

УДК 621.373

## К ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ГЕНЕРАТОРОВ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*И. Д. Ревин, Б. К. Скрынник, А. С. Сысоев,  
О. А. Третьяков, В. П. Шестопалов*

Для генератора дифракционного излучения (ГДИ) с открытым резонатором (ОР), образованным сфероидальным и плоским зеркалами с нанесенной на последнее отражательной дифракционной решеткой, построена линейная теория на основе известного уравнения для переменной составляющей конвекционного тока в общем случае неоднородного распределения электромагнитного поля по поверхности решетки, соответствующего распределению поля собственных колебаний ОР. Получено в аналитической форме выражение для пускового тока, проанализированы потери энергии в генераторе при работе на первой и второй пространственных гармониках. Из сопоставления расчетных значений пускового тока с другими известными теоретическими результатами и экспериментальными данными следует, что развитая в данной работе линейная теория ГДИ удовлетворительно описывает основные свойства реальных генераторов.

### ВВЕДЕНИЕ

При движении электронного потока вблизи нанесенной на одно из зеркал ОР дифракционной решетки в резонаторе возбуждаются электромагнитные колебания, которые можно представить суперпозицией попеременно отражающихся от зеркал волновых пучков Гаусса—Эрмита. Из теории рассеяния волновых пучков периодическими структурами [1] следует, что в непосредственной близости к дифракционной решетке, помимо объемных волн, возбуждаются поверхностные пространственные гармоники. Амплитудное распределение последних в поперечном сечении ОР вблизи решетки повторяет структуру волнового пучка, а в направлении нормали к решетке напряженность поля поверхностных волн экспоненциально убывает по амплитуде.

Пусть ОР образован плоским и сфероидальным зеркалами прямоугольной апертуры, расположенными на расстоянии  $L$  друг от друга. Выберем систему координат так, что ось  $0z$  направлена от плоского зеркала к вогнутому, радиус кривизны сфероидального зеркала в плоскости  $x0z$  обозначим через  $R_x$ , в плоскости  $y0z$  —  $R_y$ . На плоское зеркало нанесена отражательная дифракционная решетка типа «гребенки» длины  $D$ , периодичная вдоль оси  $0y$  с периодом  $\lambda$ . Начало координат совпадает с краем решетки.

Продольная составляющая  $E_y$  электрического поля  $s$ -й пространственной гармоники собственного колебания типа  $TEM_{nmq}$  вблизи решетки с точностью до  $\exp(-i\omega t)$  имеет вид

$$E_y = A_s C_s C_m \Psi_n(x) \Psi_m(y) \exp(-h_s z + i\alpha_s y), \quad (1)$$

где  $k = \frac{\omega}{c}$ ,  $\alpha_s = k \beta_s$ ,  $h_s = k \sqrt{\beta_s^2 - 1}$ ,  $\beta_s = \frac{s}{x} = \frac{c}{v_{fs}}$  — коэффициент замедления,  $v_{fs}$  — фазовая скорость  $s$ -й пространственной гармоники,  $x = \lambda/\lambda$ ,  $\lambda$  — резонансная длина волны,  $A_s$  — амплитуда пространственной гармоники.

Функции  $\Psi_n(x)$  и  $\Psi_m(y)$  описывают амплитудное распределение поля над гребенкой во взаимно перпендикулярных направлениях и определяются формулами

$$\Psi_n(x) = \exp\left(-\frac{kx^2}{2A_x}\right) H_n\left(\sqrt{\frac{k}{A_x}}x\right), \quad A_x = \sqrt{L(R_x - L)},$$

$$\Psi_m(y) = \exp\left[-\frac{k}{2A_y}\left(y - \frac{D}{2}\right)^2\right] H_m\left(\sqrt{\frac{k}{A_y}}\left(y - \frac{D}{2}\right)\right),$$

$$A_y = \sqrt{L(R_y - L)},$$

где  $H_n(x)$ ,  $H_m(y)$  — полиномы Эрмита. Нормировочные множители  $C_n$  и  $C_m$  имеют вид

$$C_n = \frac{(A_x/k)^{-1/4}}{\left(\sqrt{n!} 2^n \sqrt{\pi}\right)^{-1/4}}, \quad C_m = \frac{(A_y/k)^{-1/4}}{\left(\sqrt{m!} 2^m \sqrt{\pi}\right)^{-1/4}}.$$

Аналитическое выражение (1) для  $E_y$ -составляющей поля медленной волны справедливо для примыкающей к поверхности решетки области пространства, определяемой условием

$$\frac{2\pi z/l}{A_x \sqrt{\beta_s^2 - 1}} \ll 1, \quad \frac{2\pi z/l}{A_y (\beta_s^2 - 1)^{3/2}} \ll 1, \quad (2)$$

где изменением фазы медленной волны, обусловленным локализацией поля в конечном объеме пространства, вдоль осей  $0y$  и  $0z$  можно пре-небречь (см. Приложение).

Резонатор постоянно настроен в резонанс, и при варьировании частоты в приведенных формулах предполагается, что производится соответствующая подстройка резонатора.

### 1. ПЕРЕМЕННЫЙ КОНВЕКЦИОННЫЙ ТОК

Эффективное взаимодействие электронного потока с полем резонансной системы ГДИ [2] происходит, если выполняется условие синхронизма поверхности волны (1), характеризуемое фиксированным индексом  $s$  при прочих заданных параметрах, и электронного потока, пропускаемого вдоль решетки. Для вычисления переменной составляющей конвекционного тока, возникающей в результате взаимодействия электронного потока и волны (1), воспользуемся известным в электронике СВЧ [3] дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2 I}{dy^2} - 2ih_e \frac{dI}{dy} + (h_p^2 - h_e^2) I = -\frac{i\omega}{2} q \Theta_n \mathcal{E}_{nm}(y), \quad (3)$$

где  $h_e = \frac{\omega}{v_e}$ ,  $h_p = \frac{\omega_p}{v_e}$ ,  $v_e$  — постоянная составляющая скорости электронов,  $\omega_p$  — эффективная плазменная частота электронного потока,

$$q = \sqrt{\frac{m_e}{2e}} \frac{I_0}{U_0^{3/2}}, \quad (4)$$

$I_0$  — постоянный ток электронного потока;  $U_0$  — ускоряющее напряжение,  $m_e$ ,  $e$  — масса и заряд электрона соответственно. Фигурирующая

в правой части уравнения (3) величина  $\mathcal{E}_{nm}(y)$  есть усредненная по поперечному сечению электронного потока  $E_y$ -составляющая синхронной с потоком пространственной гармоники поля собственного колебания резонатора

$$\mathcal{E}_{nm}(y) = B_n C_m \Psi_m(y) e^{i\alpha_s y}, \quad (5)$$

где

$$B_n = C_n \frac{1 - e^{-h_s z_0}}{2 \operatorname{th} \frac{h_s z_0}{2}} \frac{\Phi_n^{(2)}(\sqrt{2}\eta_0)}{\sqrt{2} \Phi_n^{(1)}(\eta_0)} A_s, \quad \eta_0 = \sqrt{\frac{k}{2A_x}} \frac{x_0}{2},$$

$$\Phi_n^{(1)}(\eta_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sqrt{2}\eta_0} e^{-\frac{1}{2}\xi^2} |H_n(\xi)| d\xi, \quad \Phi_n^{(2)}(\eta_0) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta_0} e^{-\xi^2} H_n^2(\xi) d\xi,$$

$x_0, z_0$  — ширина и толщина электронного потока соответственно,  $\Theta_n$  — коэффициент использования электронного потока, определяемый, согласно [4], выражением

$$\Theta_n = \frac{2}{h_s z_0} \operatorname{th} \left[ \frac{h_s z_0}{2} \right] \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{[\Phi_n^{(1)}(\eta_0)]^2}{\eta_0 \Phi_n^{(2)}(\sqrt{2}\eta_0)} \right\}. \quad (6)$$

Уравнение (3) решается при начальных условиях

$$I|_{y=0} = 0, \quad \frac{dI}{dy}|_{y=0} = 0 \quad (7)$$

методом Лагранжа (вариация произвольных постоянных), в результате чего получаем следующее окончательное выражение для переменной составляющей конвекционного тока:

$$I(y) = \frac{1}{i(h_+ - h_-)} \int_0^y f(u) [e^{ih_+(y-u)} - e^{ih_-(y-u)}] du, \quad (8)$$

где  $h_+ = h_e + h_p$ ,  $h_- = h_e - h_p$ ,  $f(u) = -\frac{i}{2} \omega q \Theta_n \mathcal{E}_{nm}(u)$ .

В частном случае нулевого пространственного заряда выражение для  $I(y)$  имеет более простой вид:

$$I(y) = \int_0^y f(u) e^{ih_e(y-u)} (y-u) du. \quad (8a)$$

## 2. ЭЛЕКТРОННАЯ МОЩНОСТЬ

По известным значениям переменной составляющей конвекционного тока (8) и напряженности электрического поля (5) можно вычислить активную мощность взаимодействия электронного потока с высокочастотным полем, которая для рассматриваемой модели имеет вид

$$P_{ea} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^D I(y) \mathcal{E}_{nm}^*(y) dy = \frac{\omega q \Theta_n |B_n|^2 C_m^2}{8 h_p} \times$$

$$\times \left\{ \int_0^D \Psi_m(y) \cos(\alpha_s - h_+) y dy \int_0^y \Psi_m(u) \cos(\alpha_s - h_+) u du + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^D \Psi_m(y) \sin(\alpha_s - h_+) y dy \int_0^y \Psi_m(u) \sin(\alpha_s - h_+) u du - \\
 & - \int_0^D \Psi_m(y) \cos(\alpha_s - h_-) y dy \int_0^y \Psi_m(u) \cos(\alpha_s - h_-) u du - \\
 & - \left. \int_0^D \Psi_m(y) \sin(\alpha_s - h_-) y dy \int_0^y \Psi_m(u) \sin(\alpha_s - h_-) u du \right\}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Воспользовавшись формулой теории многократных интегралов

$$\int_{\tau}^{\nu} d\nu_1 \int_{\tau}^{\nu_1} d\nu_2 \dots \int_{\tau}^{\nu_{n-2}} d\nu_{n-1} \int_{\tau}^{\nu_{n-1}} \beta(\nu_1) \beta(\nu_2) \dots \beta(\nu_n) d\nu_n = \frac{1}{n!} \left\{ \int_{\tau}^{\nu} \beta(t) dt \right\}^n,$$

производя в интегралах (9) замены переменных  $(\alpha_s - h_+)y = \eta$ ,  $(\alpha_s - h_-)y = \xi$  и вводя безразмерные параметры  $\varphi = (\alpha_s - h_e)D$ ,  $\varphi_p = h_p D$ , выражение для  $P_{ea}$  удается свести к виду

$$P_{ea} = \frac{1}{8} \omega q D^3 \Theta_n |B_n|^2 C_m^2 F_m(a, \varphi, \varphi_p), \quad (10)$$

где  $F_m(a, \varphi, \varphi_p)$  — функция рассинхронизма, определяемая формулой

$$\begin{aligned}
 F_m(a, \varphi, \varphi_p) = & \frac{1}{2\varphi_p} \left\{ \frac{1}{\varphi_-^2} \left[ \int_0^{\varphi_-} \Psi_m^-(\eta) \cos \eta d\eta \right]^2 + \frac{1}{\varphi_+^2} \left[ \int_0^{\varphi_+} \Psi_m^-(\eta) \sin \eta d\eta \right]^2 - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{\varphi_+^2} \left[ \int_0^{\varphi_+} \Psi_m^+(\xi) \cos \xi d\xi \right]^2 - \frac{1}{\varphi_-^2} \left[ \int_0^{\varphi_-} \Psi_m^+(\xi) \sin \xi d\xi \right]^2 \right\}, \\
 \Psi_m^-(\eta) = & H_m \left[ \frac{a}{\varphi_-} (2\eta - \varphi_-) \right] \exp \left[ -\frac{a^2}{2\varphi_-^2} (2\eta - \varphi_-)^2 \right], \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\Psi_m^+(\xi) = H_m \left[ \frac{a}{\varphi_+} (2\xi - \varphi_+) \right] \exp \left[ \frac{a^2}{2\varphi_+^2} (2\xi - \varphi_+)^2 \right],$$

$$\varphi_- = \varphi - \varphi_p, \quad \varphi_+ = \varphi + \varphi_p, \quad a = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{A_y}} D = \frac{\sqrt{2} D}{2 r_y},$$

$r_y$  — радиус пятна поля основного колебания на плоском зеркале,  $a$  — безразмерная длина пространства взаимодействия, определяемая с точностью до  $\sqrt{2}$  как отношение геометрической длины пространства взаимодействия  $D$  к диаметру пятна поля на гребенке. Если в выражении (11) зафиксировать  $D$  и устремить к бесконечности  $R_y$  и апертуру зеркал, что соответствует переходу к однородному распределению электромагнитного поля по поверхности дифракционной решетки, то при этом  $a \rightarrow 0$ , формула для активной мощности упрощается и совпадает с полученной ранее в работе [5]. Видно, что при  $\varphi = 0$  (т. е.  $\alpha_s = h_e$  — точный синхронизм) активная мощность взаимодействия обращается в нуль, так как  $F_m(a, 0, \varphi_p) = 0$ .

В случае нулевого пространственного заряда ( $\varphi_p = 0$ ) функция рассинхронизма рассчитывается по формуле

$$\begin{aligned}
 F_m(a, \varphi, 0) = & 2\varphi^{-3}(\hat{A}^2 + \hat{B}^2) - 2\hat{A}\varphi^{-2} \left\{ e^{-\frac{a^2}{2}} H_m(a) \cos \varphi + \right. \\
 & + 2a\varphi^{-2} \int_0^\varphi \zeta e^{-\frac{\zeta^2}{2}} [\hat{\zeta} H_m(\zeta) - 2mH_{m-1}(\zeta)] \cos \zeta d\zeta \Big\} - \\
 & - 2\hat{B}\varphi^{-2} \left\{ e^{-\frac{a^2}{2}} H_m(a) \sin \varphi + a^2\varphi^{-2} \int_0^\varphi \zeta e^{-\frac{\zeta^2}{2}} [\hat{\zeta} H_m(\zeta) - \right. \\
 & \left. \left. - 2mH_{m-1}(\zeta)] \sin \zeta d\zeta \right\}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

$$\text{где } \hat{\zeta} = \frac{2\zeta - \varphi}{\varphi}, \quad \hat{A} = \int_0^\varphi \hat{\Psi}_m(\zeta) \cos \zeta d\zeta, \quad \hat{B} = \int_0^\varphi \hat{\Psi}_m(\zeta) \sin \zeta d\zeta,$$

$$\hat{\Psi}_m(\zeta) = H_m \left\{ \frac{a}{\varphi} (2\zeta - \varphi) \exp \left[ -\frac{a^2}{2\varphi} (2\zeta - \varphi)^2 \right] \right\}. \tag{13}$$

В рассматриваемом нами общем случае функция рассинхронизма  $F_m(a, \varphi, \varphi_p)$  имеет максимум для заданных  $a$  и  $\varphi_p$ , при некоторой оптимальной величине  $\varphi$ , учитывающей расстройку скоростей электронного потока и фазовой скорости  $s$ -й пространственной гармоники. Отметим, что формулы для функции рассинхронизма в случае неоднородного распределения поля по пространству взаимодействия работы [5] не эффективны для численного счета при использовании реальных функций распределения поля в ОР, так как надо сначала производить численное интегрирование для нахождения коэффициентов разложений, а затем суммирование рядов. Полученные формулы (11) позволили значительно сэкономить машинное время. Вычисление функции рассинхронизма  $F_m(a, \varphi, \varphi_p)$  проводилось для различных параметров  $a, \varphi, \varphi_p$  на ЭВМ М-222 с использованием стандартной подпрограммы вычисления интегралов с осциллирующей по законам синуса и косинуса подынтегральной функцией (метод Филола [6]), фигурирующих в формулах (10), (11), (12), (13).

На рис. 1 приведена функция  $F_m(a, \varphi, \varphi_p)$ , вычисленная по формуле (11) в зависимости от безразмерного параметра  $\varphi$  для различного характера ( $a = 0; 1,5; 3$ ) изменения амплитуды высокочастотного поля вдоль направления движения электронного потока, когда плазменная длина волны в электронном потоке равна учетверенной длине пространства взаимодействия ( $\varphi_p = \frac{\pi}{2}$ ). Рассматривается случай, когда в резонаторе возбуждено колебание с  $m = 0$  (гауссово распределение поля по пространству взаимодействия). Для значения  $a = 0$  (случай однородного распределения) вид функции  $F_0(0, \varphi, \varphi_p)$  и положение ее экстремумов совпадает с функцией  $F(\varphi, \varphi_p)$ , приведенной в работе [5]. При  $a = 1,5$ , когда длина гребенки примерно равна диаметру «пятна» поля, эффективность взаимодействия электронного потока с гармоникой собственного колебания при той же длине гребенки примерно в два раза меньше, чем в случае однородного распределения амплитуды поля на решетке. Для случая  $a = 3$ , когда «пятно» поля в два раза меньше длины гребенки, вид функции рассинхронизма существенно отличается от аналогичной при  $a = 0$ . Ее максимальное значение по крайней мере

на порядок меньше по сравнению с однородным распределением поля [5]. Из графиков рис. 1 видно, что с увеличением параметра  $a$  происходит увеличение значения параметра рассинхронизма  $\varphi$ , при котором достигается максимальное взаимодействие.

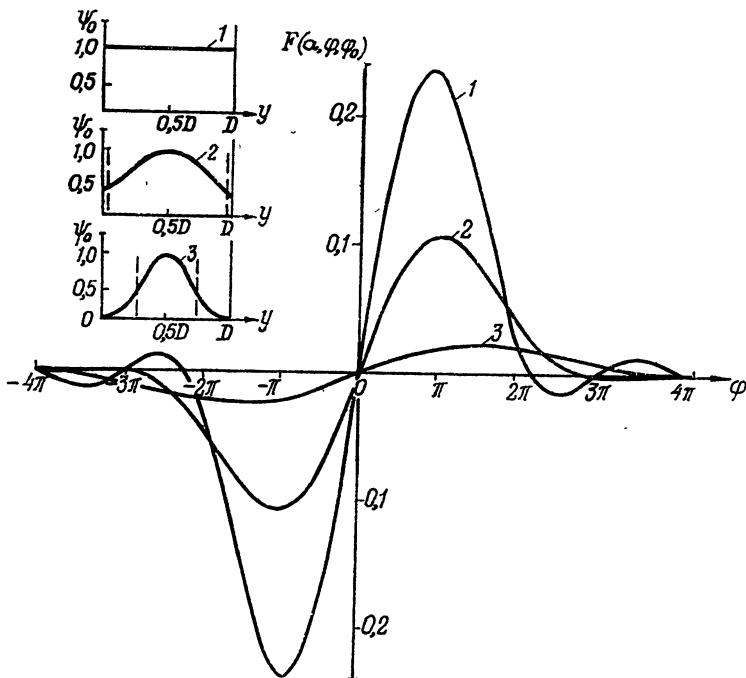


Рис. 1.

Зависимость максимального значения  $F_m(a, \varphi, \varphi_p)$  от параметра  $a$  для различных значений пространственного заряда ( $0 \leq \varphi_p \leq 3\pi$ ) приведена на рис. 2. При фиксированном  $\varphi_p$  приведенные графики можно использовать для расчета эффективности взаимодействия, когда длина пространства взаимодействия фиксирована, а пятно поля на гребенке меняется.

На рис. 3 приведены результаты расчета мощности взаимодействия при фиксированном размере пятна поля на поверхности дифракционной решетки и изменяющейся длине решетки. Максимальная мощность взаимодействия электронного потока с полем резонатора при этом про-

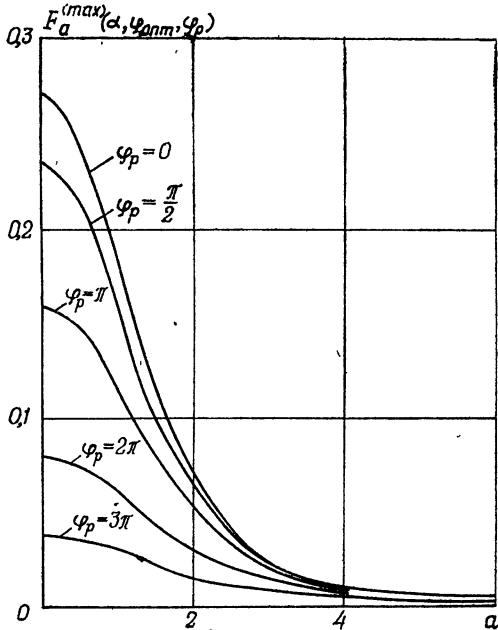


Рис. 2.

порциональна  $a^3 F_m^{(\max)}(a, \varphi_{\text{опт}}, \varphi_p)$ . Из расчетов следует, что мощность взаимодействия потока с полем при различных фиксированных значениях плазменной длины волны  $\lambda_p$  остается практически неизменной, если длина решетки не менее, чем вдвое превосходит диаметр « пятна» поля, центр которого расположен на середине решетки. Этот результат имеет место как в случае нулевого пространственного заряда электронного потока ( $\varphi_p = 0$ ), так и при  $\varphi_p \neq 0$ .

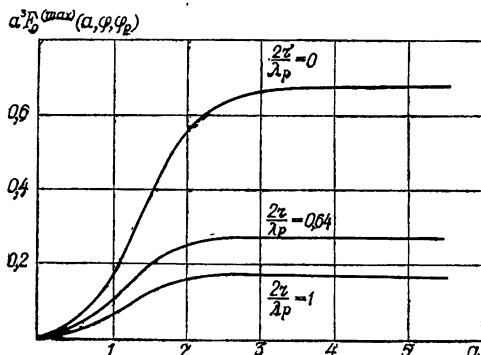


Рис. 3. Влияние длины решетки на эффективность взаимодействия.

### 3. САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ГЕНЕРАТОРА

Условие самовозбуждения ГДИ можно записать в виде

$$\sigma_{snm} P_{ea} \geq \frac{\omega W_{nm}}{Q_{nm}}, \quad (14)$$

где  $W_{nm}$  — запасенная в резонансном колебании энергия электромагнитного поля,  $Q_{nm}$  — нагруженная добродельность,  $\sigma_{snm} < 1$  — коэффициент преобразования дифракционного излучения в поле собственных колебаний открытого резонатора. Его величина сложным образом зависит от длины волны, расстояния между зеркалами, апертуры зеркала, добродельности, типа колебания, функции рассинхронизма\*. По предварительным оценочным расчетам в коротковолновой части миллиметрового диапазона для практически используемой геометрии резонатора ГДИ величина  $\sigma_{snm}$  составляет порядка 0,5 — 0,7. Если в левую часть условия (14), связанную знаком равенства с правой частью, подставить выражение (10) для  $P_{ea}$ , получим трансцендентное уравнение относительно  $\varphi_p$ :

$$C \varphi_p^2 = \gamma(a, \varphi, \varphi_p), \quad (15)$$

где  $\gamma(a, \varphi, \varphi_p) = \frac{F_m^{(\max)}(a, \varphi, 0)}{F_m^{(\max)}(a, \varphi, \varphi_p)}$  — обобщенный параметр, учитывающий снижение максимального значения мощности взаимодействия при увеличении пространственного заряда,

$$C = \frac{\sigma_{snm} \delta_{snm} Q_{nm} F_m^{(\max)}(a, \varphi, 0)}{\Gamma \sqrt{\pi} \frac{1}{a} \Phi_m^{(2)}(a)}. \quad (16)$$

Здесь  $\Gamma$  — коэффициент депрессии сил пространственного заряда в электронном потоке, связанный с плазменным волновым числом соотношением  $k_p = [2\pi \Gamma s_0^{-1}]^{1/2}$ ;  $s_0$  — поперечное сечение электронного потока;  $\delta_{snm} = W_s/W$  — коэффициент использования электрического поля в резонаторе, равный отношению энергии  $s$ -й медленной волны,

\* Определение коэффициента  $\sigma_{snm}$  составляет предмет отдельной работы и будет опубликован нами несколько позже.

взаимодействующей с электронным потоком, ко всей энергии  $W$ , запасенной в  $\text{TEM}_{nmq}$ -колебании ОР. Для синхронной с потоком медленной волны (1)

$$\delta_{snm} = \frac{|A_s|^2}{|A_0|^2} \frac{1 - e^{-2h_s z_0 l}}{h_s l} \frac{\Phi_n^{(2)}(\sqrt{2}\gamma_0) \Phi_m^{(2)}(a)}{2^{n+m} n! m!}, \quad (17)$$

где  $A_0$  — амплитуда колебания, возбужденного в резонаторе. По найденному из численного или графо-аналитического решения уравнения (15) значению  $\varphi_p^{(n)}$  пусковой ток ГДИ определяется по формуле

$$I_{\text{пуск}} = \frac{s_0 \sqrt{\frac{2e}{m_e}} U_0^{3/2}}{2\pi \Gamma D^2} \varphi_p^{2(n)}. \quad (18)$$

Для практического использования при расчетах функцию  $\gamma(a, \varphi, \varphi_p)$  удобно представить в виде семейства квадратичных парабол. Тогда, решая уравнение (15), получаем следующую аппроксимацию:

$$\varphi_p^{2(n)} = \frac{a^3}{0,670C - 0,00203a^5 + 0,02437a^4 - 0,07614a^3}. \quad (19)$$

Сравнение результатов численного решения уравнения (15) с результатами счета по формуле (19) показывает, что в диапазоне изменения параметров  $a = 1,5 \div 5$  и  $\varphi_p = 0 \div 2\pi$  погрешность счета по формуле (18) не превышает 2%.

#### 4. АМПЛИТУДЫ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК И ПОТЕРИ В РЕШЕТКЕ

Амплитуды пространственных гармоник, входящие в коэффициент использования поля (17), и омические потери в открытом резонаторе ГДИ могут быть определены на основе результатов работы [7], где решена задача дифракции плоской  $H$ -поляризованной волны на решетке из металлических брусьев прямоугольного поперечного сечения с конечной проводимостью. Переходу от решетки из брусьев к гребенке соответствует замена параметра  $\delta = \frac{h}{l}$  в формулах работы [7] на  $\delta' = \frac{2h}{l}$ ,

где  $h$  — высота брусьев. При  $\theta = \frac{d}{l} < 1$  ( $d$  — ширина щели) выражение для интересующей нас амплитуды  $y$ -компоненты электрического поля пространственной гармоники с номером  $s \neq 0$  имеет вид

$$A_s = -G \frac{P_s}{ik} e^{-i\pi s \delta'} \frac{\sin \pi s \theta}{g_s \pi s \theta}, \quad (20)$$

где

$$G = \frac{2i\xi_0 \theta \operatorname{th} \pi \xi_0 \delta'}{1 + i\xi_0 \theta \hat{S} \operatorname{th} \pi \xi_0 \delta'}, \quad g_s = \sqrt{x^2 - s^2}.$$

Тогда омические потери в решетке определяются через коэффициент отражения от решетки  $A_0$  следующим соотношением:

$$\Pi = 1 - |A_0|^2, \quad \text{где } A_0 = \frac{1}{x} G - 1. \quad (21)$$

Отметим, что фазовые скорости медленных гармоник зависят от длины волны резонансного колебания и отношения  $\frac{l}{s}$ . Обычно генераторы дифракционного излучения работают на первой пространственной гармонике (эффективное взаимодействие электронного потока происходит именно с этой гармоникой), однако видно, что при фиксированных  $\lambda$  и скорости потока  $v_e$ , если увеличить период решетки в два раза, эффективное взаимодействие должно осуществляться уже со второй гармоникой, так как именно с ней электронный поток будет находиться в синхронизме. Поэтому представляет интерес сравнение этих двух режимов работы. На рис. 4 приведены графики квадратов амплитуд первой и второй пространственных гармоник, отнесенных к квадрату амплитуды стоячей волны ОР. Из графиков видно, что правильным выбором коэффициента заполнения решетки, предназначенный для работы на второй пространственной гармонике, можно реализовать случай, когда ее амплитуда достигает величины амплитуды первой пространственной гармоники на решетке, предназначеннной для работы на первой гармонике. Однако при этом, как видно из рис. 5, омические потери в решетке, которая используется для работы на второй гармонике, примерно в два раза превосходят омические потери в решетке, предназначеннной для работы на первой гармонике.

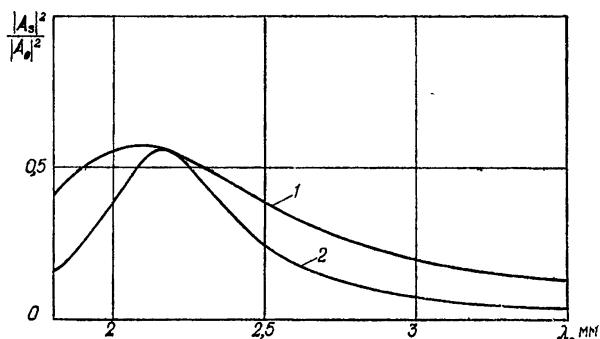


Рис. 4. Изменение квадрата амплитуды пространственных гармоник по диапазону перестройки:

кривая 1—при работе на первой гармонике  $\theta = 0,4, \delta = 2$ ;  
кривая 2—при работе на второй гармонике  $\theta = 0,2, \delta = 1,0$ .

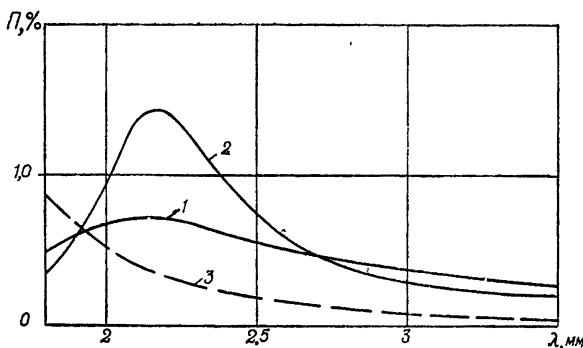


Рис. 5. Потери, вносимые в открытый резонатор:  
1—омические при работе на 1-й гармонике; 2—омические при работе на 2-й гармонике; 3—потери на связь.

## 5. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Для конкретного анализа поведения пускового тока ГДИ по диапазону перестройки необходимо знать наряду с изменением  $P_{ea}$  не только изменение омических потерь, но и изменение дифракционных потерь и потерь на связь. Поведение дифракционных потерь по диапазону перестройки можно выразить через изменение отношения апертуры зеркал к «пятну» поля [8]. Величина вносимых потерь на связь с учетом прохождения волны во внешний волновод и рассеяния волны на отверстии связи в окружающее пространство были вычислены на основе результатов работы [9]. Как показывают расчеты, величина потерь энергии на связь с нагрузкой изменяется по диапазону перестройки ГДИ более чем на порядок.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование поведения пускового тока по диапазону перестройки генератора с радиусом кривизны вогнутого зеркала 300 мм, апертурой  $60 \times 30 \text{ mm}^2$  и с элементом связи, выполненным в виде круглого отверстия диаметром 0,7 мм. Поведение потерь на связь в диапазоне перестройки генератора показано пунктирной линией на рис. 5. Изменение пускового тока по диапазону перестройки для колебания  $\text{TEM}_{2,0,15}$  характеризуется графиками рис. 6. Кривые 1 и 2 — теоретические, 3 и 4 — экспериментальные. Кривые 1 и 3 характеризуют изменение пускового тока в генераторе с решеткой, предназначенней для работы на первой гармонике, кривые 2 и 4 — при работе генератора на второй гармонике. Отметим, что периоды и коэффициенты заполнения решеток, работающих на первой и второй гармониках, отличаются в два раза, а фазовые скорости гармоник одинаковы.

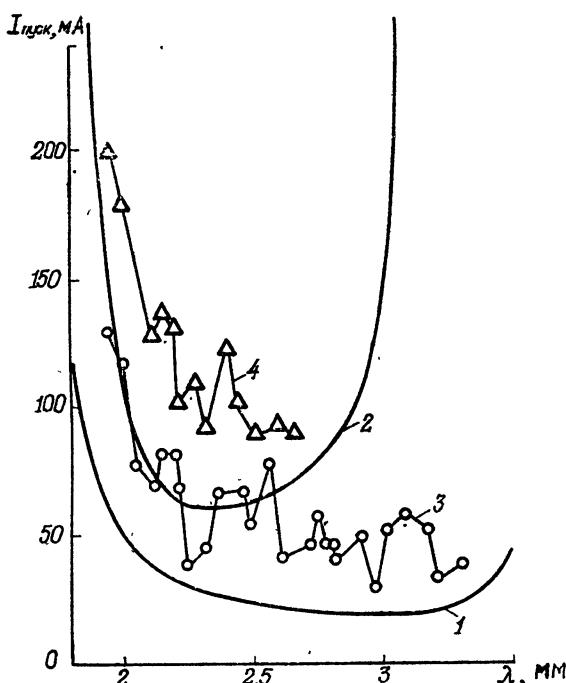


Рис. 6. Изменение пусковых токов по диапазону перестройки: при работе на  $\text{TEM}_{2,0,15}$ -типе колебания ОР.

Как показывают расчеты, оптимальными с точки зрения максимума отношения квадрата амплитуды гармоники к сумме омических, дифракционных и потерь на связь для рассматриваемого примера являются коэффициенты заполнения  $\theta = 0,4$  для решетки, предназначенной для работы на первой гармонике, и  $\theta = 0,2$  при работе на второй гармонике. Величины  $\sigma_{sm}$  и Г полагались при расчете равными единице.

Обнаруженные с помощью изложенной выше линейной теории ГДИ закономерности изменения пускового тока в зависимости от генерируемой длины волны, типа колебания, длины дифракционной решетки и кривизны вогнутого зеркала подтверждаются всей совокупностью проведенных к настоящему времени экспериментов. Хотя в отдельных точках экспериментальные значения превышают теоретические в два раза, однако общий ход поведения экспериментальных кривых по диапазону перестройки хорошо совпадает с ходом теоретических кривых. Если для расчета пусковых токов брать определяемые экспериментальным путем значения нагруженной добротности  $Q_{nm}$ , то расчетные и измеренные значения пускового тока во всем диапазоне перестройки совпадают с точностью до 20 %. Скачкообразный характер поведения экспериментальных кривых по диапазону перестройки для пускового тока обусловлен наличием отражений от концов решетки поверхностных волн, которые влияют на эффективность взаимодействия электронного потока с данной поверхностной волной.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитая выше линейная теория генераторов дифракционного излучения является естественным обобщением полученной ранее в работе [5] и позволяет в приближении заданного поля резонансной системы генератора довольно точно рассчитать эффективность взаимодействия электронного потока с полем открытого резонатора, где учитывается фактическое распределение высокочастотного поля во всех трех измерениях. Учтено также влияние конечной проводимости периодической структуры и отражающих зеркал. С помощью этой теории можно исследовать влияние толщины и ширины электронного потока, периода, глубины и коэффициента заполнения отражательной структуры, апертуры и кривизны зеркал открытого резонатора на величину пускового тока в заданном диапазоне длин волн. Теоретические результаты сведены к виду, удобному для численного расчета, и хорошо согласуются с экспериментом.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

В работе [1] рассмотрено поле, рассеянное решеткой при падении на нее волнового пучка, и основное внимание уделено единственной в случае  $s < 1$  распространяющейся от решетки гармонике с номером  $s = 0$ . Однако методика, примененная для свертки интегральных представлений поля основной гармоники, справедлива и для гармоник, экспоненциально затухающих при удалении от поверхности решетки ( $s \neq 0$ ). Используя этот факт для гармоник с  $s \neq 0$ , получаем

$$E_y(x, y, z) = A_s W_n(x, z) W_m(y, z) e^{-h_s z} e^{i\alpha_s y}, \quad (\text{П.1})$$

где функции распределения  $W_n(x, z)$  и  $W_m(y, z)$  поля  $s$ -й медленной гармоники в плоскостях  $x0z$  и  $y0z$  соответственно определяются выражениями

$$W_n(x, z) = C_n [\operatorname{ch} v_x(z)]^{1/2} e^{-\frac{kx^2}{2V_x}} H_n \left( \sqrt{\frac{k}{A_x}} x \right) e^{-\left(n + \frac{1}{2}\right)v_x}; \quad (\text{П.2})$$

$$\begin{aligned} W_m(y, z) &= C_m [\operatorname{ch} v_y]^{1/2} e^{-\frac{k}{2V_y}} \left( \sqrt{\frac{k}{\beta_s^2 - 1}} y + i\beta_s z \right)^2 \times \\ &\times H_m \left[ \sqrt{\frac{k}{A_y}} \left( \sqrt{\beta_s^2 - 1} y + i\beta_s z \right) \right] e^{-\left(m + \frac{1}{2}\right)v_y}. \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Здесь  $V_x = A_x + z'/\sqrt{\beta_s^2 - 1}$ ,  $V_y = A_y(\beta_s^2 - 1) + z'/\sqrt{\beta_s^2 - 1}$ ,

$$v_x = \operatorname{arcth} (z'/A_x \sqrt{\beta_s^2 - 1}), \quad v_y = \operatorname{arcth} [z'/A_y (\beta_s^2 - 1)^{3/2}],$$

$$A_x = kr_x^2/2, \quad A_y = kr_y^2/2, \quad z' = 2\pi z/l,$$

$r_x$  и  $r_y$  — радиусы пятна поля падающего волнового пучка на поверхности решетки.

В области пространства вблизи решетки, определяемой соотношениями

$$z'/(A_x \sqrt{\beta_s^2 - 1}) \ll 1, \quad z'/[A_y (\beta_s^2 - 1)^{3/2}] \ll 1,$$

которые всегда выполняются в ГДИ для области, занятой электронным потоком, можно считать  $V_x \approx A_x$  и  $V_y \approx A_y(\beta_s^2 - 1)$ . Тогда

$$W_n(x, z) = C_n e^{-\frac{kx^2}{2A_x}} H_n \left( \sqrt{\frac{k}{A_x}} x \right) = C_n \Psi_n(x); \quad (\text{П.4})$$

$$W_m(y, z) = C_m e^{-\frac{k}{2A_y} (y + i \operatorname{sgn} sz)^2} H_m \left( \sqrt{\frac{k}{A_y}} (y + i \operatorname{sgn} sz) \right). \quad (\text{П.5})$$

Формула (П.5) требует, кроме того, удовлетворения условию  $x^2/s^2 \ll 1$ , которое также выполняется в ГДИ. С учетом того, что поле медленных гармоник быстро затухает при удалении от решетки, вторым слагаемым в аргументе функции (П.5) можно пренебречь и функцию распределения в плоскости  $y0z$  записать в виде

$$W_m(y) = C_m \exp \left( -\frac{ky^2}{2A_y} \right) H_m \left( \sqrt{\frac{k}{A_y}} y \right) = C_m \Psi_m(y). \quad (\text{П.6})$$

Поле ОР, плоское зеркало которого содержит нанесенную на его поверхность решетку, представляет собой два волновых пучка, распространяющихся от зеркал навстречу друг другу и образующих резонансное поле, и спектр медленных гармоник ( $s \neq 0$ ), локализованных вблизи решетки. Ввиду того, что вогнутое зеркало практически не влияет на медленные пространственные гармоники, функции распределения их поля в резонаторе близки к аналогичным в задаче дифракции волнового пучка на решетке и могут быть описаны формулами (П.4) и (П.6).

#### ЛИТЕРАТУРА

- С. С. Третьякова, О. А. Третьяков, В. П. Шестопалов, Радиотехника и электроника, 17, № 7, 1366 (1972).
- В. П. Шестопалов, И. М. Балакликий, О. А. Третьяков, Б. К. Скрынник, Электронная техника, серия 1, Электроника СВЧ, вып. 12, 50 (1972).
- М. Б. Цейтлин, А. М. Кац, Лампа с бегущей волной, изд. Сов. радио, М., 1960.

4. А. С. Сысоев, И. Д. Ревин, Республиканский межведомственный сборник, Радиотехника, изд. Харьковского университета, вып. 34, 137 (1975).
5. Ф. С. Русин, сб. Электроника больших мощностей, изд. Наука, М., вып. 5, 9 (1967).
6. Н. С. Бахвалов, Численные методы, изд. Наука, М., 1975, стр. 125.
7. Н. В. Квач, В. Г. Сологуб, В. П. Шестопалов, Республиканский межведомственный сборник Радиотехника, изд. Харьковского университета, вып. 34, 3 (1975).
8. А. Л. Микаэлян, М. Л. Тер-Микаэлян, Ю. Г. Турков, Оптические генераторы на твердом теле, изд. Сов. радио, М., 1967.
9. Ю. Н. Казанцев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 4, 518 (1967).

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
1 марта 1976 г.

## TO THE LINEAR THEORY OF DIFFRACTION RADIATION OSCILLATORS

*I. D. Revin, B. K. Skrynnik, A. S. Sysoev, O. A. Tret'yakov, V. P. Shestopalov*

The linear theory has been developed for a diffraction radiation oscillator with an open resonator formed by spheroidal and plane mirrors with a reflecting diffraction array deposited on the plane one. The theory is based on the known equation for the variable component of the convective current corresponding to the inhomogeneous distribution of the electromagnetic field of OR inherent oscillations over the array surface. An expression is obtained for the starting current in the analytical form. The energy losses in the oscillator operation at the first and the second spatial harmonics have been analyzed. It follows from the comparison of estimated values of the starting current with other known theoretical and experimental data that the linear theory of DRO developed in this paper describes satisfactorily the main properties of realistic oscillators.