

УДК 621.371.25

АДИАБАТИЧЕСКИЕ МОДЫ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН В ГОРИЗОНТАЛЬНО НЕОДНОРОДНОЙ ИОНОСФЕРЕ

Н. Д. Борисов, А. В. Гуревич

Разработаны методы построения адиабатических мод, служащих для определения полей в волноводах с плавно меняющимися параметрами. Изучается распространение пакета из этих мод в ионосферных волноводных каналах при учете горизонтальной неоднородности последних.

Как известно, реальная ионосфера не является сферически симметричной. Концентрация заряженных частиц в ней на заданной высоте z сильно меняется при переходе от дневной стороны к ночной или от полярной к среднеширотной и экваториальной зонам. И хотя это изменение в горизонтальном направлении x происходит медленно по сравнению с высотным изменением

$$\beta = \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right| \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right| \sim 10^{-2} \ll 1, \quad (1)$$

влияние его оказывается весьма существенным не только на сверхдальних, но даже и на одно-двухскачковых трассах.

В [1] проводилось общее исследование волнового подхода к теории распространения коротких радиоволн в горизонтально неоднородной ионосфере. Было показано, что система мод ионосферного волновода должна сразу строиться с учетом горизонтальной неоднородности ионосферы. Такие моды, названные адиабатическими, весьма точно учитывают неоднородную структуру ионосферного волновода. Они практически не перепутываются при распространении коротких радиоволн не только на односкачковой, но даже и на сверхдальней трассе. Это означает, что, построив систему адиабатических мод, нетрудно найти распределение поля радиоволн в виде суперпозиции этих мод на любом расстоянии от излучателя.

Цель настоящей работы — в разработке конкретных методов определения адиабатических мод для горизонтально неоднородной ионосферы. В разд. 2, 3 найдены адиабатические моды для некоторых модельных зависимостей диэлектрической проницаемости от горизонтальной координаты. В разд. 4 развивается общий метод для произвольных плавно меняющихся ионосферных волноводов. Этот метод, однако, несправедлив для низко лежащих мод, но в сочетании с подходом, развитым в разд 2, он позволяет полностью решить задачу построения адиабатических мод. В разд. 5 с помощью адиабатических мод рассматривается конкретный пример распространения пакета волн на односкачковой трассе.

1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как показано в [1], в низшем по β приближении поле волны, распространяющейся в волноводном канале, описывается обычным волновым уравнением для скалярного потенциала A :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + K_0^2 \varepsilon(z, x) A = 0. \quad (2)$$

Здесь $K_0 = \omega/c$, ω — частота волны, c — скорость света, $\varepsilon = 1 + \frac{2z}{R_0} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$, ω_0 — электронная плазменная частота, R_0 — радиус Земли. В случае сферически симметричной ионосферы $\varepsilon = \varepsilon(z)$ уравнение (2) исследовано достаточно подробно (см., например, [2, 3]). Его решения находятся методом разделения переменных и представляют собой набор нормальных мод.

Построение системы аналогичных независимых решений уравнения (2) в общем случае является весьма сложной задачей. Подход к ее решению в настоящей работе существенно использует малость ряда параметров в условиях реальной ионосферы. Мы будем искать частные решения уравнения (2) в виде, выделяющем наиболее сильную зависимость от продольной координаты:

$$A = \frac{\Phi(z, x)}{\sqrt{K}} \exp(i \int K dx).$$

Здесь $K = K(x)$ — продольное волновое число, которое в силу малой глубины ионосферного волновода близко к $K_0 = \omega/c$. Поскольку характерный размер продольной неоднородности — порядка R_0 — весьма велик, $(K_0 R_0)^{-1} \ll 1$, то для нахождения функции $\Phi(z, x)$ можно воспользоваться параболическим уравнением

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + (K_0^2 \varepsilon - K^2) \Phi + i2K \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Заметим, что если пренебречь в (3) членом $i2K \frac{\partial \Phi}{\partial x}$, то получим уравнение, которое при $\varepsilon = \varepsilon(z)$ определяет систему нормальных мод сферически симметричного волновода [2, 3]:

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} + (K_0^2 \varepsilon - K^2) \Phi = 0. \quad (4)$$

В случае, когда $\varepsilon = \varepsilon(z, x)$, собственные функции уравнения (4) назовем условно квазисферически симметричными модами. Как показано в [1], они не учитывают достаточно полно продольную неоднородность ионосферы; существенную роль в (3) играет и член $i2K \frac{\partial \Phi}{\partial x}$.

Систему независимых решений уравнения (3) — адиабатические моды — мы будем строить путем разложения по малому параметру адиабатичности:

$$a = - \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_1}^z p dz, \quad (5)$$

где $p = (K_0^2 \varepsilon - K^2)^{1/2}$, z_1 — точка поворота: $p(z_1) = 0$. Для конкретных условий можно избрать разные пути решения этой задачи (см. разд. 2, 3 и разд. 4), однако суть метода остается неизменной. Отметим, что в случае волновода произвольной формы для построения решения существенно наличие большого числа мод в канале, что позволяет использовать ВКБ-приближение.

2. ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРНОГО ВОЛНОВОДА

Рассмотрим волну, распространяющуюся вдоль оси x в волноводном канале, профиль которого меняется по параболическому закону [4]

$$\varepsilon(z, x) = \varepsilon_m(x) - \frac{1}{2} \varepsilon''(x) (z - z_0(x))^2. \quad (6)$$

Вблизи дна любой канал можно считать параболическим, так что для низших возбужденных мод выбранная модель всегда справедлива. Эта модель отражает основные особенности ионосферных каналов [5]: изменение вдоль трассы высоты, на которой лежит канал $z_0 = z_0(x)$ и его формы $\varepsilon'' = \varepsilon''(x)$.

Перейдем к решению уравнения (2) в случае параболического канала. При этом мы учтем члены с малыми продольными градиентами в волновом уравнении. Такой учет можно произвести приближенно, находя криволинейные координаты, в которых уравнение решается методом разделения переменных. Иначе говоря, в новых координатах функция ε должна распадаться на две части, каждая из которых зависит лишь от одной из координат. Этот способ решения, очевидно, годится лишь для некоторых модельных задач.

Введем новые переменные

$$\zeta = \frac{z - z_0}{\rho}, \quad \xi = x + \alpha_1 F + \alpha_2 f, \quad (7)$$

где $\rho(x) = \left(\frac{\varepsilon''}{2K_0^2}\right)^{-1/4}$, $\alpha_1 = \frac{dz_0}{dx}$, $\alpha_2 = \frac{d\rho}{dx}$, F и f — некоторые функции координат, определяемые в дальнейшем из условия ортогональности ζ , ξ . Малые параметры α_1 и α_2 согласно [4] имеют следующие порядки величин: $\alpha_1 \sim 10^{-2}$, $\alpha_2 \sim 10^{-5}$. Потребуем, чтобы координаты ζ и ξ были ортогональны с точностью до членов порядка α_1^2 и α_2 . Для этого найдем с помощью (7) квадрат элемента длины в новых координатах

$$(dz)^2 + (dx)^2 = g_{\mu\nu} d\eta^\mu d\eta^\nu \quad (8)$$

и выберем функции F и f так, чтобы недиагональные компоненты тензора $g_{\mu\nu}$ обратились в нуль. В результате получим

$$g = \det g_{\mu\nu} = \left(1 - 2 \frac{d\alpha_1}{dx} \rho \zeta\right) \rho^2, \quad F = \rho \zeta, \quad f = \frac{1}{2} \rho \zeta^2. \quad (9)$$

Используя выражение для оператора Лапласа в криволинейных координатах $\Delta = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial \eta^\mu} \left[\sqrt{g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial \eta^\nu} \right]$, перепишем уравнение (2) в координатах ζ , ξ :

$$\begin{aligned} & \left(1 + \alpha_1^2 + \rho \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta\right) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\left(1 - \rho \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta\right) \frac{\partial A}{\partial \zeta} \right] + \left(1 + \rho \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta\right) \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(1 - \alpha_1^2 + \rho \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta\right) \rho^2 \frac{\partial A}{\partial \xi} \right] + [\rho^2 K_0^2 \varepsilon_m(\xi) - \zeta^2] A = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Будем искать решение уравнения (10) в виде

$$A(\zeta, \xi) = \frac{\Phi(\zeta, \xi)}{\sqrt{K}} \exp\left(i \int^\xi K d\xi\right).$$

Для функции Φ получим приближенное уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} + \left\{ \rho^2 [K_0^2 \varepsilon_m - (1 - \alpha_1^2) K^2] - \zeta^2 - 2K_0^2 \rho^3 \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta \right\} \Phi + i 2K \rho^{3/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \rho^{1/2} \Phi = 0. \quad (11)$$

Для простоты положим вначале $\rho^3 \frac{d\alpha_1}{dx} = \text{const}$. При этом видно, что для потенциала A существует набор линейно-независимых решений

$$A_n = \frac{\Psi_n(\zeta)}{\sqrt{K_n \rho}} \exp(i \int K_n d\xi), \quad (12)$$

причем функции Ψ_n , удовлетворяющие уравнению

$$\frac{d^2 \Psi_n}{d\zeta^2} + \left[E_n - \left(\zeta^2 + 2K_0^2 \rho^3 \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta \right) \right] \Psi_n = 0,$$

выражаются через полиномы Эрмита H_n :

$$\Psi_n = \frac{1}{(\sqrt{\pi} 2^n n!)^{1/2}} H_n \left(\zeta + K_0^2 \rho^3 \frac{d\alpha_1}{dx} \right) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\zeta + K_0^2 \rho^3 \frac{d\alpha_1}{dx} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

При больших n для решений уравнения (13) можно использовать геометрикооптическое приближение.

Волновое число K_n связано с собственным значением $E_n = 2n + 1 - \left(K_0^2 \rho^3 \frac{d\alpha_1}{dx} \right)^2$ соотношением

$$K_n^2 = (K_0^2 \varepsilon_m - \rho^{-2} E_n) (1 + \alpha_1^2). \quad (14)$$

Общее решение уравнения (2) представляет собой суперпозицию частных решений (12):

$$A = \sum_n c_n \frac{\Psi_n}{\sqrt{K_n \rho}} \exp(i \int K_n d\xi), \quad (15)$$

где c_n — постоянные коэффициенты, а функции Ψ_n удовлетворяют условию ортогональности $\int \Psi_n^* \Psi_m d\zeta = \delta_{nm}$. Нетрудно убедиться, что построенные решения (12), (15) с принятой нами точностью справедливы и в общем случае, когда $\rho^3 \frac{d\alpha_1}{dx}$ медленно меняется вдоль оси x^* .

3. МОДЕЛЬ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ ИОНОСФЕРНОГО ВОЛНОВОДА

В ионосфере в зависимости от частоты волны могут существовать несколько типов волноводных каналов, лежащих на различной высоте (см. [5]). Их профиль, вообще говоря, весьма сильно отличается от параболического. Так, вблизи Земли, где мала концентрация заряженных частиц, функция $\varepsilon(z, x)$ меняется с высотой линейно: $\varepsilon(z, x) \approx 1 + 2z/R_0$ (см. [4, 5]). На частотах $f > j_{\text{МПЧЕ}}$ этой функцией определяется потенциальный барьер для волны в области малых z . Поэтому учет

* Отметим, что для приосевой области волновода близкие вопросы рассматривались в [6] другим способом.

реальной зависимости $\varepsilon(z, x)$ весьма важен при исследовании эффектов просачивания волны из ионосферы на Землю и наоборот. Введем модель ионосферного волновода следующим образом. Рассмотрим функцию $f(z)$, которая соответствует реальному профилю ионосферного волновода, т. е. при малых значениях аргумента ведет себя как $1 + 2z/R_0$, а при больших z имеет один, два или более максимумов (см. рис. 1).

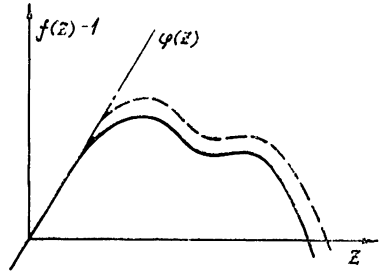


Рис. 1. Профиль ионосферного волновода в некотором сечении $x = x_0$ и его изменение вдоль по трассе (пунктир). Функция $\varphi(z) = 2z/R_0$ определяет профиль волновода вблизи Земли.

Зависимость ε от продольной координаты будем учитывать в рамках модели

$$\varepsilon(z, x) = f(z - z_0(x)) + \frac{2z_0(x)}{R_0} \quad (16)$$

при условии, что $\frac{dz_0}{dx} = \alpha_1$ — малая величина. Вблизи Земли функция (16) меняется линейно. С ростом $z_0(x) > 0$ происходит расширение и углубление волновода, в обратном случае — уменьшение глубины и сжатие. Подобно тому, как делалось в предыдущем разделе, введем координаты $\zeta = z - z_0$, $\xi = x + \alpha_1(z - z_0)$, ортогональные с точностью α_1^2 . В этих координатах $\varepsilon(z, x) = f(\zeta) + \gamma(\xi)$, где $\gamma = 2z_0/R_0 \sim \alpha_1$. Поступая далее, как в разд. 2, получим уравнение, аналогичное (11):

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2} + \left[K_0^2 \left(f(\zeta) - 2 \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta \right) + K_0^2 \gamma - K^2 (1 - \alpha_1^2) \right] \Phi + i2K \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = 0. \quad (17)$$

С помощью (17) находим частные решения для A в виде $A_n = \frac{\Phi_n}{\sqrt{K_n}} \times \exp(i \int^{\xi} K_n d\xi)$, причем функция Φ_n удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 \Phi_n}{d\zeta^2} + \left[K_0^2 \left(f(\zeta) - 2 \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta \right) - \bar{K}_n^2 \right] \Phi_n = 0, \quad (18)$$

а продольное волновое число K_n связано с собственным значением уравнения (18) соотношением

$$K_n^2 = (\bar{K}_n^2 + K_0^2 \gamma) (1 + \alpha_1^2). \quad (19)$$

Пусть в канале возбуждены бегущие волны одинаковой амплитуды A_0 с номерами мод $|n - n_0| \leq \Delta N$. Потенциал A в этом случае при больших n в геометрооптическом приближении имеет вид (см. [3])

$$A(\zeta, \xi) = \frac{a(\zeta, \xi)}{(K_{n_0} P_{n_0})^{1/2}} \exp \left[i \left(\int^{\zeta} P_{n_0} d\zeta + \int^{\xi} K_{n_0} d\xi - \frac{\pi}{4} \right) \right], \quad (20)$$

где

$$a(\zeta, \xi) = A_0 \sum_{-\Delta N}^{+\Delta N} \exp \left[i \frac{d}{dn} \left(\int^{\zeta} P_n d\zeta + \int^{\xi} K_n d\xi \right)_{n_0} \Delta n \right]; \quad (21)$$

$$P_n^2 = K_n^2 \left(f(\zeta) - 2 \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta \right) - \bar{K}_n^2. \quad (22)$$

На больших расстояниях от источника существует волна с фронтами равных фаз

$$S = \int P_{n_0} d\zeta + \int K_{n_0} d\xi. \quad (23)$$

Направление распространения волны определяется выражением

$$\frac{d}{dn} \left(\int P_n d\zeta + \int K_n d\xi \right) \Big|_{n=n_0} = 0, \quad (24)$$

откуда находим лучевую траекторию

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{P_{n_0}}{K_{n_0}} (1 + \alpha_1^2). \quad (25)$$

Рассмотренная в настоящем разделе модель используется в разд. 5 для расчета некоторых характеристик поля на односкачковой трассе с помощью адиабатических мод.

4. ПОСТРОЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Использованный выше метод замены координат в случае произвольного волновода позволяет найти адиабатические моды лишь вблизи дна канала. Для построения мод с большими номерами $n \gg 1$ в реальных ионосферных волноводах обратимся к параболическому уравнению (3) в обычных координатах z, x . Будем искать квазиклассические решения этого уравнения в виде комбинации

$$\Psi = (A \cos S + B \sin S) e^{i\varphi}. \quad (26)$$

Подставляя (26) в уравнение (3) и разделяя действительную и мнимую части, получим систему уравнений для определения A, B, S, φ . В случае сферически симметричной ионосферы система этих уравнений сводится к обычной квазиклассической:

$$\begin{aligned} -A \left(\frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 + p^2 A + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} &= 0, \\ -A \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial S}{\partial z} &= 0, \quad B = 0, \quad \varphi = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

При наличии слабой горизонтальной неоднородности будем считать, что отдельные члены этих уравнений имеют следующие порядки малости:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \sim \alpha K, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} \sim \alpha^2 K, \quad \frac{\partial A}{\partial x} \sim \frac{A}{R_0} \sim \alpha^2 p A \quad (28)$$

(α — параметр адиабатичности, введенный в разд. 1 и совпадающий с α_1 для модели разд. 3).

В нулевом приближении по α имеем снова систему (27), из которой следует $\frac{\partial S}{\partial z} = \pm p$, $A = a(x)/\sqrt{p}$, где a — пока произвольная

функция x . В следующем приближении появляется третье уравнение, служащее для нахождения фазы φ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial S}{\partial z} + iK \frac{\partial S}{\partial x} = 0. \quad (29)$$

Решение этого уравнения, $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\alpha K$, позволяет определить набег фазы, связанный с продольной неоднородностью канала. Наконец, в приближении с точностью до α^2 необходимо включить поправки к эйконалу в первом уравнении (27)

$$\left[-\left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 + p^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 - 2K \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] A + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = 0, \quad (30)$$

а также удовлетворить еще одному уравнению, содержащему члены, пропорциональные α^2 , и найти коэффициент $B(z, x)$. Мы, однако, не будем приводить явный вид $B(z, x)$, поскольку более важным для нас является поправка к фазе.

Учтем теперь, что исходное уравнение (3) сохраняет нормировку решения $\frac{\partial}{\partial x} \int dz |\Psi|^2 = 0$. В соответствии с этим положим $a(x) = \left(\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{p} \right)^{-1}$, где z_1 и z_2 — точки поворота*. Таким образом, частные решения параболического уравнения с точностью до α имеют вид

$$\Psi_n = \frac{a_n(x)}{p_n^{1/2}} \cos \left(\int_{z_1}^z p_n dz - \frac{\pi}{4} \right) \exp \left(-iK_n \int_{z^*}^z dz' \frac{1}{p_n} \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_1}^{z'} dz'' p_n \right), \quad (31)$$

причем собственные волновые числа K_n удовлетворяют условию

$$\int_{z_1}^{z_2} dz (K_0^2 \varepsilon - K_n^2)^{1/2} = \pi \left(n + \frac{1}{2} \right).$$

Применим полученные в настоящем разделе результаты к моделям волноводов, рассмотренным в разд. 2, 3. Можно убедиться, что для этих моделей коэффициент $B(z, x) = 0$, а фазовые поправки, определяемые уравнениями (29), (30), в точности совпадают с найденными в предыдущих разделах. В результате видно, что в обоих способах с одинаковой точностью определяются фаза и собственные волновые числа.

Таким образом, для мод с большими номерами удается построить квазиклассическое решение. Для низко лежащих мод, когда неприменимо квазиклассическое приближение, профиль канала можно считать параболическим и решить задачу с помощью перехода к новым координатам.

5. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АДАБАТИЧЕСКИХ МОД ДЛЯ РАСЧЕТА ОДНОСКАЧКОВОЙ ТРАССЫ

Обратимся к модели волновода, рассмотренной в разд. 3. С ее помощью продемонстрируем возможности метода адиабатических мод на примере односкачковой трассы. Пусть в канале возбуждена система мод

* Отметим что в условиях ионосферы коэффициент $a(x)$ слабо меняется даже на сверхдальних трассах.

(20). Для малых отклонений от направления распространения (25) амплитуду $a(\zeta, \xi)$ можно представить в следующем виде:

$$a(\zeta, \xi) = 2A_0 \frac{\sin \left[\frac{d}{dn} \left(\int P_n d\zeta + \int K_n d\xi \right) \Big|_{n=n_0} \Delta N \right]}{\frac{d}{dn} \left(\int P_n d\zeta + \int K_n d\xi \right) \Big|_{n=n_0}}. \quad (32)$$

Осциллирующая функция $a(\zeta, \xi)$ при любом $\zeta = \zeta_0$ имеет максимум по ξ в точке $\xi = \xi_0$, определяемый условием (25): $a(\zeta_0, \xi_0) = 2A_0 \Delta N$. При небольшом отклонении от ξ_0 на величину $\Delta\xi$ функция $a(\zeta_0, \xi_0 \pm \Delta\xi)$ обращается в нуль. Величина $\Delta\xi$ находится из (32):

$$\Delta\xi = \frac{\pi}{\Delta N} \left| \left(\frac{dK_n}{dn} \right)^{-1} \Big|_{n=n_0} \right|. \quad (33)$$

Используя квазиклассическое соотношение

$$\int_{\zeta_1}^{\zeta_2} \left\{ K_0^2 \left[f(\zeta) - 2 \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta \right] - \bar{K}_n^2 \right\}^{1/2} = \pi \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (34)$$

найдем приближенно размер освещенной области:

$$\Delta l = 2 \Delta\xi = \frac{2 - \alpha_1^2}{\Delta N} \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} d\zeta \frac{(\bar{K}_{n0}^2 + K_0^2 \gamma)^{1/2}}{\left[K_0^2 \left(f(\zeta) - 2 \frac{d\alpha_1}{dx} \zeta \right) - K_{n0}^2 \right]^{1/2}} \quad (35)$$

(здесь ζ_1, ζ_2 — точки поворота).

Отметим, что если ввести пакет мод квазисферически симметричного волновода и пренебречь их взаимодействием на трассе, то для освещенной области можно получить результат типа (35), в котором отсутствуют члены порядка $\alpha_1^2, \frac{d\alpha_1}{dx}$. В модели сферически симметричной ионосферы результат отличается от полученного здесь еще больше (отличие порядка α_1).

Перейдем к определению набега фазы на односкачковой трассе. Полную фазу представим в виде $S = S_1 + \Delta S$, где S_1 — фаза для квазисферически симметричной моды, а

$$\Delta S = \int_{\xi_1}^{\xi_2} K_{n0} d\xi - \int_{x_1}^{x_2} k_{n0} dx \quad (36)$$

(k_{n0} — волновое число для квазисферической моды). С помощью квазиклассических соотношений типа (34) можно оценить разность собственных чисел

$$\bar{K}_{n0} - \bar{k}_{n0} = -K_0 \frac{d\alpha_1}{dx} \langle \zeta \rangle, \quad (37)$$

где $\langle \zeta \rangle$ — характерное значение координаты ζ в канале.

Дальнейший расчет приведем для конкретной модели волновода $f(\zeta) = 1 + \frac{2\zeta}{R_0} - \left(\frac{\zeta}{\zeta_0} \right)^2$. В этом случае выражение (37) имеет вид

$$\bar{K}_{n_0} - \bar{k}_{n_0} = -K_0 \frac{d\alpha_1 \zeta_0^2}{dx R_0} \quad (38)$$

и, следовательно, $K_{n_0} = \left(1 + \frac{\alpha_1^2}{2} - \frac{d\alpha_1 \zeta_0^2}{dx R_0}\right) k_{n_0}$. Определяя расстояние, на котором происходит скачок, с помощью (25) находим

$$\Delta S = -2\pi \frac{d\alpha_1 K_0 \zeta_0^3}{dx R_0} \quad (39)$$

Из (39) следует, что при $K_0 \sim (2 \div 4) \cdot 10^2 \text{ км}^{-1}$, $\zeta_0 \sim (5 \div 7) \cdot 10^2 \text{ км}$ разность фаз ΔS составляет $\Delta S \sim 10^2$. Ясно, что после n скачков разность фаз возрастает в n раз.

Оценим теперь поле, которое регистрируется на Земле в случае $f > f_{\text{МПЧЕ}}$ на расстоянии одного скачка. Будем считать, что $\alpha_1 > 0$. Это означает, что вдоль по трассе канал поднимается над Землей и поле в области приема ослаблено из-за наличия барьера. Пусть для простоты в канале возбуждена одна мода. Тогда поле вблизи Земли определяется выражением

$$A = \exp\left(i \int^x K_x dx\right) \frac{P_n(z)}{\sqrt{K_n}}, \quad (40)$$

где $P_n(z)$ — фактор ослабления равный $P_n \approx \exp\left[-\frac{2}{3} K_0 \sqrt{\frac{2}{R_0}} (z_0 + \zeta_n - z)^{3/2}\right]$, ζ_n — точка поворота в системе координат ζ, ξ . Выразим теперь результат (40) через параметры n -й моды квазисферически симметричного волновода. Представим фактор ослабления в виде

$$P_n(z) = \tilde{P}_n(z) \Delta, \quad (41)$$

где

$$\tilde{P}_n(z) = \exp\left[-\frac{2}{3} K_0 \sqrt{\frac{2}{R_0}} (z_0 + z_n - z)^{3/2}\right],$$

$$\Delta \approx \exp\left[-K_0 \sqrt{\frac{2}{R_0}} (z_0 + z_n)^{1/2} \delta\zeta\right],$$

$\delta\zeta = \zeta_n - z_n$ — смещение точки поворота одной моды относительно другой.

Для рассматриваемой модели смещение $\delta\zeta = -\frac{d\alpha_1 \zeta_0^2}{dx}$ может составлять $\delta\zeta \sim 0,2 \div 0,5 \text{ км}$. Поэтому для коротких волн различие в коэффициентах ослабления на Земле $\Delta = \frac{P(z=0)}{p(z=0)}$ достигает одного-двух порядков.

Таким образом, построена система адиабатических мод, с помощью которых можно изучать волновые эффекты при распространении и захвате коротких радиоволн в ионосферных волновых каналах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Д. Борисов, А. В. Гуревич, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 19, № 9, 1275 (1976).
2. Н. Времер, Terrestrial Radio Waves, Els. Publ. Comp., Amsterdam, 1949.
3. П. Е. Краснушкин, Метод нормальных мод в применении к проблеме дальних радиосвязей, изд. МГУ, М., 1947.

4. А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрономия, 11, № 6, 961 (1971).
5. Е. Е. Цедиллина, И. А. Тушенцова, Д. И. Фищук, Геомагнетизм и аэрономия, 15, № 1, 78 (1975).
6. В. С. Булдырев, Проблемы математической физики, изд. ЛГУ, Л., вып. 3, 5 (1968).

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию
2 февраля 1976 г.,
после доработки
4 октября 1976 г.

ADIABATIC MODES OF SHORT RADIO WAVES IN HORIZONTALLY- INHOMOGENEOUS IONOSPHERE

N. D. Borisov, A. V. Gurevich

Methods of constricting of adiabatic modes to determine the fields in waveguides with smoothly varying parameters are developed. The propagation of packet, consisting of these modes, in ionospheric waveguide channels is studied with taking into account a horizontal inhomogeneity of the latter.
