

УДК 538.574.6

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРИБЛИЖЕННОГО ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ И ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ МЕТОДОМ СЕТОК

*А. Б. Самохин, С. В. Цветков*

Получены приближенные граничные условия на цилиндрических и сферических поверхностях, которые могут быть использованы вместо условий излучения на бесконечности при решении внешних задач электродинамики, например, методом сеток. Доказывается единственность решения краевой задачи уравнений Максвелла с полученным граничным условием. На примере модельной задачи проводится численное исследование точности решения, получаемого с помощью приближенного граничного условия. Приводится конкретная реализация решения внешней задачи электродинамики методом сеток с использованием приближенного граничного условия.

Вопросы дифракции и возбуждения электромагнитных волн в неоднородных средах в настоящее время привлекают большое внимание. Одна из основных проблем, возникающих при решении внешних задач электродинамики численными методами, есть проблема ограничения области дифракции. Эта проблема уже исследовалась в литературе.

Для задач дифракции электромагнитных волн способ строгого учета бесконечности области дифракции при постановке задачи в ограниченной области указан в 1969 году в работах Никольского [1] и Свешникова [2]. Однако парциальные граничные условия имеют интегральный характер и удобны для применения в сочетании с проекционными методами [3]. При решении задач дифракции методом сеток удобно рассматривать краевые условия импедансного типа, вид которых определяется способом учета отброшенной бесконечности и видом оператора решаемой задачи. Можно указать работу Марчука и Колесова [4] с краевыми условиями импедансного типа, при выборе которых учитывается поведение решения уравнения Шредингера на бесконечности.

В работе Завадского [5] исследованы поглощающие границы, которые моделируют условие предельного поглощения, а именно отсутствие отраженных волн, идущих из бесконечности.

В настоящей работе предлагается вместо условия излучения на бесконечности использовать «неасимптотические» приближенные краевые условия на сферической или цилиндрической поверхности радиуса  $kr > 1$ , вне которой среда однородна, изотропна и отсутствуют возбуждающие токи, и тем самым свести решение внешней задачи дифракции к задаче в ограниченной области.

Приближенное граничное условие получается с точностью  $O(kr)^{-2}$ . Однако, чтобы иметь представление о фактической точности решения внешней задачи электродинамики с использованием приближенного краевого условия, необходим численный эксперимент. Этим вопросам посвящается предлагаемая работа.

## ВЫВОД ПРИБЛИЖЕННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Рассмотрим следующее представление электрических и магнитных волн в сферической системе координат на сферической поверхности радиуса  $kr > 1$ , вне которой параметры среды однородны и изотропны, а возбуждающих токов нет [6]:

$$E_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rV)}{\partial \theta \partial r} - \frac{i\omega\mu}{r \sin \theta} \frac{\partial(rU)}{\partial \varphi} \right], \quad (1)$$

$$H_\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[ \frac{-i\omega\epsilon}{r} \frac{\partial(rV)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2(rU)}{\partial \varphi \partial r} \right]. \quad (2)$$

Здесь

$$V = a_n P_n^m(\cos \theta) e^{-im\varphi} \xi_n^{(2)}(kr),$$

$$U = b_n P_n^m(\cos \theta) e^{-im\varphi} \xi_n^{(2)}(kr),$$

$\xi_n^{(2)}(kr)$  — сферические функции Ханкеля.

Рассмотрим разложение сферической функции Ханкеля в ряд по степеням  $kr$ ,

$$\xi_n^{(2)}(kr) = \frac{\exp\left[-i\left(kr - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)\right]}{kr} \left( \sum_{m=0}^n \left(n + \frac{1}{2}, m\right) (2ikr)^{-m} \right), \quad (3)$$

где

$$\left(n + \frac{1}{2}, m\right) = \frac{(n+m)!}{m!(n-m)!}.$$

Тогда из (3) нетрудно получить

$$\frac{\partial(kr \xi_n^{(2)}(kr))}{\partial(kr)} = \left(-i + \frac{in(n+1)}{2(kr)^2}\right) kr \xi_n^{(2)}(kr) + O(kr)^{-2}. \quad (4)$$

Учитывая (1), (2), (4), а также выражение

$$E_r = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n n(n+1)V,$$

получим следующее соотношение между электрическим и магнитным полем на сферической поверхности радиуса  $kr$ :

$$E_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_\varphi - \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{i}{2(kr) \sin \theta} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} + \frac{i}{2kr} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} + O(kr)^{-2}. \quad (5)$$

Аналогично, рассмотрев выражения для  $H_\theta$  и  $E_\varphi$ , получим второе граничное условие:

$$H_\theta = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_\varphi + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{i}{2(kr) \sin \theta} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} + \frac{i}{2kr} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} + O(kr)^{-2}. \quad (6)$$

Систему выражений (5) и (6) можно использовать как связь электрического и магнитного поля на сферической поверхности радиуса  $kr$ . Нетрудно видеть, что в случае симметрии по  $\varphi$  система граничных условий (5) и (6) распадается на граничные условия для электрических и магнитных волн. Для магнитных волн получаем

$$E_{\theta}^m = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_{\varphi} + \frac{i}{2kr} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} + O(kr)^{-2}.$$

Из выражения (6) имеем граничное условие для электрических волн:

$$H_{\theta}^g = - \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{\varphi} + \frac{i}{2kr} \frac{\partial H_r}{\partial \theta} + O(kr)^{-2}.$$

Рассмотрим цилиндрическую систему координат. Будем предполагать зависимость полей от  $z$  в виде  $e^{-ihz}$ . В этом случае можно получить приближенные граничные условия, аналогичные вышеизложенным, на цилиндрической поверхности радиуса  $kr$ :

$$\begin{aligned} E_{\varphi} &= \frac{v}{k} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_z \left( 1 - \frac{i}{2vr} + \frac{1}{8(vr)^2} \right) + \frac{v}{k} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{2(vr)^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + \\ &\quad + \frac{1}{i \omega e} \frac{\partial H_r}{\partial z} + O(vr)^{-2}, \\ H_{\varphi} &= - \frac{v}{k} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_z \left( 1 - \frac{i}{2vr} + \frac{1}{8(vr)^2} \right) - \frac{v}{k} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{2(vr)^2} \times \\ &\quad \times \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{i \omega \mu} \frac{\partial E_r}{\partial z} + O(vr)^{-2} \quad (v = \sqrt{k^2 - h^2}, \quad h < k). \end{aligned} \quad (7)$$

В случае симметрии по  $z$  ( $h = 0$ ) система граничных условий (7) распадается на граничные условия для электрических и магнитных волн:

$$E_{\varphi}^m = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_z \left( 1 - \frac{i}{2kr} + \frac{1}{8(kr)^2} \right) + \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{2(kr)^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + O(kr)^{-2}; \quad (8)$$

$$H_{\varphi}^g = - \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_z \left( 1 - \frac{i}{2kr} + \frac{1}{8(kr)^2} \right) - \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{2(kr)^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + O(kr)^{-2}. \quad (9)$$

## 2. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ С ПРИБЛИЖЕННЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

Рассмотрим уравнения Максвелла для магнитных волн ( $H_z$ ,  $E_{\varphi}$ ,  $E_r$ ) в цилиндрической системе координат в случае симметрии по  $z$ :

$$-i \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_z = \frac{1}{kr} \frac{\partial (kr E_{\varphi})}{\partial (kr)} - \frac{1}{kr} - \frac{\partial E_r}{\partial \varphi}; \quad (10)$$

$$E_{\varphi} = i \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\partial H_z}{\partial (kr)}; \quad (11)$$

$$E_r = -i \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\partial H_z}{kr \partial \varphi}. \quad (12)$$

Здесь представлены уравнения Максвелла в безразмерном виде. На цилиндрической поверхности радиуса  $kr$  поле удовлетворяет уравнениям Максвелла (10)–(12) и приближенному граничному условию (8). Для доказательства единственности решения задачи в такой постановке достаточно показать, что поток вектора Умова–Пойнтинга через цилинд-

рическую поверхность радиуса  $kr$  положителен в случае, если поля не равны тождественно нулю. Предположим, что это не так, и покажем, что это приводит к противоречию. Умножим (10) на  $H_z^*$ , проинтегрируем полученное выражение по  $\varphi$  на отрезке  $(0, 2\pi)$  и возьмем мнимую часть от результата. После несложных преобразований нетрудно получить

$$\frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial kr} \operatorname{Im} \int_0^{2\pi} kr H_z^* E_\varphi d\varphi = \int_0^{2\pi} \left( \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_\varphi|^2 + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_r|^2 - \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} |H_z|^2 \right) d\varphi. \quad (13)$$

Далее воспользуемся граничным условием (8). Умножим его на  $H_z^*$  и проинтегрируем по  $\varphi$  на отрезке  $(0, 2\pi)$ . В итоге найдем

$$\int_0^{2\pi} H_z^* E_\varphi d\varphi = \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} |H_z|^2 \left( 1 - \frac{i}{2kr} + \frac{1}{8(kr)^2} \right) d\varphi - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_r|^2 d\varphi. \quad (14)$$

Возьмем мнимую часть от выражения (14) и, подставляя в (13), получим равенство

$$\int_0^{2\pi} \operatorname{Im} \frac{H_z^* E_\varphi}{kr} d\varphi = \int_0^{2\pi} \left( \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_\varphi|^2 + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_r|^2 - \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} |H_z|^2 \right) d\varphi. \quad (15)$$

С другой стороны, рассмотрев реальную часть (14) и вспомнив предположение относительно отрицательности потока вектора Умова—Пойнтинга через цилиндрическую поверхность радиуса  $kr$ , получим неравенство

$$\int_0^{2\pi} \left( \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_\varphi|^2 + \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |E_r|^2 - \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} |H_z|^2 \right) d\varphi > \int_0^{2\pi} \frac{\operatorname{Im} (E_\varphi^* H_z)}{kr} d\varphi. \quad (16)$$

Неравенство (16) имеет место, если  $kr > 1/2$ . Сравнение (15) и (16) приводит к противоречию, которое доказывает, что поток вектора Умова—Пойнтинга через цилиндрическую поверхность радиуса  $kr > 1/2$  положителен, если поля тождественно не равны нулю. Далее, используя теорему Умова—Пойнтинга для комплексных амплитуд [6], нетрудно доказать, что решение краевой задачи электродинамики с граничным условием (8) единственно.

Обоснование единственности было проведено для случая приближенных граничных условий в цилиндрической системе координат в случае симметрии по  $z$ . Заметим, что решение задачи единственно для системы граничных условий в цилиндрической системе координат и в случае отказа от требования симметрии по  $z$ , а также в случае приближенных условий в сферической системе координат. Доказательство в несимметричном случае довольно громоздко, и мы его не приводим. Можно отметить, что для приближенных граничных условий в сферической системе координат единственность имеет место и без требования  $kr \geq 1/2$ . Ограничение  $kr \geq 1/2$  для цилиндрических поверхностей не является существенным, так как граничные условия целесообразно использовать на цилиндрических и сферических поверхностях радиусов  $kr > 1$ .

### 3. ИЗУЧЕНИЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНИМОСТИ ПРИБЛИЖЕННОГО ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Как уже указывалось выше, оценка точности, с которой выводились граничные условия, не дает представления о фактической точности решения краевой задачи электродинамики при их использовании. Поэтому мы приведем некоторые численные результаты, характеризующие область применимости полученных граничных условий.

Рассмотрим задачу о возбуждении бесконечного идеально проводящего цилиндра радиуса  $ka$  бесконечной магнитной щелью, расположенной под углом  $\varphi = 0$  (рис. 1). Известно [6], что строгое решение этой задачи, удовлетворяющее условию излучения на бесконечности, имеет вид

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_n H_n^{(2)}(kb) \cos(n\varphi)}{H_n^{(2)'}(ka)}. \quad (17)$$

Здесь  $\epsilon_n = 1$  при  $n = 0$ ,  $\epsilon_n = 2$  при  $n \geq 1$ . Построим решение поставленной задачи, которое вместо условия излучения на бесконечности удовлетворяет приближенному граничному условию (8). Можно получить, что поле на границе цилиндрической поверхности радиуса  $kb$ , на которой рассматривается краевое условие (8), имеет вид

$$H_z = \sum_{n=0}^{\infty} [\epsilon_n \cos(n\varphi)] \left[ I'_n(kb) H_n^{(2)'}(ka) - I'_n(ka) H_n^{(2)'}(kb) + \right. \\ \left. + \left( i + \frac{1}{2kb} + \frac{i}{8(kb)^2} - \frac{in^2}{2(kb)^2} \right) (I_n(kb) H_n^{(2)'}(ka) - I'_n(ka) H_n^{(2)}(kb)) \right]^{-1}. \quad (18)$$

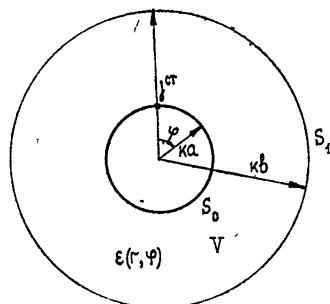


Рис. 1.

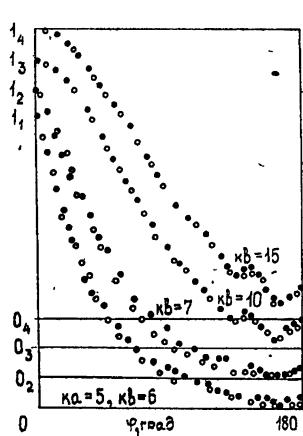


Рис. 2.

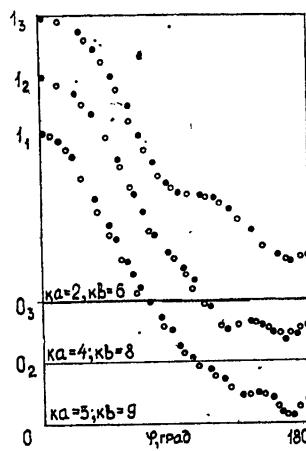


Рис. 3.

Рис. 2. Сравнение диаграмм, полученных строгим и приближенным методом (точки — строгое решение, удовлетворяющее условию излучения, кружки — решение, удовлетворяющее приближенному граничному условию).

Рис. 3. Сравнение диаграмм, полученных строгим и приближенным методом (радиусы  $ka$  и  $kb$  меняются таким образом, что разность  $(kb - ka) = 4$ , точки — строгое решение, удовлетворяющее условию излучения, кружки — решение, удовлетворяющее приближенному граничному условию).

Заметим, что в пределе при  $kb \rightarrow \infty$  выражения (17) и (18) совпадают. На рис. 2 и рис. 3 приведены нормированные амплитуды магнитного поля на цилиндрической поверхности радиуса  $kb$ , рассчитанные по формулам (17) и (18) с сохранением первых 15 членов. Кривые на рис. 2 получены при фиксированном значении характерного размера тела  $ka = 5$  в зависимости от радиуса цилиндрической поверхности  $kb$ . При  $kb = 9$  точность решения задачи — 1%. Рис. 3 иллюстрирует, какой радиус цилиндрической поверхности  $kb$  обеспечивает точность порядка 1% при различных размерах тела  $ka$ . Численные результаты позволяют сделать вывод о целесообразности использования приближенных граничных условий для построения решения внешних задач электродинамики.

#### 4. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИБЛИЖЕННОГО ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ СЕТОК

Рассмотрим задачу о возбуждении идеально проводящего цилиндра, окруженного неоднородной средой  $\epsilon(r, \varphi)$ , где  $\epsilon(r, \varphi)$  — непрерывная функция координат. Вне области неоднородности — свободное пространство с  $\epsilon_0, \mu_0$  (рис. 1). В случае симметрии по  $z$  поле в области неоднородности среды удовлетворяет уравнению

$$\Delta U - \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{1}{\epsilon x^2} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y} + k_0^2 U = j_{\text{ст.м.}}; \quad k_0^2 = \omega^2 \epsilon \mu; \quad U = H_z$$

$$(x = r; \quad y = \varphi) \quad (19)$$

с граничными условиями  $E_r = 0$  на цилиндре и приближенным условием (8) на поверхности  $S_1$ .

Для решения краевой задачи (19), (8) используем продольно-поперечную схему [5, 8]. Разностная краевая задача принимает вид

$$\frac{U_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} - U_{i,k}^n}{\tau_1} = \frac{\delta^2 U^{n+\frac{1}{2}}}{\delta x^2} + A \frac{\delta U^{n+\frac{1}{2}}}{\delta x} + B \frac{\delta U^n}{\delta y} + \frac{1}{x^2} \frac{\delta^2 U^n}{\delta y^2} + k_0^2 U^{n+\frac{1}{2}}; \quad (20)$$

$$\frac{U_{i,k}^{n+1} - U_{i,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau_1} = \frac{\delta^2 U^{n+\frac{1}{2}}}{\delta x^2} + A \frac{\delta U^{n+\frac{1}{2}}}{\delta x} + B \frac{\delta U^{n+1}}{\delta y} + \frac{1}{x^2} \frac{\delta^2 U^{n+1}}{\delta y^2} + k_0^2 U^{n+\frac{1}{2}}$$

$$(i = 1, 2, \dots, m-1, \quad k = 0, 1, \dots, m_1); \quad (21)$$

$$U_{1,k}^{n+\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{(\Delta x)^2 k_0^2}{(6 + 4A\Delta x)} \right) - \left[ 1 - \frac{(2 + A\Delta x)(\Delta x)^2 k_0^2}{(6 + 4A\Delta x)} \right] U_{0,k}^{n+\frac{1}{2}} =$$

$$= - \frac{(\Delta x)^2}{(6 + 4A\Delta x)} \left\{ (2 + A\Delta x) \left[ \frac{1}{x^2} \frac{\delta^2 U_{0,k}^n}{\delta y^2} + B \frac{\delta U_{0,k}^n}{\delta y} \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{x^2} \frac{\delta^2 U_{1,k}^n}{\delta y^2} + B \frac{\delta U_{1,k}^n}{\delta y} \right\} + j_{\text{ст.м.}}; \quad (22)$$

$$\frac{U_{k,m}^{n+\frac{1}{2}} - U_{k,m}^n}{\tau_2} = \left( 2 - \frac{i}{x} + \frac{1}{4x^2} \right) U_{k,m}^{n+\frac{1}{2}} - 2i \frac{U_{k,m}^{n+\frac{1}{2}} - U_{k,m-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x}; \quad (23)$$

$$\frac{U_{k,m}^{n+1} - U_{k,m}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau_2} = \frac{1}{x^2} \frac{\delta^2 U_{k,m}^{n+1}}{\delta y^2}. \quad (24)$$

Здесь обозначено  $A = \frac{1}{x} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}$ ,  $B = -\frac{1}{\varepsilon x^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}$ ,  $\tau_1, \tau_2$  — комплексные итерационные параметры [5]. Выражение (22) представляет аппроксимацию третьего порядка точности по  $x$  граничного условия на теле, так как расчеты показывают, что первый порядок аппроксимаций не дает достаточной точности решения. Выражения (23), (24) представляют разностный аналог приближенного граничного условия (8).

Для удовлетворения условия периодичности использовался метод окаймления [9]. Были введены обозначения:

$$k_1 = \max_{x, y \in D} \operatorname{Re} k_0^2; \quad k_2 = \min_{x, y \in D} \operatorname{Im} k_0^2;$$

$$c = \max_{x, y \in D} (|\operatorname{Re} A|, |\operatorname{Re} B|); \quad \alpha = \operatorname{Re} \tau_1; \quad \beta = \operatorname{Im} \tau_1.$$

Для исследования устойчивости применялся спектральный признак устойчивости совместно с принципом замороженных коэффициентов [8]. Анализ соответствующих выражений для модуля перехода разностной схемы (20), (21) дает следующие условия устойчивости:

$$1) c = 0; \quad \alpha = 0; \quad \beta k_2 > 0;$$

$$2) c \neq 0; \quad k_2^2 > k_1 c^2; \quad \frac{\beta}{\alpha} \approx \frac{2k_2}{c^2}.$$

С целью сравнения решения, полученного методом сеток с помощью приближенного граничного условия, со строгим решением были проведены методические расчеты для случая однородной среды. Для устойчивости разностной схемы вводилась небольшая мнимая добавка  $k_2 \sim 0,1$  в квадрат волнового числа. Параметры просчитанных случаев и результаты расчетов приведены на рис. 4 и 5. Отметим, что на БЭСМ-6 при сетке  $x \times y = 15 \times 30$  узлов требуется порядка 10 минут для получения решения.

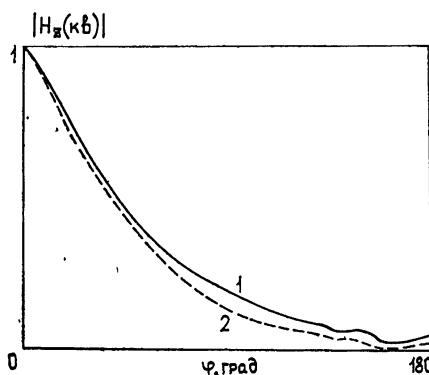


Рис. 4.

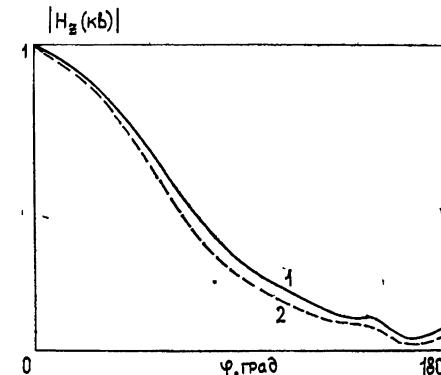


Рис. 5.

Рис. 4. Сравнение поля, полученного методом сеток (2) со строгим решением (1) ( $k_2 \sim 0,1$ , сетка  $x \times y = 15 \times 40$ ,  $ka = 5$ ,  $kb = 7$ ).

Рис. 5. Сравнение поля, полученного методом сеток (2) со строгим решением (1) ( $k_2 \sim 0,1$ , сетка  $x \times y = 20 \times 40$ ,  $ka = 5$ ,  $kb = 8$ ).

В заключение авторы выражают благодарность П. Я. Уфимцеву за обсуждение результатов работы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Никольский, Радиотехника и электроника, № 2, 201 (1969).
2. А. Г. Свешников, Докл. АН СССР, 184, № 1 (1969).
3. С. Г. Михлин, Вариационные методы в математической физике, изд. Наука, М., 1970.
4. Г. И. Марчук, В. Е. Колесов, Применение численных методов для расчета нейтронных сечений, Атомиздат, М., 1970.
5. Ю. В. Завадский, Вычисление полей в открытых областях и волноводах, изд. Наука, М., 1972.
6. Г. Т. Марков, Д. В. Чаплин, Возбуждение электромагнитных волн, изд. Энергия, М., 1967.
7. А. Эрдейи, Асимптотические разложения, Физматгиз, М., 1962.
8. С. К. Годунов, В. С. Рябенький, Введение в теорию разностных схем, Физматгиз, М., 1962.
9. А. А. Абрамов, В. Б. Андреев, ЖВМ и МФ, 3, № 5 (1963).

Московский физико-технический  
институт

Поступила в редакцию  
13 апреля 1976 г.,  
после доработки  
29 ноября 1976 г.

### THE USE OF THE APPROXIMATE BOUNDING CONCLITION FOR SOLVING THE PROBLEMS OF DIFFRACTION AND EXCITATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN INHOMOGENEOUS MEDIA BY THE LATTICE METHOD

*A. B. Samokhin, S. V. Tsvetkov*

The paper presents the approximate boundary conditions for cylindrical and spherical surface which can be used of the condition of radiation by the infinity for example by the lattice method in solving the external problems of electrodynamics. It proves that Maxwell's equation can be solved in this conditions. A model problem is presented which numerically studies the accuracy of the solution received through this method. A concrete realization is given of the solution of one of the external problem of electrodynamics. This solution is given through the lattice method using approximate boundary condition.