quad (7)$$

При расчете (7) воспользуемся формулами ковариантного дифференцирования

$$\frac{\partial}{\partial x^{\pm \gamma}} [A_{\lambda\mu}^l r^l Y(\lambda\mu | r)] = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\frac{(\lambda \mp \gamma\mu + 2)(\lambda \mp \gamma\mu + 1)}{2(2\lambda + 1)(2\lambda + 3)}} (l + \lambda + 2) \times \right. \quad (8)$$

$$\left. \times A_{\lambda+1, \mu-\gamma}^l - \sqrt{\frac{(\lambda \pm \gamma\mu - 1)(\lambda \pm \gamma\mu)}{2(2\lambda + 1)(2\lambda - 1)}} (l - \lambda + 1) A_{\lambda-1, \mu-\gamma}^l \right] r^{l-1} Y(\lambda\mu | r),$$

$$\gamma = \pm 1,$$

которые легко получить из соотношений, приведенных в [5], а также учесть тот факт, что рассеянное ферритовым образцом поле с первым индексом симметрии l возбуждается внутренним полем той же симметрии. Отсюда следует, что в выражении для потенциала внутреннего поля (4) от суммы по l можно оставить только одно слагаемое, определяющее выбранный тип прецессии намагниченности.

Относительно вторых индексов симметрии подобного заключения сделать нельзя по причине наличия связи по ним, возникающей из-за кристаллографической анизотропии [6].

Итак, предположим, что нас интересуют коэффициенты возбуждения поля произвольной симметрии l, m . Это означает, что в выражении для заданного поля $H_{\pm s}^{\gamma}$, представленного в виде разложения по сферическим функциям [1]

$$H_{\pm s}^{\gamma} = \sum_{k\lambda} H_{\pm s}^{\gamma}(k\lambda) r^k Y(k\lambda | r), \quad (9)$$

нужно оставить одно слагаемое с индексами $k = l, \lambda = m$.

Подставляя (4) и (9) в (7) и используя (8), получим искомое выражение

$$\begin{aligned}
 C_{\pm s}^{lm} = & \frac{l}{2\sqrt{2}k_s} (-1)^{m+\gamma} \frac{r_0^{2l+1}}{2l+1} \sum_{\gamma=\pm 1} H_{\mp s}^{l+1}(l-1, \pm m \pm \gamma) \times \\
 & \times \left\{ (x - \gamma) \left[(2l+1) \sqrt{\frac{(l-\gamma m-1)(l-\gamma m)}{(2l-1)(2l+1)}} A_{l,m}^l - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - 2 \sqrt{\frac{(l+\gamma m-1)(l+\gamma m)}{(2l-1)(2l-3)}} A_{l-2,m}^l \right] - \right. \\
 & \quad - \Delta \left[(2l+1) \sqrt{\frac{(l+\gamma m+2)(l+\gamma m+1)}{(2l-1)(2l+1)}} A_{l,m+2\gamma}^l - \right. \\
 & \quad \left. \left. - 2 \sqrt{\frac{(l-\gamma m-3)(l-\gamma m-2)}{(2l-1)(2l-3)}} A_{l-2,m+2\gamma}^l \right] \right\}. \tag{10}
 \end{aligned}$$

При расчетах были использованы свойства ортогональности сферических функций, а также проведена замена индексов

$$l+1 = l' \rightarrow l, \quad \pm m - \gamma = m' \rightarrow m.$$

Амплитуды A_{lm}^n потенциала внутреннего поля (4), которые входят в выражение для коэффициентов возбуждения (10) как известные величины, могут быть определены из системы уравнений

$$\begin{aligned}
 l r_0^l A_{l,m}^l - \frac{l+1}{r_0^{l+1}} A_{l,m}^p = & r_0^l \left\{ A_{l,m}^l \left[l - m \gamma + x \frac{l(l-1) + m^2}{2l-1} \right] - A_{l-2,m}^l \times \right. \\
 \times & \frac{2x}{2l-1} \sqrt{\frac{(l \pm m)(l \pm m - 1)}{(2l+1)(2l-3)}} + \frac{\Delta}{2l-1} \left[A_{l-2,m+2}^l \sqrt{\frac{(l-m) \dots (l-m-3)}{(2l+1)(2l-3)}} + \right. \\
 & \left. + A_{l-2,m-2}^l \sqrt{\frac{(l+m) \dots (l+m-3)}{(2l+1)(2l-3)}} - A_{l,m-2}^l \frac{1}{2} \times \right. \\
 \times & \left. \left. \sqrt{(l+m)(l \pm m \mp 1)(l-m+2)} - A_{l,m+2}^l \frac{1}{2} \sqrt{(l-m)(l \mp m \mp 1)(l+m+2)} \right] \right\}, \\
 r_0^l A_{l,m}^l + \frac{1}{r_0^{l+1}} A_{l,m}^p = & r_0 A_{l,m}^l, \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left\{ 1 + x - x \frac{[2n(n+1) - 2m^2 - 1]}{(2l-1)(2l+3)} \right\} (l+n+1)(l-n) A_{n,m}^l - x \left[(l+n+1) \times \right. \\
 \times (l+n+3) \sqrt{\frac{(n \pm m+2)(n \pm m+1)}{(2n+1)(2n+3)^2(2n+5)}} A_{n+2,m}^l + (l-n+2)(l-n) A_{n-2,m}^l \times \\
 \times \sqrt{\frac{(n \pm m)(n \pm m - 1)}{(2n-1)^2(2n+1)(2n-3)}} \left. \right] + \frac{\Delta}{2} \left\{ \frac{(l+n+1)(l+n+3)}{(2n+3)\sqrt{(2n+1)(2n+5)}} \times \right. \\
 \times [A_{n+2,m-2}^l \sqrt{(n-m+1) \dots (n-m+4)} + A_{n+2,m+2}^l \sqrt{(n+m+1) \dots (n+m+4)}] + \\
 + \frac{(l-n+2)(l-n)}{(2n-1)\sqrt{(2n+1)(2n-3)}} \left[A_{n-2,m-2}^l \sqrt{(n+m) \dots (n+m-3)} + A_{n-2,m+2}^l \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\times \sqrt{(n-m)\dots(n-m-3)} \left] - \frac{(l+n+1)(l-n)}{(2n-1)(2n+3)} \left[\sqrt{(n+m)(n\pm m\mp 1)(n-m+2)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times A_{n, m-2}^l + A_{n, m+2}^l \sqrt{(n-m)(n\pm m\pm 1)(n+m+2)} \right] \right\} = 0,$$

первые два уравнения которой получены из граничных условий на поверхности ферритового образца, а последнее — из уравнения Максвелла:

$$\operatorname{div} B^l = 0.$$

Отметим, что в приведенной выше системе уравнений величины $A_{l, m}$ — известные амплитуды потенциала возбуждающего (падающего на ферритовый образец) поля

$$H = \sum_{lm} A_{l, m} \nabla [r^l Y(l, m | r)],$$

а также то, что каждое из уравнений системы представляет собой набор равенств с $m = m'$, $m = m' \pm 2$, $m = m' \pm 4$ и т. д. Индекс n может принимать любые целые положительные значения. Амплитуды $A_{l, m}^p$ потенциала рассеянного поля не входят в выражение для определения коэффициентов возбуждения, однако их необходимо учитывать при нахождении амплитуд $A_{n, m}^l$ потенциала внутреннего поля из системы (11).

Отметим также, что тип прецессии намагниченности l, m , например, определяет амплитуда потенциала внутреннего поля $A_{l, m}^i$; амплитуды $A_{l-2, m}^i$ выражаются через $A_{l, m}^i$ при помощи последнего уравнения системы (11), которое, по сути, является рекуррентным соотношением для амплитуд потенциала внутреннего поля.

При записи системы (11) в целях упрощения введены некоторые сокращения. Так, под выражением вида $\sqrt{(l+m)(l\pm m\mp 1)(l-m+2)}$, $\sqrt{(l-m)\dots(l-m-3)}$ и т. д. имеются в виду

$$\sqrt{(l+m)(l+m-1)(l-m+1)(l-m+2)}, \sqrt{(l-m)(l-m-1)(l-m-2)(l-m-3)}$$

и т. д.

Анализ полученных результатов позволяет заключить следующее.

1) В возбуждении рассеянных полей с симметрией lm , кроме типа прецессии намагниченности с той же lm -симметрией, принимают участие и типы прецессии с отличающимися на двойку вторыми индексами, вклад которых может оказаться существенным при больших полях анизотропии (при больших Δ). При отстройке частоты от резонансной для данного типа прецессии lm амплитуды рассеянных полей этой же симметрии lm в случае изотропного образца обращаются в нуль. В случае же анизотропных образцов амплитуды рассеянных полей с симметрией lm будут отличны от нуля и тогда, когда условия для возбуждения типа прецессии намагниченности lm не выполняются, но выполняются условия возбуждения типов прецессии $lm + 2$ или $lm - 2$.

2) При переходе к изотропной сфере ($\Delta \rightarrow 0$) рассеянные ею поля с симметрией lm возбуждаются типом прецессии той же только симметрии, и формула (10) преобразуется в известную, полученную для случая изотропных ферритовых образцов [1].

3) Система уравнений (11) для определения амплитуд потенциалов возбужденных полей не является бесконечной. Ее порядок определяется

рассматриваемым типом прецессии намагниченности и четностью индексов симметрии. Так, если l и m имеют одну четность, то система (11) имеет $3l + 1$ уравнений, если же l и m разной четности — $3l - 2$ уравнений.

4) Из обсуждаемой системы уравнений видно, что внешнее поле с заданной симметрией l и m возбуждает внутри и вне ферритового образца поля той же симметрии, а также поля с отличными на двойку вторыми индексами, т. е. возбуждаются типы прецессии lm , $lm \pm 2$, $lm \pm 4$ и т. д., тогда как в изотропном случае ($\Delta = 0$) типы прецессии $lm \pm 2$, $lm \pm 4$ и т. д. полем с симметрией lm , как и должно быть, не возбуждаются.

5) Амплитуды возбужденных полей зависят от радиуса образца, как $(kr_0)^{2l+1}$ (в нашем приближении $kr_0 \ll 1$). Поэтому интенсивности полей, возбужденных высшими типами прецессии ($l > 1$), будут незначительными. Однако в некоторых случаях (например, при вырождении неоднородного типа прецессии с однородным или в системе из нескольких ферритовых образцов) необходимо учитывать типы прецессии с $l \gg 1$.

Так, известны ферритовые устройства, на параметры которых существенно влияют типы прецессии с первым индексом симметрии $l = 5$.

В заключение отметим, что для монокристаллов с кубической анизотропией формулы для определения коэффициентов возбуждения и амплитуд полей имеют такой же вид, как (10) и (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Лаунец, М. М. Новицкас, В. К. Шугуров, Возбуждение волновода малым ферритовым шариком, Литовский физический сборник, 9, 6. (1969).
2. Б. З. Каценеленбаум, Высоочастотная электродинамика, Физматгиз, М., 1966.
3. Б. П. Поллак, А. Е. Ханамиров, Особенности ферромагнитного резонанса в монокристаллах гексаферритов, Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ, секция РТ, МЭИ, М., 1969.
4. Е. В. Гобсон, Теория сферических и эллипсоидальных функций, ИЛ, М., 1961.
5. А. Кратцер, В. Франц, Трансцендентные функции, ИЛ, М., 1963.
6. В. Л. Лаунец, М. М. Новицкас, В. К. Шугуров, Магнитостатические типы прецессии анизотропного ферритового шарика, Литовский физический сборник, 10, 3 (1970).

Поступила в редакцию
18 ноября 1975 г.

EXCITATION OF WAVEGUIDE BY A SMALL HEXAFERRITE SPHERE

V. L. Launets, E. K. Merinov

In the magnetostatic approximation, the problem of excitation of a regular rectangular waveguide by a small ferrite spherical sample with hexagonal crystallographic structure is solved. The expressions obtained permit to define the amplitude of any waveguide mode excited by a hexaferrite sample.