

УДК 621.371.25

## О ВОЗБУЖДЕНИИ ИОНОСФЕРНОГО ВОЛНОВОДА НА НИЖНЕМ ГИБРИДНОМ РЕЗОНАНСЕ ПОТОКАМИ НАДТЕПЛОВЫХ ЧАСТИЦ

*В. Ю. Трахтенгерц, В. И. Шапаев*

Исследованы фазовые и групповые траектории волн в ионосферном волноводе на нижнем гибридном резонансе (НГР). Рассмотрено возбуждение НГР-волновода потоками надтепловых электронов и протонов. Показано, что наиболее эффективным источником неравновесных НГР-шумов, являются протонные поперечные пучки. Проанализировано нелинейное взаимодействие волн, связанное с индуцированным рассеянием на электронах. Эффекты нелинейного взаимодействия могут приводить к существенному изменению спектра НГР-шумов, способствуя трансформации НГР-колебаний в электромагнитные (свистовые) волны.

1. Существенную роль для понимания закономерностей поведения ОНЧ шипений, наблюдавшихся на спутниках, их динамических и спектральных характеристик сыграло обнаружение в ионосфере волновода на нижнем гибридном резонансе (НГР). На существование этого волновода впервые указали Смит и др. [1], позднее Гросс [2] исследовал его основные свойства. Согласно [2] этот канал существует на высотах выше регулярного  $F$ -слоя при условии немонотонного поведения частоты  $\omega_g$  нижнего гибридного резонанса с высотой. Наиболее благоприятные условия для формирования немонотонного профиля  $\omega_g$  реализуются в тех областях ионосферы, где плазменная частота электронов  $\omega_p = (4\pi e^2 N/m)^{1/2}$  меньше электронной гирочастоты  $\omega_{He} = eH/mc$ . При этом в НГР-канал могут захватываться волны, у которых волновые нормали составляют с магнитным полем углы  $\theta$ , близкие к  $\pi/2$ .

В данной работе рассматривается возбуждение НГР-волновода потоками быстрых частиц. Раньше [3, 4] было показано, что потоки надтепловых электронов с энергией  $W \gtrsim 10$  эВ могут служить источником возбуждения волн на частотах  $\omega \gtrsim \omega_g$  в верхней ионосфере.

В отсутствие НГР-канала неустойчивость таких волн носит конвективный характер, т. е. пакет ОНЧ волн испытывает однократное усиление при взаимодействии с потоком и затем покидает область взаимодействия за счет группового распространения. При наличии НГР-канала ОНЧ волны, захваченные в волновод, многократно усиливаются, все время оставаясь в области взаимодействия с пучком. В этом случае неустойчивость носит уже абсолютный характер, а энергия волн накапливается в области ионосферы, занятой НГР-каналом. При распространении в волноводе пакет волн периодически пересекает ось волновода, двигаясь по циклической траектории между точками отражения. Возбуждение волновода характеризуется усилением  $\Gamma$  пакета волн за полный цикл, которое в линейном приближении определяется следующим выражением:

$$\Gamma = \oint \eta dl, \quad (1)$$

где  $\eta$  — коэффициент усиления,  $dl$  — элемент групповой траектории луча. Коэффициент усиления  $\eta$  зависит от угла  $\theta$  между волновым вектором  $\mathbf{k}$  и геомагнитным полем  $\mathbf{H}$ . Поэтому для вычисления усиления необходимо в первую очередь знать рефракцию  $\theta = \theta(l)$  волновой нормали вдоль траектории группового распространения.

Ниже в п. 2 анализируются фазовые и групповые траектории ОНЧ волн в НГР-канале. Далее в п. 3 на основе (1) рассмотрено возбуждение волновода потоками надтепловых частиц. В п. 4 приводятся нелинейные оценки интенсивности волн.

2. В приближении геометрической оптики для слоисто-неоднородной среды рефракция волн описывается законом Снеллиуса

$$n^2 \sin^2 \psi = \text{const}, \quad (2)$$

где  $n$  — показатель преломления распространяющейся волны,  $\psi$  — угол между  $\mathbf{k}$  и нормалью к слою  $\mathbf{z}_0$ .

В дальнейшем для простоты будем считать, что магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено вертикально ( $\mathbf{H} \parallel \mathbf{z}_0$ ). Такое приближение достаточно хорошо соответствует реальной картине в полярных и средних широтах. При этом  $\Phi \approx \theta$ .

Соответствующие выражения для показателя преломления были получены в работе [4]. При условии  $\vartheta_e = \omega_p^2/\omega^2 \ll u_e = \omega_{He}^2/\omega^2$  и  $|\theta - \pi/2| < < (m/M)^{1/2}$   $n^2$  имеет вид \*

$$n_{\text{эм}}^2 = \frac{\vartheta_e}{\vartheta_e \cos^2 \theta + \omega_r^2/\omega^2 - 1}, \quad n^4 < \beta_{T_e}^{-2} \left[ \cos^4 \theta + \left( \frac{m}{M} \right)^2 \right]^{-1}; \quad (3)$$

$$n_{\text{пл}}^2 = \frac{1 - \omega_r^2/\omega^2 - \vartheta_e \cos^2 \theta}{3\beta_{T_e}^2 [\cos^4 \theta + (m/M)^2]}, \quad n^4 > \beta_{T_e}^{-2} \left[ \cos^4 \theta + \left( \frac{m}{M} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (4)$$

Здесь  $\beta_{T_e} = v_{T_e}/c$ ,  $v_{T_e}$  — тепловая скорость фоновых электронов,  $c$  — скорость света в вакууме,  $m$  — масса покоящегося электрона,  $M = m_H M_{\text{эфф}}$ ,  $m_H$  — масса иона водорода,  $M_{\text{эфф}}$  — эффективная масса ионов,  $\omega_r^2 = (m/M) \omega_p^2$  — квадрат частоты НГР,  $n_{\text{эм}}$  и  $n_{\text{пл}}$  — показатели преломления для электромагнитных и плазменных волн соответственно, причем  $n_{\text{пл}}$  является непрерывным продолжением электромагнитной ветви в области резонанса.

Для случая (3) закон Снеллиуса можно записать в виде

$$n_0^2 \sin^2 \theta_0 = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \omega_r^2/\omega_p^2 - \omega^2/\omega_p^2}, \quad (5)$$

где  $n_0$  и  $\theta_0$  — показатель преломления и угол в начале траектории.

Следует заметить, что для эффективного возбуждения волновода волна в процессе своего распространения между точками отражения должна находиться в резонансе с пучком частиц (должно выполняться условие Черенкова  $n^2 \beta_0^2 \cos^2 \theta \approx 1$ ,  $\beta_0 = v_0/c$ ,  $v_0$  — скорость частиц в пучке). Для мягкоэнергичных частиц и  $\theta \sim \pi/2$  это означает, что  $n^2$  должен быть много больше единицы. Следовательно, фазовая траек-

\* При  $\vartheta_e \gg u_e$  эффективность возбуждения нижнего гибридного резонанса и условия существования НГР-канала ухудшаются (см. [2, 4]), поэтому этот случай не рассматривается.

тория волны  $\theta(l)$  будет в основном определяться поведением знаменателя в выражении (5). Тогда, полагая  $\theta_0 \approx \pi/2$ , из (5) получим уравнение фазовой траектории

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{n_0^2} + \frac{\omega^2}{\omega_p^2} - \frac{\omega_r^2}{\omega_p^2}, \quad (6)$$

где  $\omega_r^2$  и  $\omega_p^2$  являются функциями от  $l$ .

Из выражения (6) следует, что изменение угла  $\theta$  с высотой определяется двумя факторами: эффективной массой и электронной концентрацией. В реальной ионосфере, начиная с высоты максимума  $F$ -слоя и вплоть до области перехода кислородной ионосферы в водородно-гелиевую, концентрация электронов уменьшается гораздо быстрее, чем эффективная масса ионов. Поэтому фазовые траектории на этих высотах будут определяться изменением второго слагаемого в выражении (6). Выше области перехода электронная концентрация изменяется слабо по сравнению с изменением эффективной массы, и определяющим в (6) будет последний член. Вследствие этого возникает немонотонная зависимость частоты нижнего гибридного резонанса от высоты с минимумом в области перехода кислородной атмосферы в водородно-гелиевую.

Реальный профиль  $\omega_r$  в настоящее время известен недостаточно хорошо. Поэтому для конкретных расчетов мы выберем простейшую аналитическую модель, аппроксимируя высотный ход  $N_e$  и  $M_{\text{эфф}}$  параболической зависимостью.

Положим

$$\frac{\omega_r^2}{\omega_p^2} - \frac{\omega^2}{\omega_p^2} = \frac{\omega_{r0}^2}{\omega_{p0}^2} - \frac{\omega^2}{\omega_{p0}^2} + \alpha^2 z^2, \quad (7)$$

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_1 = \frac{\omega_{r0}}{\omega_{p0}} L_M^{-1} & (z > 0) \\ \alpha_2 = \frac{\omega}{\omega_{p0}} L_N^{-1} & (z < 0) \end{cases}$$

где  $\omega_{r0}$  и  $\omega_{p0}$  — значения частоты НГР и электронной плазменной частоты на оси канала ( $z = 0$ ),  $L_M$  и  $L_N$  — характерные масштабы изменения эффективной массы и электронной концентрации, соответственно.

Выражение (7) при соответствующем выборе параметров  $L_M$  и  $L_N$  достаточно хорошо описывает фазовые траектории волн на частотах  $\omega$ , близких к  $\omega_{r0}$  ( $|\omega - \omega_{r0}|/\omega_{r0} < 1$ ), в то время как при больших отстройках оно дает лишь качественную картину распространения.

Рис. 1 иллюстрирует высотный ход  $\omega_r^2$ . Сплошная кривая на рисунке соответствует истинному ходу  $\omega_r^2$ , пунктирные линии — выбранной аппроксимации (7).

С учетом (7) уравнение (6) фазовой траектории можно записать в виде

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{n_0^2} + \frac{\omega^2}{\omega_{p0}^2} - \frac{\omega_{r0}^2}{\omega_{p0}^2} - \alpha^2 z^2. \quad (8)$$

Кратко остановимся на некоторых особенностях, вытекающих из (6) и (8). В волновод захватываются волны, для которых выше и ниже оси канала существуют точки поворота  $z_{1,2}$ , где  $\cos \theta = 0$ . В реальной

ионосфере при немонотонном высотном ходе частоты НГР имеются два, вообще говоря, различных максимума  $\omega_r$  (см. рис. 1), определяющих верхнюю частотную границу волновода. Действительно, из (6) легко видеть, что волна с частотой  $\omega$ , большей наименьшего из высотных максимумов  $\omega_r$ , не захватится в волновод. Для волн меньшей частоты из (8) при условии  $\cos^2 \theta = 0$  находим высоты отражения

$$z_{1,2}^2 = \cos^2 \theta_0 / \alpha^2. \quad (9)$$

Вблизи резонанса  $\cos^2 \theta_0 \approx \omega^2 / \omega_{p0}^2 - \omega_{r0}^2 / \omega_{p0}^2$ . Тогда

$$z_{1,2}^2 = \begin{cases} \left( \frac{\omega^2}{\omega_{r0}^2} - 1 \right) L_M^2 & (z > 0) \\ \left( 1 - \frac{\omega_{r0}^2}{\omega^2} \right) L_N^2 & (z < 0) \end{cases}. \quad (10)$$

Таким образом, ширина НГР-канала определяется характерными масштабами изменения  $L_{M,N}$  и частотой  $\omega$ . Рассуждения, приведенные выше, относились к электромагнитным волнам. Однако фазовые траектории плазменных волн (4) в области резонанса подчиняются по существу тому же закону (6), что и волны с показателем преломления (3). Следовательно, все выводы, сделанные для электромагнитных волн, также справедливы и для плазменных волн.

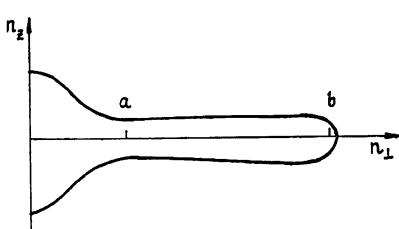


Рис. 2.

Рассмотрим групповые траектории распространения сигналов в НГР-волноводе. На рис. 2 качественно изображена поверхность волновых нормалей  $n_z(n_\perp)$  в случае, когда показатель преломления определяется формулами (3), (4). Как следует из рисунка, поверхность в области НГР (правее точки *a*), близка к асимптоте  $n_z/n_\perp = (1 - \omega_r^2/\omega^2)^{1/2}$ . Замыкание поверхности связано с учетом пространственной дисперсии. В интересующем нас случае  $\cos \theta \approx n_z/n_\perp \leq \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}$ , поэтому на интервале *ab* поверхность почти параллельна оси  $n_\perp$ . Поскольку направление групповой скорости  $v_{rp}$  определяется нормалью к поверхности фазового фронта, то  $v_{rp}$  будет фактически совпадать с направлением  $H$  вплоть до точки *b*. Как показывают оценки, существенное отклонение  $v_{rp}$  от  $H$  возникает лишь в очень малом интервале углов  $0 < \cos \theta < \left(\frac{m v_{Te}}{M v_0}\right)^{2/3}$ . Таким образом, при вычислении интеграла (1) можно на протяжении всей траектории считать, что  $v_{rp} \parallel H$ .

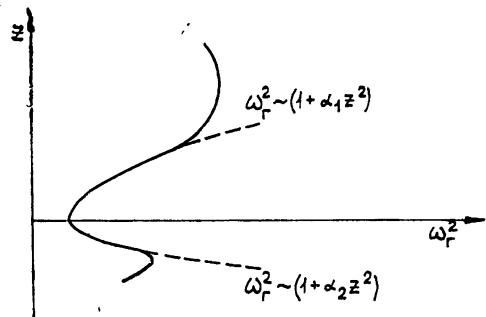


Рис. 1.

3. Рассмотрим теперь возбуждение НГР-волновода потоками надтепловых электронов и протонов. В интересующем нас случае поперечный размер волновода много больше длины волны НГР-излучения, поэтому удобно исходить из уравнения переноса излучения в приближении геометрической оптики [5]:

$$\frac{n^2}{\cos \chi} \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{I_\omega \cos \chi}{n^2} \right) + \frac{1}{v_{rp}} \frac{\partial I_\omega}{\partial t} = a_\omega + \eta I_\omega - \eta_{ct} I_\omega, \quad (11)$$

где  $I_\omega$  — спектральная плотность потока энергии излучения в единичный телесный угол,  $n$  — показатель преломления,  $\chi = \widehat{(v_{rp} v_\phi)}$ ,  $v_{rp} = |\partial \omega / \partial k|$ ,  $dl$  — элемент групповой траектории,  $a_\omega$  — излучательная способность единицы объема,  $\eta = \gamma / v_{rp}$ ,  $\eta_{ct} = \gamma_{ct} / v_{rp}$ ,  $\gamma$  — инкремент неустойчивости,  $\gamma_{ct}$  — затухание НГР-волны из-за столкновений.

В условиях существования НГР-канала наиболее интересным случаем является малое усиление волн за время одного фазового цикла. В этом случае уравнение (11) удобно усреднить за время одного фазового цикла. В результате получаем:

$$J_\omega \left[ \int_{r_1}^{r_2} + \tau \frac{\partial J_\omega}{\partial t} \right] = A_\omega + J_\omega \oint (\eta - \eta_{ct}) dl, \quad (12)$$

где инвариант  $J_\omega = I_\omega \cos \chi / n^2$ ,  $A_\omega = \oint (a_\omega \cos \chi / n^2) dl$ ,  $r_1$  и  $r_2$  — концы фазовой траектории в центральном сечении (на оси) волновода,  $\tau = \oint v_{rp}^{-1} dl$ .

Вектор групповой скорости НГР-волн имеет компоненты

$$v_z = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} = \frac{k_z}{\omega} \frac{\omega_p^2}{k^2 + \omega_p^2/c^2},$$

$$v_\perp = \frac{\partial \omega}{\partial k_x} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{k_x}{\omega} \frac{\omega_r^2 - k_z^2 c^2}{(k^2 + \omega_p^2/c^2)^2},$$
(13)

а групповая траектория определяется соотношением

$$\frac{dz}{v_z(z)} = \frac{dx}{v_x(z)}. \quad (14)$$

Используя соотношения (8), (13), (14), найдем

$$\tau = \frac{\pi}{\omega_{p0}^2} \frac{\omega^2 n_0}{c \alpha},$$

$$\Delta r = r_1 - r_2 = \frac{1 - (\pi - 1) n_0^2 \cos^2 \theta_0}{n_0^2 \alpha},$$
(15)

где  $n_0$  и  $\theta_0$  — значения  $n$  и  $\theta$  на оси волновода. Используя (15), уравнение (12) можно переписать в виде\*

$$\frac{\partial J_\omega}{\partial t} + v_r \frac{\partial J_\omega}{\partial r} = \frac{A_\omega}{\tau} + (\bar{\gamma} - \bar{\gamma}_{ct}) J_\omega,$$
(16)

\* Для простоты предполагается азимутальная симметрия источников в (12).

где  $\bar{\gamma} = \tau^{-1} \int \gamma dt / v_{rp}$ ,  $r$  — радиальное расстояние в цилиндрической системе координат,  $v_r = c (\omega_p^2 / \omega^2) [1 - (\pi - 1) n_0^2 \cos^2 \theta_0] / \pi n_0^3$ ,  $n_0^2 \gg \left( \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$ .

Таким образом, наша задача — найти  $\bar{\gamma}$  в условиях НГР-канала, пронизываемого потоком надтепловых электронов или протонов.

В случае электронов пучковая неустойчивость описывается следующим выражением [7]\*:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{(M/m) \cos^2 \theta}{1 + (M/m) \cos^2 \theta} \frac{N_s \omega \Phi(y)}{N_x}, \quad (17)$$

где  $\Phi(y) = y^3 (v_0/v_s y - 1) \exp [-(v_0/v_s - y)^2]$ ,  $y = (n \beta_s \cos \theta)^{-1}$ ,  $v_0$  — скорость пучка,  $v_s$  — тепловой разброс в пучке,  $\beta_s = v_s/c$ .

Частота продольных волн при  $\omega_{H_e} > \omega_p$  равна

$$\omega^2 = \omega_p^2 \left( \cos^2 \theta + \frac{m}{M} \right). \quad (18)$$

Как следует из (17), (18), инкремент максимален при  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$  ( $\theta = 0$ ). При  $\theta \sim \pi/2$   $\gamma_{\pi/2} = (m/M)^{1/2} \gamma_{\max}$ . Затухание волн из-за столкновений определяется следующей формулой [7]:

$$\gamma_{ct} = v_e \left( \frac{\cos^2 \theta}{m/M + \cos^2 \theta} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{H_e}^2 + \omega_{pe}^2} \sin^2 \theta \right), \quad (19)$$

где  $v_e$  — электронная частота соударений. Согласно (19) в сравнительно разреженной плазме с  $\omega_{H_e}^2 \gg \omega_p^2$  затухание НГР-волн из-за столкновений (при  $\cos \theta < (m/M)^{1/2}$ ) существенно подавлено.

К сожалению, для продольных пучков это обстоятельство не существуетенно, так как в области малого затухания НГР-волн  $\cos \theta < (m/M)^{1/2}$  быстро убывает и инкремент неустойчивости (см. (17)).

С учетом (12), (17) и (19) условие возбуждения НГР-волновода  $\tau^{-1} \oint [(\gamma - \gamma_{ct})/v_{rp}] dl > 0$  можно записать в виде

$$\bar{\gamma} - \gamma_{ct} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{N_r}{N_x} \Phi(Y_0) \omega - \pi v_e > 0, \quad (20)$$

где

$$\Phi_0(Y_0) = \int_{-Y_0}^{Y_0} \left( \frac{v_0}{v_s} - Y_0^{-1} \right) \exp \left[ - \left( \frac{v_0}{v_s} - Y^{-1} \right)^2 \right] \frac{Y^{-3} dY}{[(Y_0/Y)^2 - 1]^{1/2}}, \quad (21)$$

$$Y_0 = n_0 \beta_s \cos \theta_0.$$

При  $\Delta \equiv (v_0/v_s) Y_0 > 1$  и  $Y_0^{-1} > 1$  интеграл (21) можно вычислить методом перевала ( $\Delta \neq 1$ ):

$$\Phi(Y_0) \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} (\Delta^2 - 1)^{-3/2}, \quad \Phi_{\max} \sim \sqrt{\frac{\pi}{4}}, \quad Y_0 \sim 1. \quad (22)$$

\* При расчетах инкрементов здесь и далее была взята максвелловская функция распределения быстрых частиц с пучком:

$$f = [N_s / (2\pi v_s)^{3/2}] \exp \{ -(v_{\perp}^2 - v_0^2)^{1/2} / v_s^2 - v_{\perp}^2 / v_s^2 \}.$$

В случае  $v_0/v_s < 1$  метод перевала неприменим. Как показывают оценки (21) в этом случае, значение  $\Phi$  быстро уменьшается с уменьшением  $v_0/v_s$ .

Учитывая (22), найдем критерий возбуждения НГР-канала ( $v_0/v_s > 1$ ):

$$\frac{N_r}{N_x} > \frac{4v_e}{\omega}. \quad (23)$$

Максимальное усиление НГР-волн в отсутствие НГР-канала  $\Gamma_m = \int_{T>0} \gamma dl/v_{rp}$  равно\*

$$\Gamma_m \approx \frac{\pi}{2} \frac{\omega L}{v_0} \frac{N_r}{N_x}. \quad (24)$$

Заметный эффект усиления волн в отсутствие волновода будет при

$$\Gamma_m \approx 10, \text{ т. е. при } \frac{N_r}{N_x} \gtrsim \frac{20v_0}{\pi\omega L}. \quad (25)$$

Ниже приведены критические значения плотностей потоков, при которых реализуются критерии (23) и (25) в верхней ионосфере. При оценках взяты значения  $v_0 \sim 10^9 \text{ см}/\text{с}$ ,  $W_e \sim 0,5 \text{ кэВ}$ ,  $L \sim 10^8 \text{ см}$ ,  $\omega \approx \omega_{pl}$ ,

	$N_x (\text{см}^{-3})$	$10^2$	$10^3$	$10^4$
(23) —	$N_r (\text{см}^{-3})$	$3 \cdot 10^{-3}$	0,1	3
(25) —	$N_{rm} (\text{см}^{-3})$	1	3	10

Как следует из приведенной таблицы, пороговое значение  $N_r$  при наличии НГР-волновода существенно ниже. Если учесть, что в спокойных условиях  $N_r$  редко превышает значения  $1 \div 3 \text{ см}^{-3}$  (поток  $S \leq (1 \div 3) \cdot 10^8 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ), то приходим к выводу, что неравновесные НГР-шумы в спокойных условиях в основном сосредоточены в областях ионосферы с пониженной плотностью  $N_x$ , где существует НГР-волновод.

С высокой эффективностью возбуждаются НГР-волны пучками надтепловых протонов. Детальные расчеты для инкрементов в случае протонных пучков содержатся в [6]. Для продольных (вдоль магнитного поля) пучков

$$\gamma_p = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{N_r}{N_x} \frac{(m/M)\omega}{m/M + \cos^2\theta} \Phi_p(y), \quad (26)$$

где  $\Phi_p(y) = y^3 (v_0 \cos \theta / v_s y - 1) \exp \{- (v_0 \cos \theta / v_s - y)^2\}$ ,  $y = (n \theta_{sl})^{-1}$ ,

$\theta = \langle \hat{k} \hat{v}_0 \rangle$ ,  $v_0$  и  $v_s$  — направленная и тепловая скорости в пучке.

Формула (26) описывает черенковскую неустойчивость протонного пучка в случае незамагниченных протонов:

$$\omega \gg \Omega_H, \quad \frac{k_\perp v_{\perp s}}{\Omega_H} \gg 1, \quad kv_s \cos \theta > \Omega_H, \quad (27)$$

где  $\Omega_H$  — гирочастота протонов. Инкремент (26) достигает максимума при  $\theta \sim \pi/2$ , где он равен электронному инкременту под тем же углом,  $\omega \gtrsim \omega_r$ .

\* В работе [4] при вычислении  $\Gamma_m$  допущена ошибка, вследствие чего был сделан неправильный вывод о росте  $\Gamma_m$  при  $\theta \rightarrow \pi/2$ . Согласно (24)  $\Gamma_m$  монотонно уменьшается с ростом  $\theta$  (с уменьшением  $\omega$ , см. (18)).

Расчеты среднего инкремента  $\bar{\gamma}$  и порога неустойчивости здесь полностью аналогичны случаю электронного пучка с заменой  $Y_{0e} \rightarrow Y_{0i} = n_0 \beta_{si}$  и  $v_{0e} \rightarrow v_{0i} \cos \theta$ . Неустойчивость отсутствует при

$$\cos \theta_{kp} < \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2} (n_0 \beta_{si})^{-1} \sim \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}. \quad (28)$$

Еще более благоприятны условия для возбуждения НГР-канала поперечными протонными пучками\*. Во-первых, здесь волна усиливается вдоль траектории всего фазового цикла, в то время как для продольных пучков усиление сменяется затуханием при  $(k\mathbf{v}_0) < 0$ . Во-вторых, в случае поперечных пучков неустойчивость существует и при углах  $\theta \rightarrow \pi/2$ , где минимально затухание НГР-волн, причем инкремент растет с приближением к  $\theta = \pi/2$ . Выражение для инкремента в случае поперечных пучков можно записать следующим образом (по-прежнему  $\omega \gg \Omega_{Hi}$ ,  $k\rho_i \gg 1$ ) [6]:

$$\gamma \approx \begin{cases} \Omega_H \left( \frac{s N_r}{2 \pi N_s} \right)^{1/2} & \text{при } \gamma \gg k_z v_s, \quad \omega = s \Omega_H = \omega_r \\ \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\Omega_H \omega}{\omega - s \Omega_H} \frac{N_r}{N_x} \Phi^+(y) & \text{при } \gamma \ll k_z v_s \ll \Omega_H \\ \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{(m/M) \omega}{m/M + \cos^2 \theta} \frac{N_r}{N_x} \Phi_\perp(y) & \text{при } k_z v_s \gg \Omega_H \end{cases} \quad (a)$$

$$\gamma \approx \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\Omega_H \omega}{\omega - s \Omega_H} \frac{N_r}{N_x} \Phi^+(y) & \text{при } \gamma \ll k_z v_s \ll \Omega_H \\ \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{(m/M) \omega}{m/M + \cos^2 \theta} \frac{N_r}{N_x} \Phi_\perp(y) & \text{при } k_z v_s \gg \Omega_H \end{cases} \quad (b), (29)$$

$$\gamma \approx \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{(m/M) \omega}{m/M + \cos^2 \theta} \frac{N_r}{N_x} \Phi_\perp(y) & \text{при } k_z v_s \gg \Omega_H \end{cases} \quad (b)$$

где  $\Phi_\perp(y)$  совпадает с  $\Phi_p(y)$  в (26) с заменой  $\cos \theta$  на  $\sin \theta$ ,  $\Phi_{\max}^+ \sim 1$  при  $y \approx 1$  ( $v_0/v_s \sim 1$ ),

$$\Phi^+ = y^2 \left( \frac{\omega - s \Omega_H}{k_z v_s} \right) \exp \left[ - \frac{(\omega - s \Omega_H)^2}{k_z^2 v_s^2} \right] \int_0^\infty dx \left( \frac{v_0}{v_s} - x \right) \exp \left[ - \left( \frac{v_0}{v_s} - x \right)^2 \right] \times$$

$$\times \frac{\omega}{\Omega_H} J_s^2 \left( \frac{\omega}{\Omega_H} \frac{x}{y} \right).$$

Таким образом, линейная теория в однородной среде дает преимущественное возбуждение узких линий вблизи гармоник гирочастоты протонов. Замыванию линий могут способствовать либо рефракция, либо нелинейные эффекты. Если гидродинамический максимум (29 а), как правило, замывается рефракцией, то максимум (29 б) может вполне проявиться. Здесь допустимые углы  $\pi/2 - \theta \ll \Omega_H/kv_s \approx (\Omega_H/\omega)(n\beta_s)^{-1} \leqslant (m/M)^{1/2}$  наиболее благоприятны для неустойчивости на частоте НГР. Таким образом, линейчатая структура спектра может служить индикатором неустойчивости на поперечных протонных пучках (при поперечной анизотропии).

Как теперь можно видеть, для получения среднего инкремента достаточно в формулы (29) подставить  $y = y_0 \equiv (n_0 \beta_{si})^{-1}$ ,  $n_0$  — значение показателя преломления на оси волновода.

4. Исследуем возможные эффекты, ограничивающие рост интенсивности НГР-волны и приводящие к формированию стационарных спектров ОНЧ излучения в НГР-волноводе. Наиболее существенную роль здесь играют линейные эффекты выноса колебаний из области источника

\* В случае поперечных пучков функция распределения имеет вид

$$f_s = [N_s / (2 \pi v_s^2)^{3/2}] \exp \{ -v_\parallel^2 / v_s^2 - (v_\perp - v_0)^2 / v_s^2 \}.$$

(неустойчивости) за счет группового распространения, а также нелинейное взаимодействие волн (индукционное рассеяние), приводящее к «растеканию» энергии источника по различным масштабам с последующей линейной диссипацией. Эффекты квазилинейной релаксации, приводящие к насыщению амплитуды волн в процессе развития неустойчивости, здесь менее существенны (особенно в случае протонных пучков) в связи с сильной локализацией энергии волн в небольшой области ионосферы, занимаемой НГР-каналом.

Характер нелинейного взаимодействия волн, формирующего спектр масштабов НГР-волн, представляет значительный интерес и с точки зрения возможности трансформации НГР-колебаний в электромагнитные (свистовые) волны, которые можно обнаруживать на Земле. По-видимому, два механизма определяют возможность наблюдения НГР-волн на Земле: 1) линейная трансформация при наличии сильных горизонтальных градиентов электронной плотности в ионосфере и 2) нелинейная конверсия НГР-волн в свисты. Для обоих механизмов важно, в каких масштабах сосредоточена основная энергия НГР-колебаний.

Мы начнем с рассмотрения линейных эффектов ограничения амплитуды ОНЧ волн. Найдем стационарную ( $\partial/\partial t = 0$ ) интенсивность НГР-волн в случае, когда поперечные размеры пучка ограничены кругом радиуса  $a$ . Решение (16) в этом случае запишется в виде

$$J_\omega(\bar{r}, \theta, \varphi) = \exp\left(-\frac{\bar{\gamma}_{ct} r}{v_r} + \frac{\bar{\gamma}}{v_r} l\right) \left(C + \frac{A_\omega}{v_{r,ct}} \int \exp\left[\frac{\bar{\gamma}_{ct} r'}{v_r} - \frac{\bar{\gamma} l(r')}{v_r}\right] dr'\right), \quad (30)$$

где

$$l = r \cos(\theta - \varphi) + (a^2 - r^2 \sin^2(\theta - \varphi)) \quad \text{при } r < a,$$

$$l = (a^2 - r^2 \sin^2(\theta - \varphi)) \quad \text{при } r > a, \quad \sin^2(\theta - \varphi) < (a/r)^2,$$

$(r, \varphi)$  — координаты точки наблюдения,  $\theta$  — направление волнового вектора (в плоскости, перпендикулярной оси волновода). Константа  $C$  находится из граничных условий ( $\theta = \pi + \varphi$ ,  $r = a$ ,  $J_\omega = A_\omega/\tau \bar{\gamma}_{ct}$ ). Полная интенсивность волн в центре пучка  $r = 0$  равна

$$J_{\omega,pp} = \int J_\omega d\theta = \frac{2\pi a}{\tau} \frac{A_\omega}{\bar{\gamma}_{ct}} \left[ \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}_{ct} + \bar{\gamma}} \exp\left\{\frac{\bar{\gamma} + \bar{\gamma}_{ct}}{v_r} a\right\} + \frac{\bar{\gamma}_{ct}}{\bar{\gamma} + \bar{\gamma}_{ct}} \right]. \quad (31)$$

На расстояниях  $r \gg a$   $J_{\omega,pp}$  убывает, как  $1/r$ . С ростом размера пучка  $a$  интенсивность НГР-шумов экспоненциально растет, и линейное приближение довольно быстро нарушается. Запишем уравнение переноса (16) с учетом нелинейного взаимодействия волн:

$$\frac{\partial J_\omega}{\partial t} + v_r \frac{\partial J_\omega}{\partial r} = \frac{A_\omega}{\tau} (\bar{\gamma} - \bar{\gamma}_{ct}) J_\omega - J_\omega \int W_{\omega'} G(\omega, \omega', x, x') d\omega' dx', \quad (32)$$

где  $W_{\omega'} = I_{\omega'} v_{rp}^{-1}$  — спектральная плотность энергии НГР-волн,  $dx = \sin \theta d\theta$ . Нелинейные эффекты становятся существенными при выполнении неравенства

$$(\bar{\gamma} - \bar{\gamma}_{ct})^{-1} \int W_{\omega'} G(\omega, \omega') d\omega' dx' > 1. \quad (33)$$

При этом стационарный спектр НГР-волн может существенно отличаться от линейного, определяемого выражением (30). Рассмотрим этот случай более подробно.

Неравенство (33) позволяет приравнять правую часть (32) нулю. В интересующем нас случае НГР-волн выражение для  $G$  можно записать в виде (см., например, [8])

$$G \approx \frac{\pi}{2} \frac{\omega_{He}^2 \omega_p^4}{(\omega_{He}^2 + \omega_p^2)^2} \frac{1}{4NT_e} \frac{\omega - \omega'}{|k_z - k'_z| v_{Te}} \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega')^2}{|k_z - k'_z|^2 v_{Te}^2} \right\}, \quad (34)$$

где  $N$  и  $T_e$  — концентрация и температура электронов ионосферной плазмы,  $k_z$  — проекция волнового вектора на направление магнитного поля,  $v_{Te} = (2T_e/m)^{1/2}$ . Формула (34) описывает индуцированное рассеяние на электронах, которое преобладает при  $\cos \theta \leq (m/M)^{1/2}$  и  $k_0^2 c^2 / \omega_p^2 > 1$  [8].

Учтем, что НГР-волны возбуждаются в частотном интервале  $\Delta \omega$ , много большем ширины ядра  $G$ :  $\delta\omega_{\max} \approx 2k_z v_{Te}$ . В этом случае можно воспользоваться широко распространенным приближением дифференциальной перекачки по частотам. Иными словами, используя узость ядра  $G$ , можно проинтегрировать нелинейный член в (32) по частотам методом перевала. Будем иметь

$$\int G W_{\omega'} d\omega' dx' \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int dx' \left( \frac{\partial U}{\partial \omega'} \right)_{\omega=\omega'}^{-3} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \omega'^2} (UW_{\omega'}) \right]_{\omega=\omega'}, \quad (35)$$

где

$$U = (\omega - \omega') / |k_z - k'_z(\omega')| v_{Te}.$$

Используя выражение для  $k(\omega)$  (3), (4), нетрудно (35) преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \int G W_{\omega'} d\omega' dx' \approx & \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int dx' \left[ |k_z - k'_z|^2 v_{Te}^2 \frac{\partial W_{\omega}}{\partial \omega} - \right. \\ & \left. - \frac{c^2 v_{Te}^2}{\omega_p^2 \omega} \frac{|k'_z(k'_z - k_z)| k'^2}{1 + (k'^2 c^2 / \omega_p^2) y'^2} W_{\omega} \right], \end{aligned} \quad (36)$$

где  $y'^2 = k'^2 R^2$ ,  $R^{-1} = \omega_p/v_{Te}$ , формула (36) справедлива при  $\omega_{He}^2 \gg \omega_p^2$ .

Как показывают численные расчеты эффектов индуцированного рассеяния на основе уравнения (32) [8, 9], энергия волн при  $t \rightarrow \infty$  сосредоточивается в областях фазового пространства, где коэффициент нелинейного взаимодействия максимальен. В соответствии с этим будем искать стационарное решение (32) в виде

$$W_{\omega}(\omega, \theta) = W_{\omega} \delta(x - x_m(\omega)), \quad (37)$$

где  $x_m(\omega)$  — значение  $x$ , при котором коэффициенты в (36) максимальны. Отыскание экстремальных значений коэффициентов в (36) при произвольном  $k$  очень громоздко. Мы рассмотрим длинноволновую часть спектра, когда

$$\frac{k^2 c^2 y^2}{\omega_p^2} \ll 1. \quad (38)$$

В этом случае экстремальные значения коэффициентов при  $\frac{\partial W_{\omega}}{\partial \omega}$  и  $W_{\omega}$  достигаются при близких значениях  $x_m$  и соответственно равны

$$|k_z - k'_z|^2_{\max} \approx 2 \frac{z_m^4}{R^2}, \quad (39)$$

$$|k'_z(k_z - k'_z)| k^2 c^2 \approx \frac{4 z_m^6 c^2}{R^4},$$

где

$$z_m^2 = \frac{M}{m} x_m^2 = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)^2 + \left[\frac{1}{36} \left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{R^2 \omega_p^2}{6c^2}\right]^{1/2}. \quad (40)$$

Окончательное уравнение для определения основной части стационарного спектра турбулентности НГР-волн запишется в виде

$$\frac{\partial W_\omega}{\partial \omega} - \frac{c^2 z_m^2}{R^2 \omega_p^2 \omega} W_\omega = \frac{\Gamma_{ct} - \Gamma(\omega)}{4 \pi v_{T_e}^2 \delta^2 z_m^4} R^2, \quad (41)$$

где

$$\delta^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} (4NT_e)^{-1} \frac{\omega_{He}^2 \omega_p^4}{(\omega_{He}^2 + \omega_p^2)^2 \omega}.$$

В качестве граничного условия для уравнения (41) следует взять  $W_\omega = 0$  на границе неустойчивости  $\omega^*$  со стороны высоких частот ( $\Gamma_{ct} - \Gamma(\omega^*) = 0$ ). С учетом этого решение (41) можно представить как

$$W_\omega = \exp \left[ - \frac{c^2}{R^2 \omega_p^2 \omega_r} \int z_m^2 d\omega \right] \int_{\omega}^{\omega^*} \frac{\bar{\gamma}(\omega') - \bar{\gamma}_{ct}}{4 v_{T_e}^2 \delta^2 z_m^4} R^2 d\omega' \times \\ \times \exp \left[ - \frac{c^2}{R^2 \omega_p^2 \omega_r} \int z_m^2 d\omega' \right]. \quad (42)$$

Важно отметить, что уравнение (41) применимо при

$$\frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \gg 1. \quad (43)$$

В случае нарушения неравенства (43) существенно меняется поляризация волн и изменяется в связи с этим выражение для коэффициента нелинейного взаимодействия ОНЧ волн. При выполнении неравенства (43) коэффициент при  $W_\omega$  в (41)  $c^2 z_m^2 / R^2 \omega_p^2 \approx 2 k^2 c^2 / \omega_p^2 \gg 1$ . Следствием этого является существенное уменьшение скорости перекачки энергии по спектру в сторону больших масштабов.

Запишем, например, решение (42), когда  $\gamma = \gamma_0$  при  $\omega \in (\omega_1, \omega^*)$  и  $\omega^* < \omega_r$ . В этом случае

$$\int z_m^2 d\omega = - \frac{1}{4} \frac{R^2 \omega_p^2}{c^2} \omega \ln \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2}\right), \quad z_m^2 \approx \frac{\omega_p^2 R^2}{2c^2} \frac{1}{\omega_r^2 / \omega^2 - 1}.$$

Вычисляя спектральную плотность энергии по формуле (42), получим

$$W_\omega = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2} \frac{16 NT_e (\omega_{He}^2 + \omega_p^2)^2 c^4 \omega}{\omega_{He}^2 \omega_p^6 v_{T_e}^4 (1 - \omega / \omega_r)^{1/4}} \int_{\omega}^{\omega^*} \left(\frac{\omega_r}{\omega'} - 1\right)^{2,25} (\bar{\gamma} - \bar{\gamma}_{ct}) d\omega \approx$$

$$\approx \frac{18}{3} \left( \frac{2}{\pi} \right)^{3/2} \frac{Nmc^2}{n_W^4 \omega_p^2 \beta_{Te}^2} \times \\ \times \begin{cases} \left[ \left( \frac{\omega_r}{\omega} - 1 \right)^3 - \left( \frac{\omega_r}{\omega^*} - 1 \right)^3 \right] (\gamma_0 - \gamma_{ct}), \quad \omega \leq \omega_1, \omega^* \\ \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-1/4} \left\{ \Delta \gamma_0 - \left[ \left( \frac{\omega_r}{\omega} - 1 \right)^{3,25} - \left( \frac{\omega_r}{\omega^*} - 1 \right)^{3,25} \right] \gamma_{ct} \right\}, \quad \omega < \omega_1 \end{cases}, \quad (44)$$

где

$$\Delta = \left( \frac{\omega_r}{\omega_1} - 1 \right)^{3,25} - \left( \frac{\omega_r}{\omega^*} - 1 \right)^{3,25}.$$

Из выражения (44) следует, что протяженность спектра в сторону больших длин волн определяется следующей формулой:

$$\frac{k_{\min}^2}{k_1^2} \approx \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_{ct}} \right)^{1/3}, \quad (45)$$

где учтено, что при  $\omega < \omega_r$   $k^2 \approx (\omega_p^2/c^2)/(\omega_r^2/\omega^2 - 1)$ . Следует иметь в виду, что формулы (37), (44) описывают основную «струю» в фазовом пространстве  $(\omega, x)$ . Наряду с этим имеется более слабый распределенный турбулентный фон, интенсивность которого следует находить с помощью численных расчетов уравнения (32) на ЭВМ.

Сформулируем основные выводы работы. Важным источником неравновесных НГР-шумов в верхней ионосфере могут служить потоки надтепловых электронов и протонов. Особенно эффективны в этом отношении поперечные протонные пучки. Линейчатая структура волн вблизи НГР может служить индикатором сорта частиц, участвующих в возбуждении колебаний.

В сравнительно спокойных условиях, когда плотность потока надтепловых частиц в верхней ионосфере невелика, НГР-шумы сосредоточены преимущественно в областях существования НГР-волновода. Нелинейное взаимодействие НГР-волн может существенно изменить спектр НГР-источника, способствуя трансформации НГР-колебаний в электромагнитные (свистовые) волны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. R. L. Smith, J. Geophys. Res., 71, 1925 (1966).
2. S. H. Gross, J. Geophys. Res., 75, № 22 (1970).
3. R. E. Horita and T. Watanabe, Planet. Space Sci., 17, 61 (1970).
4. Е. Ф. Вершинин, Ю. А. Горшков, Е. А. Пономарев, В. Ю. Трахтенгерц, В. И. Шапаев, Геомагнетизм и аэрономия, 8, № 4, 615 (1973).
5. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, изд. Наука, М., 1964.
6. Н. В. Андрианова, Е. Ф. Вершинин, В. Ю. Трахтенгерц, В. И. Шапаев, сб. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, изд. Наука, 1977.
7. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, Волны в магнитоактивной плазме, изд. Наука, М., 1975.
8. Б. Н. Стурман, Препринт № 23, ИАЭ СО АН СССР, 1974.
9. А. М. Рубенчик, И. Я. Рыбак, Б. И. Стурман, Препринт № 16 ИАЭ СО АН СССР, 1974.

**EXCITATION OF THE IONOSPHERIC CHANNEL AT THE LOWER HYBRID RESONANCE BY SUPER-THERMAL PARTICLE STREAMS*****V. Yu. Trakhtengerts, V. I. Shipaev***

The phase and group wave trajectories in the ionospheric channel at the lower hybrid resonance (LHR) have been investigated. The excitation of LHR channel by super-thermal electron and proton streams has been considered. It is shown that the proton transverse streams are the most effective source of nonequilibrium LHR noises. The nonlinear wave interaction connected with induced scattering by electrons has been analysed. The effects of nonlinear interaction may result in an essential change in LHR noise spectrum contributing to transformation of LHR oscillations into electromagnetic (whistler) waves.

---