

УДК 621.396.67.012.12

О ВЫЧИСЛЕНИИ ПОЛЕЙ В ФАЗОМЕТРИЧЕСКОМ (РАДИОГОЛОГРАФИЧЕСКОМ) МЕТОДЕ АНТЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В. И. Турчин

Рассматривается метод определения диаграммы направленности путем вычисления интегрального преобразования от измеренного распределения тангенциальных компонент электрического поля. Обсуждается вопрос о применимости при вычислениях в качестве ядра интегрального преобразования геометрооптического приближения для распределения тока, наведенного на идеально проводящем теле, поверхность которого повторяет поверхность сканирования.

В связи с внедрением в технику антенных измерений фазометрического (радиоголографического) метода [1-3] весьма актуальной является разработка способов вычисления электромагнитного поля $E(x)$, $H(x)$ в произвольной точке x по измеренному распределению, например, тангенциальной компоненты $E^{(s)}$ (ближнего поля) на некоторой поверхности S —поверхности сканирования, окружающей исследуемую антенну, $E^{(s)} = E(x_s)$; $x_s \in S$.

Применительно к фазометрическим измерениям эта задача решается в настоящее время в основном двумя способами: методом разложения по собственным модам (см., например, [3, 4]) и методом, использующим интеграл Кирхгофа в векторной форме [3, 5]. Метод разложения по собственным модам связан с большим объемом вычислений. Во втором методе поле представляется в виде интеграла от измеренного распределения ближнего поля, что позволяет сократить объем вычислений*, а также использовать в ряде случаев аналоговые (оптические) способы обработки [5, 6]. Однако для использования интеграла Кирхгофа в его точной записи необходимо знать распределение на S тангенциальных компонент не только электрического, но и магнитного поля, что вызывает дополнительные трудности при измерениях. Поэтому обычно полагают [3], что при достаточном удалении поверхности сканирования от исследуемой антенны $E^{(s)}$ и $H^{(s)}$ связаны, как в плоской волне, т. е.

$$\frac{1}{c} H^{(s)} \approx [k, E^{(s)}], \quad (1)$$

где k — вектор, перпендикулярный волновому фронту.

Если исследуемая антенна близка к синфазной и поле вычисляется в небольшом угловом секторе, можно положить $k \approx kn$ (n — нормаль к поверхности сканирования, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны), что обычно

* Количество арифметических операций, необходимых для вычисления одного значения E в этом случае равно N — числу исходных замеров, в отличие от метода разложения по собственным модам, где требуется примерно N^2 операций.

и делается на практике. При вычислении дальних боковых лепестков, однако, для определения k необходимо точно знать конфигурацию волнового фронта поля исследуемой антенны, что может оказаться затруднительным*.

Учитывая вышесказанное, для фазометрических измерений можно предложить использование такого способа вычислений, при котором поле $E(\mathbf{x})$ представлялось бы строго в виде интеграла от тангенциальной составляющей одного лишь электрического поля (либо одного магнитного), но, естественно, с другим, чем в интеграле Кирхгофа, ядром.

В наиболее интересном для практики случае нахождения углового распределения электрического поля на бесконечности $f(\mathbf{x})$ (диаграммы направленности) указанный интеграл имеет вид

$$f(\mathbf{x}) = \int_S \hat{\gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s) E^{(s)}(\mathbf{x}_s) d^2x_s, \quad (2)$$

где $\hat{\gamma}$ — тензор Грина однородных уравнений Максвелла с неоднородным краевым условием $E^{(s)}$ на S ; единичный вектор \mathbf{x} указывает направление в точку наблюдения.

Задача отыскания ядра интеграла (2) сводится, как известно [7, 9], к решению дифракционной задачи о распределении тока, наведенного плоской волной единичной амплитуды на идеально проводящем теле, поверхность которого совпадает с поверхностью сканирования S :

$$\gamma_p(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s) = \frac{ik}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} J_{\text{пов}}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, \mathbf{x}_s), \quad (3)$$

где γ_p — «столбец» тензора $\hat{\gamma}$ ($\gamma_p = (\mathbf{p}, \hat{\gamma})$), $J_{\text{пов}}$ — распределение тока, наведенного плоской волной, падающей с направления \mathbf{x} с вектором E , ориентированным вдоль орта \mathbf{p} . Поскольку задача о распределении поверхностного тока решена строго для многих тел простой формы (цилиндр, сфера, параболоид вращения и т. д.), для соответствующих видов поверхности сканирования при реализации (2) можно воспользоваться готовыми результатами. В качестве иллюстрации в Приложении приведено точное выражение $\hat{\gamma}$ для сферической поверхности сканирования, полученное из известных выражений для распределения тока на идеально проводящей сфере.

Если радиус кривизны S велик по сравнению с длиной волны (что обычно имеет место на практике), точные выражения для распределений тока, представляемые рядами по специальным функциям, могут быть заменены на асимптотические. При этом в «освещенной» области и в области «тени» для $\hat{\gamma}$ может быть использовано геометрикооптическое приближение распределения тока [10] (см. также [9])

$$\gamma_p \approx \gamma_p^{(r.o)} = \begin{cases} -\frac{i}{\lambda} [n(\mathbf{p}, \mathbf{x})] \exp[-ik(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s)] & \text{на «освещенной»} \\ & \text{стороне } S \\ 0 & \text{на «теневой»} \\ & \text{стороне } S \end{cases} \quad (4)$$

Граница «свет—тьма» на S определяется уравнением $(n, \mathbf{x}) = 0$. В этом

* В принципе k можно определить из соотношения $k = \nabla\varphi^{(s)}$, где $\varphi^{(s)}$ — измеренное распределение фазы ближнего поля, вычисляя при этом вначале тангенциальную компоненту градиента фазы, а затем определяя ее нормальную производную из уравнения Эйконала. Численное дифференцирование фазового распределения, однако, связано с большими практическими трудностями.

случае (2) приобретает вид, сходный с интегралом Кирхгофа*, однако задания априорной связи между $E^{(s)}$ и $H^{(s)}$ при этом уже не требуется. Оценки пределов применимости геометрикооптического приближения для распределения тока точно известны (см., например, [8, 10]): при переходе через границу «свет—тьень» «скачок» в распределении тока должен быть заменен на плавный переход с использованием функций Фока.

Поскольку дополнение соотношения (4) формулами плавного перехода через границу «свет—тьень» ведет к усложнению вычислительной процедуры, представляет интерес оценить, к каким ошибкам при вычислении диаграммы может привести использование для $\hat{\gamma}$ непосредственно выражения (4); тем самым, в известной степени можно оценить пределы применимости для расчетов формулы Кирхгофа, используемой совместно с условием (1).

Для этой оценки применим следующий прием. В качестве поля $E^{(s)}$ возьмем поле точечного источника $e(x_s, x')$, помещенного в точку x' внутри объема, ограниченного поверхностью сканирования. Подставляя $e(x_s, x')$ в (2), в результате интегрирования мы должны получить для каждого направления x плоскую волну $\Pi_0(x, x')$,

$$\Pi_0(x, x') = T(x) \exp[-ik(x, x')],$$

где $T(x)$ — диаграмма направленности точечного источника. Если же вместо точного выражения для $\hat{\gamma}$ в (2) используется приближенное выражение, то результатом интегрирования в (2) будет являться функция $\Pi(x, x')$, отличная от Π_0 . В рассматриваемом случае

$$\Pi(x, x') = \int \hat{\gamma}^{(r,0)}(x, x_s) e(x_s, x') d^2 x_s. \quad (5)$$

Поскольку любая исследуемая антенна может быть представлена в виде совокупности точечных источников, вычисленная диаграмма направленности антенны может рассматриваться как отклик антенны на волну, описываемую функцией $\Pi(x, x')$, точно так же, как «истинная» диаграмма направленности представляет собой отклик антенны на плоскую волну. Зная вид $\Pi(x, x')$ и характер отклика антенны на падающую волну с известной конфигурацией волнового фронта, можно оценить погрешность, вносимую приближенным характером вычислений.

Интеграл (5) может быть вычислен с использованием известных асимптотических методов [11]**

$$\begin{aligned} \Pi(x, x') &= \Pi_0(x, x') \left(1 + O\left(\frac{1}{k\rho}\right) \right) + \\ &+ \sum_l A_l \frac{\exp[ik\rho_l - ik(x, x_l)]}{\sqrt{k\rho_l}} + O\left(\frac{1}{k\rho}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

где ρ — расстояние от источника до поверхности сканирования, $\rho_l = |x_l - x'|$, $x_l - l$ -я точка стационарной фазы на границе «свет—тьень».

Первое слагаемое в (6), определяемое точкой стационарной фазы $x_s^{(ст)}$ в интеграле (5), $x_s^{(ст)} - x' = x |x_s^{(ст)} - x'|$, представляет собой плоскую

* Для точного совпадения подынтегральных выражений в (2) и в интеграле Кирхгофа необходимо принять $\hat{k} = \frac{k n}{(n, x)}$.

** Отметим, что подобные интегралы хорошо известны в теории распространения радиоволн [12].

волну. Второе слагаемое определяется вкладом точек стационарной фазы χ_i на границе «свет — тень», где геометрическое приближение терпит разрыв. Учитывая характер фазовых множителей во втором слагаемом, их можно приближенно рассматривать как цилиндрические волны, «источники» которых локализованы на границе «свет — тень» (краевые волны). Их амплитуды A_i зависят от рассматриваемой поляризации и дифференциальных свойств кривой, образующей границу «свет — тень».

Исходя из вышесказанного, результат вычисления диаграммы направленности в случае использования для Δ геометрического приближения (4) можно интерпретировать как суммарный отклик антенны на плоскую волну (точное значение диаграммы) и цилиндрические волны, испускаемые источниками, находящимися на границе «свет —

тень»* (см. рис. 1, где A — исследуемая антенна, χ — направление, в котором ведется вычисление диаграммы направленности (направление падения плоской волны на рисунке), 1, 2 — точечные «источники» на границе «свет — тень», возникающие за счет приближенного характера функции Грина, $S_{осв}$, $S_{тен}$ — «освещенная» и «теньевая» части поверхности сканирования. $S_{осв}$ отмечена на рисунке жирной линией). Отклики на цилиндрические волны, очевидно, и определяют погрешность вычисления диаграммы.

Далее следует учесть, что пространственное распределение ближнего поля синфазной апертурной антенны можно разбить на две области: область прожекторного луча, где амплитуда поля антенны достаточно велика, и область рассеянного поля с малой амплитудой. Если диаграмма направленности вычисляется в относительно небольшом секторе углов вблизи электрической оси антенны, то точечные «источники», находясь в области рассеянного поля, вносят пренебрежимо малую погрешность в величину вычисленной диаграммы. Напротив, при вычислении дальних боковых лепестков точечные «источники» могут оказаться в области прожекторного луча (см. рис. 1). Этот случай будет иметь место, если

$$(\chi, \chi) < \frac{D}{2R}, \quad (7)$$

где χ — нормаль плоскости раскрыва антенны, D — размер антенны, R — расстояние от центра антенны до края области, «вырезаемой» на поверхности сканирования прожекторным лучом. Величина погрешности в этом случае, очевидно, может существенно возрасти.

* Здесь следует еще раз подчеркнуть, что указанные источники не являются реальными, они появляются лишь в ходе математической обработки по упрощенной формуле.

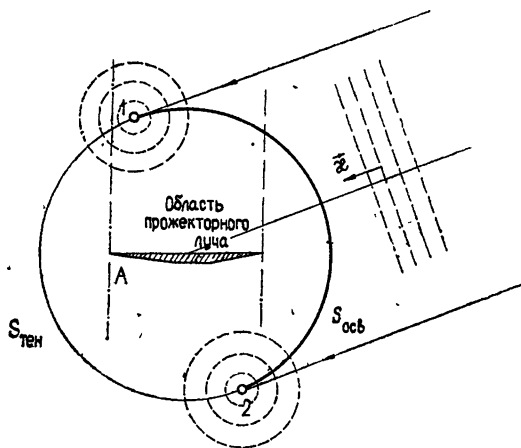


Рис. 1.

Численную оценку погрешности проведем для плоской (двумерной) задачи Неймана, когда на линии, окружающей исследуемый источник, задается нормальная производная поля*; линию сканирования возьмем в виде окружности радиуса R . Для амплитуд $A_{1,2}$ и расстояний $\rho_{1,2}$ в этом случае имеют место выражения

$$A_{1,2} = - \frac{1+i}{2\sqrt{\pi}} \frac{R \pm (x' \cos \theta - y' \sin \theta)}{\rho_{1,2} + x' \sin \theta + y' \cos \theta}, \quad (8)$$

$$\rho_{1,2} = \sqrt{R^2 + x'^2 + y'^2 \pm 2R(x' \cos \theta - y' \sin \theta)},$$

где x', y' — координаты точечного источника, θ — угловое направление, в котором вычисляется диаграмма (угол θ отсчитывается от оси y).

Найдем далее погрешность вычисления диаграммы, определяемую откликом антенны на точечный «источник» в зоне прожекторного луча антенны. Для линейного синфазного излучателя длиной D , расположенного на оси x , условие появления точечного «источника» в области прожекторного луча (7) принимает вид

$$\cos \theta < \frac{D}{2R}. \quad (9)$$

В этом случае погрешность вычисления диаграммы направленности δf , отнесенная к величине диаграммы, определяется соотношением

$$\delta f \approx \frac{|g(-R \cos \theta)|}{k \left| \int_{-D/2}^{D/2} g(x) e^{-ikx \sin \theta} dx \right|} \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}, \quad (10)$$

где $g(x)$ — распределение поля по излучателю. Например, для излучателя с равномерным распределением при выполнении условия (9) относительная погрешность определения бокового излучения составляет 50—100%, т. е. вполне ощутимую величину.

Отметим, что для существенно несинфазных антенн может иметь место случай, когда боковое излучение будет определено вообще неверно. Так, для антенны с осевым излучением, представленной в виде источника на оси y с распределением фазы по источнику в виде ky

для углов $\theta \approx \pm \frac{\pi}{2}$ имеем

$$\delta f \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\sqrt{k \left(R + \frac{D}{2} \right)} - \sqrt{k \left(R - \frac{D}{2} \right)} \right) \gg 1'$$

в силу условия $kR \gg 1$. Столь большая величина погрешности объясняется компенсацией фазового распределения в антенне фронтом цилиндрической волны для углов $\theta \approx \pm \frac{\pi}{2}$.

Таким образом, использование в качестве ядра интегрального преобразования (2) геометрикооптического приближения для распределения тока (4) (т. е. представление (2) в виде интеграла Кирхгофа) приводит к достаточно большой погрешности при вычислении дальнего бокового излучения (см. (7)) синфазных антенн. В случае же исследуемого

* Решение векторной задачи, как известно, сводится к решению скалярных задач Дирихле и Неймана.

дования бокового излучения существенно несинфазных антенн интеграл Киргофа (приближение (4)) вообще должен использоваться с большой осторожностью. Для устранения указанных погрешностей скачкообразный переход через границу «свет — тень», очевидно, должен быть заменен на плавный с использованием функций Фока либо точных формул.

В заключение автор выражает благодарность В. И. Таланову за ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Токи \mathbf{j} и \mathbf{j}' , наведенные на сфере плоскими волнами, падающими с направлений, отличающихся на угол (θ, φ) с поляризациями \mathbf{p} и \mathbf{p}' , связаны очевидным (из-за симметрии сферы) соотношением

$$\mathbf{j}' = \hat{A} \mathbf{j}(\theta'', \varphi''), \quad \mathbf{p}' = \hat{A} \mathbf{p},$$

\hat{A} — матрица преобразования, соответствующая повороту системы координат на угол θ и угол φ ; θ'' , φ'' — сферические углы в повернутой системе координат. Используя известные выражения для токов $\mathbf{j}^{(x)}(\theta, \varphi)$ и $\mathbf{j}^{(y)}(\theta, \varphi)$, наведенных на идеально проводящей сфере плоской волной, падающей вдоль оси z с вектором \mathbf{E} , ориентированным соответственно вдоль оси x и y [8], и выражая углы θ'' , φ'' через θ , φ , θ' , φ' (θ' , φ' — угловые координаты на поверхности сферы), приходим к следующему выражению для $\hat{\gamma}(\theta, \theta', \varphi, \varphi')$:

$$\gamma_{ij}(\theta, \theta', \varphi, \varphi') = \frac{i}{4\pi \sin^2 \omega} [K_{ij}^0 T_\theta(\cos \omega) + K_{ij}^\varphi T_\varphi(\cos \omega)] \quad (i, j = 1, 2),$$

где

$$\cos \omega = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi' - \varphi),$$

$$K_{\theta\theta}^0 = \cos(\varphi' - \varphi) - \cos \omega (\sin \theta \sin \theta' + \cos \theta \cos \theta' \cos(\varphi' - \varphi)),$$

$$K_{\theta\varphi}^0 = \sin(\varphi' - \varphi) (\cos \omega \cos \theta - \cos \theta'),$$

$$K_{\varphi\theta}^0 = -\sin(\varphi' - \varphi) (\cos \omega \cos \theta' - \cos \theta),$$

$$K_{\varphi\varphi}^0 = \sin^2(\varphi' - \varphi) \sin \theta \sin \theta',$$

$$K_{\theta\theta}^\varphi = K_{\varphi\varphi}^0, \quad K_{\theta\varphi}^\varphi = -K_{\varphi\theta}^0,$$

$$K_{\varphi\theta}^\varphi = -K_{\theta\varphi}^0, \quad K_{\varphi\varphi}^\varphi = K_{\theta\theta}^0.$$

Функции T_θ , T_φ представляют собой меридиональные компоненты токов $\mathbf{j}^{(x)}$, $\mathbf{j}^{(y)}$ [8]:

$$T_\theta(\cos \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (-i)^n \left\{ \frac{i\tau_n(\cos \theta)}{\frac{d}{d\varepsilon} [\varepsilon h_n^{(1)}(\varepsilon)]} + \frac{\tau_n(\cos \theta)}{\varepsilon h_n^{(1)}(\varepsilon)} \right\},$$

$$T_\varphi(\cos \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (-i)^n \left\{ \frac{i\pi_n(\cos \theta)}{\frac{d}{d\varepsilon} [\varepsilon h_n^{(1)}(\varepsilon)]} + \frac{\pi_n(\cos \theta)}{\varepsilon h_n^{(1)}(\varepsilon)} \right\},$$

$$\pi_n(\cos \theta) = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} P_n(\cos \theta), \quad \tau_n(\cos \theta) = -\frac{d^2}{d\theta^2} P_n(\cos \theta), \quad P_n(\cos \theta) —$$

полином Лежандра, $h_n^{(1)}(\varepsilon)$ — сферическая функция Ханкеля 1-го рода, $\varepsilon = kR$, R — радиус сферы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Бахрах, А. П. Курочкин, Докл. АН СССР, 171, 6, 1309 (1966).
2. В. И. Турчин, Н. М. Цейтлин, А. К. Чандаев, Радиотехника и электроника, 18, № 4, 725 (1973).
3. Джонсон, Эжер, Холлис, ТИИЭР, 61, № 12, 5 (1973).
4. F. Jensen, *Electromagnetic near-field—far-field correlation*, Ph. D. dissert., Tech. Univ. of Denmark, Lyngby, Jule, 1970.
5. Л. Д. Бахрах, Ю. А. Колосов, А. П. Курочкин, сб. Антенны, вып. 24, изд. Связь, М., 1976, стр. 3.
6. Л. Д. Бахрах, А. П. Курочкин, Радиотехника и электроника, 14, № 6, 1102 (1969).
7. М. П. Свешникова, ЖРФХО, часть физическая, 59, 453 (1927).
8. Х Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль, Теория дифракции, изд. Мир, М., 1964.
9. В. Ю. Петрунькин, Труды ЛПИ им. М. И. Калинина, Радиофизика, Госэнергиздат, № 181, 75 (1955).
10. В. А. Фок, Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн, изд. Сов. радио, М., 1970.
11. В. А. Каратыгин, В. А. Розов, ЖВММФ, 12, № 6, 1391 (1972).
12. Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. А. Фейнберг, Распространение радиоволн, Гостехиздат, М., 1953.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
23 января 1976 г.

ON CALCULATION OF FIELDS IN PHASOMETRIC (RADIO HOLOGRAPHIC)
ANTENNA MEASUREMENTS

V. I. Turchin

The method for determining the antenna radiation pattern from the integral transform of the tangential components of electric field distribution measured is described. An application of the optics geometrical approximation of the current distribution, induced over an ideal conductor which form is equal to the surface of scanning as the integral transform kernel is discussed.
