ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 7 *РАДИОФИЗИКА* *1977*

УДК 621.371.22

ДИФРАКЦИОННАЯ ФОКУСИРОВКА ВОЛН В ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ СЛОЯХ

В. А. Буц, Ю. П. Мачехин

Показано, что при рассеянии волн на периодически неоднородных слоях возможна фокусировка рассеянных волн, в результате чего возникает резонансная волна, амплитуда которой больше как амплитуды падающей, так и амплитуды резонансной волны, возникающей при рассеянии волн на полупространстве. Отмечено, что эти волны носят характер поверхностных, а условия их возникновения могут быть получены из теории возмущений.

В работе [1] было показано, что при рассеянии волн в периодически неоднородном полупространстве возможна фокусировка рассеянных волн. В результате возникает волна, амплитуда которой значительно превышает амплитуду падающей волны, что можно объяснить когерентным сложением рассеянных на неоднородностях волн. Эффективность подобного сложения (фокусировки) оказывается тем большей, чем меньше возмущения однородной плотности среды и чем меньше потери при распространении волн в такой среде [1, 2]. В результате в таких средах волна с амплитудой порядка амплитуды исходной волны проникает на достаточно большую глубину ($L \sim d/\tilde{\varepsilon}$, где d — характерный размер периода пространственной неоднородности, $\tilde{\varepsilon} \ll 1$, $\tilde{\varepsilon}$ — возмущения диэлектрической проницаемости среды).

В лабораторных экспериментах мы имеем дело с ограниченными объектами, и так как среда должна быть достаточно прозрачной, то наличие второй границы раздела может привести к изменению резонансных условий, необходимых для возникновения резонансных волн. Далее, наличие периодической неоднородности приводит к тому, что при распространении в глубь среды амплитуда прошедшей волны оказывается параметрически связанной с другими колебаниями и на достаточно большой глубине энергия этой волны переходит в энергию других типов колебаний, для которых условия резонанса могут не выполняться (см., например, [3]). Такими эффектами можно пренебречь только в достаточно тонких слоях.

В настоящей работе исследуются условия возникновения и характеристики резонансных волн в периодически неоднородных слоях. Будет показано, что наличие второй границы существенно расширяет возможности, при которых могут возникнуть резонансные волны. Амплитуда резонансных волн при этом экспоненциально спадает от поверхности слоя, т. е. волны носят характер поверхностных волн. Показано, что при рассеянии волн на слоях возникает новый механизм фокусировки рассеянных волн, связанный с тем, что в слоях резонансная волна формируется не только волнами, рассеянными на поверхности, но и волнами из объема всего слоя. Это приводит к дополнительному увеличению амплитуды резонансной волны. Показано также, что в рассматриваемом приближении все резонансные условия могут быть получены из теории возмущений.

1. АКУСТИЧЕСКИЙ СЛУЧАЙ

Пусть из верхнего полупространства (однородного) ($z \leqslant 0$; $\rho = \rho_1$) на неоднородный слой ($0 \leqslant z \leqslant L$; $\rho = \rho_2 + \tilde{\rho}$) под углом θ к оси z падает акустическая волна. Плотность полупространства $z > L$ будем считать постоянной и равной ρ_1. Уравнение, описывающее изменение акустического давления P как функцию координат (зависимость от времени выбрана в виде $e^{-i\omega_0 t}$), имеет вид

$$\nabla^2 P + \frac{\omega_0^2}{c^2} P = \frac{1}{\rho} (\nabla\rho\, \nabla P). \tag{1}$$

Правая часть отлична от нуля только в области неоднородного слоя. Считая, что

$$\rho_2 \gg \tilde{\rho} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}_{njm} \exp\left[i\left(n\varkappa x + j\zeta y + m\xi z\right)\right], \tag{2}$$

где

$$\varkappa = \frac{2\pi}{d_x}, \qquad \zeta = \frac{2\pi}{d_y}, \qquad \xi = \frac{2\pi}{d_z},$$

выражения для полей удобно представить в следующем виде:

$$P_s = P_{0s} + \tilde{P}_s. \tag{3}$$

Здесь $\tilde{P}_s$ — давление, возникающее из-за неоднородности, P_{0s} — члены, описывающиеся приближением геометрической оптики и имеющие вид

$$\begin{aligned} P_{01} &= \exp(i\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{r}) + A_0 \exp(i\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{r}), \\ P_{02} &= B_0 \exp(i\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{r}) + C_0 \exp(i\boldsymbol{k}_2'\boldsymbol{r}), \\ P_{03} &= D_0 \exp(i\boldsymbol{k}_3\boldsymbol{r}), \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$A_0 = \frac{1}{\delta} (\beta^2\rho_2^2 - \gamma^2\rho_1^2)(1 - e^{-i2\gamma L}),$$

$$B_0 = \frac{2}{\delta} (\beta\rho_2 + \gamma\rho_1)\beta\rho_2,$$

$$C_0 = -\frac{2}{\delta} (\beta\rho_2 - \gamma\rho_1)\beta\rho_2 e^{-i2\gamma L},$$

$$D_0 = \frac{4}{\delta} \beta\rho_1\gamma\rho_2 e^{i(\beta+\gamma)L},$$

$$\delta = (\gamma\rho_1 + \beta\rho_2)^2 - (\beta\rho_2 - \gamma\rho_1)^2 e^{-i2\gamma L},$$

$$\beta = \sqrt{k_1^2 - k_x^2 - k_y^2}, \qquad \gamma = \sqrt{k_2^2 - k_x^2 - k_y^2}, \qquad k_{1,2} = \omega_0 / c_{1,2},$$

$$\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{r} = k_x x + k_y y + (-1)^{i+1}\gamma_i z \qquad (i = 0, 1, 2, 3, 4), \qquad \gamma_{0,1,4} = \beta.$$

Решения для рассеянных волн в полупространствах $z < 0$ и $z > L$ представим в виде

$$\tilde{P}_1 = \sum_{njm} A_{njm} \exp(i k_{1nj} r),$$
$$\tilde{P}_3 = \sum_{njm} D_{njm} \exp(i k_{3nj} r), \tag{5}$$

где

$$k_{1nj} r = (k_x + n\varkappa) x + (k_y + j\zeta) y + \beta_{nj} z,$$
$$k_{3nj} r = (k_x + n\varkappa) x + (k_y + j\zeta) y - \beta_{nj} z,$$
$$\beta_{nj} = [k_1^2 - (k_x + n\varkappa)^2 - (k_y + j\zeta)^2]^{1/2}.$$

Видно, что выражения (5) удовлетворяют волновому уравнению (1), а неизвестные постоянные A_{njm} и D_{njm} могут быть найдены из граничных условий.

Общее решение волнового уравнения (1) для рассеянных волн в неоднородном слое имеет вид

$$\tilde{P}_2 = \sum_{njm} B_{njm} \exp(i k_{1э} r) + \sum_{njm} C_{njm} \exp(i k'_{1э} r) + \sum_{njm} \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2} \times$$
$$\times \frac{G_{njm}}{\Delta_{njm}} B_0 \exp(i k_{2э} r) + \sum_{njm} \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2} \frac{G'_{njm}}{\Delta'_{njm}} C_0 \exp(i k'_{2э} r) + \tag{6}$$
$$+ \sum_{njm} \sum_{Rr\nu} \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2} \left[\frac{G_{njmRr\nu}}{\Delta_{njmRr\nu}} B_{Rr\nu} \exp(i k_{3э} r) + \frac{G'_{njmRr\nu}}{\Delta'_{njmRr\nu}} C_{Rr\nu} \exp[i(k'_{3э} r)] \right],$$

где

$$k_{1э} r = (k_x + n\varkappa) x + (k_y + j\zeta) y - \gamma_{nj} z,$$
$$k'_{1э} r = (k_x + n\varkappa) x + (k_y + j\zeta) y + \gamma_{nj} z,$$
$$k_{2э} r = (k_x + n\varkappa) x + (k_y + j\zeta) y + (m\xi - \gamma) z,$$
$$k'_{2э} r = (k_x + n\varkappa) x + (k_y + j\zeta) y + (m\xi + \gamma) z,$$
$$k_{3э} r = (k_x + n\varkappa + R\varkappa) x + (k_y + j\zeta + r\zeta) y + (m\xi - \gamma_{Rr}) z,$$
$$\Delta_{njm} = (k_x + n\varkappa)^2 + (k_y + j\zeta)^2 + (m\xi - \gamma)^2 - k_2^2, \tag{7}$$
$$\Delta'_{njm} = (k_x + n\varkappa)^2 + (k_y + j\zeta)^2 + (m\xi + \gamma)^2 - k_2^2,$$
$$\Delta_{njmRr\nu} = (k_x + n\varkappa + R\varkappa)^2 + (k_y + j\zeta + r\zeta)^2 + (m\xi - \gamma_{Rr})^2 - k_2^2,$$
$$G_{njm} = (k_x + n\varkappa) n\varkappa + (k_y + j\zeta) j\zeta - m\xi\gamma_{nj} - k_2^2,$$
$$G'_{njm} = (k_x + n\varkappa) n\varkappa + (k_y + j\zeta) j\zeta + m\xi\gamma_{nj} - k_2^2,$$
$$G_{njmRr\nu} = (k_x + n\varkappa) R\varkappa + (k_y + j\zeta) r\zeta - m\xi\gamma_{Rr} - k_2^2.$$

Первые два члена выражения (6) — решение однородного уравнения (1).

Следует заметить, что такое решение является общим и не зависит от значения величины $\tilde{\rho}$. Если в решении (6) отбросить последний член, то мы получим обычную схему метода возмущений. В общем случае, подставляя решение (5) и (6) в граничные условия, мы получим бесконечную систему алгебраических уравнений для определения неизвестных амплитуд A_{njm}, B_{njm}, C_{njm}, D_{njm}. Однако физически ясно, что, если $\tilde{\rho} \ll \rho_2$, амплитуды только «избранных» волн могут быть большими. Это позволит обрезать бесконечную систему, которая в простейшем случае вырождается в одно уравнение.

Как видно из уравнения (1) и выражения (6), для возникновения волн с амплитудой $A_{njm} \gtrsim 1$ необходимо, чтобы $\Delta_{njm} = O(\tilde{\rho}/\rho_2)$ или $\Delta'_{njm} = O(\tilde{\rho}/\rho_2)$. Это условие брэгговских резонансов. Однако, как будет показано ниже, выполнения указанных неравенств недостаточно для возникновения резонансных волн.

Для определения неизвестных амплитуд A_{njm}, B_{njm}, C_{njm}, D_{njm} подставим выражения (5) и (6) в следующие граничные условия:

$$z = 0 - \quad \tilde{P}_1 = \tilde{P}_2; \quad \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial z}\tilde{P}_1 = \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial}{\partial z}\tilde{P}_2 - \frac{\tilde{\rho}}{\rho_2^2}\left(\frac{\partial}{\partial z}P_{02} + \frac{\partial}{\partial z}\tilde{P}_p\right),$$

$$z = L - \quad \tilde{P}_3 = \tilde{P}_2; \quad \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial z}\tilde{P}_3 = \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial}{\partial z}\tilde{P}_2 - \frac{\tilde{\rho}}{\rho_2^2}\left(\frac{\partial}{\partial z}P_{02} + \frac{\partial}{\partial z}\tilde{P}_p\right).$$

В результате получим

$$B_{njm} = \frac{1}{\Delta}\left\{\frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}B_0\left[\frac{G_{njm}}{\Delta_{njm}}(\alpha_1^-\sigma_1^+\exp(i\gamma_{nj}L) + \alpha_2^-\sigma_2^+\exp[i(m\xi-\gamma)L]) + \right.\right.$$
$$\left. + \frac{\gamma}{\rho_2}(\sigma_1^+\exp(i\gamma_{nj}L) + \sigma_1^-\exp[i(m\xi-\gamma)L])\right] + \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}C_0\left[\frac{G'_{njm}}{\Delta'_{njm}}\times\right.$$
$$\times(\alpha_1^+\sigma_1^+\exp(i\gamma_{nj}L) + \alpha_2^+\sigma_2^+\exp[i(m\xi+\gamma)L]) - \frac{\gamma}{\rho_2}(\sigma_1^+\times$$
$$\left.\times\exp(i\gamma_{nj}L) + \sigma_1^-\exp[i(m\xi+\gamma)L])\right] + \frac{\tilde{\rho}_{n-R,\,j-r,\,m}}{\rho_2}B_{Rr},\times$$
$$\times\left[\frac{G_{n-R,\,j-r,\,mRr},}{\Delta_{n-R,\,j-r,\,mRr},}(\alpha_{1R}^{\pm}\sigma_1^+\exp(i\gamma_{nj}L) + \alpha_{2R}^{\pm}\sigma_2^+\exp[i(m\xi\mp\gamma_{Rr})L]) \pm\right.$$
$$\left.\left.\pm\frac{\gamma_{Rr}}{\rho_2}(\sigma_1^+\exp(i\gamma_{nj}L) + \sigma_1^-\exp[i(m\xi\mp\gamma_{Rr})L])\right]\right\},$$

$$C_{njm} = \frac{1}{\Delta}\left\{\frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}B_0\left[\frac{G_{njm}}{\Delta_{njm}}(\alpha_2^-\sigma_1^-\exp[i(m\xi-\gamma)L] - \alpha_1^-\sigma_1^-\times\right.\right.$$
$$\left.\times\exp(-i\gamma_{nj}L)) - \frac{\gamma}{\rho_2}(\sigma_1^-\exp[i(m\xi-\gamma)L] + \sigma_1^-\exp(-i\gamma_{nj}L))\right] +$$
$$+\frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}C_0\left[\frac{G'_{njm}}{\Delta'_{njm}}(\alpha_2^+\sigma_1^-\exp[i(m\xi+\gamma)L] - \alpha_1^+\sigma_1^-\exp(-i\gamma_{nj}L)) - \right. \quad (8)$$

$$-\frac{\gamma}{\rho_2}(\sigma_1^- \exp[i(m\xi+\gamma)L] + \sigma_1^- \exp(-i\gamma_{nj}L))\Big] + \frac{\tilde{\rho}_{n-R,j-r,m}}{\rho_2} B_{Rr\nu} \times$$

$$\times \left[\frac{G_{n-R,\,j-r,\,mRr\nu}}{\Delta_{n-R,\,j-r,\,mRr\nu}}(\alpha_{2R}^{\pm}\sigma_1^- \exp[i(m\xi \mp \gamma_{Rr})L] - \alpha_{1R}^{\pm}\sigma_1^- \times\right.$$

$$\left.\left.\times \exp(-i\gamma_{nj}L)) \pm \frac{\gamma_{Rr}}{\rho_2}(\sigma_1^- \exp[i(m\xi \mp \gamma_{Rr})L] + \sigma_1^- \exp(-i\gamma_{nj}L))\right]\right\},$$

$$A_{njm} = B_{njm} + C_{njm} + \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}\frac{G_{njm}}{\Delta_{njm}}B_0 + \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}\frac{G'_{njm}}{\Delta'_{njm}}C_0 +$$

$$+ \frac{\rho_{n-R,\,j-r,\,m}}{\rho_2}\frac{G_{n-R,\,j-r,\,mRr\nu}}{\Delta_{n-R,\,j-r,\,mRr\nu}}B_{Rr\nu},$$

$$D_{njm} = B_{njm}\exp[i(\beta_{nj} - \gamma_{nj})L] + C_{njm}\exp[i(\beta_{nj} + \gamma_{nj})L] +$$

$$+ \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}\frac{G_{njm}}{\Delta_{njm}}B_0 \exp[i(\beta_{nj} + m\xi - \gamma)L] + \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}\frac{G'_{njm}}{\Delta'_{njm}} \times$$

$$\times C_0 \exp[i(\beta_{nj} + m\xi + \gamma)L] + \frac{\rho_{n-R,\,j-r,\,m}}{\rho_2}\frac{G_{n-R,\,j-r,\,mRr\nu}}{\Delta_{n-R,\,j-r,\,mRr\nu}}B_{Rr\nu} \times$$

$$\times \exp[i(\beta_{nj} + m\xi \mp \gamma_{Rr})L],$$

$$\alpha_1^{\pm} = \frac{\beta_{nj}}{\rho_1} - \frac{m\xi \pm \gamma}{\rho_2}, \qquad \alpha_2^{\pm} = \frac{\beta_{nj}}{\rho_1} + \frac{m\xi \pm \gamma}{\rho_2},$$

$$\alpha_{1R}^{\pm} = \frac{\beta_{nj}}{\rho_1} + \frac{m\xi \pm \gamma_{Rr}}{\rho_2}, \qquad \alpha_{2R}^{\pm} = \frac{\beta_{nj}}{\rho_1} - \frac{m\xi \pm \gamma_{Rr}}{\rho_2},$$

$$\sigma_1^{\pm} = \frac{\beta_{nj}}{\rho_1} \pm \frac{\gamma_{nj}}{\rho_2}, \qquad \sigma_2^{\pm} = -\frac{\beta_{nj}}{\rho_1} \pm \frac{\gamma_{nj}}{\rho_2}.$$

Будем считать, что имеется только одна резонансная волна, тогда выражения (8) сразу дадут значения амплитуд поля этой волны в соответствующих областях:

$$B_{Rr\nu} = \frac{1}{S}\left\{\frac{\tilde{\rho}_{Rr\nu}}{\rho_2}B_0\left[\frac{G_{Rr\nu}}{\Delta_{Rr\nu}}(a_1^- b_1^+ \exp(i\tilde{\gamma}_{Rr}L) + a_2^- b_2^+ \exp[i(\nu\xi - \gamma)L]) +\right.\right.$$

$$\left. + \frac{\gamma}{\rho_2}(b_1^+ \exp(i\gamma_{Rr}L) + b_1^- \exp[i(\nu\xi - \gamma)L])\right] + \frac{\rho_{Rr\nu}}{\rho_2}C_0\left[\frac{G'_{Rr\nu}}{\Delta'_{Rr\nu}} \times\right.$$

$$\times (a_1^+ b_1^+ \exp(i\gamma_{Rr}L) + a_2^+ b_2^+ \exp[i(\nu\xi + \gamma)L]) - \frac{\gamma}{\rho_2}(b_1^+ \exp(i\gamma_{Rr}L) +$$

$$\left.\left. + b_1^- \exp[i(\nu\xi + \gamma)L])\right]\right\},$$

$$S = \Delta - \frac{\tilde{\rho}_{00\,\nu}}{\rho_2}\left[\frac{G_{00\,\nu\,Rr\,\nu}}{\Delta_{00\,\nu\,Rr\,\nu}}\left(a_1^- b_1^+ \exp(i\,\gamma_{Rr}L) + a_2^- b_2^+ \exp[i(\nu\xi - \gamma_{Rr})L]\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\gamma_{Rr}}{\rho_2}\left(b_1^+ \exp(i\,\gamma_{Rr}L) + b_1^- \exp[\,i(\nu\xi - \gamma_{Rr})L]\right)\right], \tag{9}$$

$$\Delta = \left(\frac{\beta_{Rr}}{\rho_1} + \frac{\gamma_{Rr}}{\rho_2}\right)^2 \exp(i\,\gamma_{Rr}L) - \left(\frac{\beta_{Rr}}{\rho_1} - \frac{\gamma_{Rr}}{\rho_2}\right)^2 \exp(-i\,\gamma_{Rr}L),$$

$$a_1^\pm = \frac{\beta_{Rr}}{\rho_1} - \frac{\nu\xi \pm \gamma}{\rho_2}, \qquad a_2^\pm = \frac{\beta_{Rr}}{\rho_1} + \frac{\nu\xi \pm \gamma}{\rho_2}, \qquad b_1^\pm = \frac{\beta_{Rr}}{\rho_1} \pm \frac{\gamma_{Rr}}{\rho_2},$$

$$b_2^\pm = -\frac{\beta_{Rr}}{\rho_1} \pm \frac{\gamma_{Rr}}{\rho_2}.$$

Из (9) и (6) видно, что одного условия $\Delta_{njm} = O(\tilde{\rho}/\rho_2)$ недостаточно, чтобы амплитуда рассеянной волны была большой. Если только $\Delta_{njm} = O(\tilde{\rho}/\rho_2)$, то из (6) имеем

$$B_{njm} = -\frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\Delta_{njm}}\frac{B_0}{\rho}G_{njm}. \tag{10}$$

Подставив (10) в (6), видим, что

$$\tilde{P}_2 \sim \tilde{P}_1 \sim \tilde{P}_3 \sim \frac{\tilde{\rho}_{njm}}{\rho_2}B_0. \tag{11}$$

Если учесть, что резонансная волна появляется при условии $\Delta_{Rr\nu} = O(\tilde{\rho}/\rho_2)$, $\nu\xi - \gamma = \gamma_{Rr} + O(\tilde{\rho}/\rho_2)k_2$, то ее амплитуда выразится следующим образом:

$$B_{Rr\nu} = B_0\frac{\tilde{\rho}_{Rr\,\nu}}{\rho_2}\frac{\exp(i\,\gamma_{Rr}L)}{\Delta}\left\{\frac{2\gamma_{Rr}\beta_{Rr}}{\rho_1\rho_2} - \frac{G_{Rr\nu}}{2\gamma_{Rr}}\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{2\gamma_{Rr}\beta_{Rr}}{\rho_1\rho_2} + iL\left(\frac{\beta_{Rr}^2}{\rho_1^2} - \frac{\gamma_{Rr}^2}{\rho_2^2}\right)\right]\right\} \qquad \left(1 \ll k^2L \ll \frac{\rho_2}{\rho}\right). \tag{12}$$

Для сред, имеющих неоднородность по x или y, $\rho_{00\,\nu} = 0$ и резонансные условия определяются только первым слагаемым в выражении S, т. е. могут быть определены с помощью теории возмущения (если $\rho_{00\,\nu} \neq 0$, то среда слоистонеоднородна и в ней нет рассеяния).

Из условия $\Delta = O(\tilde{\rho}/\rho_2)$ находим

$$\beta_{Rr} = -i\frac{\rho_1}{\rho_2}\gamma_{Rr}\begin{cases}\mathrm{tg}\left(\gamma_{Rr}\dfrac{L}{2}\right), & \mathrm{tg}\left(\gamma_{Rr}\dfrac{L}{2}\right) > 0\\[2mm] \mathrm{ctg}\left(\gamma_{Rr}\dfrac{L}{2}\right), & \mathrm{tg}\left(\gamma_{Rr}\dfrac{L}{2}\right) < 0\end{cases}. \tag{13}$$

Таким образом, резонансные волны вне слоя всегда имеют характер поверхностных волн. Внутри слоя волны могут быть как поверхностными ($\gamma_{Rr} = -i\,|\gamma_{Rr}|$), так и объемными ($\mathrm{Im}\,\gamma_{Rr} = 0$) [1].

Резонансное условие (13) существенно отличается от резонансного условия в полупространстве $(\rho_2\beta_{Rr}+\rho_1\gamma_{Rr}=0)$ и значительно расширяет возможности для появления резонансных волн.

Из (12) при выполнении условия (13) и неравенств $\rho_2>\rho_1$ и $\mathrm{tg}\left(\gamma_{Rr}\frac{L}{2}\right)>1$ получим следующую оценку величины $B_{Rr\nu}$:

$$B_0(k_2L)\,\mathrm{tg}\left(\gamma_{Rr}\frac{L}{2}\right)\frac{\rho_2}{\tilde{\rho}}>|B_{Rr\nu}|>B_0(k_2L)\,\mathrm{tg}\left(\gamma_{Rr}\frac{L}{2}\right). \qquad (14)$$

Формула (14) показывает, что при рассеянии волн на слое возможен новый механизм фокусировки. Он связан с тем, что теперь резонансная волна является результатом когерентного сложения рассеянных волн не только с поверхности, но и со всего объема.

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим рассеяние электромагнитных волн. Подробный анализ показывает, что качественно основной эффект фокусировки волн сохраняется и в этом случае. Поэтому здесь мы только сформулируем постановку задачи и выпишем основные результаты.

Пусть из верхнего однородного полупространства $(z\leqslant 0)$ на неоднородный слой $(0\leqslant z\leqslant L)$ падает электромагнитная волна. В областях $z<0$ и $z>L$ диэлектрическая проницаемость постоянна и равна $\varepsilon_1=\varepsilon_3=\varepsilon_{01}$, а в слое $(0\leqslant z\leqslant L)$ $\varepsilon_2=\varepsilon_{02}+\tilde{\varepsilon}$. Из уравнений Максвелла получим

$$\begin{aligned}&\nabla^2 E-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\varepsilon_{02}+\tilde{\varepsilon})E=-\nabla\left(E\frac{\nabla\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_{02}}\right) \quad \text{при } 0<z<L,\\ &\nabla^2 E-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\varepsilon_{01}E=0 \qquad \text{при } z<0 \text{ и } z>L,\end{aligned} \qquad (15)$$

где

$$\varepsilon_{02}\gg\tilde{\varepsilon}=\sum_{njm}\tilde{\varepsilon}_{njm}\exp\left[i\left(n\varkappa x+j\zeta y+m\xi z\right)\right],$$

$$\varkappa=\frac{2\pi}{d_x},\qquad \zeta=\frac{2\pi}{d_y},\qquad \xi=\frac{2\pi}{d_z}.$$

Поля, как и в акустическом случае, будем искать в виде

$$E_s=E_{0s}+\tilde{E}_s, \qquad (16)$$

где E_{0s} — поля в приближении геометрической оптики, $\tilde{E}_s$ — поля, связанные с рассеянием на неоднородностях.

Для случая p-поляризованных волн $(E_y=0)$, считая для простоты, что $\zeta=0$, из граничных условий (равенство тангенциальных составляющих полей $\hat{E}_s$ и $\hat{H}_s$ на границах раздела $z=0$ и $z=L$), определяем выражения для неизвестных амплитуд $A_{nm}, B_{nm}, C_{nm}, D_{nm}$. Общий вид этих выражений довольно громоздкий, поэтому мы приведем только условия, необходимые для возникновения резонансной волны, и оценку ее амплитуды.

Условия резонанса имеют вид

$$\nu\xi-\gamma=\gamma_R+O(\tilde{\varepsilon}/\varepsilon_{02})\,k_0,$$

$$\beta_R = -i\frac{\varepsilon_{01}}{\varepsilon_{02}}\gamma_R\begin{cases}\mathrm{tg}\left(\gamma_R\frac{L}{2}\right), & \mathrm{tg}\left(\gamma_R\frac{L}{2}\right)>0\\ \mathrm{ctg}\left(\gamma_R\frac{L}{2}\right), & \mathrm{tg}\left(\gamma_R\frac{L}{2}\right)<0\end{cases}. \qquad (17)$$

Значение амплитуды B_R^x, при выполнении условий (17) находится в пределах

$$A_2^x(k_0L)\,\mathrm{tg}\left(\gamma_R\frac{L}{2}\right)\frac{\varepsilon_{02}}{\tilde{\varepsilon}} > B_R^x > A_2^x(k_0L)\,\mathrm{tg}\left(\gamma_R\frac{L}{2}\right).$$

Таким образом, проведенный анализ рассеяния на периодически неоднородных слоях акустических и электромагнитных волн показал, что все основные процессы рассеяния и фокусировки для акустических и электромагнитных волн аналогичны (хотя имеется различие в деталях).

Отметим несколько наиболее интересных возможных проявлений и применений дифракционной фокусировки волн. Такая фокусировка может играть существенную роль во многих нелинейных эффектах в плазме, а также дает возможность управлять некоторыми из них. Действительно, если амплитуда ВЧ поля достаточно большая (см., например, [4]), так что под действием сил ВЧ давления возникает модуляция плотности плазмы, то, как показано в [2], сфокусированное на этих неоднородностях поле будет поддерживать возникающую модуляцию. В результате на плазменный слой будет действовать не только падающая на него волна, но и волна, образованная в результате дифракционной фокусировки, амплитуда которой может превосходить амплитуду падающей волны. При этом вместо одних нелинейных эффектов мы будем наблюдать другие. Например, вместо сжатия и ускорения плазменного слоя, которое должно происходить под действием падающей волны, будет наблюдаться его расплывание. Кроме того, создавая в плазме тем или иным способом модуляцию плотности (возбуждая в ней звуковые колебания), можно добиться значительного уменьшения порогов многих нелинейных явлений. Зависимость амплитуды сфокусированного поля от величины неоднородности $\left(A \sim A_0\frac{1}{\tilde{\varepsilon}}\right)$ может быть использована в качестве чувствительного инструмента для выявления скрытых периодичностей. Как показывает соответствующий анализ, эффекты дифракционной фокусировки могут играть значительную роль в процессах рассеяния электронов и рентгеновских лучей на кристаллических решетках. Возможно, такая фокусировка будет иметь определенное значение в голографии (и для диагностики) при использовании трехмерных голограмм.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Буц, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **18**, № 10, 1287 (1975).
2. В. А. Буц, Ю. П Мачехин, Письма в ЖТФ, **1**, № 5 (1975).
3. Н М. Померанцев, УФН, **111**, № 3, 507 (1975).
4. Л. М. Горбунов, УФН, **109**, № 4 (1973).

Поступила в редакцию
23 апреля 1976 г.

DIFFRACTION WAVE FOCUSING IN PERIODICALLY INHOMOGENEOUS LAYERS

V. A. Buts, Yu. P. Machekhin

It is shown that while wave scattering by periodically inhomogeneous layers the scattered wave focusing is possible, resulting in a resonant wave the amplitude of which is larger than both the amplitude of an incident wave and that of a resonant wave occurring when wave scattering by a semi-space. These waves are noted to be the surface ones and the conditions of their appearance can be obtained from the perturbation theory.