

УДК 533.951

РАССЕЯНИЕ И ТРАНСФОРМАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ТЯЖЕЛОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕ В ПЛАЗМЕ*Л. М. Горбунов, Г. Г. Матевосян*

Рассмотрены рассеяние и трансформация электромагнитных волн на неподвижной и на движущейся тяжелой заряженной частице в плазме. Показано, что в определенных направлениях из-за коллективных эффектов интенсивность рассеянного и трансформированного излучения существенно увеличивается.

Вопрос о рассеянии и трансформации волн в плазме на тяжелых частицах (ионах) обсуждался в ряде работ, и основные результаты изложены, например, в книгах [1-3]. Однако в известных работах из-за усреднения по ансамблю частиц оставалась в тени картина рассеяния на отдельной частице. Выяснение этого аспекта проблемы представляет интерес не только с познавательной точки зрения, но и для ряда практических приложений (например, для диагностики плазмы с помощью рассеяния на малых заряженных макроскопических объектах).

В данной работе рассмотрено рассеяние и трансформация электромагнитных волн на неподвижной и на движущейся тяжелой частице. Основное внимание при этом обращено на коллективные эффекты, которые возникают из-за того, что в поле падающей волны осциллирует не сама частица, а заряды окружающего ее поляризационного облака.

В первой части работы на базе общих соотношений нелинейной электродинамики получено сечение, которое конкретизировано для полностью ионизованной плазмы. Во второй части рассмотрено рассеяние и трансформация на покоящейся частице. Показано, что для волн с длиной, намного превышающей дебаевский радиус, рассеяние имеет такую же диаграмму направленности, как и при рассеянии на точечной частице. Если же длина падающей волны сравнима или меньше, чем дебаевский радиус, то рассеянное излучение направлено в основном вперед. Определен коэффициент трансформации на покоящейся тяжелой частице*.

В третьей части работы исследовано рассеяние и трансформация на частице, движущейся со скоростью, превышающей тепловую скорость ионов, но меньшей, чем тепловая скорость электронов. При этом дебаевская экранировка для ионов установиться не успевает и частица излучает продольные ионно-звуковые волны. В результате область пространства, в которой проявляется поле частицы, увеличивается и соответственно существенно возрастают сечение рассеяния и коэффициент трансформации. Рассеяние на возбуждаемых частицей волнах характеризуется узкой диаграммой направленности, и в зависимости от скорости частицы рассеянное излучение может быть направлено либо вперед, либо назад.

* О преобразовании продольной волны в поперечную при рассеянии на тяжелой частице (переходное рассеяние) [5] (см. также [6]). Мы обсуждаем обратную задачу — преобразование поперечной волны в продольную (трансформация).

В четвертой части рассмотрено рассеяние и трансформация на частице, движущейся со скоростью, превышающей тепловые скорости электронов плазмы и излучающей не только ионно-звуковые, но и ленгмюровские волны. Показано, что коэффициент трансформации особенно велик, если частота падающей волны близка к удвоенной плазменной частоте.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

1. Рассмотрим среду, в которой распространяется линейно-поляризованная монохроматическая волна и движется с постоянной скоростью u частица, имеющая заряд q . В линейном приближении поле волны $E^{(0)} = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 r)$ и поле, создаваемое частицей $\delta E(r, t)$, независимы и компоненты фурье-разложения по координатам и времени соответственно равны

$$E^{(0)}(\omega, k) = \frac{E_0}{2} [\delta(\omega - \omega_0) \delta(k - k_0) + \delta(\omega + \omega_0) \delta(k + k_0)]; \quad (1.1)$$

$$\delta E_j(\omega, k) = -\frac{4\pi i q u_j}{(2\pi)^3 \omega} M_{ij}^{(-1)}(\omega, k) \delta(\omega - ku), \quad (1.2)$$

где $M_{ij}^{(-1)}$ — тензор, обратный максвелловскому, который в свою очередь выражается через тензор линейной диэлектрической проницаемости:

$$M_{ij}(\omega, k) = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left(\frac{k_i k_j}{k^2} - \delta_{ij} \right) + \varepsilon_{ij}(\omega, k). \quad (1.3)$$

Частота ω_0 и волновой вектор k_0 в выражении (1.1) связаны дисперсионным уравнением $\det M_{ij}(\omega_0, k_0) = 0$.

Рассеянные поля возникают из-за нелинейной связи поля волны с полем частицы*. Соответствующий такой связи вектор индукции легко получить из общего нелинейного материального уравнения [7]

$$D_i^{(s)}(r, t) = \int_{-\infty}^t dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dr_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int dr_2 \varepsilon_{ijl}(t - t_1, r - r_1; t_1 - t_2, r_1 - r_2) \times \\ \times [E_j^{(0)}(r_1, t_1) \delta E_l(r_2, t_2) + \delta E_j(r_1, t_1) E_l^{(0)}(r_2, t_2)]. \quad (1.4)$$

Поле рассеянной волны E' находим из уравнений Максвелла, в которых индукция (1.4) определяет источники рассеяния,

$$\text{rot rot } E' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D'}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D^{(s)}}{\partial t^2}, \quad (1.5)$$

и связь между полем E' и индукцией D' устанавливается обычным линейным материальным уравнением.

Из формул (1.4) и (1.5) после преобразования Фурье с помощью выражения (1.1) получим

$$D_i^{(s)}(\omega, k) = \frac{E_{0j}}{2} [S_{ijl}(\omega, k; \omega - \omega_0, k - k_0) \delta E_l(\omega - \omega_0, k - k_0) + \\ + S_{ijl}(\omega, k; \omega + \omega_0, k + k_0) \delta E_l(\omega + \omega_0, k + k_0)]; \quad (1.6)$$

* При рассмотрении рассеяния низкочастотных продольных волн эту нелинейную связь обычно учитывают введением волны диэлектрической проницаемости [4,5].

$$E'_i(\omega, \mathbf{k}) = -M_{ij}^{(-1)}(\omega, \mathbf{k}) D_j^{(s)}(\omega, \mathbf{k}), \quad (1.7)$$

где тензор S характеризует нелинейные свойства среды:

$$S_{ijkl}(\omega, \mathbf{k}; \omega_1, \mathbf{k}_1) = \varepsilon_{ijl}(\omega, \mathbf{k}; \omega_1, \mathbf{k}_1) + \varepsilon_{ilj}(\omega, \mathbf{k}; \omega - \omega_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1). \quad (1.8)$$

2. Полное сечение рассеяния σ , как известно [8], есть отношение интенсивности рассеянного излучения Q к потоку энергии в падающей волне. Учитывая, что величина Q с обратным знаком в пренебрежении затуханием рассеянной волны равна работе, совершаемой источниками рассеиваемого излучения в единицу времени, а падающая волна имеет поперечную поляризацию, получим

$$\sigma = -\frac{2\omega_0}{E_0^2 c^2 k_0} \int dr \left\langle E'(r, t) \frac{\partial D^{(s)}(r, t)}{\partial t} \right\rangle, \quad (1.9)$$

где скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по времени.

Разлагая в формуле (1.9) поле и индукцию в интегралы Фурье и используя соотношения (1.6), (1.7) и (1.2), для сечения получим

$$\begin{aligned} \sigma = & -\frac{q^2 \omega_0}{\pi c^2 k_0} \int d\mathbf{k} (\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}) A_i(\omega_0, \mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0) A_j^*(\omega_0, \mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \times \\ & \times \text{Im} [M_{ij}^{(-1)*}(\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0) - M_{ji}^{(-1)}(\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0)], \end{aligned} \quad (1.10)$$

где вектор \mathbf{A} определяет нелинейное взаимодействие падающей волны с полем частицы:

$$A_i(\omega_0, \mathbf{k}, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_0) = S_{ipl}(\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0; \mathbf{k}\mathbf{u}, \mathbf{k}) \frac{n_p u_s}{k\mathbf{u}} M_{si}^{(-1)}(\mathbf{k}\mathbf{u}, \mathbf{k}), \quad (1.11)$$

n — вектор поляризации падающей волны.

Рассмотрим случай, когда среда является изотропной и в результате рассеяния поперечной волны возникают волны либо с поперечной (собственно рассеяние), либо с продольной поляризацией (трансформация). Учитывая в формуле (1.10) только соответствующие этим волнам области прозрачности, запишем сечение в виде суммы двух слагаемых:

$$\sigma = \sigma^t + \sigma^l,$$

где сечение рассеяния σ^t определяется выражением

$$\begin{aligned} \sigma^t = & \frac{2q^2 \omega_0}{c^2 k_0} \int d\mathbf{k} |\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}| \frac{|(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \mathbf{A}(\omega_0, \mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0)|^2}{(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)^2} \times \\ & \times \delta \left[\varepsilon^{tr'}(\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0) - \frac{c^2 (\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)^2}{(\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u})^2} \right]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Сечение трансформации σ^l (которое обычно называют коэффициентом трансформации [2]) имеет вид

$$\sigma^l = \frac{2q^2 \omega_0}{c^2 k_0} \int d\mathbf{k} |\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}| \frac{|(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \mathbf{A}(\omega_0, \mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0)|^2}{(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)^2} \delta[\varepsilon^{lr'}(\omega_0 + \mathbf{k}\mathbf{u}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0)]. \quad (1.13)$$

Здесь $\varepsilon^{tr'}$ и $\varepsilon^{lr'}$ — действительные части поперечной и продольной диэлектрических проницаемостей соответственно.

Часто представляет интерес дифференциальное сечение, характеризующее интенсивность рассеяния в интервал волновых векторов $d\mathbf{k}'$, где \mathbf{k}' — волновой вектор рассеянной волны. Этот вектор связан с волновым вектором \mathbf{k} , определяющим изменение импульса падающей волны при рассеянии, соотношением $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{k}_0$. Переходя в формулах (1.12), (1.13) от переменной \mathbf{k} к переменной \mathbf{k}' , для дифференциальных сечений получим

$$d\sigma^i(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}') = d\mathbf{k}' \frac{2q^2 \omega_0}{c^2 \mathbf{k}_0} \left| \omega_0 + u(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0) \right| \frac{|[\mathbf{k}' A(\omega_0, \mathbf{k}' - \mathbf{k}_0, \mathbf{k}')]|^2}{k'^2} \times \\ \times \delta \left[\varepsilon^{i'}(\omega_0 + u(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0), \mathbf{k}') - \frac{c^2 k'^2}{(\omega_0 + \mathbf{k}' u - \mathbf{k}_0 u)^2} \right] d\mathbf{k}'; \quad (1.14)$$

$$d\sigma^i(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}') = d\mathbf{k}' \frac{2q^2 \omega_0}{c^2 \mathbf{k}_0} \left| \omega_0 + u(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_0) \right| \frac{|[\mathbf{k}' A(\omega_0, \mathbf{k}' - \mathbf{k}_0, \mathbf{k}')]|^2}{k'^2} \times \\ \times \delta [\varepsilon^i(\omega_0 + u\mathbf{k}' - u\mathbf{k}_0, \mathbf{k}')]. \quad (1.15)$$

Формулы (1.12)—(1.15) определяют рассеяние на тяжелой частице в произвольной материальной среде. В частности, выражение, подобное (1.14), получено в работе [9], посвященной исследованию рассеяния заряженными центрами в полупроводниках.

3. В полностью ионизованной плазме тензор нелинейной диэлектрической проницаемости (1.8) можно получить из кинетического уравнения [10]. Наиболее простой вид этот тензор имеет в случае, когда фазовые скорости падающей и рассеянной волн велики не только по сравнению со скоростью пробной частицы, но и по сравнению с тепловыми скоростями частиц плазмы [11]:

$$S_{njl}(\omega \pm \omega_0, \mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0; \omega, \mathbf{k}) = i \frac{e \delta_{nj}}{m \omega_0^2} \mathbf{k}_l \delta \varepsilon_e^l(\omega, \mathbf{k}), \quad (1.16)$$

где $\delta \varepsilon_e^i$ — вклад электронов в продольную диэлектрическую проницаемость.

При малых скоростях пробной частицы ($u \ll c$) создаваемое ею поле является практически продольным, чему в выражении для обратного максвелловского тензора в формуле (1.11) соответствует учет лишь слагаемого с продольной диэлектрической проницаемостью ε^l . В результате с помощью формулы (1.16) получим

$$A(\omega_0, \mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0) = in \frac{e}{m \omega_0^2} \frac{\delta \varepsilon_e^l(\mathbf{k}u, \mathbf{k})}{\varepsilon^l(\mathbf{k}u, \mathbf{k})}. \quad (1.17)$$

Используя выражения для поперечной и продольной диэлектрических проницаемостей (см., например, [12]) и формулу (1.17), запишем полные и дифференциальные сечения (1.12)—(1.15) рассеяния и трансформации электромагнитных волн в плазме на тяжелой заряженной частице:

$$\sigma^i = 2 \left(\frac{eq}{m \omega_0^2} \right)^2 \frac{\omega_0}{c^2 \mathbf{k}_0} \int d\mathbf{k} \left| \omega_0 + \mathbf{k}u \right| \frac{|\delta \varepsilon_e^l(\mathbf{k}u, \mathbf{k})|^2}{\varepsilon^l(\mathbf{k}u, \mathbf{k})} \times \\ \times \frac{[(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) n]^2}{(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)^2} \delta \left[1 - \frac{\omega_L^2 + c^2 (\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)^2}{(\omega_0 + \mathbf{k}u)^2} \right]; \quad (1.18)$$

$$d\sigma^i(k_0, k') = 2dk' \left(\frac{eq}{m\omega_0^2} \right)^2 \frac{\omega_0}{c^2 k_0} \frac{[k'n]^2}{k'^2} |\omega_0 + k'u - k_0u| \times \\ \times \left| \frac{\delta \varepsilon_e^i(k'u - k_0u, k' - k_0)}{\varepsilon^i(k'u - k_0u, k' - k_0)} \right|^2 \delta \left[1 - \frac{\omega_L^2 + k'^2 c^2}{(\omega_0 - k_0u + k'u)^2} \right]; \quad (1.19)$$

$$\sigma^i = 2 \left(\frac{eq}{m\omega_0^2} \right)^2 \frac{\omega_0}{c^2 k_0} \int dk |\omega_0 + ku| \left| \frac{\delta \varepsilon_e^i(ku, k)}{\varepsilon^i(ku, k)} \right|^2 \frac{((k + k_0)n)^2}{(k + k_0)^2} \times \\ \times \delta \left[1 - \frac{\omega_{Le}^2}{(\omega_0 + ku)^2} \left(1 + \frac{3(k + k_0)^2 v_{Te}^2}{(\omega_0 + ku)^2} \right) \right]; \quad (1.20)$$

$$d\sigma^i(k_0, k') = 2dk' \left(\frac{eq}{m\omega_0^2} \right)^2 \frac{\omega_0}{c^2 k_0} |\omega_0 - k_0u + k'u| \times \\ \times \left| \frac{\delta \varepsilon_e^i(k'u - k_0u, k' - k_0)}{\varepsilon^i(k'u - k_0u, k' - k_0)} \right|^2 \frac{(k'n)^2}{k'^2} \times \\ \times \delta \left[1 - \frac{\omega_{Le}^2}{(\omega_0 - k_0u + k'u)^2} \left(1 + \frac{3k'^2 v_{Te}^2}{(\omega_0 - k_0u + k'u)^2} \right) \right], \quad (1.21)$$

где $\varepsilon^i = 1 + \delta \varepsilon_e^i + \delta \varepsilon_i^i$, $\omega_L = \sqrt{\omega_{Le}^2 + \omega_{Li}^2}$ — плазменная частота, $\omega_{Le, i}$ — ленгмюровские частоты электронов и ионов соответственно, v_{Te} — тепловая скорость электронов плазмы.

2. НЕПОДВИЖНАЯ ЧАСТИЦА

А. Рассеяние на неподвижной частице.

1. Рассмотрим сначала дифференциальное сечение рассеяния на покоящейся частице. Положим в формуле (1.19) $u = 0$ и используем известные выражения [12] для вкладов электронов и ионов в продольную диэлектрическую проницаемость $\delta \varepsilon_{e, i}^i(0, k - k_0) = r_{De, i}^{-2} (k' - k_0)^2$, где $r_{D\alpha}^2 = T_\alpha / 4 \pi e_\alpha^2 N_\alpha$ — дебаевский радиус для частиц сорта α ; T_α , N_α , e_α — соответственно температура, концентрация и заряд частиц. В результате получим

$$d\sigma^i(k_0, k') = dk' \left(\frac{eq}{m\omega_0^2} \right)^2 \frac{2\omega_0^2}{c^2 k_0} \frac{r_D^2}{r_{De}^4} \frac{[k'n]^2}{k'^2} \times \\ \times [(k' - k_0)^2 r_D^2 + 1]^{-2} \delta \left[1 - \frac{\omega_L^2 + k'^2 c^2}{\omega_0^2} \right], \quad (2.1)$$

где $r_D^{-2} = r_{De}^{-2} + r_{Di}^{-2}$.

Введем сферическую систему координат с полярной осью в направлении вектора n и осью Ox в направлении вектора k_0 . Тогда при учете закона дисперсии для падающей волны в виде $k_0^2 c^2 = \omega_0^2 - \omega_L^2$ из формулы (2.1) получим

$$d\sigma^i = \sigma_0 dk' d\Omega' \frac{\sin^2 \theta'}{[2k_0^2 r_D^2 (1 - \sin \theta' \cos \varphi) + 1]^2} \delta(k' - k_0), \quad (2.2)$$

где $\sigma_0 = [eqT_i/mc^2(T_i + zT_e)]^2$, z — заряд ионов плазмы, $d\Omega' = \sin\theta' d\theta' d\varphi$, $\cos\theta' = k'n/k'$.

При рассеянии неполяризованных волн формула (2.1) легко преобразуется к виду

$$d\sigma^t = \pi\sigma_0 \delta(k' - k_0) dk' \frac{(1 + \cos^2\theta) \sin\theta d\theta}{[1 + 2(k_0 r_D)^2(1 - \cos\theta)]^2}, \quad (2.3)$$

где θ — угол между векторами k_0 и k' .

В пределе больших по сравнению с дебаевским радиусом длин волн согласно формулам (2.2), (2.3) рассеяние происходит так же, как и на точечном заряде [8], который в поле волны смещается на расстояние $eE_0 T_i / m \omega_0^2 (T_i + zT_e)$. При этом интенсивность рассеянного излучения вперед и назад (по отношению к направлению вектора k_0) одинакова. С уменьшением длины падающей волны диаграмма направленности рассеянного излучения деформируется и основное рассеяние происходит вдоль вектора k_0 . На рис. 1 представлена полярная диаграмма для сечения в зависимости от угла θ' при $\varphi = 0$, полученная с помощью формулы (2.2), в которой проведено интегрирование по k' . Из нее видно, что для волн с длиной меньше или порядка дебаевского радиуса практически все рассеянное излучение сосредоточено в интервале телесных углов $\Delta\Omega \sim (k_0 r_D)^{-2}$.

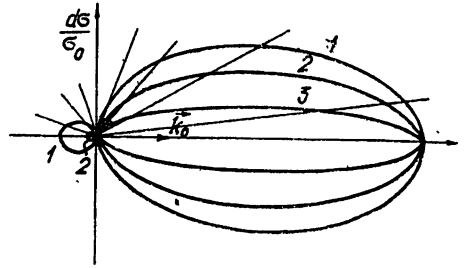
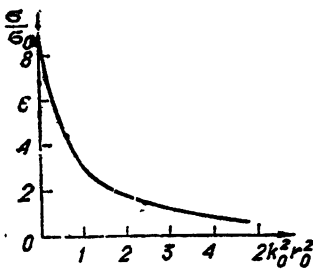


Рис. 1. Угловая зависимость дифференциального сечения рассеяния на покоящейся частице в плоскости $\varphi = 0$ при $k_0 r_D = 0,2; 0,7; 2$ (соответственно кривые 1, 2, 3).

Заметим, что аналогичным образом изменяется диаграмма направленности от длины волны и при рассеянии света на малых макроскопических частицах [13].

2. Полное сечение рассеяния на покоящейся частице получим из формулы (1.18) после интегрирования по k :

$$\sigma^t = 4\pi\sigma_0 \frac{1 + 2(k_0 r_D)^2}{4(k_0 r_D)^4} \left[\frac{1 + 2(k_0 r_D)^2}{1 + 4(k_0 r_D)^2} - \frac{1}{4(k_0 r_D)^2} \ln(1 + 4(k_0 r_D)^2) \right]. \quad (2.4)$$



На рис. 2 показана зависимость сечения (2.4) от параметра $2(k_0 r_D)^2$. Видно, что с увеличением этого параметра и, следовательно, с уменьшением длины падающей волны сечение падает. Из формулы (2.4) легко получить предельные выражения для сечения рассеяния длинных и коротких волн:

Рис. 2. Полное сечение рассеяния на покоящейся частице в зависимости от соотношения между длиной падающей волны и дебаевским радиусом.

$$\frac{\sigma^t}{\sigma_0} = \begin{cases} 8\pi/3 & (2(k_0 r_D)^2 < 1) \\ \pi/(k_0 r_D)^2 & (2(k_0 r_D)^2 > 1) \end{cases} \quad (2.5)$$

Б. Трансформация на неподвижной частице.

На неподвижной частице электромагнитная волна может трансформироваться в ленгмюровскую, если частота ее близка к плазменной частоте. Только при этом условии аргумент дельта-функции в формуле (1.21) может обращаться в нуль. Отсюда для волнового вектора трансформированной волны следует соотношение

$$k' = k_0 c / \sqrt{3} v_{Te} \gg k_0. \quad (2.6)$$

Таким образом, длинные поперечные волны трансформируются в короткие продольные плазменные волны.

Рассмотрим дифференциальный коэффициент трансформации. В выражении (1.21) положим $u = 0$ и введем сферическую систему координат таким же образом, как и при рассмотрении рассеяния. В результате после интегрирования по k' получим

$$\frac{d\sigma'}{d\Omega} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^2 \left(\frac{r_D}{r_{De}} \right)^4 \frac{(v_{Te}/c) \cos^3 \theta}{[1 + a^2 b^2 - 2a^2 b \sin \theta \cos \varphi]^2}, \quad (2.7)$$

где $a = k_0 r_{De}$, $b = c / \sqrt{3} v_{Te}$. Последнее слагаемое в квадратной скобке формулы (2.7) пренебрежимо мало. Это соответствует тому, что коэффициент трансформации очень слабо зависит от угла φ , так что можно приближенно записать:

$$\frac{d\sigma'}{d\Omega} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^2 \left(\frac{r_D}{r_{De}} \right)^4 \frac{v_{Te}}{c} \cos^3 \theta. \quad (2.8)$$

Полный коэффициент трансформации определяется формулой (1.20) и в рассматриваемом случае покоящейся частицы равен

$$\sigma' = \frac{4\pi}{9\sqrt{3}} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^2 \left(\frac{r_D}{r_{De}} \right)^4 \frac{v_{Te}}{c}. \quad (2.9)$$

Подчеркнем, что излучение коротких продольных волн при падении на тяжелую покоящуюся частицу поперечной волны большой длины связано с осцилляторным движением окружающего частицу поляризованного облака. При этом, как показано в работах [14, 15], поле частицы существенно отличается от дебаевского и содержит быстропеременные составляющие.

3. МЕДЛЕННАЯ ЧАСТИЦА

А. Рассеяние на медленной частице.

1. Движение частицы проявляется в рассеянном излучении двояким образом. Во-первых, частоты рассеянных волн не совпадают с частотой падающей волны и зависят от направления. Эту зависимость легко установить, приравняв нулю аргумент дельта-функции в формуле (1.19), или, иными словами, рассмотрев закон дисперсии для рассеянных волн. В результате для частицы, движущейся вдоль направления распространения падающей волны ($k_0 \parallel u$), получим

$$\omega' = \omega_0 \left[1 - \frac{k_0 u}{\omega_0} (1 - \cos \theta) \right], \quad (3.1)$$

где θ — угол рассеяния, т. е. угол между векторами k_0 и k' . Из формулы (3.1) следует, что при всех углах (кроме $\theta = 0$) частота рассеянной волны ω' меньше частоты падающей.

Во-вторых, из-за движения частицы происходит деформация окружающего ее поляризационного облака. Если скорость пробной частицы меньше тепловых скоростей частиц плазмы ($u < v_{Ti} < v_{Te}$, где $v_{T\alpha} = \sqrt{T_{\alpha}/m_{\alpha}}$), то дебаевская экранировка успевает устанавливаться и рассеяние мало отличается от рассеяния на покоящемся заряде. Если же скорость пробной частицы превышает тепловые скорости частиц плазмы, то дебаевская экранировка устанавливаться не успевает. При этом поле пробной частицы в виде продольных волн распространяется на расстояния, значительно превышающие дебаевский радиус; интенсивность рассеянного излучения существенно увеличивается, и, что особенно важно, радикально изменяется его диаграмма направленности.

2. Пусть пробный заряд движется достаточно медленно ($v_{Te} > u > v_{Ti}$). Соответствующие парциальные диэлектрические проницаемости имеют вид [12]

$$\delta \epsilon_e^i(\mathbf{k}u, \mathbf{k}) = (kr_{De})^{-2} \left(1 + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathbf{k}u}{kv_{Te}} \right), \quad \delta \epsilon_i^i(\mathbf{k}u, \mathbf{k}) = - \frac{\omega_{Li}^2}{(\mathbf{k}u)^2}. \quad (3.2)$$

Подставим эти выражения в формулу (1.19). Примем, что $u \parallel \mathbf{k}_0$, и пренебрежем малыми слагаемыми, пропорциональными u/c и u/v_{Te} . В результате после интегрирования по абсолютной величине волнового вектора \mathbf{k}' получим для угловой зависимости дифференциального сечения следующее выражение:

$$\frac{1}{\sigma_T} \frac{d\sigma^i}{d\Omega} = \frac{\sin^4 \frac{\theta}{2} (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi)}{\left(\sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{s^2}{u^2} + 2(k_0 r_D)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} \right)^2 + \frac{\pi}{2} \frac{u^2}{v_{Te}^2} \sin^6 \frac{\theta}{2}}, \quad (3.3)$$

где $\sigma_T = (eq/mc^2)^2$, θ — угол рассеяния ($\cos \theta = \mathbf{k}_0 \mathbf{k}' / k_0 k'$), φ — угол в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{k}_0 , отсчитываемый от направления вектора \mathbf{n} , $s = \sqrt{T_e/m_i}$ — скорость звука.

Функция (3.3) имеет резкий максимум в окрестности угла θ_0 , при котором стоящее в знаменателе и заключенное в квадратные скобки слагаемое обращается в нуль:

$$\cos \theta_0 = 1 - \frac{1}{(2k_0 r_{De})^2} \left(\sqrt{1 + 4 \frac{s^2}{u^2} (2k_0 r_{De})^2} - 1 \right). \quad (3.4)$$

Легко проверить, что обращение в нуль указанного слагаемого означает совместное выполнение двух условий — условия излучения ионно-звуковых волн с частотой $\omega_s = \mathbf{k}u$ (т. е. $\text{Re } \epsilon^i(\mathbf{k}u, \mathbf{k}) = 0$) и условия когерентного рассеяния $(\omega_0 + \mathbf{k}u)^2 = \omega_L^2 + c^2 (\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)^2$. Иными словами, максимум в сечении (3.3) в окрестности угла (3.4) связан с рассеянием на ионно-звуковых волнах. Ширина максимума определяется затуханием ионно-звуковых волн и согласно формуле (3.3) равна

$$\Delta \theta = \sqrt{2\pi} \frac{u}{v_{Te}} \frac{\sin^3(\theta/2)}{\sin \theta_0 \left[1 + (2k_0 r_{De})^2 2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \right]}. \quad (3.5)$$

Для того, чтобы такое комбинационное рассеяние имело место, помимо принятых нами выше ограничений на скорость движения частицы, необходимо выполнение условия

$$1 + (2k_0 r_{De})^2 \geq s^2/u^2, \quad (3.6)$$

которое следует из формулы (3.4).

Определяемый равенством (3.4) угол θ_0 может соответствовать как рассеянию вперед ($\cos \theta_0 > 0$), так и рассеянию назад ($\cos \theta_0 < 0$). Для рассеяния назад необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$\frac{2}{1 + \frac{1}{2}(2k_0 r_{De})^2} > \frac{u^2}{s^2} \geq \frac{1}{1 + (2k_0 r_{De})^2}.$$

Для более быстрых частиц, когда $\frac{u^2}{s^2} > 2 \left[1 + \frac{1}{2}(2k_0 r_{De})^2 \right]^{-1}$, рассеянное на ионно-звуковых волнах излучение направлено вперед.

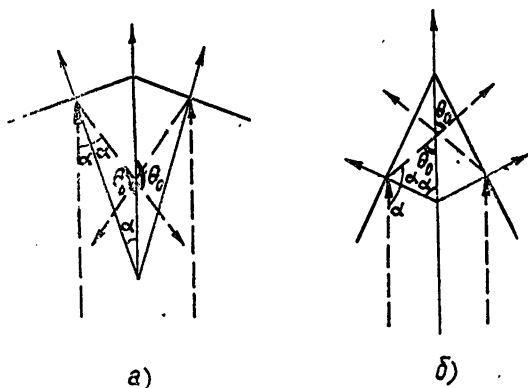


Рис. 3. Схема, иллюстрирующая рассеяние назад (а) и рассеяние вперед (б).

Эти результаты легко понять с помощью рис. 3, иллюстрирующего рассеяние на длинноволновом ионном звуке ($\omega_s = ks$). Условие излучения ($ks = ku$) в этом случае при каждом значении скорости частицы определяет единственную звуковую волну ($\cos \alpha = s/u$). Условие рассеяния при $k_0 \parallel u$ принимает вид $k = 2k_0 \cos \alpha$ и соответствует зеркальному отражению от фронта ионно-звуковой волны. Из рис. 3 видно, что фронт рассеянной волны составляет с направлением движения частицы угол $\theta_0 = \pi - 2\alpha$ и, следовательно, $\cos \theta_0 = 1 -$

$-2\cos^2 \alpha = 1 - 2\frac{s^2}{u^2}$, что согласуется

с формулой (3.4) при $(2k_0 r_{De})^2 \ll 1$. Если $0 < \alpha < \pi/4$ ($1/\sqrt{2} < s/u < 1$), то $\pi/2 < \theta_0 < \pi$ и рассеянное излучение направлено назад (рис. 3 а); если $\pi/4 < \alpha < \pi/2$ ($0 \leq s/u < 1/\sqrt{2}$), то $\pi/2 < \theta_0 < 0$ и рассеянное излучение направлено вперед (рис. 3 б).

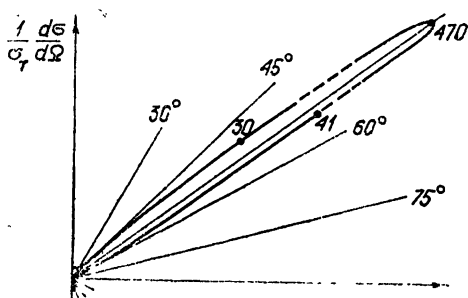


Рис. 4. Угловая зависимость дифференциального сечения рассеяния на медленной частице в плоскости $\varphi = 0$.

Для иллюстрации на рис. 4 приведена полярная диаграмма сечения рассеяния, построенная на основании формулы (3.3) при $\varphi = 0$, $s^2/u^2 = 0,2$,

$(2k_0r_{De})^2 = 0,01$, $m_i/m = 2000$. Из этой диаграммы видно, что сечение (3.3) достигает максимального значения в окрестности угла $\theta_0 = 53^\circ$. Интервал углов (3.5), в котором сечение велико, по порядку величины равен $\Delta\theta \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$.

3. Рассмотрим теперь полное сечение рассеяния. Используем выражения (3.2) и запишем формулу (1.17) в виде

$$\frac{\sigma^t}{4\pi\sigma_T} = \int_0^1 dx \frac{x^2 [1-2x(1-x)]}{\left[x - \frac{s^2}{u^2} + (2k_0r_{De})^2 x^2 \right]^2 + \frac{\pi}{2} \frac{u^2}{v_{Te}^2} x^3} \quad (3.7)$$

Интеграл (3.7) как функция отношения (s^2/u^2) был рассчитан для следующих значений входящих в него параметров: $(2k_0r_{De})^2 = 0,001, 0,1, 1, 10$ и $m_i/m = 2000$. Результаты расчета приведены на рис. 5. Из них следует, что сечение особенно велико при рассеянии длинных волн ($k_0r_{De} \ll 1$) на частице, движущейся со скоростью, слегка превышающей скорость звука s . Для более коротких волн сечение хотя и уменьшается, но все же остается значительным в более широком интервале скоростей частицы. Согласно формуле (3.6) граница интервала равна $u = s/2 k_0r_{De}$.

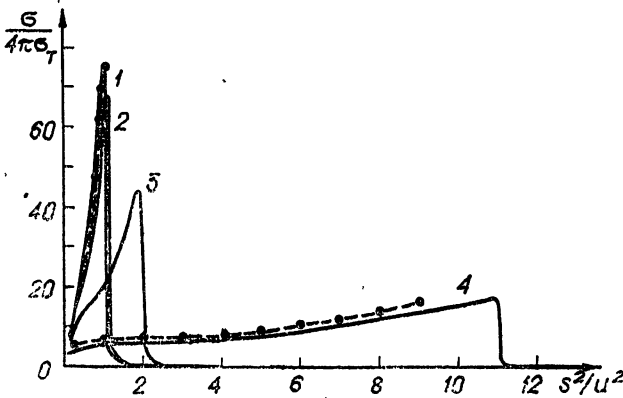


Рис. 5. Зависимость полного сечения рассеяния от скорости медленной частицы для различных длин волн (кривым 1, 2, 3, 4 соответствуют значения $(2k_0r_{De})^2 = 0,001; 0,1; 1; 10$).

Для интеграла (3.7) можно получить приближенное выражение, если учесть, что подынтегральная функция имеет резкий максимум в окрестности точки

$$x_0 = \frac{1}{2(2k_0r_{De})^2} \left(\sqrt{1 + 4 \frac{s^2}{u^2} (2k_0r_{De})^2} - 1 \right). \quad (3.8)$$

В этой резонансной области можно разложить знаменатель подынтегральной функции в ряд, а вне ее можно пренебречь последним слагаемым в знаменателе. В результате для достаточно длинных волн ($2k_0r_{De} < u/s$) из формулы (3.7) получим

$$\begin{aligned} \frac{\sigma^t}{4\pi\sigma_T} = & \sqrt{2\pi} \frac{v_{Te}}{u} \sqrt{x_0(1-2x_0+2x_0^2)} + \frac{2}{3} + x_0(2-3x_0+4x_0^2) \ln \frac{1-x_0}{x_0} - \\ & - \frac{x_0^2}{1-x_0} (1-2x_0+2x_0^2) - x_0(3-4x_0-2x_0^2), \end{aligned} \quad (3.9)$$

где $x_0 = (s/u)^2$. При $x_0 < 1$ основным в формуле (3.9) является первое слагаемое (вклад от резонансной области) и сечение приближения равно

$$\sigma^t = (2\pi)^{3/2} \left(\frac{eq}{mc^2} \right)^2 \frac{v_{Te} s}{u^2}. \quad (3.10)$$

На рис. 5 сечение, рассчитанное по приближенной формуле (3.9), показано пунктиром ($(2k_{0r_{De}})^2 = 0,001$).

Формулу, подобную (3.10), можно получить и для сечения рассеяния коротких волн ($2k_{0r_{De}} > u/s$):

$$\sigma^t = (2\pi)^{3/2} \left(\frac{eq}{mc^2} \right)^2 \frac{v_{Te} [1 - 2x_0(1 - x_0)]}{2u(2k_{0r_{De}})^2 \sqrt{x_0}}, \quad (3.11)$$

где $x_0 = s/2uk_{0r_{De}}$. Результаты расчета сечения по формуле (3.11) для $(2k_{0r_{De}})^2 = 10$ также приведены на рис. 5 (пунктир).

Заметим, что для рассеяния вперед ($\theta = 0$) формулы (3.3) и (3.7) непригодны, поскольку при этом нарушено условие $k_{\parallel} u > kv_{Ti}$, которое мы считаем выполненным (см. формулы (3.2)). В действительности же в интервале $\theta \leq \sqrt{2} \frac{v_{Ti}}{u}$ для ионной диэлектрической проницаемости

следует использовать формулу $\delta \varepsilon_i^t = (kr_{Di})^{-2}$. При этом дифференциальное сечение определяется не формулой (3.3), а формулой (2.1) и, в частности, при $\theta_i = 0$ равно $\frac{1}{\sigma_T} \frac{d\sigma^t}{d\Omega} = \frac{r_D^4}{r_{De}^4} \leq 1$. (см. рис. 4). Вклад малых углов в полное сечение пренебрежимо мал.

Б. Трансформация на медленной частице.

1. Из закона дисперсии для трансформированной волны, который определяется равенством нулю аргумента дельта-функции в формуле (1.21) с помощью соотношений (3.2) в пренебрежении малыми слагаемыми порядка u/v_{Te} , найдем

$$k' = \frac{1}{3v_{Te}^2} \left[\omega_0 u \cos \theta \pm \sqrt{(\omega_0 u \cos \theta)^2 + 3v_{Te}^2 (k_0^2 c^2 - 2\omega_0 k_0 u)} \right], \quad (3.12)$$

где $\cos \theta = k_0 k' / k_0 k'$. Использование выражения (3.12) приводит к весьма громоздким результатам, поэтому ниже будет рассмотрен ряд предельных случаев.

а) Предположим, что $u < v_{Te}^2 k_0 / \omega_0$. Тогда из формулы (3.12) следует $k' = k_0 c / \sqrt{3} v_{Te}$ и трансформированные волны имеют такую же длину, как в случае неподвижной частицы, а частота падающей волны должна быть близка к ленгмюровской частоте плазмы. Используя соотношения (3.2), из формулы (1.21) получим для дифференциального коэффициента трансформации

$$\frac{d\sigma^t}{d\Omega} = \frac{1}{3\sqrt{3}} \left(\frac{eq}{mv_{Te}^2} \right)^2 \frac{v_{Te}}{c} \frac{\sin^2 \theta \cos^4 \theta \cos^2 \varphi}{\left[\cos^2 \theta - \frac{s^2}{u^2 (1 + a^2 b^2)} \right]^2 + \frac{\pi}{2} \frac{u^2}{v_{Te}^2} \cos^6 \theta}. \quad (3.13)$$

Из формулы (3.13) видно, что при $\cos \theta_0 = \pm s/[u(1 + a^2 b^2)^{1/2}] \approx \pm s/u$ коэффициент трансформации сильно возрастает. Можно сказать, что

трансформация происходит практически в узкую область углов, близких к углу, под которым частица изучает ионно-звуковые волны.

Проинтегрировав выражение (3.13) по углам, получим полный коэффициент трансформации:

$$\sigma^i = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^2 \frac{v_{Te}}{c(1+a^2b^2)^{1/2}} \int_0^1 dx \frac{dx x^4 (1-x^2)}{\left[x^2 - \frac{s^2}{u^2(1+a^2b^2)} \right]^2 + \frac{\pi}{2} \frac{u^2}{v_{Te}^2} x^6} \approx$$

$$\approx \frac{\pi \sqrt{\pi}}{3\sqrt{6}} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^2 \frac{uv_{Te}^2}{cs^3}. \quad (3.14)$$

Заметим, что выражение (3.14) справедливо только при условии $u > s$, которое совместно с требованием $u > v_{Ti}$ выполняется в неизотермической плазме. В случае противоположного неравенства ($u < s$) коэффициент трансформации значительно меньше.

б) Для более быстрой пробной частицы ($u > v_{Te}^2 k_0/\omega_0$) из формулы (3.12) получим

$$k' \approx \frac{2\omega_{Le}u}{3v_{Te}^2} \cos \theta. \quad (3.15)$$

С помощью формул (3.2) и выражения (3.15) из общего соотношения (1.21) получим дифференциальный коэффициент трансформации

$$\frac{d\sigma^i}{d\Omega} = \frac{4}{9} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^3 \frac{\omega_{Le}u}{k_0 c^3} \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta \cos^2 \varphi |\cos \theta|^{-1}}{\left[1 + \frac{4u^2}{9v_{Te}^2} \cos^2 \theta - \frac{s^2}{u^2 \cos^2 \theta} \right]^2 + \frac{\pi u^2}{2v_{Te}^2} \cos^2 \theta}. \quad (3.16)$$

Выражение (3.16) особенно велико при углах трансформации, близких к θ_0 , где

$$\cos \theta_0 = \pm \frac{3v_{Te}}{2\sqrt{2}u} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{16}{9} \frac{s^2}{u^2}} \right)^{1/2}. \quad (3.17)$$

Ширина максимума $\Delta\theta$ определяется затуханием ионно-звуковых волн и согласно формуле (3.16) равна

$$\Delta\theta = \sqrt{2\pi} \frac{u}{v_{Te}} \frac{\cos \theta_0}{1 + \frac{4u^2}{9v_{Te}^2} \cos^2 \theta_0 - \frac{s^2}{u^2} \cos^{-2} \theta_0}. \quad (3.18)$$

Заметим, что при заданной скорости частицы основная трансформация волн имеет место не только вперед ($\cos \theta_0 > 0$), но и назад ($\cos \theta_0 < 0$).

Из условия $|\cos \theta_0| < 1$ следует, что формула (3.17) выполняется, если $u^2 > sv_{Te}$. При этом, очевидно, справедливо и неравенство $u^2 > s^2$, так что выражение (3.17) существенно упрощается и принимает вид $\cos \theta_0 \approx \pm v_{Te}s/u^2$.

Для полного коэффициента трансформации из (1.20) при условии $v_{Te}s < u^2$ получим выражение

$$\sigma^l = \frac{4\pi}{9} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^2 \frac{u\omega_{Le}}{k_0 c^2} \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{\left(\frac{4}{9} \frac{u^2}{v_{Te}^2} x^2 + x - \frac{s^2}{u^2} \right)^2 + \frac{\pi}{2} \frac{u^2}{v_{Te}^2} x^3} \approx$$

$$\approx \frac{4\pi \sqrt{2\pi}}{27} \left(\frac{qe}{mv_{Te}^2} \right)^2 \frac{uv_{Te} \omega_{Le}}{k_0 c^2 s}. \quad (3.19)$$

В основном трансформация, как и рассеяние, происходит на возбуждаемых частицах ионно-звуковых волнах. В этом легко убедиться, потребовав одновременного выполнения условия излучения ионно-звуковых волн с частотой $\omega_s = ku$ (т. е. $\text{Re } \varepsilon^l(ku, k) = 0$) и закона дисперсии для трансформированных волн $(\omega_0 + ku)^2 = \omega_{Le}^2 + 3v_{Te}^2(k + k_0)^2$. В результате определим выражения для углов, при которых интенсивность трансформированных волн максимальна.

Нужно отметить, что выражения для дифференциального и полного коэффициентов трансформации, полученные нами в случае медленно движущейся частицы, не применимы при угле $\theta \approx 0$, где нарушено условие $ku > kv_{Ti}$. В этой области углов для ионной парциальной диэлектрической проницаемости справедливо выражение, использованное в случае неподвижной частицы. Однако вклад от этой области углов в полный коэффициент трансформации пренебрежимо мал.

4. БЫСТРАЯ ЧАСТИЦА

А. Рассеяние на быстрой частице.

1. Рассмотрим рассеяние на частице, скорость которой превышает не только тепловые скорости ионов, но и тепловые скорости электронов плазмы ($u > v_{Te}$). Соответствующие такому условию парциальные диэлектрические проницаемости имеют вид [12]

$$\delta\varepsilon_e^l(ku, k) = -\frac{\omega_{Le}^2}{(ku)^2} + i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{ku}{k^3 v_{Te} r_{De}^2} \exp\left(-\frac{(ku)^2}{2k^2 v_{Te}^2}\right) + i \frac{\omega_{Le}^2 \nu}{(ku)^3}, \quad (4.1)$$

$$\delta\varepsilon_i^l(ku, k) = -\frac{\omega_{Li}^2}{(ku)^2},$$

где ν — эффективная частота столкновений электронов. Подставим выражение (4.1) в формулу (1.19) и используем ту же систему координат, что и при выводе формулы (3.3). В результате после интегрирования по k' получим в пренебрежении малыми слагаемыми порядка u/c

$$\frac{d\sigma^l}{\sigma_T d\Omega} = a^4 \left[(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \right] \left\{ \left(\sin^4 \frac{\theta}{2} - a^2 \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \frac{\theta}{2} a^{-1} b^{-3} \exp\left(-\frac{\sin^2(\theta/2)}{2a^2 b^2}\right) + ca^2 \sin^{-2} \frac{\theta}{2} \right]^2 \right\}^{-1}, \quad (4.2)$$

где $a = \omega_L / 2k_0 u$, $c = \nu / 2k_0 u$, $b = 2k_0 r_{De}$. Сечение (4.2) имеет максимум, когда равно нулю выражение, стоящее в знаменателе в квадратных скобках, и

$$\cos \theta_0 = 1 - \frac{\omega_L}{k_0 u}. \quad (4.3)$$

Условие (4.3) соответствует рассеянию на излучаемых частицей ленгмюровских волнах. Действительно, из закона дисперсии ленгмюровских волн $\text{Re } \epsilon^i(\omega, \mathbf{k}) \neq 0$ и условия излучения $\omega = \mathbf{k}u$ получим $\cos \alpha = \omega_L / \mathbf{k}u$, где α — угол между векторами \mathbf{u} и \mathbf{k} . Совместно с условием когерентного рассеяния ($k = 2k_0 \cos \alpha$) это равенство выполняется при $\cos^2 \alpha = \omega_L / 2k_0 u$. Как было показано выше (см. рис. 3), угол рассеяния связан с углом α соотношением $\theta_0 = \pi - 2\alpha$, из которого следует (4.3).

Рассеяние на ленгмюровских волнах, как это видно из формулы (4.3), возможно только при выполнении неравенства $u > \omega_L / 2k_0$. При этом для относительно медленных частиц в интервале скоростей $\omega_L / k_0 > u > \omega_L / 2k_0$ рассеянное излучение направлено назад, а для более быстрых частиц ($u > \omega_L / k_0$) — вперед.

На рис. 6 приведена полярная диаграмма для сечения (4.2) в зависимости от угла θ при $\varphi = 0$, $a = 0,2$; $b = 0,7$; $c = 0,001$. Эта диаграмма подтверждает выводы, приведенные выше.

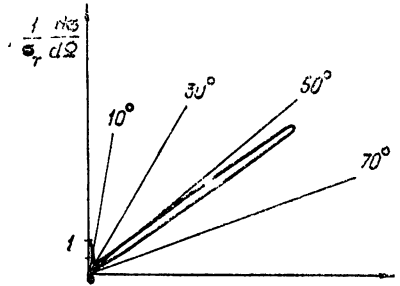


Рис. 6. Угловая зависимость дифференциального сечения рассеяния на быстрой частице в плоскости $\varphi = 0$.

2. Рассмотрим полное сечение при $u > v_{Te}$. Используя выражение (4.1), из формулы (1.18) получим

$$\frac{\sigma^i}{4\pi\sigma_T} = a^4 \int_0^1 dx \frac{[1 - 2x(1-x)]}{(x^2 - a^2)^2 + \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} x^{3/2} a^{-1} b^{-3} \exp\left(-\frac{x}{2a^2 b^2}\right) + ca^2 x^{-1} \right]^2}. \quad (4.4)$$

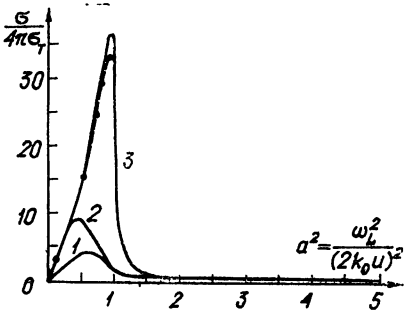


Рис. 7. Зависимость полного сечения рассеяния от скорости быстрой частицы для различных длин волн ($b = 2k_0 r_{De}$) и частот столкновений ($c = \nu / 2k_0 u$) (1 — $b^2 = 0,1$, $c^2 = 0,01$; 2 — $b^2 = 0,1$, $c^2 = 0,001$; 3 — $b^2 = 0,05$, $c^2 = 0,001$).

Как функция параметра a^2 интеграл (4.4) был рассчитан для ряда длин волн и частот столкновений. Результаты расчета приведены на рис. 7. Из рисунка следует, что сечение максимально при $2k_0 u \gg \omega_{Le}$, уменьшается с увеличением частоты столкновений (т. е. при увеличении c) и с уменьшением длины падающей волны (т. е. с увеличением b).

Основной вклад в интеграл (4.4) вносит область значений x , для которых мал знаменатель подинтегрального выражения. Это позволяет найти приближенное выражение для сечения при $a < 1$:

$$\frac{\sigma^i}{4\pi\sigma_T} = \frac{a^2}{2} \left\{ \frac{\pi [1 - 2a(1-a)]}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} b^{-3} a^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2ab^2}\right) + c} + \frac{1}{2a} (1 - 2a^2) \ln \frac{1+a}{1-a} + \frac{2a^2 - 1}{a^2 - 1} \right\}. \quad (4.5)$$

Результаты расчета сечения по приближенной формуле (4.5) для параметров, соответствующих кривой 3, приведены на рис. 7 пунктиром и находятся в хорошем согласии с результатами точного расчета. Наиболее простой вид выражение (4.5) имеет при $a^2 < 1$, $c \ll 1$ и $b < 1$:

$$\frac{\sigma^i}{4\pi\sigma_T} \approx \frac{\pi a^2}{2 \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} a^{-1/2} b^{-3} \exp\left(-\frac{1}{2ab^2}\right) + c \right]}. \quad (4.6)$$

Если скорость частицы мала ($\omega_L/2k_0 > u > v_{Te}$), то комбинационное рассеяние на ленгмюровских волнах невозможно. При этом полное сечение резко падает (рис. 7) и согласно формуле (4.4) равно

$$\frac{\sigma^i}{4\pi\sigma_T} = a^2 \left[1 + \frac{1}{2(a^2-1)} + \frac{1-2a^2}{4a} \ln \frac{a+1}{a-1} \right]. \quad (4.7)$$

В пределе длинных волн и малых скоростей частицы ($k_0 \ll \omega_L/2u$) из формулы (4.7) получим

$$\sigma^i = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{eq}{mc^2} \right)^2. \quad (4.8)$$

В этом случае рассеяние происходит так же, как и на точечной частице, осциллирующей в поле падающей волны с амплитудой ($eE_0/m\omega_0^2$).

3. Сделаем несколько пояснений о рассеянии под малыми углами. Если $\theta < v_{Ti}/u$, то выражения (4.1) несправедливы и дифференциальное сечение с точностью до малых членов порядка u/c определяется формулой (2.1). Отсюда следует, в частности, что при $\theta = 0$ и $\varphi = 0$ сечение равно $\frac{1}{\sigma_T} \frac{d\sigma^i}{d\Omega} = \frac{r_D^4}{r_{De}^4} \ll 1$.

Если угол рассеяния заключен в интервале $v_{Ti}/u < \theta < v_{Te}/u$, то для парциальных вкладов ионов и электронов в диэлектрическую проницаемость следует использовать не формулы (4.1), а формулы (3.2). При этом становится возможным рассеяние на ионно-звуковых волнах. Выражение для дифференциального сечения в этом случае легко найти. Укажем условия, когда сечение рассеяния на ионно-звуковых волнах несущественно. Для этого определим максимальное значение для сечения, которое оно достигает при угле, определяемом формулой (3.4), и сравним его с максимальным сечением рассеяния на ленгмюровских волнах. В результате получим, что для длинных волн ($u/v_{Te} > k_0 r_{De}$) рассеянием на ионно-звуковых волнах можно пренебречь. Наоборот, в случае коротких волн ($1 < u/v_{Te} \ll k_0 r_{De}$) рассеяние происходит в основном на ионном звуке и для быстрой частицы. При этом рассеянное излучение направлено вперед и полное сечение определяется формулой (3.10).

Б. Трансформация на быстрой частице.

Рассмотрим теперь трансформацию волн на частице, которая движется со скоростью больше тепловой скорости электронов плазмы ($u > v_{Te}$). Из условия равенства нулю аргумента дельта-функции в формуле (1.21) находим волновые числа трансформированных волн

$$k' = \frac{-\omega_0 \pm \omega_{Le}}{u \cos \theta}. \quad (4.9)$$

Подставим соотношения (4.1) в дифференциальный коэффициент трансформации (1.21) и проведем интегрирование по k' , используя формулу (4.9). В результате получим, что коэффициент трансформации особенно велик при $\omega_0 \sim 2\omega_L$ и равен

$$\frac{d\sigma^i}{d\Omega} = \frac{1}{16} \left(\frac{qe}{m v_{Te}^2} \right)^2 \frac{2\omega_{Le} v_{Te}^4}{k_0 c^3 u^3} \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{|\cos \theta| \cos^2 \theta} \left\{ \frac{1}{64} + \cos^4 \theta \left[\left(\frac{2\Delta}{\omega_{Le}} \cos^2 \theta - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - 3 \frac{v_{Te}^2}{u^2} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{u^3}{v_{Te}^3} \cos^5 \theta \exp \left(-\frac{u^2 \cos^2 \theta}{2v_{Te}^2} \right) + \frac{v}{\omega_{Le}} \cos^2 \theta \right)^{-1} \right] \right\}, \quad (4.10)$$

где $\Delta = \omega_0 - 2\omega_{Le} \ll 1$. В области $(3v_{Te}^2 \omega_{Le}/2u^2) < \Delta < 1$ коэффициент трансформации имеет максимум при угле $\cos \theta_0 = \frac{\sqrt{3} v_{Te}}{u} \left(\frac{\omega_{Le}}{2\Delta} \right)^{1/2} < 1$.

Для получения полного коэффициента трансформации воспользуемся общим выражением (1.20) и всю область интегрирования по θ разделим на три части. В интервале углов $\theta < \cos \theta < v_{Ti}/u$ для парциальных диэлектрических проницаемостей воспользуемся теми же выражениями, что и в случае неподвижной частицы. В интервале $v_{Ti}/u < \cos \theta < v_{Te}/u$ используем формулы (3.1), и, наконец, в интервале $\cos \theta > v_{Te}/u$ — соотношения (4.1). В результате для полного коэффициента трансформации при $\omega_0 \sim 2\omega_L$ получим

$$\sigma^i = \frac{2\pi\omega_{Le}}{3\sqrt{3} k_0 c} \left(\frac{qe}{m v_{Te}^2} \right)^2 \left\{ \frac{k_0 r_{De}}{(1+r_D^2/r_{De}^2)^2} \left[\frac{v_{Te}}{u} - \frac{v_{Ti}}{u} \left(1 - \frac{r_D^4}{r_{De}^4} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{27\sqrt{3} v_{Te}^2}{16 \cdot 64 uc} + \frac{3\sqrt{3} v_{Te}^2 \pi}{16 uc \left[\sqrt{8\pi} \left(\frac{\omega_{Le}}{\Delta} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{3}{4} \frac{\omega_{Le}}{\Delta} \right) + \frac{v \Delta u^2}{\omega_{Le}^2 v_{Te}^2} \right]} \right\}. \quad (4.11)$$

Последнее слагаемое в формуле (4.11) при достаточно малых Δ является наибольшим и описывает трансформацию на излучаемых частицей ленгмюровских волнах.

Если частота внешней волны близка к ленгмюровской частоте, то трансформация на ленгмюровских волнах мала и определяющее значение имеет трансформация на ионно-звуковых волнах.

Нужно отметить, что при выводе формул (1.6), (1.7) не учитывалось затухание трансформированных волн, но учитывалось затухание продольных волн, возбуждаемых частицей. Применительно к трансформации на ленгмюровских волнах последовательный учет затухания может привести к появлению численных коэффициентов в формулах (4.4), (4.11).

Проведенное рассмотрение показало, что рассеяние и трансформация электромагнитных волн в плазме на тяжелых частицах обладают рядом интересных особенностей. Покоящаяся частица волны с длиной больше дебаевского радиуса рассеивает как точечный заряд, осциллирующий в поле волны с амплитудой, зависящей от температуры плазмы. Волны с длиной меньше дебаевского радиуса покоящаяся частица рассеивает преимущественно вперед. Длинноволновые поперечные волны с частотой порядка плазменной на покоящейся частице трансформи-

руются в коротковолновые продольные ленгмюровские волны (эффект, обратный «переходному рассеянию»).

Движение частицы приводит не только к смещению частоты рассеянных и трансформированных волн, но и к существенному возрастанию интенсивности. При этом рассеяние и трансформация в основном происходят на возбуждаемых частицей в плазме продольных волнах (ионно-звуковых или ленгмюровских) в узком конусе углов. В зависимости от скорости частицы рассеяние может происходить как вперед, так и назад.

Наиболее отчетливо эти особенности могут, видимо, проявиться при рассеянии и трансформации электромагнитных волн на достаточно малых макроскопических телах. Так, например, сферическое тело радиуса r_0 , помещенное в плазму с температурой T , приобретает заряд $q \approx r_0(T/e)$ [16]. Если это тело движется в плазме со скоростью $u > v_T$ (или плазма движется относительно покоящегося тела с такой скоростью), то сечение рассеяния определяется формулой (3.10) и приближенно равно $\sigma^t \approx (2\pi)^{3/2} (e^2/mc^2)^2 \sqrt{\frac{m_i}{m}} \left(\frac{r_0 T}{e^2}\right)^2$. При $T = 1$ эВ, $r_0 = 10^{-2}$ см, $m_i/m = 2 \cdot 10^3$, $\sigma = 10^{-13}$ см². Если наблюдать рассеянное излучение из объема в 1 см³, то следует сравнить полученное сечение с полным сечением рассеяния единицей объема плазмы из-за тепловых флуктуаций $\Sigma^t = \frac{8\pi}{3} N \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2$, где N — концентрация частиц плазмы*.

При $N = 10^{10}$ см⁻³, $\Sigma^t = 6 \cdot 10^{-16}$ см⁻¹ и полная интенсивность рассеяния на одной макроскопической частице более чем на два порядка превосходит тепловое рассеяние. Очевидно, что при этом для определенных углов отличие в интенсивностях будет еще более значительным.

В этих же условиях коэффициент трансформации, определяемый формулой (3.14), приближенно равен

$$\sigma^t \approx \frac{\pi \sqrt{\pi}}{3 \sqrt{6}} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \left(\frac{r_0 T}{e^2}\right)^2 \sqrt{\frac{m_i}{m}} \left(\frac{c}{v_{Te}}\right)^3 \approx 10^{-6} \text{ см}^{-1}.$$

Сравним это значение с полным коэффициентом трансформации в единице объема плазмы из-за тепловых флуктуаций, который равен [2]

$$\Sigma^t = N \left(\frac{e^2}{mv_{Te}^2}\right)^2 \frac{v_{Te}}{c}, \quad \text{где } N \text{ — концентрация частиц плазмы. При}$$

$N = 10^{10}$ см⁻³ имеем $\Sigma^t \sim 10^{-7}$ см⁻¹. Таким образом, трансформация волн на одной малой макроскопической частице может существенно превосходить трансформацию волн на тепловых флуктуациях в одном кубическом сантиметре плазмы.

Заметим, что по существу рассмотренные нами вопросы примыкают к исследовавшимся во многих работах задачам о рассеянии электромагнитных волн на следе тела, движущегося в приземной плазме (см., например, [17]).

В заключение выражаем благодарность Л. М. Аносовой за проведение численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Бекефи, Радиационные процессы в плазме, изд. Мир, М., 1971.
2. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, Электродинамика плазмы, изд. Наука, М., 1974.

* Объем, в котором проявляется поле частицы и происходит рассеяние, определяется длиной затухания ионно-звуковых волн и приближенно равен $(m/m_i)^{3/2} k_0^{-3}$.

3. В. Н. Цытович, *Нелинейные эффекты в плазме*, изд. Наука, М., 1967.
4. К. А. Барсуков, Б. М. Болотовский, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, 7, № 2, 291 (1964).
5. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *ЖЭТФ*, 65, 1848 (1973).
6. В. Л. Гинзбург, *Природа*, № 8 (1975).
7. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, *Проблемы нелинейной оптики*, изд. ВИНТИ, 1964.
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, изд. Наука, М., 1966.
9. А. А. Гринберг, Н. И. Крамер, *ФТТ*, 10, 582 (1968).
10. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, *Труды ФИАН*, 61, 42 (1972).
11. Л. М. Горбунов, *ЖЭТФ*, 55, 2298 (1968).
12. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред*, Атомиздат, М., 1961.
13. Г. Ван де Хюльт, *Рассеяние света малыми частицами*, ИЛ, М., 1961.
14. Ю. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, *ФТТ*, 14, 741 (1972).
15. Г. Г. Матевосян, *Кр. сообщения по физике, ФИАН*, 12, 29 (1973).
16. О. В. Козлов, *Электрический зонд в плазме*, Атомиздат, М., 1969.
17. Я. Л. Альперт, *Волны и искусственные тела в приземной плазме*, изд. Наука, М., 1974.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
10 февраля 1975 г.
после объединения
20 ноября 1975 г.

SCATTERING AND TRANSFORMATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY IMMOVABLE AND MOVING HEAVY CHARGED PARTICLE IN PLASMA

L. M. Gorbunov, G. G. Matevosyan

The scattering and transformation of electromagnetic waves by an immovable and moving heavy charged particle in plasma are considered. It is shown that in the definite direction due to collective effects, the intensity of scattered and transformed emission is essentially increased.
