

УДК 533.3

## ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ ПРИ МАЛОМ ВОЛНОВОМ ПАРАМЕТРЕ

*А. С. Гурвич, М. А. Каллистратова, Ф. Э. Мартвель*

Получены соотношения подобия для описания сильных флуктуаций интенсивности плоской световой волны в турбулентной среде при малом волновом параметре. Показано, что дисперсия сильных флуктуаций определяется величиной дисперсии, рассчитанной методом плавных возмущений, и волновым параметром. Проведено обобщение соотношений подобия на случай большого волнового параметра. Экспериментально исследованы сильные флуктуации на дистанциях в несколько десятков сантиметров в жидкой среде с искусственной конвективной турбулентностью. Обнаружен общий характер насыщения сильных флуктуаций при малом и большом волновом параметре. Исследовано распределение вероятностей в области максимальных значений дисперсии и в области насыщения.

1. Построение теории «сильных» флуктуаций интенсивности света, возникающих при распространении в турбулентной среде, в настоящее время не завершено. Несколькими авторами [1–5] было получено уравнение для функции когерентности четвертого порядка поля световой волны, пригодное и для «сильных» флуктуаций. Однако аналитическое решение этого уравнения найти не удается, а для существующих приближенных решений [4, 6, 7] не удается оценить область их применимости и их точность. Поэтому возникает задача определения соотношений подобия, которые позволили бы уменьшить число параметров, требующихся для описания «сильных» флуктуаций, и обобщить экспериментальные данные. Последнее необходимо как для практических приложений, так и для проверки результатов приближенных решений.

Соотношения подобия для флуктуаций интенсивности, полученные в [8], достаточно хорошо подтверждены результатами экспериментов [8, 9], проведенных на атмосферных трассах большой протяженности. В этих экспериментах радиус первой зоны Френеля был велик по сравнению с внутренним масштабом турбулентности и соответственно велик волновой параметр  $D$ :

$$D = \eta_k^{-1} x^{1/2} k^{-1/2} \gg 1 \quad (1)$$

( $\eta_k$  — колмогоровский масштаб турбулентности,  $x$  — длина пути распространения света,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  — длина световой волны в среде).

В настоящей работе рассмотрен и экспериментально исследован противоположный случай, когда расстояние, проходимое светом в турбулентной среде, невелико и волновой параметр мал.

2. Уравнение для функции когерентности четвертого порядка

$$\Gamma_4(x, r_1 r_2) = \langle u(x, r_1) u^*(x, r_0 + r_1) u^*(x, r_0 + r_2) u(x, r_0 + r_1 + r_2) \rangle,$$

комплексного поля плоской волны  $u(x, r)$ , распространяющейся в на-

правлении оси  $x$  (векторы  $r$  лежат в плоскости  $u, z$ ) в локально-изотропной турбулентной среде, может быть представлено в виде

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} - \frac{i}{k} \nabla_{r_1} \nabla_{r_2} + \frac{\pi k^2}{4} F(r_1, r_2) \right] \Gamma_4 = 0, \quad \Gamma_4(0, r_1, r_2) = |u_0|^4, \quad (2)$$

где  $u_0$  — амплитуда волны на входе в среду ( $x = 0$ ).

Функция  $F(r_1, r_2)$  определяется через трехмерный спектр относительных флуктуаций диэлектрической проницаемости  $\Phi_\varepsilon(0, \mathbf{x})$  следующим образом:

$$F(r_1, r_2) = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_\varepsilon(0, \mathbf{x}) (1 - \cos \mathbf{x} r_1) (1 - \cos \mathbf{x} r_2) d^3 \mathbf{x}. \quad (3)$$

Для локально-изотропной среды  $\Phi_\varepsilon(0, \mathbf{x}) = \Phi_\varepsilon(x)$ .

Поскольку в оптическом диапазоне длин волн причиной флуктуаций диэлектрической проницаемости являются турбулентные пульсации температуры среды, можно написать выражение

$$\Phi_\varepsilon(x) = \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)^2 \varepsilon^{-2} \Phi_T(x), \quad (4)$$

связывающее  $\Phi_\varepsilon(x)$  со спектром температурных неоднородностей  $\Phi_T(x)$ , средним значением диэлектрической проницаемости и ее производной по температуре  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}$ .

Спектр  $\Phi_T(x)$  запишем в следующей форме [10]:

$$\Phi_T(x) = AC_T^2 x^{-11/3} \varphi_T(x \eta_k, Pr), \quad (5)$$

где  $A = \Gamma(8/3) \sin(\pi/3) (2\pi)^{-2} \approx 0,033$ ,  $C_T^2$  — структурная характеристика флуктуаций температуры,  $Pr$  — число Прандтля,  $Pr = \frac{\nu}{\chi}$ ,  $\nu$  — кинематическая вязкость среды,  $\chi$  — температуропроводность среды.

Функция  $\varphi_T(x \eta_k, Pr)$  при больших волновых числах  $x \gg \eta_k^{-1}$  (при  $Pr \gg 1$ ) дает поправку к колмогоровскому спектру  $\Phi_T = AC_T^2 x^{-11/3}$ , обусловленную влиянием вязкости и температуропроводности среды:  $\varphi_T(x \eta_k, Pr)$  равна единице при  $x \eta_k \leq 1$  и быстро убывает при  $x \eta_k Pr^{-1/2} > 1$ .

Подставим (3) — (5) в (2) и проведем в (2) замену переменных

$$x = L_T \zeta, \quad r_1 = L_T \xi_1, \quad r_2 = L_T \xi_2, \quad \mathbf{x} = q L_T^{-1},$$

где  $L_T = k L_T^2 = (\pi AC_T^2 k^{7/6})^{-6/11}$ ,  $C_\varepsilon^2 = \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)^2 \varepsilon^{-2} C_T^2$ . При этом получаем

следующее уравнение:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \zeta} - i \nabla_{\xi_1} \nabla_{\xi_2} + F(\xi_1, \xi_2) \right] \Gamma_4 = 0, \quad (6)$$

где  $F(\xi_1, \xi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} q^{-11/3} (1 - \cos q \xi_1) (1 - \cos q \xi_2) \varphi_T\left(\frac{q}{P}, Pr\right) d^3 q$ ,

$P$  — волновой параметр, характеризующий турбулентную среду,

$$P = \eta_k^{-1} L_T^{1/2} k^{-1/2}. \quad (7)$$

Решение уравнения (6) имеет вид\*

$$\Gamma_4 = \tilde{\Gamma}_4 \left( \frac{x}{L_T}, \frac{r_1}{L_T}, \frac{r_2}{L_T}, P; \varphi_T \right). \quad (8)$$

Когда колмогоровский масштаб  $\eta_k$  исчезающе мал по сравнению со всеми возможными характерными масштабами задачи\*\* —  $D \gg 1$ ,  $P \gg 1$  и т. д., то в силу свойств функции  $\varphi_T \left( \frac{q}{P}, Pr \right)$  можно предположить, что существует предельное решение

$$\Gamma_{4j} = \Gamma_4 \left( \frac{x}{L_T}, \frac{r_1}{L_T}, \frac{r_2}{L_T} \right), \quad (9)$$

не зависящее ни от волнового параметра  $P$ , ни от конкретного вида функции  $\varphi_T$ .

В рассматриваемом нами другом случае, когда колмогоровский масштаб велик по сравнению со всеми остальными масштабами задачи\*\*\* и  $P < 1$ ,  $\varphi_T$  в (8) играет существенную роль. При этом целесообразно ввести в (3) замену переменных  $x = p \eta_k^{-1}$ , затем, разложив в ряд  $\cos \left( p \frac{r_1}{\eta_k} \right)$  и  $\cos \left( p \frac{r_2}{\eta_k} \right)$  и перейдя к полярным координатам, выполнить интегрирование по углу. Подставляя полученное выражение в (2) и проводя замену переменных

$$x = L_{T0} \zeta, \quad r_1 = L_{T0} \xi_1, \quad r_2 = L_{T0} \xi_2,$$

$$L_{T0} = k l_{T0}^2 = \left[ \frac{\pi^2 A}{16} C_2^2 \eta^{-7/3} \int_0^\infty p^{4/3} \varphi_T(p, Pr) dp \right]^{-1/3}, \quad (10)$$

получаем уравнение для  $\Gamma_4$  в следующем виде:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \zeta} - i \nabla_{\xi_1} \nabla_{\xi_2} + \Sigma \right] \Gamma_4 = 0,$$

где

$$\Sigma = \xi_1^2 \xi_1^2 + 2(\xi_1 \xi_2)^2 - \frac{P_0}{4!} [\xi_1^2 \xi_2^2 + 4(\xi_1 \xi_2)^2] (\xi_1^2 + \xi_2^2) \times \quad (11)$$

$$\times \frac{\int_0^\infty p^{4/3+2} \varphi_T(p, Pr) dp}{\int_0^\infty p^{4/3} \varphi_T(p, Pr) dp} + \dots$$

— знакпеременный ряд, в котором коэффициенты пропорциональны четным степеням малого волнового параметра среды  $P_0$ ,

\*  $\tilde{\Gamma}_4$ , строго говоря, является функционалом, так как зависит от вида функции  $\varphi_T$ .

\*\* Кроме, разумеется, длины волны, т. е.  $k \eta_k \gg 1$ .

\*\*\* За исключением длины трассы  $x$  и продольного масштаба  $L_T$ .

$$P_0 = \eta_k^{-1} L_{T0}^{1/2} k^{-1/2}. \quad (12)$$

Решение уравнения (11) может быть записано в виде, аналогичном (8):

$$\Gamma_4 \approx \tilde{\Gamma}_4 \left( \frac{x}{L_{T0}}, \frac{r_1}{L_{T0}}, \frac{r_2}{L_{T0}}, P_0; \varphi_T \right). \quad (13)$$

Масштабы  $L_T$  и  $L_{T0}$ , равно как и значения волнового параметра среды  $P$  и  $P_0$ , связаны между собой простыми соотношениями:

$$\frac{L_T}{L_{T0}} = \left( \frac{\pi}{16} \int_0^\infty p^{4/3} \varphi_T(p, Pr) dp \right)^{1/3} P^{7/9},$$

$$P = \left( \frac{\pi}{16} \int_0^\infty p^{4/3} \varphi_T(p, Pr) dp \right)^{3/11} P_0^{18/11}.$$

Более того, эти масштабы имеют одинаковый физический смысл. Действительно, если подставить значение  $x = L_{T0}$  в формулу для расчета дисперсии относительных флуктуаций интенсивности  $\beta_0^2$  при  $\beta_0^2 \ll 1$  и  $D \ll 1$ , полученную в первом приближении метода плавных возмущений (МПВ) [1],

$$\beta_0^2(x) = \frac{\pi^2 A}{3} C_s^2 x^3 \eta_k^{-7/3} \int_0^\infty p^{4/3} \varphi_T(p, Pr) dp = \frac{16}{3} \left( \frac{x}{L_{T0}} \right)^3, \quad (14)$$

то найдем  $\beta_0^2(L_{T0}) = \frac{16}{3}$ . Иначе говоря,  $L_{T0}$  есть то расстояние, на котором флуктуации интенсивности становятся заведомо сильными. В другом предельном случае,  $D \gg 1$ , МПВ приводит к формуле

$$\beta_0^2(x) = \frac{3\pi^2}{11\Gamma(11/6) \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)} \left( \frac{x}{L_T} \right)^{11/6} \approx 3 \left( \frac{x}{L_T} \right)^{11/6}, \quad (15)$$

из которой видно, что  $L_T$  имеет тот же смысл, что и  $L_{T0}$ .

Дисперсия относительных флуктуаций интенсивности  $\beta$  выражается через  $\Gamma_4$  следующим образом:

$$\beta^2 = \frac{\Gamma_4(x, 0, 0)}{|u_0|^4} - 1. \quad (16)$$

Следовательно, на основе (8), (13), (14) и (15) можно предположить, что  $\beta^2$  является универсальной функцией от значений  $\beta_0^2$ , вычисляемых по формулам первого приближения МПВ, и от волнового параметра среды  $P_0$  (или эквивалентного ему  $P$ ),

$$\beta^2 = \beta^2(\beta_0^2, P_0), \quad (17)$$

при фиксированном значении функции  $\varphi_T(x\eta_k, Pr)$ .

Независимость  $\beta^2$  от  $P$  при  $D \gg 1$ ,  $P \gg 1$  подтверждается результатами синхронных измерений на трех длинах волн (0,488; 1,15 и 10,6 мк) [12], а также измерениями [8], при которых, как это следует из (1), (7) и (15), параметр  $P$  менялся в 3,5 раза при практически неизменном  $D \approx 15$ . Более тонкие исследования [9] показали, что при  $P \gg 1$  и  $D \gg 1$  внутренний масштаб турбулентности не проявляется

в спектрах флуктуаций интенсивности излучения на длинах волн 0,63 и 10,6 мк. Последнее можно считать веским аргументом в пользу того, что при  $P \gtrsim 1$  и  $D \gg 1$  значения  $\beta$  слабо зависят от вида функции  $\varphi_T$ .

3. Для изучения зависимости  $\beta^2$  ( $\beta_0^2$ ,  $P_0$ ) при  $D, P_0 \leq 1$  были проведены измерения относительной дисперсии флуктуаций интенсивности  $I$ ,

$$\beta^2 = \frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} - 1,$$

в модельной турбулентной среде, так как в реальной атмосфере условие  $D \leq 1$  выполняется лишь на малых расстояниях (порядка нескольких метров), на которых не бывает сильных флуктуаций.

Для создания неоднородностей диэлектрической проницаемости использовалась турбулентная конвекция в слое жидкости, заключенном между плоскими горизонтальными нагревателем и холодильником. Большая величина  $\frac{\partial \epsilon}{\partial T}$  для жидкостей (на 3—2 порядка бóльшая, чем для

воздуха) позволяет при распространении света в такой модели получать сильные флуктуации на малых расстояниях, отвечающих условиям  $D \leq 1$ ,  $P_0 \leq 1$ . В эксперименте реализовались числа Рэлея  $Ra = 10^7$  —  $10^9$ . При этом в конвективной модели существует развитый турбулентный режим и турбулентность является локально-изотропной во всем объеме жидкости, за исключением пристенных слоев [13, 14].

Чтобы рассчитать параметр  $\beta_0^2$ , необходимо конкретизировать функцию  $\varphi_T$  для использовавшейся модели турбулентности. Спектры флуктуаций температуры  $\Phi_T$  в жидкостях с числом Прандтля  $Pr \gg 1$  изучались Бэтчелором [15], который получил следующее выражение при  $x\eta_k \gg 1$ :

$$\Phi_T = \frac{\alpha N \epsilon_k^{-1/2} \nu^{1/2}}{2 \pi x^3} \exp \left[ -\frac{\alpha}{Pr} (x \eta_k)^2 \right]. \quad (18)$$

Здесь  $N$  — скорость выравнивания температурных неоднородностей,  $\epsilon_k$  — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности,  $\alpha$  — постоянная Бэтчелора  $\alpha \approx 2$ . Значение  $\alpha$  по данным [16] лежит в пределах  $\alpha = 0,7 \div 13,20$ . Если учесть, что при  $x\eta_k \ll 1$  для  $\Phi_T$  справедливо выражение

$$\Phi_T = AC_0 N \epsilon_k^{-1/3} x^{-11/3} \quad (18')$$

(где  $C_0 N \epsilon_k^{-1/3} = C_T^2$  [10],  $C_0 = 2,8$  — универсальная постоянная), то функцию  $\varphi_T(x\eta_k, Pr)$  в (5) можно представить в виде

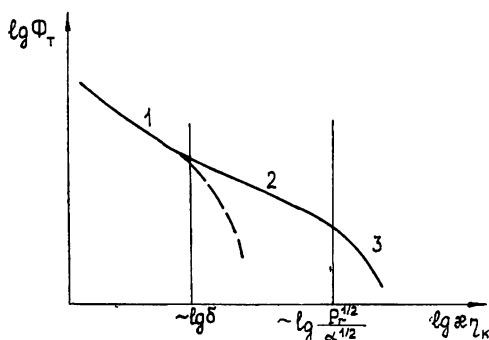


Рис. 1. Схематическая форма спектра флуктуаций температуры при  $Pr \gg 1$ . Цифры указывают участки спектра, соответствующие следующим асимптотическим представлениям:

$$1 - \Phi_T(x) \sim x^{-11/3},$$

$$2 - \Phi_T(x) \sim x^{-3},$$

$$3 - \Phi_T(x) \sim \exp[-\alpha Pr^{-1}(\eta_k x)^2] x^{-3}.$$

Пунктиром показана форма спектра при  $Pr = 1$ .

$$\varphi_T(x\eta_k, Pr) = \frac{\alpha}{2\pi AC_0} (x\eta_k)^{2/3} \exp\left[-\frac{\alpha}{Pr} (x\eta_k)^2\right] \quad (x\eta_k \gg 1); \quad (19)$$

$$\varphi_T(x\eta_k, Pr) = 1 \quad (x\eta_k \ll 1). \quad (19')$$

Экспериментальные исследования [16, 17] показали, что формулы (18) и (18') хорошо описывают спектр флуктуаций температуры при  $Pr \gg 7$ . Спектр  $\Phi_T$ , определяемый выражениями (18), (18'), схематически представлен на рис. 1. Этот спектр характеризуется двумя волновыми числами, равными  $\eta_k^{-1}$  и  $\eta_k^{-1} (Pr/\alpha)^{1/2}$ . Заключенный между этими волновыми числами интервал спектра турбулентности называется «вязко-конвективным», и в этом интервале  $\Phi_T(x) \sim x^{-3}$ . Как показывают экспериментальные данные [17], граница между инерционным интервалом, где  $\Phi_T(x) \sim x^{-11/3}$ , и «вязко-конвективным» интервалом лежит при значении

$$x = \delta\eta_k^{-1}, \quad (20)$$

где  $\delta \approx 0,1$ .

Это обстоятельство облегчает вычисление параметра  $\beta_0$  по формуле [11]

$$\beta_0^2 = 2\pi^2 AC_0^2 k^{7/6} x^{11/6} \int_0^\infty \left(1 - \frac{\sin t^2}{t^2}\right) \varphi_T(tD^{-1}, Pr) t^{-8/3} dt. \quad (21)$$

Действительно, для вычисления (21) необходимо знать функцию  $\varphi_T(tD^{-1}, Pr)$ . Если число  $Pr$  достаточно велико и  $D \leq 1$ , то область значений  $t \leq \delta D$ , соответствующих инерционному интервалу, вносит незначительный вклад в  $\beta_0^2$ . Поэтому для приближенного определения (21) можно с учетом (20) использовать функцию  $\varphi_T$  в виде (19) во всем интервале значений аргумента, и тогда интеграл вычисляется для любых  $D$ :

$$\beta_0^2 = \frac{2\pi^{3/2} \alpha^{3/2}}{3\varepsilon^2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)^2 N \varepsilon_k^{-1/2} \chi^{1/2} k^2 x \eta_k \times \left[ \frac{(1 - \hat{D}^4)^{3/4}}{\hat{D}^2} \sin\left(\frac{3}{2} \arctg \hat{D}^2\right) - \frac{3}{2} \right], \quad (22)$$

где  $\hat{D}^2 = D^2 Pr \alpha^{-1}$ . При  $\hat{D} \ll 1$  формула (22) переходит в следующую,

$$\beta_0^2 = \frac{\pi^{3/2} \alpha^{1/2}}{24\varepsilon^2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)^2 Pr^{3/2} N \varepsilon_k^{-1/3} \eta_k^{-7/3} x^3, \quad (23)$$

соответствующую приближению геометрической оптики. Различие между значениями  $\beta_0^2$ , вычисленными по формулам (22) и (23), для  $\hat{D} \leq 1$  не превышает 15%. Относительная погрешность, связанная с заменой  $\varphi_T$  при вычислении интеграла (21), может быть оценена с учетом (20), она равна

$$\beta_0^{-2} 2\pi^2 C_0^2 k^{7/6} x^{11/6} \int_0^{\delta D} \left(1 - \frac{\sin t^2}{t^2}\right) t^{-8/3} dt. \quad (24)$$

Численные оценки показывают, что погрешность в проведенных экспериментах не превышала 5%.

Следует отметить, что для спектра (18) физический смысл имеют волновые параметры  $\hat{D}$  и  $\hat{P}_0 = P_0 \text{Pr}^{1/2} \alpha^{-1/2}$ , которые при  $\text{Pr} \gg 1$  могут заметно отличаться от соответствующих  $D$  и  $P_0$ .

Для вычисления  $\beta_0^2$  по формулам (23) или (22) необходимо определить величины  $N$  и  $\epsilon_k$ . В нашем эксперименте скорость диссипации кинетической энергии турбулентности определялась из измерений турбулентного потока тепла  $q_T$  от нагревателя к холодильнику по формуле [10]

$$\epsilon_k = g B_T \frac{q_T}{c_p \rho}, \quad (25)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести,  $B_T$  — коэффициент теплового расширения жидкости,  $c_p$  и  $\rho$  — удельная теплоемкость и плотность жидкости. Для определения скорости выравнивания температурных неоднородностей  $N$  приходится привлекать следующие соображения. В задаче о свободной конвекции характерным масштабом температуры является разность температур  $\Delta T$  между нагревателем и холодильником, а масштабом длины — расстояние  $h$  между ними. Исходя из размерности  $N$ , можно записать выражение

$$N = \chi \left( \frac{\Delta T}{h} \right)^2 f(\text{Ra}, \text{Pr}). \quad (26)$$

Следуя [18], можно высказать предположение, что при больших числах Рэлея  $f(\text{Ra}, \text{Pr})$  перестает зависеть от  $\text{Ra}$  и тогда — при фиксированном числе  $\text{Pr}$  — значение  $\beta_0$  может быть вычислено по (22) с использованием (25) и (26) с точностью до постоянного множителя. Последний удастся определить из измерения флуктуаций при малых значениях  $\beta^2 \ll 1$ , когда должно выполняться  $\beta^2 \equiv \beta_0^2$ .

4. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2. Конвективная турбулентность создавалась в двух жидкостях: в воде  $\left( \frac{\partial \epsilon}{\partial T} = -2,4 \cdot 10^{-4} \text{град}^{-1}, \text{Pr} = 7 \right)$  и в этиловом спирте  $\left( \frac{\partial \epsilon}{\partial T} = -11,2 \cdot 10^{-4} \text{град}^{-1}, \text{Pr} = 11 \right)$ . Жидкость заполняла прямоугольную

кювету из оптического стекла длиной 34 см (вдоль лазерного пучка), шириной 21 см. Высота слоя жидкости  $h$  соответствовала расстоянию между нагревателем и холодильником, помещенными в кювету, и менялась от 4 до 8 см. Нагреватель и холодильник представляли собой плоские теплообменники из нержавеющей стали, по которым циркулировала вода. Температура воды на входе в каждый теплообменник поддерживалась постоянной при помощи термостатов. Измерение расхода воды и разности температур воды на выходе и входе каждого теплообменника позволяло определить поток тепла  $q$  от нагревателя к холодильнику. Хорошая теплоизоляция кюветы от окружающей среды и плохая теплопроводность стенок кюветы обеспечивали равенство потока тепла  $q$  турбулентному потоку тепла  $q_T$  через жидкость с точностью не хуже 10%. Турбулентный режим в кювете варьировался за счет изменения разности температур  $\Delta T$  между нагревателем и холодильником, изменения высоты  $h$  и различной величины  $\frac{\partial \epsilon}{\partial T}$  для воды и спирта\*.

\* При изменении  $\Delta T$  менялась также средняя температура всей жидкости  $T_{\text{ср}}$ . При расчетах  $\beta_0^2$  по формулам (22), (25), (26) учитывалась зависимость всех молекулярных параметров жидкости от  $T_{\text{ср}}$ .

В табл. 1 приведены значения параметров турбулентности в использовавшейся модельной установке и для сравнения указаны некоторые аналогичные параметры для типичной приземной атмосферной трассы.

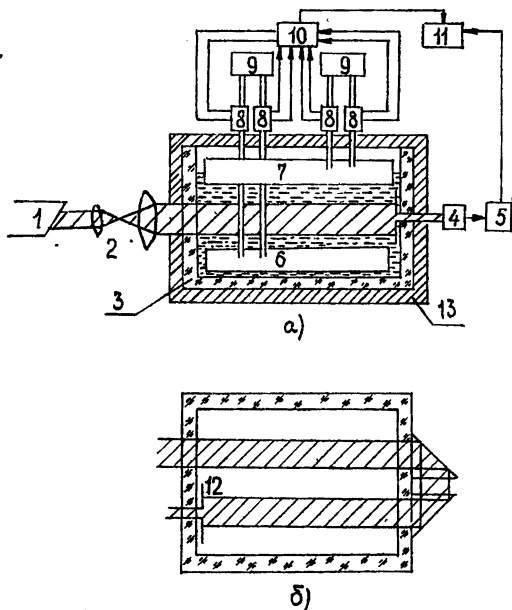


Рис. 2. Блок-схема эксперимента:

1 — газовый лазер,  $\lambda = 0,63 \text{ мк}$ ,  
 2 — коллиматор, 3 — кювета с жидкостью, 4 — фотоумножитель, 5 — аналоговое устройство для измерения дисперсии флуктуации, 6, 7 теплообменники, 8 — термометры сопротивления, 9 — термостаты, 10 — коммутатор, 11 — регистрирующая система, 12 — приемная диафрагма, 13 — теплоизолирующий кожух.

В кювету направлялся коллимированный световой пучок диаметром 3 см от He-Ne лазера, работавшего в режиме одной поперечной моды ( $\lambda_0 = 0,63 \text{ мк}$ ). Для увеличения  $\beta_0$  часть измерений была проведена с двойным проходом пучка света через кювету. При этом прямой и обратный пучки разносились на расстояние, равное расстоянию между теплообменниками, что позволило считать турбулентные флуктуации на каждом из параллельных путей независимыми. Расширение световых пучков за счет турбулентности было существенно меньше их первоначальной ширины, что позволило относить полученные результаты к случаю неограниченной плоской волны. Приемная диафрагма диаметром  $d = 20 \text{ мк}$  располагалась внутри жидкости, вплотную к выходному окну кюветы, за которым находился фотоумножитель. Средний ток фотоумножителя  $\langle i \rangle$  и средний квадрат тока  $\langle i^2 \rangle$  измерялись аналоговым устройством. Время усреднения прибора составляло 60 с.

Измерения относительной дисперсии сигнала  $\beta^2 = \frac{\langle i^2 \rangle}{\langle i \rangle^2} - 1$  при каждом установившемся режиме турбулентности усреднялись за 10 мин.

Таблица 1  
 Основные параметры конвективной турбулентности в модели  
 ( $h = 5 \text{ м}$ )

Среда	Этиловый спирт (крайние значения)	Вода (крайние значения)	Приземный слой атмосферы (типичные условия)
Параметр			
$\Delta T, ^\circ\text{C}$	5 — 46°	5 — 66°	—
$T_{\text{ср}}, ^\circ\text{C}$	20 — 32	20 — 42	—
$\text{Pr}$	16 — 11	7 — 4	0,7
$C_e^2, \text{см}^{-2/3}$	$(0,2 - 6,4) \cdot 10^{-8}$	$(0,1 - 1,8) \cdot 10^{-8}$	10 — 15
$\eta_{\text{к}}, \text{см}$	0,12 — 0,04	0,09 — 0,02	0,1
$\eta_{\text{к}} \text{Pr}^{1/2}, \text{см}$	0,04 — 0,01	0,05 — 0,015	—
$\Delta$	0,4 — 2,2	0,3 — 1,5	13
$x$	34 — 68 (см)	34 — 68 (см)	1750 (м)



Размер приемной диафрагмы был выбран меньше внутреннего масштаба температурных пульсаций  $d \ll \eta_k \alpha^{1/2} P\Gamma^{-1/2}$ . Такой выбор сводил на нет усредняющее действие диафрагмы при  $\beta_0 \ll 1$ . Для того, чтобы оценить возможное усредняющее действие приемной диафрагмы при  $\beta_0^2 \gg 1$ , был проведен ряд контрольных измерений дисперсии  $\beta^2$  (при наибольших значениях  $\beta_0^2$ ) с другими диафрагмами,  $d_1 = 10$  мк и  $d_2 = 40$  мк. При этом не было обнаружено систематической разницы в измерявшейся величине  $\beta^2$ . Существенно уменьшить диафрагму не было возможности из-за недостатка света.

Часть измерений сопровождалась записью флуктуаций интенсивности сигнала с выхода фотоумножителя на магнитофонную ленту с использованием широтно-импульсной модуляции (частота выборки 1024 Гц, число уровней 448). В результате обработки записей на ЭВМ «М-222» были получены гистограммы распределения.

5. На рис. 3 представлена зависимость  $\beta$  от  $\beta_0$ . Значения  $\beta < 1$  были совмещены со значениями  $\beta_0$ , рассчитанными по формулам (22), (25), (26), для определения функции  $f(P\Gamma)$  (26). При принятом значении  $\alpha = 2$  значение функции  $f(P\Gamma)$  оказалось равным  $f = 0,85$ . Зависимость  $f$  от числа  $P\Gamma$  в наших измерениях не была обнаружена. При  $\beta_0 = 2 \div 3$  на рис. 3 наблюдается хорошо выраженный максимум, за которым следует довольно быстрый спад величины  $\beta$ . На этом же рисунке представлена средняя зависимость  $\beta$  от  $\beta_0$ , полученная в атмосфере [8]. Несмотря на различие длин трасс—километры и десятки сантиметров—и большое различие волнового параметра, зависимости  $\beta$  от  $\beta_0$  имеют сходный характер, что подтверждает универсальность параметра  $\beta_0$  в определении дисперсии сильных флуктуаций интенсивности света. Отметим, что наиболее интересный участок кривой, при  $\beta_0 > 1$ , соответствует значениям  $\hat{D} \sim 2$ ,  $\hat{P}_0 \sim 1$ . Поэтому расчет значений  $\beta_0^2$  проводился по формуле (22). Для  $\beta_0 < 1$  имело место неравенство  $\hat{D} < 1$ , т. е. для этой части кривой может быть использовано описание на основе приближения геометрической оптики, которому соответствует (23).

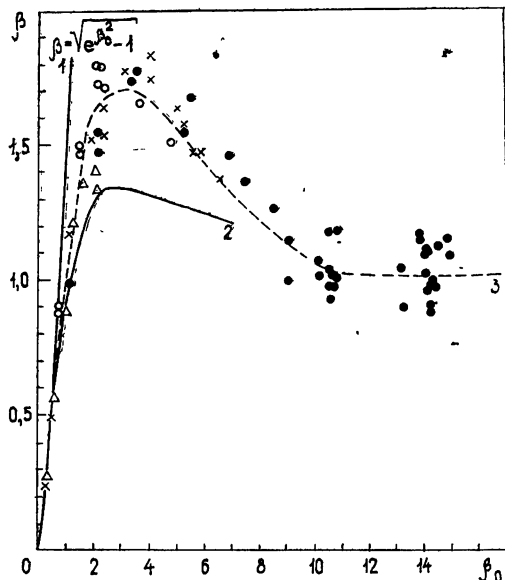


Рис. 3. Экспериментальная зависимость дисперсии флуктуаций интенсивности от параметра  $\beta_0$  по измерениям в этиловом спирте и в воде:

кружки — спирт ( $x = 34$  см), точки — спирт ( $x = 68$  см), треугольники — вода ( $x = 34$  см), крестики — вода ( $x = 68$  см); 1—область слабых флуктуаций, 2—среднее по измерениям в атмосфере ( $x = 1750$  м [8]), 3—среднее по измерениям в модели.

На рис. 4 а, б приведены примеры гистограмм распределения флуктуаций для значений  $\beta_0 = 2$  и  $\beta_0 = 14$ , т. е. для участков максимума и насыщения кривой зависимости  $\beta$  от  $\beta_0$ . На рисунках нанесена плотность вероятности, соответствующая логарифмически-нормальному распределению:

$$W(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma I} \exp \left[ -\frac{\left( \ln \frac{I}{\langle I \rangle} + \frac{\sigma^2}{2} \right)^2}{2 \sigma^2} \right],$$

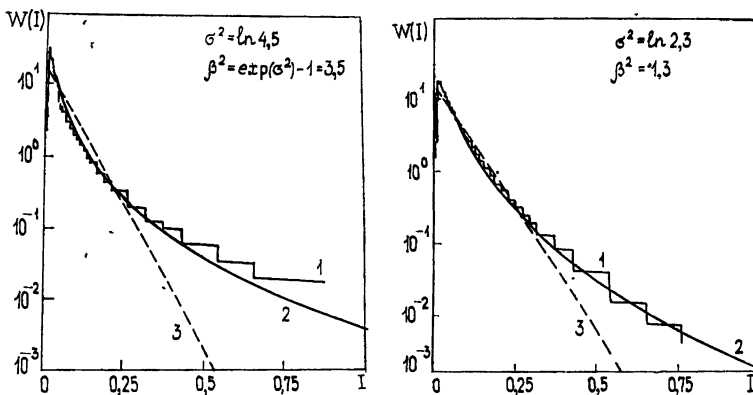


Рис. 4. Примеры гистограмм флуктуаций интенсивности: 1 — нормально-логарифмический закон распределения, 2 — рэлеевский закон распределения.

$\langle I \rangle$  — средняя интенсивность,  $\sigma^2$  — дисперсия логарифма интенсивности со средним и дисперсией, вычисленными из экспериментальных гистограмм (3). На этих же рисунках приведена прямая, соответствующая рэлеевскому распределению амплитуды световой волны

$$W(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp \left[ -\frac{I}{\langle I \rangle} \right],$$

где  $\langle I \rangle$  получено в результате обработки записей сигнала. Как видно из гистограмм, логарифмически-нормальный закон распределения существенно лучше описывает исследуемый процесс, чем рэлеевское распределение. Большой для лабораторных условий разброс экспериментальных точек на рис. 3 объясняется, по-видимому, тем, что принятое время усреднения (10 мин) недостаточно для определения дисперсии флуктуаций при логарифмически-нормальном законе распределения и при характерной частоте флуктуаций порядка 1—5 Гц.

На рис. 5 представлены примеры фотографий светового поля на выходе из кюветы, полученные путем экспонирования фотопленки в прямом пучке без объектива, при различных значениях  $\beta_0$ . Условия эксперимента приведены в табл. 2.

Таблица 2.

$\Delta T$	Ra	$\eta_{кв}, см$	$C_{\epsilon}^2, см^{-2/3}$	$\beta_0$	$\beta$
а) 4,5°	$3 \cdot 10^7$	0,1	$0,2 \cdot 10^{-8}$	0,8	0,8
б) 19°	$1,5 \cdot 10^8$	0,06	$1 \cdot 10^{-8}$	2,5	1,75
в) 54°	$5 \cdot 10^8$	0,04	$8,5 \cdot 10^{-8}$	6	1,2



Рис. 5. Фотографии сечения лазерного пучка на выходе из модельной кюветы  
(масштаб 5:1).  
Среда — этиловый спирт ( $x = 34$  см,  $h = 4$  см).

При  $\beta_0 = 1,5 \div 2,5$  наблюдается резкая фокусировка ярких нитей, образующих ячейки. В ярких вспышках (в узлах ячеек) проявляется дифракционная структура. При увеличении  $\beta_0$  фокусировка проявляется слабее и появляется более мелкая структура поля освещенности, характерная для дифракционно-абберационных искажений. Видимые размеры мелкой структуры поля, которые можно оценить по фотографиям, явно превышают размеры приемной диафрагмы  $d = 20$  мк, применявшейся в измерениях. Разумеется, по этим фотографиям трудно получить количественные оценки структуры поля интенсивности, и их выяснение является предметом дальнейших исследований.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В. И. Татарскому за обсуждение постановки задачи и результатов измерений, а также М. А. Воробьеву и Б. С. Агровскому за участие в подготовке аппаратуры и проведении измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Шишов, Тр. ФИАН, 38, 171 (1967).
2. Л. А. Чернов, Тезисы докладов на VI Всесоюзной акустической конференции, М., 1968.
3. В. И. Татарский, Препринт ООФАНГ АН СССР, М., 1970.
4. В. И. Татарский, ЖЭТФ, 56, № 6, 2106 (1969).
5. W. P. Brown, J. Opt. Soc. Amer., 62, № 1, 45 (1972).
6. А. М. Прохоров, Ф. В. Бункин, К. С. Гочелашвили, В. И. Шишов, УФН, 114, 415 (1974).
7. В. А. Банах, Г. М. Креков, В. Л. Миронов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 2, 252 (1974).
8. М. Е. Грачева, А. С. Гурвич, С. С. Кашкаров, Вл. В. Покасов, Препринт ООФАНГ АН СССР, М., 1973.
9. А. С. Гурвич, Р. А. Казарян, С. О. Ломадзе, К. П. Погосян, Вл. В. Покасов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 4, 610 (1975).
10. А. С. Монин, А. М. Яглом, Статистическая гидродинамика, ч. 2, изд. Наука, М., § 21—23.
11. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
12. J. R. Kerr, JOSA, 62, № 9, 1040 (1972).
13. J. W. Deardorff and G. E. Willis, J. Fluid Mech., 28, № 4, 675 (1967).
14. A. M. Garon and R. J. Goldstein, Phys. Fluids, 16, № 11, 1818 (1973).
15. G. K. Batchelor, J. Fluid Mech., 5, № 1, 113 (1959).
16. H. L. Grant, B. A. Hughes, W. M. Vogel and A. Moilliet, J. Fluid Mech., 34, № 3, 423 (1968).
17. C. H. Gibson and W. H. Schwarz, J. Fluid Mech., 16, № 3, 365 (1963).
18. А. М. Обухов, Изв. АН СССР, серия география и геофизика, 13, № 1 (1949).

Институт физики атмосферы  
АН СССР

Поступила в редакцию  
20 апреля 1976 г.

#### INVESTIGATION OF STRONG FLUCTUATIONS OF THE LIGHT INTENSITY IN A TURBULENT MEDIUM AT A SMALL WAVE PARAMETER

*A. S. Gurvich, M. A. Kallistratova, F. E. Martvel'*

The similarity relations are obtained to describe strong fluctuations of the plane light wave intensity in a turbulent medium at a small wave parameter. It is shown that the dispersion of strong fluctuations is determined by the wave parameter and the dispersion value, calculated by the smooth perturbation method. Generalization of the similarity relations has been made for the case of a large wave parameter. Strong fluctuations at the distances of some dozens of centimeters in fluid with artificial convective turbulence are investigated experimentally. A general character of saturation of strong fluctuations at small and large wave parameters is found. The probability distribution in the region of maximum dispersion and in the saturation region is investigated.