

УДК 538.574.6

## ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА КЛИНЕ С МНОГОСЛОЙНЫМ ПОГЛОЩАЮЩИМ ПОКРЫТИЕМ

*E. N. Васильев, B. B. Солодухов*

Рассмотрена задача дифракции электромагнитных волн на клине (диэлектрическом или идеально проводящем) с многослойным поглощающим покрытием. Задача решена численно с помощью системы интегральных уравнений, составленных относительно плотностей поверхностных электрических и магнитных токов. Кратко излагается метод решения. Основное внимание уделено обсуждению результатов расчетов зависимости амплитуды рассеянного клином поля от параметров покрытия и анализу физических явлений, происходящих вблизи ребра многослойного клина при падении на него плоской электромагнитной волны.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Задача дифракции электромагнитных волн на многослойном диэлектрическом теле может быть сведена к системе интегральных уравнений, составленных относительно плотностей поверхностных электрических и магнитных токов, текущих по внешней поверхности тела и по всем границам раздела диэлектриков [1]. В двумерном случае, когда тело представляет собой многослойный диэлектрический цилиндр, а падающая волна распространяется перпендикулярно его оси, соответствующая система интегральных уравнений впервые была получена в [2]. В этой работе первоначально выводятся уравнения для задачи дифракции на нескольких телах. Однако распространение на случай многослойного тела проведено не вполне корректно [3].

Пусть падающая плоская электромагнитная волна имеет единственную составляющую магнитного поля, параллельную ребру клина (ось  $z$  цилиндрической системы координат на рис. 1). Тогда систему интегральных уравнений можно записать в следующем виде [4] (временная зависимость —  $\exp(i\omega t)$ , все линейные размеры умножены на волновое число свободного пространства):

$$\begin{aligned}
 2J_{v_k}^s(v) - 2\delta_k(1)J_{v'}^{s, \pi}(v) = & -\frac{1}{2} \int_{v_{k-1}} \left[ -J_{v_{k-1}}^s(v')f(\theta') \frac{i x_{k-1}}{\rho} \times \right. \\
 & \times H_1^{(2)}(x_{k-1}\rho) + \hat{J}_{z_{k-1}}^s(v') x_{k-1}^2 H_0^{(2)}(x_{k-1}\rho) \Big] dv'_{k-1} - \\
 & - \frac{1}{2} \int_{v_k} \left\{ J_{v_k}^s(v')f(\theta') \frac{i}{\rho} [x_{k-1}H_1^{(2)}(x_{k-1}\rho) - x_kH_1^{(2)}(x_k\rho)] - \right. \\
 & \left. - J_{z_k}^s(v') [x_{k-1}^2 H_0^{(2)}(x_{k-1}\rho) - x_k^2 H_0^{(2)}(x_k\rho)] \right\} dv'_k - 
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \int_{v_{k+1}} \left[ J_{v_{k+1}}^s(v') f(\theta') \frac{i x_k}{\rho} H_1^{(2)}(x_k \rho) - \hat{J}_{z_{k+1}}^m(v') x_k^2 H_0^{(2)}(x_k \rho) \right] dv'_{k+1}; \\
 & (x_{k-1}^2 + x_k^2) \hat{J}_{z_k}^m(v) - 2\delta_k(1) \hat{J}_z^{m,n}(v) = \\
 & = -\frac{1}{2} \int_{v_{k-1}} \left\{ J_{v_{k-1}}^s(v') \left[ H_0^{(2)}(x_{k-1} \rho) x_{k-1}^2 \cos(\theta - \theta') - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\partial^2 H_0^{(2)}(x_{k-1} \rho)}{\partial v_{k-1} \partial v'_{k-1}} \right] - \hat{J}_{z_{k-1}}^m(v') f(\theta) \frac{i x_{k-1}^3}{\rho} H_1^{(2)}(x_{k-1} \rho) \right\} dv'_{k-1} - \\
 & - \frac{1}{2} \int_{v_k} \left\{ -J_{v_k}^s(v') \left[ \cos(\theta - \theta') (x_{k-1}^2 H_0^{(2)}(x_{k-1} \rho) - x_k^2 H_0^{(2)}(x_k \rho)) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\partial^2 (H_0^{(2)}(x_{k-1} \rho) - H_0^{(2)}(x_k \rho))}{\partial v_k \partial v'_k} \right] + \hat{J}_{z_k}^m(v') f(\theta) \frac{i}{\rho} [x_{k-1}^3 H_1^{(2)}(x_{k-1} \rho) - \right. \\
 & \left. - x_k^3 H_1^{(2)}(x_k \rho)] \right\} dv'_k - \frac{1}{2} \int_{v_{k+1}} \left\{ -J_{v_{k+1}}^s(v') \left[ \cos(\theta - \theta') x_k^2 H_0^{(2)}(x_k \rho) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\partial^2 H_0^{(2)}(x_k \rho)}{\partial v_{k+1} \partial v'_{k+1}} \right] + \hat{J}_{z_{k+1}}^m(v') f(\theta) \frac{i x_k^3}{\rho} H_1^{(2)}(x_k \rho) \right\} dv'_{k+1}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 f(\theta) &= (y - y') \sin \theta + (x - x') \cos \theta, \\
 f(\theta') &= (y - y') \sin \theta' + (x - x') \cos \theta', \quad (3)
 \end{aligned}$$

$k = 1, 2, \dots, m$ ,

$$\delta_k(1) = \begin{cases} 1 & (k = 1) \\ 0 & (k \neq 1) \end{cases}. \quad (4)$$

В (1), (2) использованы следующие обозначения:  $v(x, y)$ ,  $v'(x', y')$  — координаты точек наблюдения и интегрирования,  $\rho$  — расстояние между точками  $v$  и  $v'$ ,  $x_k$  — комплексный коэффициент преломления слоя диэлектрика с номером  $k$ , первичные  $J_v^s, \hat{J}_z^{m,n}$  и искомые полные поверхностные токи  $J_v^s, \hat{J}_z^m$  связаны со значениями соответствующих электрических и магнитных полей на границах раздела соотношениями  $J^s = [n \times H]$ ,  $J^m = -[n \times E]$ , где  $n$  — единичный вектор нормали к поверхности в рассматриваемой точке,  $\hat{J}^m = \frac{1}{W} J^m$ , где  $W = 120\pi \text{ Ом}$ . Остальные обозначения и контуры интегрирования ясны из рис. 1. Интегралы по несуществующим границам  $v_0$  и  $v_{m+1}$  полагаются равными нулю.

Система (1), (2) представляет собой систему  $2m$  интегральных уравнений Фредгольма второго рода, где  $m$  — число границ раздела (количество слоев покрытия равно  $m - 1$ ).

В том случае, когда внутренняя граница  $v_m$  металлизирована, как это обычно имеет место на практике, необходимо в интегралах по этой поверхности в (1), (2) перейти к пределу при  $|x_m| \rightarrow \infty$ . Тогда при  $k = m$  вместо двух будем иметь одно уравнение

$$\begin{aligned}
 J_{v_m}^{\circ}(v) = & -\frac{1}{2} \int_{v_{m-1}} \left[ -J_{v_{m-1}}^{\circ}(v') f(\theta') \frac{i x_{m-1}}{\rho} H_1^{(2)}(x_{m-1}\rho) + \right. \\
 & + \left. \hat{J}_{z_{m-1}}^{\circ}(v') x_{m-1}^2 H_0^{(2)}(x_{m-1}\rho) \right] dv'_{m-1} - \frac{1}{2} \int_{v_m} J_{v_m}^{\circ}(v') \times \\
 & \times f(\theta') \frac{i x_{m-1}}{\rho} H_1^{(2)}(x_{m-1}\rho) dv'_m.
 \end{aligned} \quad (5)$$

Порядок системы интегральных уравнений при этом уменьшается на единицу.

Нетрудно видеть, что в частном случае  $m = 1$  система интегральных уравнений (1), (2) переходит в систему уравнений для однородного диэлектрического тела [5].

## 2. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА КЛИНЕ С МНОГОСЛОЙНЫМ ПОГЛОЩАЮЩИМ ПОКРЫТИЕМ

Для удобства изложения метода решения рассматриваемой задачи перепишем систему интегральных уравнений (1), (2) более кратко в матричной форме:

$$\begin{aligned}
 J_k(v) + \frac{1}{2} \int_{v_{k-1}} P_{k-1}(v, v') J_{k-1}(v') dv'_{k-1} + \frac{1}{2} \int_{v_k} P_k(v, v') \times \\
 \times J_k(v') dv'_k + \frac{1}{2} \int_{v_{k+1}} P_{k+1}(v, v') J_{k+1}(v') dv'_{k+1} = \delta_k(1) J_k^{\pi}(v) \\
 (k = 1, 2, \dots, m).
 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь векторы-столбцы токов имеют по две составляющих:

$$J_k(v) = \{J_{v_k}^{\circ}; \hat{J}_{z_k}^{\circ}\}, \quad J_k^{\pi}(v) = \left\{ J_{v_k}^{\circ, \pi}; \frac{2}{1 + x_k^2} \hat{J}_{z_k}^{\circ, \pi} \right\}. \quad (7)$$

Матричное ядро  $P_l(v, v')$  представляет собой матрицу второго порядка с элементами

$$P_{11}^l(v, v'), \quad P_{14}^l(v, v'), \quad P_{41}^l(v, v'), \quad P_{44}^l(v, v'), \quad (8)$$

где  $l = k - 1, k, k + 1$ . Поскольку явные выражения для элементов ядра  $P_l(v, v')$  очевидны из сравнения (6) с (1), (2), то выписывать здесь соответствующие формулы нет необходимости.

Для того, чтобы применить систему интегральных уравнений (6) для численного решения задачи о бесконечном клине с многослойным поглощающим покрытием, воспользуемся тем же приемом, который был использован для случая однородного диэлектрического клина [6]. С этой целью представим поверхностные электрические и магнитные токи на каждой из границ раздела в виде суммы равномерной (неубывающей с расстоянием от ребра клина)  $J_k^0(v)$  и неравномерной  $J_k^1(v)$  составляющих:

$$J_k(v) = J_k^0(v) + J_k^1(v). \quad (9)$$

При наличии потерь в материале покрытия и при больших углах раскрыва клина равномерная составляющая токов вдали от вершины будет, очевидно, такой же, как и при падении плоской волны на соответствующую бесконечную плоскую среду (невозможность существования незатухающих поверхностных волн обеспечивается наличием потерь). Если рассматривается дифракция на идеально проводящем клине с покрытием, это утверждение справедливо для любых углов при вершине клина, поскольку в этом случае отсутствует прямое прохождение волны, падающей на одну грань клина, на другую его грань (переотражения в теле клина также отсутствуют).

Разобъем контур поперечного сечения рассматриваемого многослойного тела на три области I, II, III, выбрав границы разбиения достаточно далеко от вершины клина (рис. 1). Каждый из контуров  $v_k$  также окажется разбитым на три части —  $v_k^I$ ,  $v_k^{II}$ ,  $v_k^{III}$ . Тогда полные электрические и магнитные токи можно записать в соответствии с (9) в виде

$$J_k(v_k) = \begin{cases} J_k^0(v_k) + J_k^1(v_k) & (v_k \in v_k^{II}) \\ J_k^0(v_k) & (v_k \in v_k^I, v_k \in v_k^{III}) \end{cases}. \quad (10)$$

Подставляя это представление для токов в (6), получим систему интегральных уравнений, в которой контуры интегрирования имеют уже конечную длину  $v_k^{II}$  и которая, следовательно, может быть решена численно:

$$\begin{aligned} J_k(v) + \frac{1}{2} \int_{v_{k-1}^{II}} P_{k-1}(v, v') J_{k-1}(v') dv'_{k-1} + \frac{1}{2} \int_{v_k^{II}} P_k(v, v') J_k(v') dv'_k + \\ + \frac{1}{2} \int_{v_{k+1}^{II}} P_{k+1}(v, v') J_{k+1}(v') dv'_{k+1} = \delta_k(1) J_k^{\pi}(v) - \frac{1}{2} \Delta J_k(v), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta J_k(v) = \int_{v_{k-1}^{I, III}} P_{k-1}(v, v') J_{k-1}^0(v') dv'_{k-1} + \int_{v_k^{I, III}} P_k(v, v') \times \\ \times J_k^0(v') dv'_k + \int_{v_{k+1}^{I, III}} P_{k+1}(v, v') J_{k+1}^0(v') dv'_{k+1}. \end{aligned} \quad (12)$$

В рассматриваемом случае дифракции  $H$ -поляризованной волны с единичной амплитудой первичные токи  $J_k^{\pi}(v)$  вычисляются по следующим формулам (см. рис. 1):

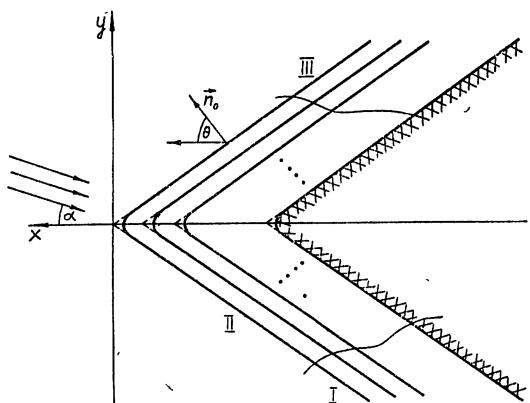


Рис. 1. Система координат и поперечное сечение тела.

$$\begin{aligned} J_{v_1}^{\theta, \pi} &= -\exp[i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)], \\ \hat{J}_{z_1}^{\theta, \pi} &= \cos(\theta - \alpha) \exp[i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Можно показать, что равномерные составляющие токов  $J_k^0(v)$ , входящие в выражения (12) для дополнительных членов  $\Delta J_k(v)$  правых частей интегральных уравнений (11), могут быть записаны в соответствии с (13) в виде

$$\begin{aligned} J_{v_k}^{\theta, 0} &= A_k(\alpha, \theta) \exp[i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)], \\ \hat{J}_{z_k}^{\theta, 0} &= B_k(\alpha, \theta) \exp[i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)]. \end{aligned} \quad (14)$$

Коэффициенты  $A_k(\alpha, \theta)$ ,  $B_k(\alpha, \theta)$  определяются из решения задачи о падении плоской волны на бесконечный плоский многослойный диэлектрик. Для их вычисления удобно воспользоваться методом последовательного пересчета нормальных импедансов [7].

Способ вычисления интегралов от равномерных составляющих токов в (12) изложен в работе [6].

При численном решении системы интегральных уравнений (11) каждый из контуров  $v_k^H$  разбивается на  $N_k$  малых интервалов  $\Delta v_k^H$ . Применяя тот же метод, что и для случая однородных тел [6, 8], система интегральных уравнений заменяется эквивалентной системой линейных алгебраических уравнений относительно значений неизвестных токов в средних точках интервалов  $\Delta v_k^H$ . Вычисление элементов этой матрицы, которые представляют собой интегралы от  $P_{ij}^l(v, v')$  по интервалам  $\Delta v_k^H$ , производится так же, как и при рассмотрении однородных тел [8].

Порядок эквивалентной системы линейных алгебраических уравнений (с использованием свойства симметрии тела [8]) равен

$$N = \sum_{k=1}^m N_k \quad (15)$$

и при рассмотрении покрытий с большим числом слоев оказывается весьма высоким. Анализ структуры эквивалентной матрицы показал, что она является ленточной. Это связано со спецификой системы интегральных уравнений (11), заключающейся в том, что она имеет вид рекуррентных соотношений (токи на какой-либо границе с номером  $k$  непосредственно связаны с токами не на всех остальных границах раздела, а только с токами, текущими по самой этой границе  $k$  и по близлежащим границам  $k-1$ ,  $k+1$ ). Для решения такой системы уравнений наиболее эффективен метод блочных итераций [9, 10].

Вычисление диаграмм рассеяния по найденному распределению поверхностных токов ничем не отличается от случая дифракции на однородном клине [6]. Для главного члена асимптотического разложения цилиндрической волны в полярной системе координат  $r, \varphi$ , опуская множитель  $e^{-ir}/\sqrt{r}$ , будем иметь

$$H_z = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{i(\pi/4)} \left\{ \int_{v_1^H}^{v_2^H} [J_{v_i}^{\theta, 0} \cos(\theta - \varphi) + \hat{J}_{z_i}^{\theta, 0}] \exp[i(x' \cos \varphi +$$

$$+ y' \sin \varphi) d v'_1 + \sum_{k=1,2} \frac{i \exp \{ \pm i \xi_k [\sin(\theta_k - \varphi) + \sin(\theta_k - \alpha)] \}}{\pm [\sin(\theta_k - \varphi) + \sin(\theta_k - \alpha)]} \times \quad (16)$$

$$\times [A_1(\alpha, \theta_k) \cos(\theta_k - \varphi) + B_1(\alpha, \theta_k)],$$

где коэффициенты  $A_1(\alpha, \theta_k)$ ,  $B_1(\alpha, \theta_k)$  определяются из представления (14) для равномерных составляющих токов на внешней поверхности клина. Верхний знак в (16) соответствует индексу суммирования  $k = 1$ , нижний —  $k = 2$ ,  $\xi_k$  — расстояние от начала координат до концов интервала  $v_1^H$ .

Для приближенной оценки уровня рассеянного многослойным клином поля может быть использован метод физической оптики. Пренебрегая вкладом неравномерной составляющей токов, найдем в этом приближении

$$H_z^{\Phi, \text{опт}} = - \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{i(\pi/4)} \sum_{k=1,2} \frac{A_1(\alpha, \theta_k) \cos(\theta_k - \varphi) + B_1(\alpha, \theta_k)}{\pm [\sin(\theta_k - \varphi) + \sin(\theta_k - \alpha)]}. \quad (17)$$

Формулы (16), (17) справедливы всюду, кроме направлений, близких к направлению падающей волны ( $\varphi = \pi + \alpha$ ) и направлений волн, отраженных от граней клина по законам геометрической оптики ( $\varphi = 2\theta_k - \alpha$ ).

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Физические процессы, происходящие при дифракции электромагнитных волн на клине с многослойным покрытием, оказываются значительно более сложными, чем в случае однородного диэлектрического клина [6]. Наличие многослойного диэлектрика приводит к возникновению явлений, существенно новых по сравнению с однородным клином. Прежде всего, это — частотная зависимость уровня рассеянного поля, связанная с изменением электрической толщины покрытия при изменении длины падающей электромагнитной волны. Анализ осложняется еще рядом причин, которые будут рассмотрены ниже. Как и в случае однородного клина [6], весьма полезным при анализе оказывается принятное представление поверхностных токов в виде суммы равномерной и неравномерной составляющих.

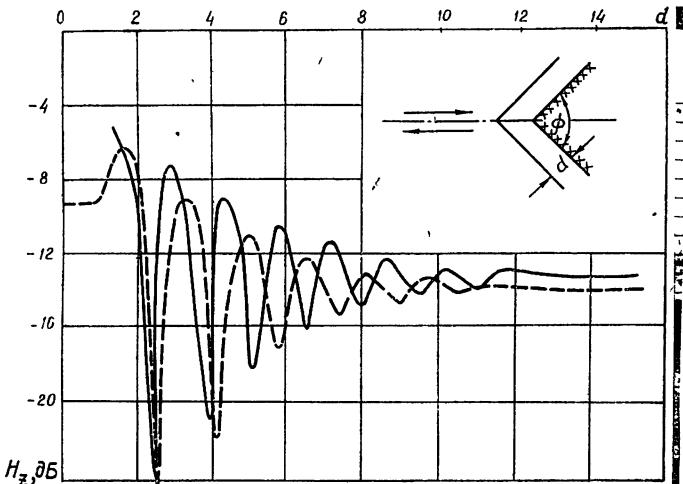


Рис. 2.

Исследование дифракции на многослойном клине удобно начать с простейшего случая — идеально проводящего клина с однослоистым поглощающим покрытием. На рис. 2 представлена зависимость уровня, рассеянного металлическим клином ( $\Phi = 120^\circ$ ), покрытым слоем однородного поглотителя ( $\kappa = 2 - i0,2$ ), от толщины слоя  $d$  (радиолокационный случай  $\alpha = 0, \varphi = 0$ ). Расчеты проводились точно с помощью метода интегральных уравнений (сплошная кривая) и приближенно (приближение физической оптики, штриховая кривая). Уровень рассеянного поля существенно зависит от толщины покрытия, и зависимость эта носит колебательный характер. Колебания амплитуды связаны с наличием двух границ раздела, и возникновение их упрощено можно объяснить так же, как и в случае падения волны на бесконечный плоский металлический экран со слоем поглощающего диэлектрика. Амплитуда колебаний уменьшается с увеличением толщины покрытия, что связано с уменьшением амплитуды возбуждения границы диэлектрик-металл, обусловленным затуханием волны в диэлектрике. При дальнейшем увеличении толщины слоя влияние внутренней границы раздела ослабевает и, как видно из рисунка, уровень рассеянного поля становится таким же, как и для соответствующего однородного клина [6].

Сравнение точного решения с решением в приближении физической оптики показывает, что последнее качественно правильно описывает характер зависимости амплитуды отраженного поля от толщины слоя диэлектрика. Более того, при больших значениях  $d$ , т. е. в той области, где влияние внутренней границы раздела невелико, это приближение оказывается удовлетворительным и с количественной точки зрения. Однако в области малых электрических толщин различие между точным решением и приближением физической оптики достигает больших значений. Это явление характерно не только для однослоистых, но и, как будет показано ниже, для многослойных поглотителей. Поскольку именно эта область является существенной для всех реальных многослойных радиопоглощающих материалов (РПМ), необходимо выяснить, с чем связано и какими факторами обусловливается такое расхождение. С этой целью проанализируем распределение неравномерной составляющей токов на внешней поверхности (рис. 3), поскольку именно неравномерными токами определяется различие между точным решением и решением в приближении физической оптики.

На рис. 3 представлены распределения модуля (сплошная кривая) и аргумента (пунктир) неравномерной составляющей электрического (а) и магнитного (б) поверхностных токов на внешней поверхности металлического клина с однослоистым поглощающим покрытием для нескольких значений толщины слоя  $d$  ( $\alpha=0, \varphi=0, \kappa = 2 - i0,2, \Phi = 120^\circ$ ). В верхней части рисунка приведены результаты расчетов для однородного клина с коэффициентом преломления  $\kappa = 2 - i0,2$ , что соответствует значению  $d = \infty$ . При большой толщине слоя диэлектрика наличие внутренней границы диэлектрик-металл практически не искажает картину распределения неравномерной составляющей токов на внешней границе (вакуум-диэлектрик) вблизи вершины клина ( $v_1 \approx 0$ ). Наличие металлической подложки проявляется в том, что в распределении модуля токов появляется дополнительный максимум (на рисунке отмечен стрелкой). С уменьшением толщины слоя амплитуда этого всплеска токов увеличивается и он смещается в направлении уменьшения  $v_1$  (к ребру клина). При толщине слоя  $d \approx 4$  (для тока  $J_{v^2}^{z,1}$  несколько раньше) этот всплеск токов начинает искажать характер поведения неравномерной составляющей вблизи излома внешней поверхности диэлектрика ( $v_1 \approx 0$ ) и при дальнейшем уменьшении  $d$  максимумы токов,

обусловленные наличием излома внешней поверхности раздела (вакуум-диэлектрик), и максимумы, связанные с влиянием ребра металлического клина (внутренняя поверхность раздела диэлектрик-металл) сливаются. Таким образом, в достаточно широкой области изменения толщины слоя влияние изломов внешней и внутренней границ раздела на распределение поверхностных токов на внешней границе (а следовательно, и на диаграмму рассеяния) практически полностью развязано. При этом рассеянное поле есть результат интерференции полей, обусловленных тремя факторами:

- 1) равномерной составляющей поверхностных токов;
- 2) всплеском токов, связанным с изломом внешней поверхности диэлектрического слоя, — таким же, как и вблизи ребра соответствующего однородного диэлектрического клина;
- 3) всплеском токов на внешней поверхности, вызываемым наличием ребра внутреннего металлического клина.

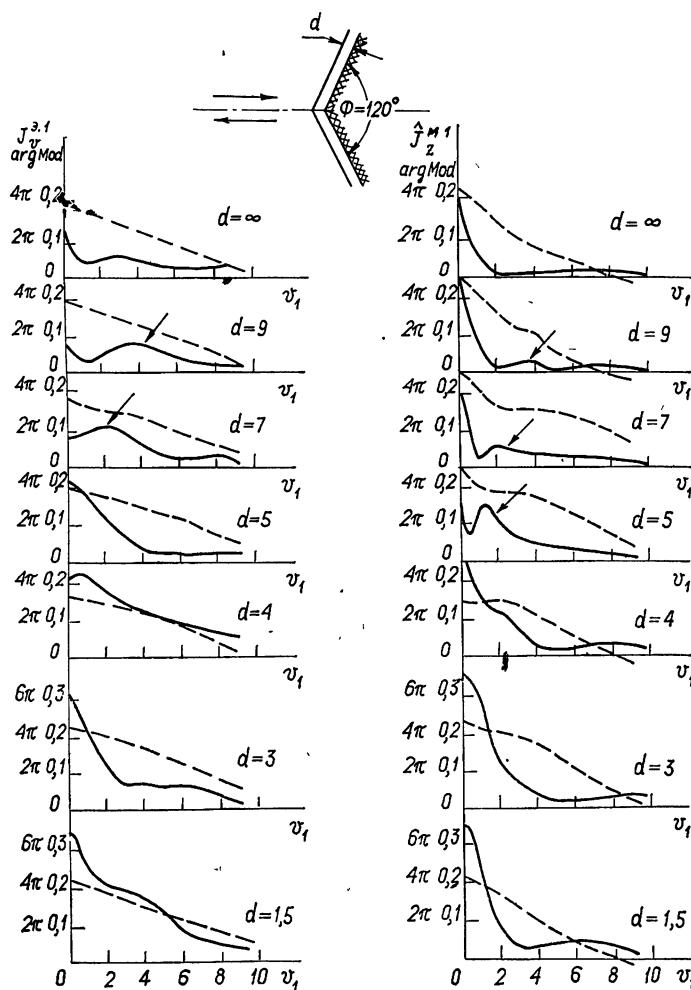


Рис. 3.

Это позволяет оценить вклад каждого из перечисленных факторов в формирование диаграммы рассеяния по отдельности. Несложный анализ, основанный на прямом вычислении амплитуды и фазы поля в дальней зоне, показывает, что основное значение имеют первая и по-

следняя из указанных причин, т. е. поведение амплитуды рассеянного поля определяется, в основном, интерференцией поля, порождаемого равномерной составляющей поверхностных токов (приближение физической оптики) и поля всплеска токов, связанного с изломом металлической подложки. Местоположение этого всплеска токов и его фаза зависят от электрической толщины слоя диэлектрика, т. е. от частоты первичного поля.

Вклад второй из перечисленных причин (всплеск токов вблизи излома диэлектрика) оказывается менее значительным и проявляется только в минимумах рассеянного поля. Этим, в частности, объясняется то, что приближение физической оптики, которое применительно к однородному клину дает во многих случаях удовлетворительные с количественной точки зрения результаты [6], приводит к значительным ошибкам в случае многослойного клина.

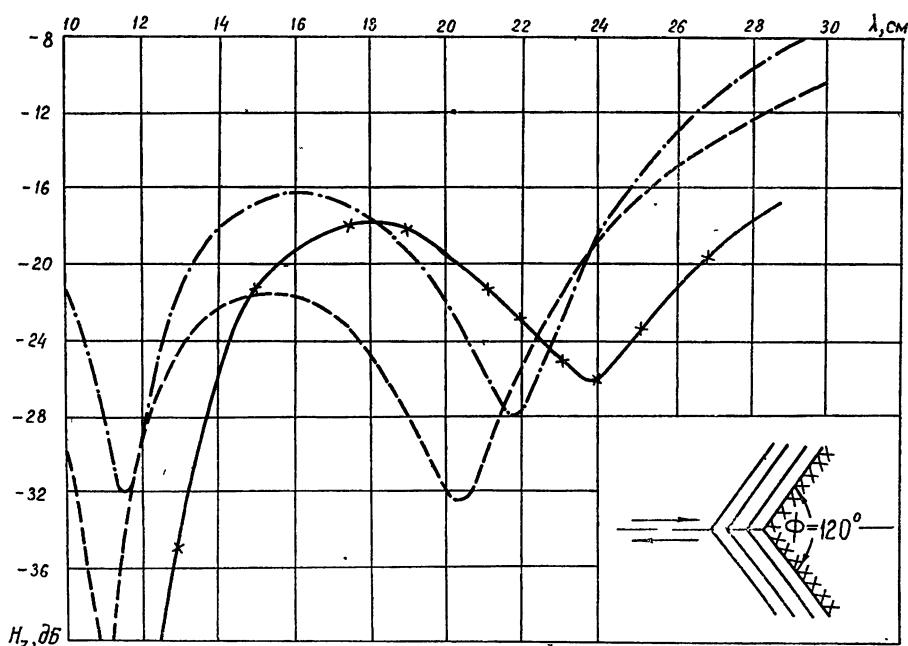


Рис. 4.

Проведенный анализ позволяет понять характер поведения рассеянного поля и в более сложном случае — при рассмотрении дифракции на клине с многослойным поглощающим покрытием. На рис. 4 представлена зависимость уровня поля, рассеянного в обратном направлении ( $\alpha = 0, \varphi = 0$ ) клином ( $\Phi = 120^\circ$ ) с трехслойным радиопоглощающим материалом, от длины волны возбуждающего поля. Параметры слоев покрытия:  $x_1 = 1,29 - i 0,11$ ,  $x_2 = 1,65 - i 0,40$ ,  $x_3 = 2,50 - i 1,10$ . Толщина каждого слоя  $d_1 = d_2 = d_3 = 1,6 \text{ см}$  (параметры покрытия приблизительно соответствуют параметрам реальных многослойных РПМ [11], широко применяемых, например, для облицовки внутренней поверхности безэховых камер [12] в сантиметровом диапазоне). На этом рисунке сплошная кривая — результат расчетов методом интегральных уравнений (расчетные точки отмечены крестиками), пунктир — приближение физической оптики. Там же для наглядности штрих-пунктиром нанесена зависимость коэффициента отражения от бесконечной плоской поверхности РПМ. Рассмотрение этого рисунка

дает возможность составить общее представление о соотношении между уровнем поля, рассеянного клином, выполненным из многослойного радиопоглощающего материала, и полем, отраженным от плоской поверхности такого РПМ, а также о применимости метода физической оптики для расчета подобных структур.

Анализ угловой зависимости рассеянного многослойным клином поля  $H_z(\varphi)$  показывает, что амплитуда поля мало меняется в тех пределах углов наблюдения, которые обычно представляют интерес, как это имеет место и для однородного клина [6].

Все расчеты, результаты которых приведены в настоящей работе, выполнены на ЭВМ БЭСМ-4. Разработанные программы позволяют решать задачу дифракции для многослойных радиопоглощающих покрытий с числом слоев от одного до четырех. Ошибка численного решения методом интегральных уравнений не превышает двух процентов от амплитуды падающей плоской волны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Н. Васильев, Л. Б. Материкова, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 1, 97 (1973).
2. Е. В. Захаров, И. П. Котик, А. Н. Сливов, сб. Вычислительные методы и программирование, вып. 13, 177, изд. МГУ, М., 1969.
3. В. В. Солодухов, Труды МЭИ, Радиоэлектроника, вып. 108, М., 1972, стр. 3.
4. Е. Н. Васильев, В. В. Солодухов, X Всесоюзная конференция по распространению радиоволн, Тезисы докладов, секция 5, изд. Наука, М., 1972, стр. 44.
5. В. В. Солодухов, Е. Н. Васильев, ЖТФ, 40, № 1, 47 (1970).
6. Е. Н. Васильев, В. В. Солодухов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 10, 1518 (1974).
7. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М., 1957.
8. Е. Н. Васильев, В. В. Солодухов, сб. Вычислительные методы и программирование, вып. 20, изд. МГУ, М., 1973, стр. 144.
9. Л. Коллатц, Функциональный анализ и вычислительная математика, изд. Мир, М., 1969.
10. Е. Н. Васильев, Л. Б. Материкова, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 8, 1250 (1971).
11. Б. Эмерсон, Вопросы радиолокационной техники, вып. 2 (32), 111 (1956).
12. Е. Н. Майзельс, В. А. Торгованов, Измерение характеристик рассеяния радиолокационных целей, изд. Сов. радио, М., 1972.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию  
20 октября 1975 г.

#### DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A WEDGE WITH A MULTI-LAYER ABSORBING COVERING

*E. N. Vasilev, V. V. Solodukhov*

The problem of diffraction of electromagnetic waves by a wedge (dielectric or perfectly conducting) with a multi-layer absorbing covering has been considered. The problem is solved numerically using a set of integral equations for densities of electric and magnetic currents. A method of solution is briefly set forth. Basic consideration is given to the discussion of the results of calculations of the dependence of the field amplitude scattered by the wedge on the covering parameters and to the analysis of physical phenomena taking place near the edge of a multi-layer wedge in the case of electromagnetic wave incidence.