Представляет интерес рассмотреть также искажение формы и спектра медленных компонент сигнала $v(\tau, x)$. При $\mathrm{Re}_H \ll 1$ можно пренебречь нелинейными эффектами и медленные составляющие описываются линейным уравнением диффузии. Их спектр при этом совпадает со спектром (7), умноженным на $\exp(-2\mu\omega^2 x)$, где экспоненциальный множитель описывает высокочастотное затухание. При $x \gg (\mu\gamma^2)^{-1}$ затухание энергии волны определяется поведением спектра флуктуаций частоты при $\omega \to 0$. Для сигнала с ограниченными фазовыми флуктуациями $S_\Omega(\omega) \approx S_\varphi(0)\omega^2$, и энергия волны уменьшается пропорционально $\sigma_\varphi^2 \gamma^{-1}/x^{5/2}$. Для сигнала с нестационарными флуктуациями фазы $E(t) \sim \sigma_\Omega^2 \gamma^{-1}/x^{3/2}$.

При $\mathrm{Re}_H \gg 1$ взаимодействие спектральных компонент продетектированного сигнала приводит к уширению низкочастотной части спектра в обе стороны от «центральной» частоты $\omega \approx \gamma$. На начальном этапе искажение формы медленных составляющих описывается уравнением простой волны и для анализа их энергетического спектра может быть применен математический аппарат, разработанный в [4, 7, 8]. На достаточно больших расстояниях, из-за высокочастотного затухания, волна снова выходит на линейный режим распространения. При этом можно линеаризовать нелинейную связь между $v(\tau, x)$ и вспомогательным полем $U(\tau, x)$ (3) относительно среднего значения $\langle U \rangle = \mathrm{const}$. Для нормально распределенных флуктуаций частоты в этом случае имеем из (3)—(5)

$$S_v(\omega, x) = \frac{4\mu^2}{\beta^2}\omega^2 e^{-2\mu\omega^2 x}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\exp\left(\mathrm{Re}_H^2 B_\Omega(\tau)\right)-1\right]d\tau, \tag{8}$$

где $B_\Omega(\tau)$ — коэффициент корреляции флуктуаций частоты. Из сравнения (7), (8) видно, что при $\mathrm{Re}_H \gg 1$ нелинейность приводит к существенному укручению спектра волны при $\omega \to 0$, что связано с дополнительной параметрической подкачкой энергии в низкочастотную часть спектра.

Автор благодарен А. Н. Малахову и А. И. Саичеву за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. В Хохлов, Радиотехника и электроника, 6, № 6, 917 (1961).
2. А. В Гапонов, Л А Островский, М. И. Рабинович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 2, 163 (1970).
3. О. В. Руденко, С. И. Солуян, Теоретические основы нелинейной акустики, изд. Наука, М., 1975.
4. О. В. Руденко, А. С. Чиркин, ДАН СССР, 214, № 5, 1045 (1974); Акустический журнал, 20, № 2, 297 (1974); Радиотехника и электроника, 19, № 10, 2170 (1974).
5. Е. Н. Пелиновский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 19, № 3, 373 (1976).
6. E. Hopf, Comm. Pure Appl. Math., 3, № 3, 201 (1950).
7. А. Н. Малахов, А. И. Саичев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 5, 699 (1974).
8. А. И. Саичев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 7, 1025 (1974).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 28 июня 1976 г.

УДК 538.574.6

К ВОПРОСУ О ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ГИРОТРОПНЫХ ОБЪЕКТАХ

И. Г. Кондратьев

Настоящая заметка посвящена обсуждению эффективности предложенного в [1] метода расчета коэффициентов возбуждения дифракционных мод, основанного на использовании леммы Лоренца, применительно к задачам дифракции электромагнитных волн на гиротропных объектах. Специфика этих задач может быть проиллюстрирована на примере простейшей и достаточно хорошо известной (см., например, [2, 3]) задачи о дифракции цилиндрической и плоской волн на круговом гиротропном (для определенности, плазменном) цилиндре с аксиальным внешним магнитным полем.

Итак, пусть круговой аксиально замагниченный плазменный цилиндр радиуса a, расположенный в свободном пространстве (вакууме), облучается цилиндрической волной, создаваемой линейным магнитным током с плотностью $j^m(r, \varphi, z; t) = r^{-1}\delta(r-r_0)\,\delta(\varphi-\varphi_0)e^{i\omega t}z^0$ (r, φ, z — цилиндрические координаты, $r_0 \geqslant a$). Возникающее при этом полное дифракционное поле может (так же как в случае изотропного цилиндра [1]) быть представлено в виде суперпозиции полей дифракционных мод

$$H = \sum_s (D_{+s}H_{+s} + D_{-s}H_{-s}),$$
$$E = \sum_s (D_{+s}E_{+s} + D_{-s}E_{-s}), \tag{1}$$

где $D_{\pm s}$ — коэффициенты возбуждения мод. Компоненты поля отдельной дифракционной моды с номером s имеют, как нетрудно убедиться, вид

$$H_{\pm s} = z^0 \exp(\mp i\nu_{\pm s}\varphi)\begin{cases} H^{(2)}_{\nu_{\pm s}}(k_0 r) & (r > a) \\ J_{\nu_{\pm s}}(kr)\dfrac{H^{(2)}_{\nu_{\pm s}}(k_0 a)}{J_{\nu_{\pm s}}(ka)} & (r < a) \end{cases}$$
$$E_{\pm s} = \frac{Z_0}{k_0\varepsilon_\perp}\left[r^0\left(\frac{\mp\nu_{\pm s}}{r}H_{\pm s} + \tilde{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial r}H_{\pm s}\right) + \varphi^0 i\left(\frac{\partial}{\partial r}H_{\pm s} + \tilde{\varepsilon}\frac{\pm\nu_{\pm s}}{r}H_{\pm s}\right)\right], \tag{2}$$

где $\nu_{\pm s}$ — угловые постоянные распространения, $J_{\nu_{\pm s}}(\xi)$, $H^{(2)}_{\nu_{\pm s}}(\xi)$ — функции Бесселя и Ханкеля второго рода, $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, $k = k_0\sqrt{\varepsilon_\perp}$, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $\varepsilon_\perp = [(1-v)^2 - u]/(1-v-u)$, $\tilde{\varepsilon} = v\sqrt{u}/(1-v-u)$, $v = \omega_p^2/\omega^2$, $u = \omega_H^2/\omega^2$, ε_0, μ_0 — проницаемости вакуума, ω_p — плазменная частота, ω_H — гирочастота.

Дисперсионное уравнение для определения $\nu_{\pm s}$ записывается следующим образом:

$$\frac{H^{(2)\prime}_{\nu_{\pm s}}(k_0 a)}{H^{(2)}_{\nu_{\pm s}}(k_0 a)} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\perp}}\left[\frac{J'_{\nu_{\pm s}}(ka)}{J_{\nu_{\pm s}}(ka)} \pm \tilde{\varepsilon}\frac{\nu_{\pm s}}{ka}\right] \tag{3}$$

(штрих означает дифференцирование по аргументу).

Наложение внешнего магнитного поля приводит, как и следовало ожидать, к невзаимности системы — отличию угловых постоянных распространения и структуры поля дифракционных мод (одного типа), распространяющихся в положительном (знак «+») и отрицательном (знак «—») направлениях угловой координаты φ, что находит непосредственное отражение в формулах (3), (2).

Процедура отыскания коэффициентов возбуждения дифракционных мод $D_{\pm s}$ здесь отличается от аналогичной процедуры в изотропном случае [1] только тем, что вместо обычной леммы Лоренца (соотношения взаимности) используется обобщенная, в которой вспомогательные токи j_2^e, j_2^m, а следовательно, и отвечающие им поля E_2, H_2 задаются в «транспонированной» среде — среде, получающейся из исходной путем изменения направления подмагничивающего поля на обратное. Опуская соответствующие выкладки, приведем окончательный результат:

$$D_{\pm s} = \frac{1}{N_{\pm s}}H^{(2)}_{\nu_{\pm s}}(k_0 r_0), \tag{4}$$

где

$$N_{\pm s} = Z_0 a\left\{\left[H^{(2)}_\nu(\xi)\frac{\partial^2 H^{(2)}_\nu(\xi)}{\partial\nu\partial\xi} - \frac{\partial H^{(2)}_\nu(\xi)}{\partial\nu}\frac{\partial H^{(2)}_\nu(\xi)}{\partial\xi}\right] - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_\perp}}\left[\frac{H^{(2)}_\nu(\xi)}{J_\nu(\tilde{\xi})}\right]^2\left[J_\nu(\tilde{\xi})\frac{\partial^2 J_\nu(\tilde{\xi})}{\partial\nu\,\partial\tilde{\xi}} - \frac{\partial J_\nu(\tilde{\xi})}{\partial\nu}\frac{\partial J_\nu(\tilde{\xi})}{\partial\tilde{\xi}} \pm \tilde{\varepsilon}\frac{J^2_\nu(\tilde{\xi})}{\tilde{\xi}}\right]\right\}_{\substack{\nu=\nu_{\pm s}\\ \xi=k_0 a\\ \tilde{\xi}=ka}} \tag{5}$$

— норма дифракционной моды. Из (4) нетрудно найти (см [1]) коэффициент возбуждения соответствующей моды однородной плоской волной единичной амплитуды.

$$\tilde{D}_{\pm s} = -\frac{4Z_0}{k_0 N_{\pm s}} \exp\left(i\nu_{\pm s}\frac{\pi}{2}\right). \qquad (6)$$

Полученные общие формулы позволяют, в частности, исследовать резонансные эффекты, связанные с возбуждением (в соответствующей области значений параметров — см., например, [4]) истинных—направляемых границей плазмы — квазиповерхностных волн. Исследование проводится совершенно аналогично тому, как и в отсутствие постоянного магнитного поля [1]. Поэтому мы приведем и прокомментируем лишь некоторые результаты. Для коэффициента возбуждения квазиповерхностной волны падающей плоской волной единичной амплитуды справедливо то же общее выражение, что и в изотропном случае, — формула (25) работы [1]. Соответствующее этим квазиповерхностным волнам дифракционное сечение обратного рассеяния (см. [1]) дается здесь формулой

$$\sigma_d = \frac{4}{k_0}\left|\frac{\pi \operatorname{Im}\nu_+}{\sin(\nu_+\pi)} + \frac{\pi \operatorname{Im}\nu_-}{\sin(\nu_-\pi)}\right|^2. \qquad (7)$$

Обусловленное магнитным полем нарушение взаимности системы приводит, в свою очередь, к расщеплению отвечающих изотропному цилиндру резонансов квазиповерхностных волн — $\nu_\pm = n$. Резонансное значение дифракционного сечения обратного рассеяния равно

$$\sigma_d^{\text{res}} = \frac{4}{k_0}. \qquad (8)$$

Таким образом, метод, опирающийся на обобщенную лемму Лоренца, достаточно эффективен применительно к задаче о дифракции электромагнитных волн на круговом гиротропном цилиндре. Вполне очевидно, что соответствующие результаты могут быть обобщены на случаи однородных и неоднородных цилиндрических образований более сложной формы с аксиальным внешним магнитным полем (см. [5—7]). Вместе с тем, можно ожидать, что этот метод окажется плодотворным и для двумерных систем с менее удачно ориентированным внешним магнитным полем, скажем, поперек оси цилиндра, а также для систем трехмерных, например, гиротропного шара.

Автор признателен Б И. Талашову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. М. Заборонкова, И. Г. Кондратьев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 12, 1894 (1972).
2. В. В. Никольский, Радиотехника и электроника, 3, № 6, 756 (1958).
3. P. M. Platzman and H. T. Ozaki, J. Appl. Phys., 31, № 9, 1597 (1960).
4. М. А. Гинцбург, ЖЭТФ, 34, № 6, 1635 (1958)
5. Т. М. Заборонкова, И. Г. Кондратьев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 9, 1269 (1974).
6. Т. М. Заборонкова, И. Г Кондратьев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 19, № 4, 583 (1976).
7. Т. М. Заборонкова, И Г Кондратьев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 19, № 4, 622 (1976).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
29 декабря 1975 г.