

УДК 621.371.24

ДИФРАКЦИЯ УКВ ВОКРУГ ЗЕМЛИ В БИЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ТРОПОСФЕРЫ

B. A. Андрианов

В рамках билинейной модели тропосферы показано, что при распространении УКВ вокруг земной поверхности поле радиоволн в области тени обусловлено последовательной дифракцией волн и их отражением от излома диэлектрической проницаемости.

В теории дальнего тропосферного распространения УКВ [1, 2] признается большая роль отражений от тонких горизонтальных слоев. Влияние этих отражений на распространение радиоволн при учете дифракции и рефракции можно проследить на билинейной модели нормальной тропосферы, ранее использованной Кэрроллом и Ринг [3]. Однако принятый в работе [3] численный метод анализа путем суммирования ряда мод в значительной мере маскирует физическую сущность процесса распространения. В данной работе задача о распространении УКВ в тропосфере с билинейным профилем решается иначе, а именно на основе представления поля радиоволн в виде суммы поля дифракции вокруг гладкой сферической поверхности и поля последовательно дифрагирующих волн, отражаемых от излома билинейной модели. Асимптотическое решение задачи обладает геометрооптической наглядностью и может быть использовано для численных оценок.

1. НОРМАЛЬНЫЕ МОДЫ И ОТРАЖЕННЫЕ ВОЛНЫ

Будем рассматривать скалярную задачу и вычислять функцию ослабления поля $V(x, y, y_0, \infty)$ для гладкой сферической поверхности [4]:

$$V(x, y, y_0, \infty) = 2\sqrt{\pi x} e^{i\pi/4} \Psi(x, y, y_0), \quad (1)$$

где x, y — безразмерные координаты, $x = MD/a_e$, $y = kh/M$, $y_0 = kh_0/M$, $M = (ka_e/2)^{1/3}$, a_e — эквивалентный радиус Земли, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, D — расстояние вдоль земной поверхности, h, h_0 — высоты точек наблюдения и излучения соответственно. Зависимость от времени принята $\exp(-i\omega t)$.

Для билинейного профиля диэлектрической проницаемости $\epsilon(h)$ имеем

$$\epsilon(h) = \begin{cases} 1 - g(h - h_i), & 0 \leq h \leq h_i, \\ 1, & h \geq h_i, \end{cases} \quad (2)$$

где h_i — высота излома функции $\epsilon(h)$ и $g = -\frac{d\epsilon}{dh}$, $h < h_i$. Функцию

$\Psi(x, y, y_0)$ удобно представить в форме контурного интеграла на комплексной плоскости t [4]. В нашем случае он имеет вид [5]

$$\Psi(x, y, y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} e^{ixt} \Phi(y, y_0, t) \frac{1 - S(t - y_0) R_i(t, y_i)}{1 - S(t) R_i(t, y_i)} dt \quad (3)$$

$$(y < y_0 < y_i),$$

где

$$\Phi(y, y_0, t) = w_1(t - y_0) w_1(t - y) [S(t - y) - S(t)],$$

w_1, w_2 — функции Эйри [4],

$$S(t) = w_2(t)/w_1(t), \quad S(t - y) = w_2(t - y)/w_1(t - y),$$

$$R_i(t, y_i) = R_F(t, y_i)/S(t - y_i),$$

$$R_F(t, y_i) = \{ \beta w'_1(t - y_i)/w_1(t - y_i) + w'_1[\beta^2(t - y_i)]/w_1[\beta^2(t - y_i)] \} \times \\ \times \{ \beta w'_2(t - y_i)/w_2(t - y_i) + w'_2[\beta^2(t - y_i)]/w_2[\beta^2(t - y_i)] \}^{-1}$$

— коэффициент отражения от излома профиля $\epsilon(h)$ на высоте h_i , $\beta^3 = (ag/2) - 1$, $a_e = -\beta^{-3} a^*$, a — геометрический радиус Земли, штрих означает дифференцирование по аргументу функций Эйри. В нормальной тропосфере $g = 7,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$, в этом случае величина $\beta^3 < 0$ и из физических соображений (в частности, чтобы асимптотика R_F удовлетворяла условию $0 < |R_F| < 1$) ветви неоднозначной функции определяем следующим образом:

$$\beta = \sqrt[3]{\beta^3} = |\beta| \exp(i\pi), \quad \sqrt{\beta^2} = |\beta|.$$

При выполнении условий $\lambda \ll a$ и $h, h_0 \ll h_i, h_i \ll a$ задача дифракции УКВ вокруг сферической поверхности фактически сводится к распространению в эквивалентной плоскослоистой среде, диэлектрическая проницаемость которой является кусочно-непрерывной функцией и неограниченно возрастает с высотой. Интеграл в [3] описывает возбуждение этой среды заданным источником, а контур интегрирования Γ отделяет полюсы подынтегрального выражения (нули $w_1(t)$ в I квадранте и корни уравнения $1 - SR_i = 0$ в I и II квадрантах) в верхней полуплоскости от его полюсов (нули $w_2(t - y_i)$ в IV квадранте) в нижней полуплоскости так, чтобы интеграл сходился. Анализ этого интеграла и составляет основную задачу исследования.

В дальнейшем будем рассматривать функцию ослабления V в области тени $x > x_0 = \sqrt{y_0} + \sqrt{y}$. Из-за наличия излома $\epsilon(h)$ происходит отражение волн на высоте h_i , поэтому следует ожидать увеличения уровня сигнала за горизонтом по сравнению с обычно предсказываемым теорией дифракции радиоволн вокруг сферы с эквивалентным радиусом $a_e = 4a/3$. Задача заключается в оценке вклада отраженных волн. С этой целью разделим функцию Ψ на две части:

$$\Psi(x, y, y_0) = \Psi_0(x, y, y_0) + \Psi_R(x, y, y_0), \quad (4)$$

где

$$\Psi_0 = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} e^{ixt} \Phi(y, y_0, t) dt,$$

$$\Psi_R = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} e^{ixt} \Phi(y, y_0, t) R_i(t, y_i) \frac{S(t) - S(t - y_0)}{1 - S(t) R_i(t, y_i)} dt.$$

Здесь выделена функция Ψ_0 , описывающая обычную дифракцию вокруг эквивалентной сферы a_e , и дополнительный член Ψ_R . Контур Γ_1

* В работе [5] опечатка в формуле связи a_e и a (см. [5], стр. 1152).

в результате деформации контура Γ охватывает слева особенности $\Phi(y, y_0, t)$ — корни уравнения $w_1(t_s) = 0$ в первом квадранте на луче $t = |t| \exp(i\pi/3)$. Вычисляя интеграл в Ψ_0 по вычетам, получим сумму так называемых нормальных волн (мод), скользящих вдоль сферы и экспоненциально затухающих [4].

Что касается интеграла в Ψ_R , то, кроме полюсов в особенностях функции $\Phi(y, y_0, t)$, там присутствуют полюсы, которые являются корнями уравнения $1 - S(t)R_i(t, y_i) = 0$. Если вычислять интеграл по вычетам в этих полюсах, получим решение Кэрролла и Ринг [3] в виде медленно сходящегося ряда. Можно применить другой способ вычисления этого интеграла, основанный на геометрооптическом описании отраженных волн и их дифракции. Тогда интегрирование в Ψ_R осуществляется по контуру Γ_1 , как и в Ψ_0 .

Применяя асимптотические представления функций Эйри, справедливые при больших отрицательных значениях аргумента, для коэффициента отражения R_F получаем

$$R_F = e^{i\pi/2} (1 - |\beta|^3) [8|\beta|^3(y_i - t)^{3/2}]^{-1} \{ 1 + 0 [(y_i - t)^{-3/2}] \}, \quad (5)$$

где $|y_i - t| > 1$. Расчеты показывают удовлетворительную практическую точность полученной формулы для реальных условий задачи (рис. 1).

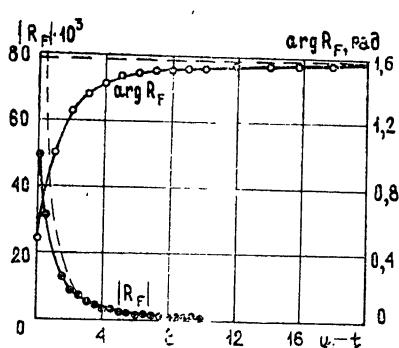


Рис. 1. Коэффициент отражения R_F (пунктир—асимптотики R_F).

Параметры для вычислений взяты из [3]: $h_i = 9,3$ км, $n_0 - 1 = 363 \cdot 10^{-6}$, $g = 7,8 \cdot 10^{-8}$ м⁻¹, $\beta^3 = -0,75$. При этом величина $|R_F| \ll 1$, что естественно для нормальной тропосферы, однако влияние отражения радиоволн заметно в области тени по сравнению с полем дифракции вокруг выпуклой поверхности. С учетом малости $|R_F|$ на контуре интегрирования выполняется условие $|S(t)R_i(t, y_i)| < 1$ и можно воспользоваться разложением в ряд в виде геометрической прогрессии:

$$[1 - S(t)R_i(t, y_i)]^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (SR_i)^n = \sum_{n=0}^N (SR_i)^n + (SR_i)^{N+1}/(1 - SR_i). \quad (6)$$

Подставив (6) в выражение для Ψ_R , получим

$$\Psi_R(x, y, y_0) = \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_m(x, y, y_0), \quad (7)$$

где

$$\Psi_m = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_1} e^{ixt} R_i^m(t, y_i) g(t, y) g(t, y_0) S^{m-1}(t) w_2^2(t) dt,$$

$$g(t, y) = w_2(t - y)/w_2(t) - w_1(t - y)/w_1(t),$$

а контур Γ_1 охватывает нули $w_1(t_s) = 0$ в первом квадранте.

Предполагая $(-t) > 1$, $(y_i - t) > 1$, $(y - t) > 1$, $(y_0 - t) > 1$, $(-t) > y$ и $(-t) > y_0$, можно воспользоваться асимптотиками функций Эйри под интегралом $\Psi_m(x, y, y_0)$. Вычисляя интеграл по методу стационарной фазы, получим приближенно

$$\Psi_m(x, y, y_0) \approx (4\pi)^{-1} R_F^m(t_m - y_i, \beta) g(t_m, y) g(t_m, y_0) \times \\ \times \sqrt{\pi x} \rho(t_m) \exp[i\Omega_m(t_m) - i\pi/4], \quad (8)$$

где

$$\Omega_m(t) = xt + \frac{4}{3} m [(y_i - t)^{3/2} - (-t)^{3/2}].$$

Здесь $t_m = -(4m^2 y_i - x^2)/4mx$ является корнем уравнения $\Omega'_m(t) = 0$.

Остальные величины в (8), вычисленные в точке стационарной фазы, имеют вид

$$(y_i - t_m)^{1/2} = (x^2 + 4m^2 y_i)/4mx,$$

$$\Omega_m(t_m) = -\frac{x^3}{48m} + \frac{mxy_i}{2} + \frac{m^3 y_i^2}{x},$$

$$\Omega''_m(t_m) = -8mx^3/[(4m^2 y_i)^2 - x^4],$$

$$\rho(t_m) = [x/2 + \Omega''_m(t_m)](-t_m)^{1/2} = [(4m^2 y_i + x^2)/(4m^2 y_i - x^2)]^{1/2},$$

$$g(t_m, y) = -2i \operatorname{Im} [\omega_1(t_m - y)/\omega_1(t_m)] \approx -2i \sin(y \sqrt{-t_m}).$$

Штрихи у $\Omega_m(t)$ означают дифференцирование по t .

Формула (8) дает геометрооптическое приближение для $\Psi_m(x, y, y_0)$. Здесь $\rho(t_m)$ является фактором фокусировки при отражении от вогнутой поверхности: $\rho(t_m) > 1$, величины $g(t_m, y)$ и $g(t_m, y_0)$ являются высотными множителями, их осциллирующий характер в асимптотическом приближении свидетельствует об интерференции четырех лучей, испытывающих отражения от земной поверхности и поверхности излома $\epsilon(h)$ на высоте h_i : каждый луч m раз отражается от поверхности $h=h_i*$. Траектории этих лучей можно проследить по их фазе, которая является суммой $\Omega_m(t_m)$ и соответствующего показателя экспоненты в представлении синусов в $g(t_m, y)$ по формуле Эйлера [5, 6]. Схематически эти лучи для $m=1$ показаны на рис. 2. Приближенное выражение (8) справедливо до линии «свет — тень», на которой поле геометрической оптики обращается в нуль. Одновременно на этой линии выполняется условие стационарности фазы. В результате, удовлетворяя указанным условиям, можно предложить следующую систему уравнений для определения пределов применимости (8):

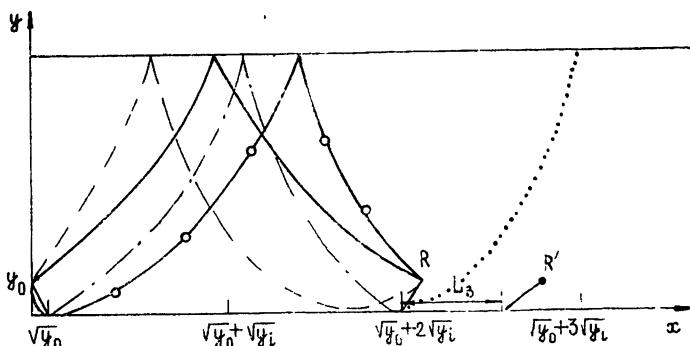


Рис. 2. Формирование волны, однократно отраженной от излома $\epsilon(h)$.

* В рамках метода геометрической оптики описываемые лучи могут быть найдены в первом приближении метода [14].

$$\begin{aligned}\Omega'_m(t_m, x, y_i) &= 0, \\ 1/\Omega''_m(t_m, x, y_i) &= 0.\end{aligned}\tag{9}$$

Исключая отсюда t_m (с учетом того, что $t < 0$), получим

$$x_m = 2m \sqrt{y_i} \quad (m \geq 1). \tag{10}$$

В этой точке $t_m = 0$.

Выражение (10) фактически совпадает с полученным на основе предложенного в [4] определения дальности горизонта как расстояния, до которого в данном случае двукратно отраженная от земной поверхности волна доходит с еще вещественной фазой: $x_m = \sqrt{y_0} + 2m\sqrt{y_i} + \sqrt{y} \approx \approx 2m\sqrt{y_i}, y_i \gg y, y_0$. Эта кривая при $m=1$ показана точками на рис. 2. В то же время система (9) может оказаться полезной в случае анализа сложных неоднородных сред: она имеет своим аналогом систему для определения каустики, в которой второе из уравнений (9) имеет вид $\Omega'_m(t_m, x, y) = 0$ [7]. В данной задаче имеется лишь линия геометрической тени, на которой геометрооптическое поле равно нулю. Для учета дифракционных эффектов в окрестности границы тени нужно воспользоваться интегральным представлением Ψ_m , применяя численное интегрирование. Подробно это сделано при рассмотрении аналогичной задачи распространения длинных радиоволн в ионосфере [8, 9]. В случае УКВ можно поступить аналогичным образом для вычисления поля в области полутиени.

2. ДИФРАКЦИЯ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН

Поле дифракции m -кратно отраженной волны вычисляется по вычетам интеграла в Ψ_m в полюсах t_s : $w_1(t_s) = 0$. Ряд вычетов сходится достаточно быстро, вычисление же вычетов осложняется увеличением их кратности по сравнению с обычной дифракцией вокруг гладкой сферы: полюс интеграла в Ψ_m имеет кратность $(m+1)$. Поэтому общие выражения для вычетов являются громоздкими и относительно просты лишь для $m=1, 2$, а далее лучше воспользоваться асимптотическими формулами.

Для Ψ_m с контурным интегралом от функции с полюсом $(m+1)$ -го порядка имеем

$$\begin{aligned}\Psi_m &= e^{i\pi/2} \sum_{s=1}^{\infty} \text{Res}_{m+1} F(t_s), \\ \text{Res}_{m+1} F(t_s) &= \frac{1}{m!} \left. \frac{d^m}{dt^m} [F(t)(t - t_s)^{m+1}] \right|_{t=t_s},\end{aligned}\tag{11}$$

где через $F(t)$ обозначено подынтегральное выражение в Ψ_m , которое в этом случае удобно записать в форме

$$\begin{aligned}F(t) &= e^{ixt} R_i^m(t, y_i) \hat{g}(t, y) \hat{g}(t, y_0) S^{m-1}(t) w_1^{-1}(t), \\ \hat{g}(t, y) &= g(t, y) w_1(t) w_2(t).\end{aligned}$$

Учитывая, что уже $|t_1| \approx 2,34$ и далее величины t_s растут с ростом $s=1, 2, 3, \dots$, будем использовать для $w_{1,2}(t_s)$ их асимптотики в окрестности луча $t = |t| \exp(i\pi/3)$. Для обычно используемых высот расположения антенн при ДГР УКВ $h = 5 \div 10$ м при уменьшении длины волны вплоть до $\lambda = 0,1$ м величина $y \ll 1$ и $y < |t_s|$, поэтому и для $w_{1,2}(t_s - y)$

пользуемся названными выше асимптотиками. Для функций $w_{1,2}(t_s - y_i)$ можно по-прежнему использовать асимптотики, справедливые в окрестности отрицательной полуоси $\operatorname{Re}(t - y_i) < 0$.

Тогда для отдельных множителей в (11) справедливы приближенные выражения

$$e^{ixt} R_i(t, y_i) = R_F^m(t, y_i) \exp [i \hat{\Omega}_m(t) + im\pi/2] \{1 + 0[(y_i - t)^{-3/2}]\}, \quad (12)$$

где

$$\hat{\Omega}_m(t) = xt + \frac{4}{3} m (y_i - t)^{3/2} \approx (x - 2m\sqrt{y_i})t + \frac{4}{3} my_i^{3/2}$$

и учтено, что в соответствии с (5) асимптотика R_F является медленно меняющейся по сравнению с экспонентой функцией,

$$\hat{g}(t, y) = 2e^{i\pi/3} |t|^{-1/4} |t - y|^{-1/4} \sin(-|t|^{1/2}y + \pi/4) [1 + 0(|t|^{-3/2})]; \quad (13)$$

$$S^{m-1}(t) w_1^{-2}(t) (t - t_s)^{m+1} = e^{-i\pi(m-3)/6} 2^{-(m+1)} |t_s|^{-m/2} [1 + 0(|t_s|^{-3/2})]. \quad (14)$$

При $m = 1$, что соответствует дифракции однократно отраженной волны, имеем полюс второго порядка и $\frac{d}{dt} [(t - t_s)/w_1(t)]^2|_{t=t_s} = t_s w_1(t_s)/[w_1'(t_s)]^3 = 0$, при $m \geq 2$ влияние $S^{m-1}(t) w_1^{-2}(t)$ становится заметным.

В результате оценки роли отдельных множителей и их производных при вычислении вычетов $\operatorname{Res}_{m+1} F(t_s)$ для выяснения механизма дифракции выражение для Ψ_m в области тени удобно представить в приближенной форме:

$$\begin{aligned} \Psi_m(x, y, y_0) \approx & 2e^{i\pi/2} \sum_{s=1}^{\infty} R_F^m(t_s, y_i) g_s(y) g_s(y_0) \times \\ & \times [S^{m-1}(t) w_1^{-2}(t) (t - t_s)^{m+1}]_{t=t_s} \exp [i \hat{\Omega}_m(t_s) + im\pi/2] G_{m+1}(t_s), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$G_{m+1}(t_s) = \operatorname{Res}_{m+1} F(t_s)/F(t_s) (t - t_s)^{m+1}, \quad g_s(y) = \hat{g}(t_s, y)/(-2i)$$

— высотный множитель [4].

С учетом асимптотик (12)–(14) имеем следующие приближенные выражения для $G_m(t_s)$:

$$G_2(t_s) \approx \frac{\exp(i\pi/2)}{2!} \frac{d \hat{\Omega}_1}{dt} = \frac{\exp(i\pi/2)}{2!} [x - 2(y_i - t_s)^{1/2}],$$

$$G_3(t_s) \approx \frac{\exp(i\pi/2)}{3!} \frac{d \hat{\Omega}_2}{dt} \left[e^{i\pi/2} \frac{d \hat{\Omega}_2}{dt} + \sqrt{t_s} \right],$$

$$G_4(t_s) \approx \frac{\exp(i\pi/2)}{4!} \frac{d \hat{\Omega}_3}{dt} \left[\left(e^{i\pi/2} \frac{d \hat{\Omega}_3}{dt} \right)^2 - 3 \frac{d^2 \hat{\Omega}_3}{dt^2} \right] \text{ и т.д.}$$

Из этих выражений видно, что для грубой оценки поведения $G_m(t_s)$ можно полагать

$$G_m(t_s) \approx e^{i(m-1)\pi/2} \frac{1}{m!} \left(\frac{d \hat{\Omega}_{m-1}}{dt} \right)^{m-1},$$

$$|G_m(t_s)| \approx \frac{1}{m!} [x - 2(m-1)\sqrt{y_i}]^{m-1} \approx \frac{1}{m!} (x - x_{m-1})^{m-1} \\ (y_i \gg |t_s|).$$

Следовательно, для каждого из участков $x_{m-1} < x < x_m$ величина G_m мала на левом конце участка при $x \approx x_{m-1}$ и растет к правому при $x \rightarrow x_m$, а скорость роста увеличивается с ростом m .

Формула (15) является асимптотическим обобщением обычной формулы дифракции вокруг сферы — наличие множителя R_F^m указывает, что (15) описывает дифракцию m -кратно отраженной волны с амплитудой, пропорциональной коэффициенту отражения R_F^m , а множитель $G_{m+1}(t_s)$ учитывает многократный характер дифракции. Действительно, определив $G_1(t_s) = 1$ и положив $m=0$ в (14) и (15), можно убедиться, что Ψ_0 из формулы (15) совпадает асимптотически (по параметру t) с Ψ_0 в формуле (4), т. е. G_{m+1} учитывает дифракцию m -кратно отраженной волны и показывает $(m+1)$ -ю кратность дифракции в общем процессе распространения УКВ от заданного источника в данной задаче.

Заметим также, что отдельные члены ряда вычетов в (15) можно рассматривать в терминах геометрической теории дифракции. Действительно, их экспоненциальное ослабление пропорционально $m \hat{\Omega}_m(t_s) \approx (x - 2m\sqrt{y_i}) \operatorname{Im} t_s$ и обусловлено скольжением лучей вдоль поверхности сферы. В эквивалентной плоской задаче этому соответствует участок поверхности раздела L_b при $m=1$ (рис. 2) от основания линии геометрической тени $x'_1 = \sqrt{y_0} + 2\sqrt{y_i}$ до основания дифракционного луча $x_d = x - \sqrt{y_i}$, где (x, y) — координаты точки наблюдения R' в области тени:

$$L_b = x_d - x'_1 = x - (\sqrt{y_0} + 2\sqrt{y_i} + \sqrt{y_i}) \approx x - 2\sqrt{y_i} \quad (y_i \gg y, y_0).$$

Изменение фазы вдоль луча равно

$$\varphi = kD + \operatorname{Re} \hat{\Omega}_m(t_s) = kD(1 + \operatorname{Re} t_s/2M^2) + \frac{4}{3} my_i^{3/2}(1 - 3 \operatorname{Re} t_s/2y_i) \approx \\ \approx kD + \frac{4}{3} my_i^{3/2} \quad (|t_s| \ll M, |t_s| \ll y_i),$$

где учтен фазовый множитель $\exp(ikD)$ перед функцией ослабления $V(x, y, y_0)$ в решении граничной задачи [4]. Величины L_b и φ аналогичны соответствующим в [10] с учетом отражения волн от излома $\varepsilon(h)$ в рассматриваемом случае.

Теперь можно перейти к анализу механизма распространения УКВ в данной задаче. На основании (4), (7) и (15) функцию $\Psi(x, y, y_0)$ можно представить в виде

$$\Psi(x, y, y_0) = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_m(x, y, y_0), \quad (16)$$

однако реально следует учитывать конечное число членов суммы, следующим образом изменяя их номера в зависимости от расстояния:

$$0 < x < x_1, \quad m = 1,$$

$$\Psi(x, y, y_0) = \Psi_0(x, y, y_0) + \Psi_1(x, y, y_0) + \delta_2(|R_F|^2), \quad (17)$$

где через δ_2 обозначен первый из отброшенных членов, малый по сравнению с Ψ_1 по величине коэффициента отражения R_F , где индекс «1»

означает степень R_F и $|R_F| \ll 1$. В области $\sqrt{y_0} + \sqrt{y} < x \leq 2\sqrt{y_1}$ происходит дифракция поля реального источника, описываемого рядом вычетов в Ψ_0 , и с некоторого расстояния начинает сказываться влияние однократно отраженной волны в соответствии с (8). Далее этот процесс повторяется, только на каждом из последующих участков номера m наблюдается дифракция $(m-1)$ -кратно отраженной волны из (15) и влияние волн m -го отражения Ψ_m из (8), так что обобщенно имеем

$$x_{m-1} < x < x_m, \quad m = 1, 2, 3, \dots, m_0, \quad x_m = \sqrt{y_0} + 2m\sqrt{y_1} + \sqrt{y}, \quad (18)$$

$$\Psi(x, y, y_0) = \Psi_{m-1}(x, y, y_0) + \Psi_m(x, y, y_0) + \sum_{k=0}^{m-2} \delta_k + \delta_{m+1}(|R_F|^{m+1}),$$

а малыми оказываются ранее дифрагированные волны на участках с номерами $0 \leq k \leq (m-2)$, где $\delta_k = 0$ при $k < 0$, и поле, возникшее в результате $(m-1)$ -го отражения.

Далее на основе анализа полученных формул следует ожидать, что учет отражений имеет конечный предел — $m = m_0$. Действительно, из (15) видно, что скорость убывания поля дифракции на каждом из участков определяется в основном экспоненциальным множителем и сохраняется примерно постоянной, амплитуда же поля отраженной волны убывает при дифракции медленнее — за счет влияния множителя $G_{m+1}(t_s)$ (от начала к концу участка он растет как в зависимости от расстояния, так и с ростом m), чем постепенно убывающее (пропорционально R_F^m) поле при отражении. В результате поле m_0 -кратно отраженной волны уже не сможет дать заметного вклада и будет превалировать поле дифракции Ψ_{m_0+1} и на следующем участке будет важен только дифракционный вклад члена Ψ_{m_0} из (15). Численные оценки подтверждают это. Поэтому в представлении Ψ удобнее воспользоваться формулой конечной геометрической прогрессии из (6):

$$\Psi(x, y, y_0) = \sum_{m=0}^{m_0+1} \Psi_m(x, y, y_0), \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi_{m_0+1} = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} e^{ixt} \Phi(y, y_0, t) [S(t) - S(t - y_0)] \times \\ \times R_i^{m_0+1}(t, y_1) S^{m_0}(t) \frac{dt}{1 - S(t) R_i(t, y_1)}. \end{aligned}$$

Даже при вычислении последнего интеграла в полюсах $1 - SR_i = 0$ следует ожидать, что сходимость ряда вычетов будет лучше, чем в [3] в силу малости коэффициентов возбуждения мод, пропорциональных $|R_F^{m_0+1}| \ll 1$. Кроме того, применительно к распространению УКВ можно полагать, что это будут столь большие дальности, где Ψ_{m_0+1} в (19) годится лишь для асимптотической оценки — положение меняется в случае длинных волн в силу действительно волноводного характера распространения при учете влияния ионосферы.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На основе полученных выше асимптотических формул будем вычислять функцию ослабления поля $V(x, y, y_0, \infty)$ в области тени $x > x_0 = -\sqrt{y_0} + \sqrt{y}$. С учетом (1) и (4) представим ее в виде суммы $V = V_0 + V_R$, где функции V_0 и V_R выражаются через соответствующие функции Ψ

$m=0, 1, 2, \dots$. Конкретные формулы зависят от расстояния, которое удобно разбивается на участки с номерами $m=1, 2, 3, \dots$:

$$\sqrt{y_0} + 2(m-1) \sqrt{y_i} + \sqrt{y} < x < \sqrt{y_0} + 2m \sqrt{y_i} + \sqrt{y} \quad (m=1,2,3,\dots),$$

$$V(x, y, y_0, \infty) \approx 2e^{i\pi/2} \sum_{s=1}^{\infty} R_F^{m-1}(t_s, y_i) g_s(y) g_s(y_0) \times$$

$$\times [S^{m-1}(t) w_1^{-2}(t) (t - t_s)^{m+1}]_{t=t_s} \exp [i \hat{\Omega}_{m-1}(t_s) + i(m-1)\pi/2] \times \quad (20)$$

$$\times G_m(t_s) + 4(-1)^m \rho_m(t_m) R_F^m(t_m, y_i) \exp [i \Omega_m(t_m)] \times$$

$$\times \sin(y \sqrt{-t_m}) \sin(y_0 \sqrt{-t_m}).$$

Результаты вычислений приведены на рис. 3. Численные параметры модели $\epsilon(h)$ и длина волны $\lambda = 6 \text{ м}$ взяты из [3]. Штрих-пунктирной линией на рис. 3 показана $|V_0|$ — функция ослабления при дифракции вокруг сферы эквивалентного радиуса $a_e = 4a/3$, сплошная линия с точками соответствует $|V_R|$ в форме геометрооптического приближения второго члена в (20). Скачок при переходе от m -го участка к $(m+1)$ -му в основном определяется уменьшением множителя R_F^{m+1} , $|R_F| \ll 1$ и равен примерно $20 \lg |R_F|$. Границы участков суть $x_m = \sqrt{y_0} + 2m \sqrt{y_i} + \sqrt{y} \approx 2m \sqrt{y_i}$, $y_i \gg y, y_0$. Суммарная функция ослабления $|V| = |V_0 + V_R|$ показана сплошной извилистой линией; скачки $|V|$ геометрооптического приближения V_R сглажены учетом дифракции m -кратно отраженной волны при переходе на $(m+1)$ -й участок, где $m=1, 2, 3, \dots$. При вычислении вычетов в (20) учитывались члены до $s=5$. Этого недостаточно на левых концах участков $m=2, 3, 4, \dots$, в окрестности $x=x_m$ следует вычислять интеграл в Ψ_{m-1} численно (здесь осуществлялось графическое сшивание кривых в этих местах). Вычисления по формуле (20) несложны, а наглядный смысл отдельных слагаемых удобен для контроля и анализа.

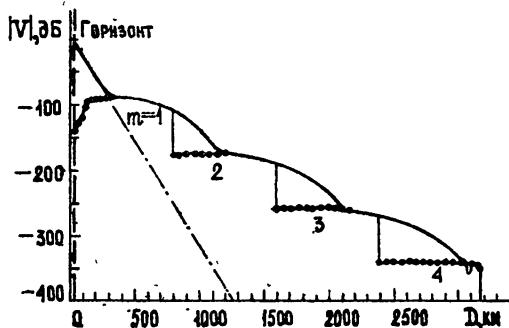


Рис. 3.

Рис. 3. Функция ослабления $|V|$ при $h_i = 9,3 \text{ км}$ ($h = h_0 = 10 \text{ м}$, $g = 7,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$, $\beta^3 = 0,75$, $n_0 - 1 = 363 \cdot 10^{-6}$).

Рис. 4. Функция ослабления $|V|$ для разных высот h_i ($\lambda = 6 \text{ м}$, $h = h_0 = 10 \text{ м}$, $\beta^3 = -0,75$).

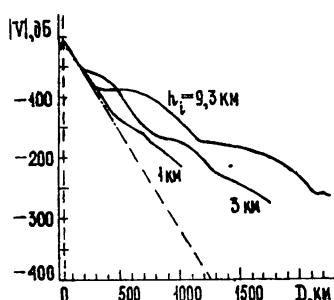


Рис. 4.

Последний подтверждает описанный выше механизм распространения УКВ в билинейной модели $\epsilon(h)$: на каждом из участков $m=1, 2, 3, \dots$ заметен переход от поля дифракции к полю отраженной волны с изменением погонного ослабления и его зависимости от λ , при $m=1$ дифрагирует прямое поле источника, при $m \geq 2$ наблюдается дифракция отраженных волн. Однако вклад отраженной от излома волны убывает с уве-

личением расстояния, ее поле превалирует над дифракционным на все меньшей части участков, что объяснимо уменьшением R_F^m и увеличением G_{m+1} на правом конце участка. Из рис. 3 можно предположить, что для выбранных численных параметров учет отражений будет необходим до участка $m = m_0 \approx 5 \div 7$. Но уже при $m=4$ дальности столь велики, что вряд ли они представляют интерес в диапазоне УКВ.

На рис. 4 показаны вычисления для разных высот излома $h_i = 1, 3$ и $9,3 \text{ км}$ соответственно. Можно отметить, что общий характер поведения функции ослабления сохраняется, но соотношение между вкладом отраженных волн и поля дифракции зависит от h_i . Формально это связано с существенной ролью предположения $y_i \gg 1$, так как при уменьшении y_i кривые приближаются к дифракционной для V_0 при $a_e = 4a/3$ (штрих-пунктирная линия). Физически это объясняется изменением соотношения между длиной волны λ и высотой h_i : при уменьшении отношения (h_i/λ) уменьшается возможность геометрооптического описания поля, что естественно.

Поскольку билинейная модель предложена применительно к ДТР УКВ, можно дать качественный анализ рис. 3, 4 с этой точки зрения. Именно, на участке $m=1$ после экспоненциального убывания функции ослабления при дифракции вокруг эквивалентной сферы $a_e = 4a/3$ замечен переход к более медленному убыванию поля, соответствующего вкладу однократно отраженной волны. Этот участок по характеру поведения $|V|$ можно уподобить первой (ближней) зоне ДТР [1]. Дифракция однократно отраженной волны на первой части участка $m=2$ может быть уподоблена второй (далней) зоне ДТР. Эти же участки кривой для $h_i = 3 \text{ км}$ (рис. 4) до расстояния $700 \div 800 \text{ км}$ соответствуют и общей протяженности области ДТР. По-видимому, подобие названных участков и зон ДТР в смысле поведения поля (рис. 3, 4) отражает механизм этого явления — имеется эквивалентный источник (область рассеяния или отражения волн), в освещенной зоне которого среднее поле медленно убывает с расстоянием (I зона ДТР), а в зоне дифракции погонное ослабление увеличивается (с учетом двукратного характера дифракции в общем процессе распространения радиоволн оно может немного отличаться от обычного для $a_e = 4a/3$).

Таким образом, выяснен характер дальнего тропосферного распространения УКВ в рамках билинейной модели тропосферы. Полученное решение лучше сходится по сравнению с предложенным в [3] и более наглядно, чем последнее, как в освещенной области, так и в области тени.

Приведенные формулы просты по структуре и могут быть легко использованы для расчетов. Решение этой задачи может служить основой для исследования роли рассеяния слоисто-неоднородной тропосферой радиоволн УКВ диапазона при дальнем тропосферном распространении.

В заключение автор выражает благодарность Л. А. Вайнштейну за внимание к работе и полезные критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн, под ред.: Б. А. Введенского, М. А. Колосова, А. И. Калинина, Я. С. Шифрина, изд. Сов. радио, М., 1965.
- Review of Radio Sci., Ed. by C. M. Minnis, Y. Bogitch, URSI, Brussels, Belgium, 1972, p. 1969.
- T. J. Cagroll and R. M. Ring, Proc. IRE, 43, № 10, 1384 (1955).
- В. А. Фок, Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн, изд. Сов. радио, М., 1970.
- В. А. Андрианов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 8, 1147 (1972).

6. В. А. А н д р и а н о в, Н. А. А р м а н д, Радиотехника и электроника, 10, № 3, 414 (1965).
7. Л. М. Б р е х о в с к и х, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М., 1957.
8. J. R. Wait, J. Geophys. Res., 66, № 6, 1713 (1961).
9. J. R. Wait and A. M. Conda, J. Geophys. Res., 66, № 6, 1725 (1961).
10. D. S. Jones, Phil. Trans., A-255, 1058, 341 (1963).
11. Ю. А. К р а в ц о в, сб. Аналитические методы в теории дифракции и распространения волн, М., 1970, стр. 268.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
29 июля 1975 г.

DIFFRACTION OF ULTRA SHORT RADIO WAVES AROUND THE EARTH IN A BILINEAR MODEL OF THE TROPOSPHERE

V. A. Andrianov

Long distance propagation of radio waves for a bilinear model of the troposphere refractive index is discussed theoretically. It is shown that the field of microwave propagation around the Earth in a shadow region is due to a consequent diffraction of radiowaves and their reflection from a discontinuity of the refractive index profile gradient. Numerical results are presented for illustration of microwave propagation mechanizm in the bilinear troposphere.
