ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 2 *РАДИОФИЗИКА* *1977*

УДК 621.372.8

ГИБРИДНЫЕ ВОЛНЫ В ОТКРЫТЫХ МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ СЛОЖНОГО СЕЧЕНИЯ

А. Я. Яшкин, Н. Н. Томас

Методом парных интегральных уравнений решается электродинамическая задача о фазовой дисперсии гибридных поверхностных волн в открытых металлодиэлектрических волноводах сложного поперечного сечения. Выявлены особенности предложенного метода по сравнению с методом неопределенных коэффициентов. Приведены результаты численного расчета зависимости параметров основной волны и волн высшего типа от геометрии поперечного сечения, регулярного вдоль оси цилиндрического волновода.

Рассмотрим задачу о гибридных поверхностных волнах в металлодиэлектрических открытых волноводах, поперечное сечение которых показано на рис. 1 и 2. Благодаря наличию двух плоскостей симметрии поперечного сечения, в качестве электродинамических аналогов рассматриваемых волноводов можно указать сложные V-линии (рис. 3, и 4). Для определенности рассмотрим вначале волны $HE^{н}_{2N-1}$, $EH^{н}_{2N-1}$ — нечетные с нечетной азимутальной вариацией поля.

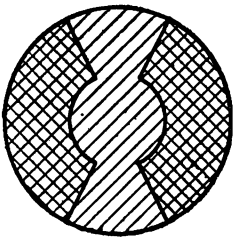

Рис. 1

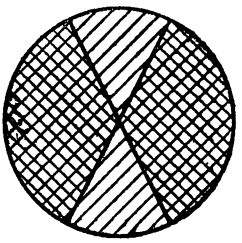

Рис. 2

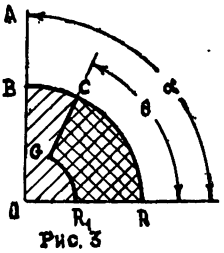

Рис. 3

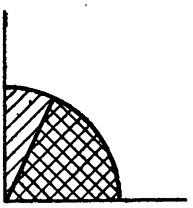

Рис. 4

Поперечное сечение (рис. 3) разобьем в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) на две частичные области (ЧО):

$$1 \text{ ЧО} — 0 \leqslant \varphi \leqslant \theta, \qquad R_1 \leqslant \rho \leqslant R,$$

$$2\ \text{ЧО} - \theta \leqslant \varphi \leqslant \alpha, \qquad R \leqslant \rho \leqslant \infty \text{ — полубесконечная.}$$

Общая граница раздела ЧО совпадает с дугой окружности $\rho = R$. Для выбранного типа волн ломаная $ABCGR_1$ образована идеально-проводящей поверхностью. В плоскости $\varphi = 0$ в обеих ЧО располагается магнитная стенка. Заполнение полученного секторного волновода неоднородно. 1 ЧО характеризуется параметрами ε_l, μ_l, 2 ЧО — ε_e, μ_e. Закон изменения составляющих поля вдоль оси z — $\exp(j\gamma z)$, где γ — фазовая постоянная соответствующего типа колебаний. Зависимость от времени — $\exp(-j\omega t)$. В дальнейшем эти множители опускаются.

Разложения для электрического Π_e и магнитного Π_m векторов Герца, удовлетворяющие волновому уравнению, граничным условиям и условию излучения, можно записать в виде

$$\Pi_{m1} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{n1}^{(m)} Z_{p_n}^{(m)} \sin p_n \varphi, \qquad \Pi_{m2} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{n2}^{(m)} K_{q_n} \sin q_n \varphi,$$
$$\Pi_{e1} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{n1}^{(e)} Z_{p_n}^{(e)} \cos p_n \varphi, \qquad \Pi_{e2} = \sum_{n=1}^{\infty} A_{n2}^{(e)} K_{q_n} \cos q_n \varphi. \tag{1}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$Z_{p_n}^{(m)} = Z_{p_n}^{(m)}(k\rho,\ kR_1) = \frac{J_{p_n}(k\rho)\, N'_{p_n}(kR_1) - N_{p_n}(k\rho)\, J'_{p_n}(kR_1)}{N'_{p_n}(kR_1)},$$

$$Z_{p_n}^{(e)} = Z_{p_n}^{(e)}(k\rho,\ kR_1) = \frac{J_{p_n}(k\rho)\, N_{p_n}(kR_1) - N_{p_n}(k\rho)\, J_{p_n}(kR_1)}{N_{p_n}(kR_1)},$$

$J_{p_n}(x)$, $N_{p_n}(x)$ — функции Бесселя первого и второго рода порядка p_n, $K_{q_n} = K_{q_n}(\beta\rho)$ — функции Макдональда порядка q_n; $k = \sqrt{\gamma_0^2 \varepsilon_l \mu_l - \gamma^2}$, $\beta = \sqrt{\gamma^2 - \gamma_0^2 \varepsilon_e \mu_e}$ — поперечные волновые числа в первой и второй ЧО соответственно; $\gamma_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}$ — постоянная распространения в вакууме (свободном пространстве),

$$p_n = \frac{\pi}{2\theta}(2n-1), \qquad q_n = \frac{\pi}{2\alpha}(2n-1) = 2n - 1, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Записывая условия непрерывности тангенциальных к границе раздела ЧО составляющих электромагнитного поля

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{n1} \tilde{l}^2 Z_{p_n}^{(e)} \cos p_n \varphi = -\sum_{n=1}^{\infty} A_{n2}^{(e)} \tilde{l}^{*2} K_{q_n} \cos q_n \varphi \sim E_z(\xi); \tag{2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [A_{n1}^{(e)} u p_n Z_{p_n}^{(e)} + A_{n1}^{(m)} \mu_l \tilde{l} Z_{p_n}^{(m)\prime}] \sin p_n \varphi =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} [A_{n2}^{(e)} u q_n K_{q_n} + A_{n2}^{(m)} \mu_e \tilde{l}^* K'_{q_n}] \sin q_n \varphi \sim E_\varphi(\xi) \tag{3}$$

(условия непрерывности для аналогичных компонент магнитного поля получаются из (2) и (3) в соответствии с принципом перестановочной двойственности заменой $Z_{p_n}^{(e)} \longleftrightarrow Z_{p_n}^{(m)}$, $A_n^{(e)} \longleftrightarrow A_n^{m}$, $\varepsilon \longleftrightarrow \mu$, $\sin \longleftrightarrow \cos$)

и рассматривая уравнения (2) и (3) как разложения функций $\begin{Bmatrix} E_z(\xi) \\ E_\varphi(\xi) \end{Bmatrix}$ в ряды Фурье по $\begin{Bmatrix} \cos p_n \varphi \\ \sin p_n \varphi \end{Bmatrix}$ на интервале $[0, \theta]$ и по $\begin{Bmatrix} \cos q_n \varphi \\ \sin q_n \varphi \end{Bmatrix}$ на интервале $[0, \alpha]$, а также учитывая, что $E_z(\xi)$, $E_\varphi(\xi)$ обращаются в нуль на интервале $[\theta, \alpha]$, для коэффициентов этих разложений получим

$$A_{n1}^{(e)} = \beta_{n1}^{(e)} \int_0^\theta E_z(\xi) \cos p_n \xi \, d\xi, \qquad A_{n2}^{(e)} = -\beta_{n2}^{(e)} \int_0^\theta E_z(\xi) \cos q_n \xi \, d\xi,$$

$$A_{n1}^{(m)} = \beta_{n1}^{(m)} \int_0^\theta E_\varphi(\xi) \sin p_n \xi \, d\xi - \frac{up_n}{\tilde{l}^2} \beta_{n1}^{(m)} \int_0^\theta E_z(\xi) \cos p_n \xi \, d\xi,$$

$$A_{n2}^{(m)} = \beta_{n2}^{(m)} \int_0^\theta E_\varphi(\xi) \sin q_n \xi \, d\xi + \frac{uq_n}{\tilde{l}^{*2}} \beta_{n2}^{(m)} \int_0^\theta E_z(\xi) \cos q_n \xi \, d\xi,$$

$$\beta_{n1}^{(e)} = \frac{2}{\theta \tilde{l}^2 Z_{p_n}^{(e)}}, \qquad \beta_{n2}^{(e)} = \frac{2}{\alpha \tilde{l}^{*2} K_{q_n}},$$

$$\beta_{n1}^{(m)} = \frac{2}{\theta \mu_i \tilde{l} Z_{p_n}^{(m)\prime}}, \qquad \beta_{n2}^{(m)} = \frac{2}{\alpha \mu_e \tilde{l}^* K_{q_n}'}.$$

Подставляя найденные значения коэффициентов в выражения, обеспечивающие непрерывность составляющих магнитного поля H_φ и H_z, получим систему двух интегральных уравнений относительно двух неизвестных функций $E_\varphi(\xi)$ и $E_z(\xi)$, описывающих азимутальную зависимость тангенциальных к границе раздела ЧО составляющих электрического поля,

$$\int_0^\theta E_z(\xi) \left[\sum_{n=1}^\infty \left(\psi_{n1} \frac{4}{\theta^2} \cos p_n \xi \cos p_n \varphi + \psi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} \cos q_n \xi \cos q_n \varphi \right) \right] d\xi +$$

$$+ \int_0^\theta E_\varphi(\xi) \left[\sum_{n=1}^\infty \left(\chi_{n1} \frac{4}{\alpha\theta} \sin p_n \xi \cos p_n \varphi - \chi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} \sin q_n \xi \cos q_n \varphi \right) \right] d\xi = 0,$$

$$\int_0^\theta E_z(\xi) \left[-\sum_{n=1}^\infty \left(\chi_{n1} \frac{4}{\theta^2} \cos p_n \xi \sin p_n \varphi - \chi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} \cos q_n \xi \sin q_n \varphi \right) \right] d\xi +$$

$$+ \int_0^\theta E_\varphi(\xi) \left[\sum_{n=1}^\infty \left(\frac{\tilde{l}^2}{up_n} \chi_{n1} \frac{4}{\theta^2} \sin p_n \xi \sin p_n \varphi + \right. \right. \tag{4}$$

$$\left. \left. + \frac{\tilde{l}^{*2}}{uq_n} \chi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} \sin q_n \xi \sin q_n \varphi \right) \right] d\xi = 0,$$

$$\psi_{n1} = \frac{\varepsilon_i}{\tilde{l}} \operatorname{ct} p_n - \frac{up_n}{\tilde{l}^2} \chi_{n1}, \qquad \psi_{n2} = \frac{\varepsilon_e}{\tilde{l}^* F_{q_n}} - \frac{uq_n}{\tilde{l}^{*2}} - \chi_{n2},$$

$$\chi_{n1} = \frac{up_n}{\mu_i \tilde{l}} \operatorname{Ct}_{p_n}, \qquad \chi_{n2} = \frac{uq_n}{\mu_e \tilde{l}^*} F_{q_n}.$$

В выражениях (2)—(4) введены следующие обозначения:

$$\tilde{l}_1 = kR_1 = \pi D_1' \sqrt{\varepsilon_i \mu_i - u^2}, \quad \tilde{l}_1^* = \beta R_1 = \pi D_1' \sqrt{u^2 - \varepsilon_e \mu_e},$$

$$\tilde{l} = kR = \pi D' \sqrt{\varepsilon_i \mu_i - u^2}, \quad \tilde{l}^* = \beta R = \pi D' \sqrt{u^2 - \varepsilon_e \mu_e},$$

$$D_1' = \frac{2R_1}{\lambda_0} = \frac{D'_1}{\lambda_0}, \quad D' = \frac{2R}{\lambda_0} = \frac{D}{\lambda_0}.$$

Кроме того учтено, что штрих у функций Бесселя означает производную по аргументу. Функции

$$\mathrm{Ct}_{p_n} = \mathrm{Ct}_{p_n}(\tilde{l}, \tilde{l}_1) = \frac{Z_{p_n}^{(m)}(\tilde{l}, \tilde{l}_1)}{Z_{p_n}^{(m)\prime}(\tilde{l}, \tilde{l}_1)} = \frac{J_{p_n}(\tilde{l}) N'_{p_n}(\tilde{l}_1) - N_{p_n}(\tilde{l}) J'_{p_n}(\tilde{l}_1)}{J'_{p_n}(\tilde{l}) N'_{p_n}(\tilde{l}_1) - N'_{p_n}(\tilde{l}) J'_{p_n}(\tilde{l}_1)},$$

$$\mathrm{ct}_{p_n} = \mathrm{ct}_{p_n}(\tilde{l}, \tilde{l}_1) = \frac{Z_{p_n}^{(e)\prime}(\tilde{l}, \tilde{l}_1)}{Z_{p_n}^{(e)}(\tilde{l}, \tilde{l}_1)} = \frac{J'_{p_n}(\tilde{l}) N_{p_n}(\tilde{l}_1) - N'_{p_n}(\tilde{l}) J_{p_n}(\tilde{l}_1)}{J_{p_n}(\tilde{l}) N_{p_n}(\tilde{l}_1) - N_{p_n}(\tilde{l}) J_{p_n}(\tilde{l}_1)}$$

по аналогии с [1] можно назвать большим и малым радиальными котангенсами индекса p_n соответственно;

$$F_{q_n} = F_{q_n}(\tilde{l}^*) = \frac{K_{q_n}(\tilde{l}^*)}{K'_{q_n}(\tilde{l}^*)}.$$

Величину $u = \frac{\gamma}{\gamma_0} = \frac{c}{v_\Phi}$ назовем фазовым замедлением волны, c — скорость света в вакууме, v_Φ — фазовая скорость волны.

Для решения полученной системы интегральных уравнений поступим следующим образом. Представим поля на цилиндре $\rho = R$ в виде

$$E_z(\xi) = \begin{cases} \sum_t F_t^{(1)} f_t(\xi), & 0 < \varphi < \theta \\ 0, & \theta \leqslant \varphi \leqslant \alpha \end{cases},$$

$$E_\varphi(\xi) = \begin{cases} \sum_t F_t^{(2)} g_t(\xi), & \theta < \varphi < \theta \\ 0, & \theta \leqslant \varphi \leqslant \alpha \end{cases}. \tag{5}$$

В этой записи $F_t^{(1)}$ и $F_t^{(2)}$ — неизвестные амплитуды, $f_t(\xi)$, $g_t(\xi)$ — полные на интервале $[0, \theta]$ системы функций, по которым ведется разложение величин $E_z(\xi)$ и $E_\varphi(\xi)$ соответственно. При этом $f_t(\xi)$ и $g_t(\xi)$ должны задаваться так, чтобы квадраты выражений для полей были интегрируемыми функциями, достаточно хорошо описывали реальное поле (при этом разложения (5) будут быстро сходиться), и выбранная аппроксимация не должна приводить к существенному усложнению вычислений.

Далее умножим первое интегральное уравнение системы (4), полученное из условий непрерывности составляющих поля H_φ на $f_s(\varphi)$, а второе, полученное из условия непрерывности составляющих поля H_z на $g_s(\varphi)$ и проинтегрируем от 0 до α. В результате приходим к системе линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{t=1}^{\infty} F_t^{(1)} A_{ts} + \sum_{t=1}^{\infty} F_t^{(2)} B_{ts} = 0,$$
$$\sum_{t=1}^{\infty} F_t^{(1)} C_{ts} + \sum_{t=1}^{\infty} F_t^{(2)} D_{ts} = 0; \tag{6}$$

$$A_{ts} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\psi_{n1} \frac{4}{\theta^2} f_{tn}^{(1)} f_{sn}^{(1)} + \psi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} f_{tn}^{(2)} f_{sn}^{(2)} \right),$$

$$B_{ts} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\chi_{n1} \frac{4}{\theta^2} g_{tn}^{(1)} f_{sn}^{(1)} - \chi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} g_{tn}^{(2)} f_{sn}^{(2)} \right),$$

$$C_{ts} = -\sum_{n=1}^{\infty} \left(\chi_{n1} \frac{4}{\theta^2} f_{tn}^{(1)} g_{sn}^{(1)} - \chi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} f_{tn}^{(2)} g_{sn}^{(2)} \right), \tag{7}$$

$$D_{ts} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\tilde{l}^2}{u p_n} \chi_{n1} \frac{4}{\theta^2} g_{tn}^{(1)} g_{sn}^{(1)} + \frac{\tilde{l}^{*2}}{u q_n} \chi_{n2} \frac{4}{\alpha\theta} g_{tn}^{(2)} g_{sn}^{(2)} \right),$$

$$f_{tn}^{(1)} = \int_0^{\theta} f_t(\xi) \cos p_n \xi \, d\xi, \qquad g_{tn}^{(1)} = \int_0^{\theta} g_t(\xi) \sin p_n \xi \, d\xi.$$

В выражениях для $f_{tn}^{(2)}$, $g_{tn}^{(2)}$ и $f_{sn}^{(1)}$, $g_{sn}^{(1)}$, $f_{sn}^{(2)}$, $g_{sn}^{(2)}$ необходимо провести замену $p_n \to q_n$ и $t \to s$ соответственно.

Записывая условие нетривиального решения системы (6), получим искомое уравнение, связывающее дисперсионные свойства рассматриваемого волновода с размерами двух ЧО:

$$\begin{vmatrix} A_{ts} & B_{ts} \\ C_{ts} & D_{ts} \end{vmatrix} = 0. \tag{8}$$

Решение задачи можно провести иначе, минуя этап формулирования интегрального уравнения. Для этого следует воспользоваться методом неопределенных коэффициентов, применяемым при расчете дисперсии поверхностных волн в некоторых открытых и закрытых волноводах (гребенчатая структура, диафрагмированный волновод, диэлектрический волновод прямоугольного поперечного сечения и т. д.). Можно показать, что метод неопределенных коэффициентов оказывается частным случаем предложенного в настоящей работе метода парных интегральных уравнений, являющегося развитием известного метода интегрального уравнения [2], применительно к задачам о гибридных волнах.

Продолжая решение поставленной задачи предложенным методом, отметим, что для конкретного расчета необходимо знать заранее (из каких-либо физических соображений) хотя бы приближенный вид аппроксимируемых функций $E_z(\xi)$ и $E_\varphi(\xi)$. Учитывая особенность рассматриваемых волн, возьмем аппроксимирующие функции вида

$$f_t(\xi) = \cos p_t \xi, \qquad g_t(\xi) = \sin p_t \xi.$$

В первом (диагональном) приближении уравнение (8) примет вид

$$\left[\frac{\mu_l}{\tilde{l}\, \mathrm{Ct}_{p_N}(\tilde{l}, \tilde{l}_1)} + \frac{\mu_e}{\tilde{l}^* \sum_{n=1}^{\infty} F_{q_n} T_n^{\text{н}}} \right] \left[\frac{\varepsilon_l \, \mathrm{ct}_{p_N}(\tilde{l}, \tilde{l}_1)}{\tilde{l}} + \frac{\varepsilon_e \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_n^E}{F_{q_n}}}{\tilde{l}^*} \right] =$$

$$= u^2 p_N^2 \left[\frac{1}{\tilde{l}^2} + \frac{1}{\tilde{l}^{*2}}\right]^2,$$

$$\frac{T_n^H}{T_n^E} = \left[\frac{\pi}{2\theta}\left(\frac{2N-1}{2n-1}\right)\right]^2, \qquad T_n^H = 2\pi\theta\,(2N-1)^2\,\Gamma_n, \tag{9}$$

$$\Gamma_n = \left\{\frac{\sin\left[(2n-1)\,\theta - \frac{\pi}{2}(2N-1)\right]}{\left[\frac{\pi}{2}(2N-1) + (2n-1)\,\theta\right]\left[(2n-1)\,\theta - \frac{\pi}{2}(2N-1)\right]}\right\}^2.$$

Учитывая, что

$$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}} \left\{\begin{matrix} T_n^H \\ T_n^E \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0, & n \neq N \\ 1, & n = N \end{matrix}\right., \qquad \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}} p_N = 2N-1,$$

можно получить уравнение, совпадающее, как того и следовало ожидать, с известным дисперсионным уравнением для одиночного проводящего провода радиуса R_1, покрытого слоем диэлектрика $R - R_1$ [3].

Для волн типа HE_{2N}^4, EH_{2N}^4 четных с четной азимутальной вариацией поля (в плоскости $\varphi=0$ и $\varphi=\frac{\pi}{2}$ в обеих ЧО располагаются электрические стенки) в (9) необходима замена

$$2N-1 \to 2N, \qquad \frac{\pi}{2}(2N-1) \to \pi N, \qquad 2n-1 \to 2n.$$

Для волновода, поперечное сечение которого показано на рис. 2, осуществляя предельный переход $R_1 \to 0$, из (9) получим дисперсионное уравнение

$$\left(\frac{\mu_i}{\tilde{l} f_{p_N}} + \frac{\mu_e}{\tilde{l}^* \sum\limits_{n=1}^{\infty} F_{q_n} T_n^H}\right)\left(\frac{\varepsilon_i}{\tilde{l} f_{p_N}} + \frac{\varepsilon_e \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{T_n^E}{F_{q_n}}}{\tilde{l}^*}\right) =$$

$$= u^2 p_N^2 \left(\frac{1}{\tilde{l}^2} + \frac{1}{\tilde{l}^{*2}}\right)^2, \tag{10}$$

$$f_{p_N} = \frac{J_{p_N}(\tilde{l})}{J'_{p_N}(\tilde{l})},$$

которое при $\theta \to \frac{\pi}{2}$ переходит в уравнение для сплошного диэлектрического цилиндра [3].

На рис. 5 приведены результаты расчета дисперсионного уравнения (10), проведенного с помощью ЭВМ для первой ветви решения $N = 1$ (волна EH_{10}-квази). Зависимость поперечных постоянных $\tilde{l}^*$ и $\tilde{l}$

представлена для различных (с точностью до десятых) значений относительного углового размера $\eta = \frac{\theta}{\alpha}$ ($\eta = 2/3,\ 1/2,\ 2/5,\ 2/7,\ 1/5,\ 2/15$) диэлектрической канавки с $\varepsilon_l = \varepsilon = 2{,}5$, $\mu_l = \mu_e = \varepsilon_e = 1$.

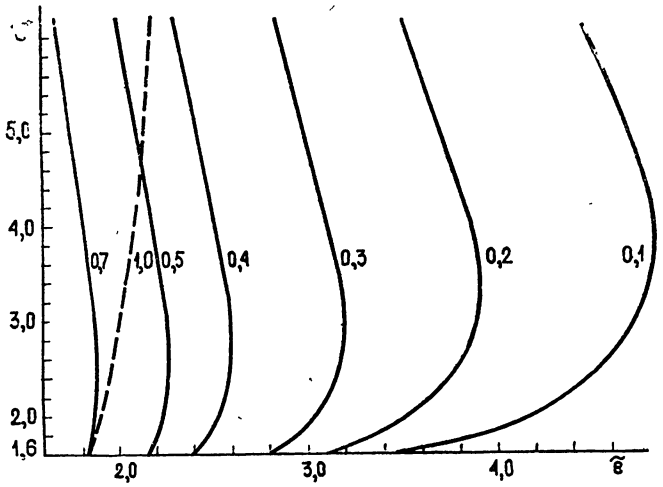

Рис. 5.

На рис. 6 показана дисперсионная зависимость вида $u = f(D')$ для тех же значений η. На обоих рисунках показаны результаты соответствующих расчетов для основной волны EH_{10} сплошного диэлектрического стержня с теми же значениями ε и μ.

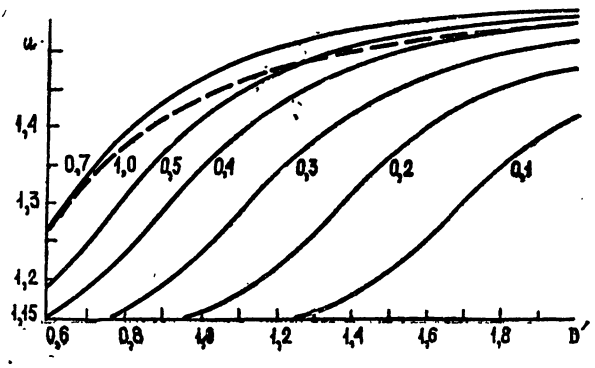

Рис. 6.

Из графика фазового замедления в функции η при фиксированном относительном диаметре волноводов (пропорциональном рабочей частоте) (рис. 7) следует, что уменьшение углового размера диэлектрической канавки приводит к значительному уменьшению фазового замедления рассматриваемой волны.

Из дисперсионных кривых (рис. 5 и 6) следует, что только на очень высоких частотах замедления, создаваемые исследуемыми волноводами с разными угловыми размерами диэлектрических канавок, практически совпадают. Однако равенство замедлений, создаваемых сплошным диэлектрическим волноводом и волноводом рассматриваемой

конфигурации, возможно и на более низких частотах. При этом указанный режим работы смещается в область низких частот с увеличением углового размера диэлектрической канавки.

Выявленные особенности поведения волны EH_{10}-квази легко объяснить «выталкивающим» действием металлических ребер на электромагнитное поле указанной волны благодаря наличию продольной составляющей электрического поля.

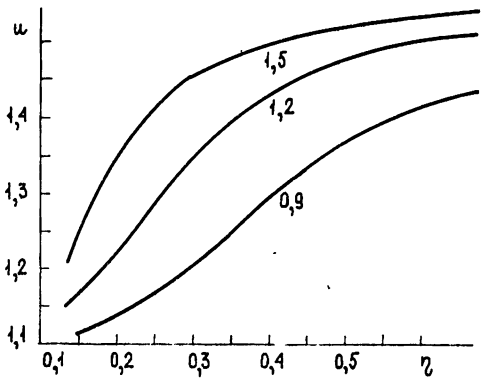

Рис. 7.

На рис. 8 показана зависимость поперечных постоянных второй и третьей ветвей дисперсионного уравнения (10) (волны квази-HE_{11}, EH_{11} и HE_{12}, EH_{12}) для трех значений η: (*1*) $\eta = 2/3$, (*2*) $\eta = 1/2$, (*3*) $\eta = 2/5$). Дисперсионная зависимость $u = f(D')$ (волны HE_{11}, EH_{11}) для тех же значений η показаны на рис. 9.

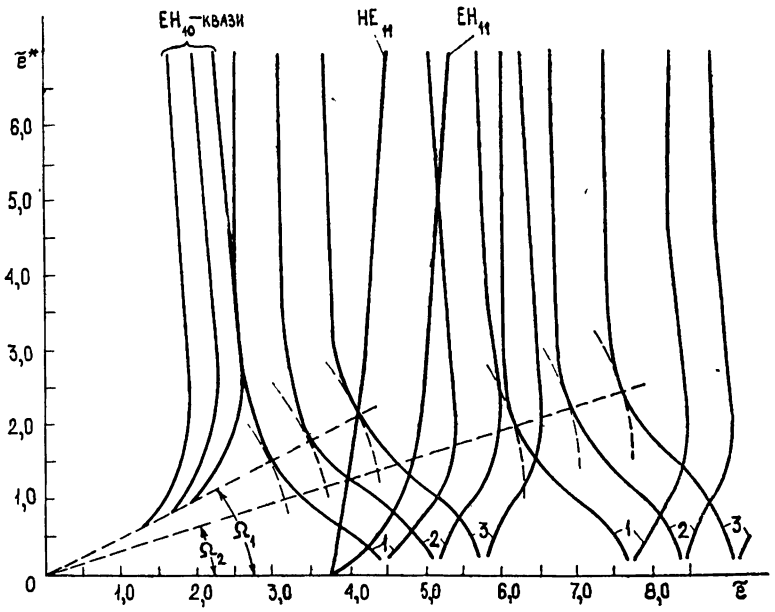

Рис. 8.

Из рассмотрения дисперсионных кривых (рис. 8 и 9) следует, что критические условия для волн обоих типов совпадают. Кроме того, наблюдается появление двузначного участка в дисперсионных характеристиках волн типа HE_{1m}-квази, ограниченного снизу частотой отсечки ν_0 (наименьшая частота, при которой возможно существование волн HE_{1m}-квази), а сверху—критической частотой $\nu_{кр}$. Соответствующие относительные диаметры D'_0 и $D'_{кр}$ показаны на рис. 9. Фазовая скорость волны в режиме отсечки меньше скорости плоской волны в окружающей среде ($u_0 > 1$) и может быть найдена из соотношения

$$u_0 = \sqrt{(\varepsilon - 1)\,\mathrm{tg}^2\,\Omega + 1}, \qquad (11)$$

где Ω — угол наклона радиуса-вектора, проведенного из начала координат в точку перегиба соответствующей дисперсионной кривой (рис. 8). Как следует из (11) и рис. 8 и 9, фазовая скорость волн в режиме отсечки не зависит от углового размера диэлектрической канавки и растет с увеличением числа радиальных вариаций поля.

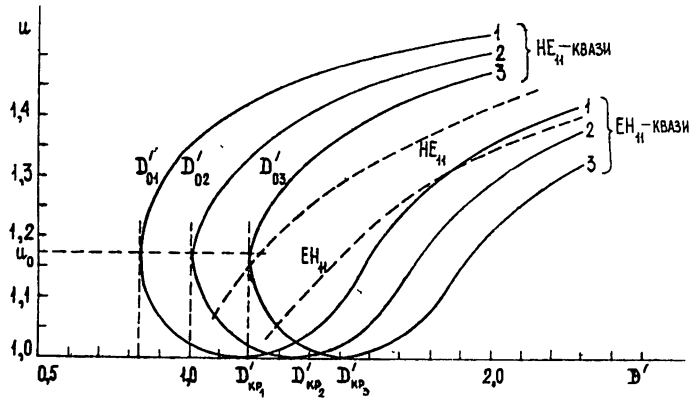

Рис. 9.

Видно, что в указанном интервале частот одновременно существуют две волны HE_{1m} с нормальной и аномальной дисперсией. Последняя характеризуется увеличением фазовой скорости с ростом частоты и в критическом режиме переходит в волну EH_{1m}-квази. Для волн EH_{1m}-квази наличие металлических ребер, так же как и в случае волн EH_{10}-квази, приводит к уменьшению фазовой скорости волны тем большему, чем меньше угловые размеры диэлектрической канавки. Для волн HE_{1m}-квази, характеризующихся нормальной дисперсией, наличие металлических ребер приводит к такой же зависимости замедления от угловых размеров диэлектрических канавок, сохраняющейся, однако, на всех частотах. Уменьшение угловых размеров диэлектрических канавок приводит к увеличению как частоты, соответствующей режиму отсечки, так и критической частоты, по сравнению с аналогичными волнами сплошного диэлектрического волновода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по волноводам, изд. Сов. радио, М., 1952.
2. А. Я. Яшкин, Радиотехника и электроника, 6, № 5, 754 (1961).
3. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1957.
4. А. Я. Яшкин, Радиотехника и электроника, № 10, 1757 (1961).

Московский государственный заочный педагогический институт

Поступила в редакцию 30 июля 1975 г.

HYBRID WAVES IN OPEN METAL-DIELECTRIC COMPLEX-SECTION WAVEGUIDES

A. Ya. Yashkin, N. N. Tomas

The electrodynamic problem of phase dispersion of hybrid surface waves in open metal-dielectric complex-section waveguides is solved by the pair integral equation method. The results are given of numerical calculation of the dependence of the basic wave parameters and the highest type waves on the geometry of the cross section being regular along a cylindrical waveguide axis.