

УДК 621.371.25

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ТРАЕКТОРИЙ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ ВБЛИЗИ РЕЗОНАНСА НА ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ЧАСТОТЕ

А. Е. Крупина, В. А. Яшнов

В связи с зондированием ионосферы сверху рассматривается задача о рефракции продольных волн в неоднородной магнитоактивной плазме вблизи ленгмюровской частоты. Показано, что в этом случае возможно распространение только прямых волн, волновой вектор и групповая скорость которых образуют между собой острый угол. Анализируется возможность появления петлеобразных траекторий при условии, когда плазменная частота больше гирочастоты электронов. Получены критерии существования траекторий различных типов в зависимости от параметров плазмы и характеристик волны.

Наблюдение резонансных эффектов при внешнем зондировании ионосферы привело к появлению большого количества теоретических работ, связанных с их интерпретацией (см., например, [1-8]). Ряд работ ставит своей целью объяснение больших длительностей сигналов, наблюдаемых на резонансных частотах ω_p , ω_r , ω_H и $n\omega_H$ (ω_p — ленгмюровская частота электронов, ω_r — верхняя гибридная частота, ω_H — гирочастота электронов, $n = 2, 3, \dots$). Широкое распространение получила интерпретация этих длительностей с помощью рефракции пакетов электростатических волн в неоднородной плазме. Впервые такая интерпретация была предложена Мак Афи в работе [2], где рассматривалось распространение плазменных волн при $\omega \approx \omega_p$. В [2] для случая $\omega_p > \omega_H$ анализировалась возможность осуществления групповых траекторий с возвратом в окрестность излучателя после распространения в неоднородной ионосферной плазме. Результаты расчетов [2] показывают, что существуют два типа групповых траекторий, которые могут одновременно пересечь уровень излучателя. Одна из траекторий имеет петлеобразную форму и соответствует, по мнению автора, обратным волнам, вторая траектория имеет обычный вид и соответствует прямым волнам. В работе Мак Афи [3] рассмотрена рефракция плазменных волн для случая $\omega_p < \omega_H$ и показано, что здесь возможен только один тип траекторий.

Ниже мы в приближении геометрической оптики рассмотрим задачу о рефракции плазменных волн при $\omega \approx \omega_p$ как при $\omega_p > \omega_H$, так и при $\omega_p < \omega_H$. Используется электростатическое приближение, в рамках которого дисперсионное уравнение имеет простой вид и дает возможность получить несложные аналитические выражения для групповых траекторий и времен группового запаздывания. В отличие от [2] и [3] показано, что как в случае $\omega_p > \omega_H$, так и при $\omega_p < \omega_H$ в неоднородной плазме возможно распространение только прямых волн.

Подтверждается вывод работы [2] о существовании траектории типа петли при $\omega_p > \omega_H$. В аналитической форме представлены критерии

возникновения таких траекторий в зависимости от плазменных параметров и характеристик волны.

1. Дисперсионное уравнение для электростатических волн, распространяющихся в плазме под углом θ к магнитному полю \mathbf{H}_0 при учете теплового движения электронов, впервые было получено в работе [9] (см. также монографию [10] или [11]). Так как резонанс $\omega \approx \omega_p$ является продольным, то мы будем рассматривать область малых углов θ , предполагая выполненным неравенство

$$\sin^2 \theta \ll 1. \quad (1)$$

Тогда дисперсионное уравнение для волн, распространяющихся при $\omega \approx \omega_p$, может быть получено из формулы, приведенной в [9] с использованием неравенства (1), и примет вид [2, 3]

$$\frac{\omega_H^2 k_x^2}{\omega^2} - \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2} k_z^2 + 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2} \frac{k_z^4 v_t^2}{\omega^2} = 0, \quad (2)$$

где k_x, k_z — компоненты волнового вектора, v_t — тепловая скорость электронов. Предполагается, что распространение происходит в плоскости xz , \mathbf{H}_0 направлено вдоль оси z . Из (2) легко получить компоненты групповой скорости:

$$v_{гpx} = \frac{k_x \omega}{k_z^2} \frac{\omega_H^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad (3)$$

$$v_{гpz} = \frac{\omega}{k_z} \left(6 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_z^2 v_t^2}{\omega^2} - \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \right).$$

Из соотношений (2) и (3) можно установить, что

$$k v_{гp} = 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_z^2 v_t^2}{\omega^2} > 0, \quad (4)$$

откуда следует, что волны вблизи $\omega \approx \omega_p$ являются прямыми независимо от выполнения условия $\omega_p > \omega_H$ или $\omega_p < \omega_H$.

2. Пусть среда является плоскостойкой, причем $\nabla \omega_p$ направлен перпендикулярно \mathbf{H}_0 , т. е. вдоль оси x . Тогда закон Снеллиуса принимает вид

$$k_z = k_{z0} = \text{const.} \quad (5)$$

Из (3) с учетом (5) получаем уравнение

$$k_x^2 = k_{z0}^2 \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} - 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \right). \quad (6)$$

Из (6) легко установить условия прозрачности для волн, распространяющихся в неоднородной среде в заданном направлении при $\omega \approx \omega_p$, а именно,

$$\omega^2 - \omega_p^2 > 0, \quad \left| \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \right| > 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \quad (\omega > \omega_H); \quad (7)$$

$$\omega^2 - \omega_p^2 < 0 \quad (\omega < \omega_H); \quad (8a)$$

$$\omega^2 - \omega_p^2 > 0, \quad \left| \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \right| < 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \quad (\omega < \omega_H). \quad (8b)$$

Координаты точки отражения находятся из условия $k_x^2 = 0$, т. е. согласно (6) из равенства

$$\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} = 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}. \quad (9)$$

Из соотношения (9) следует, что точку отражения имеют волны, определяемые только условиями (7) и (8б). Волны с частотой, удовлетворяющей условию (8а), соответствуют уходящим волнам и не представляют для нас интереса.

Из соотношений (3), (7) и (8б) видно, что при $\omega_p > \omega_H$ и $k_x > 0$

$$\begin{aligned} v_{грx} > 0, & \quad v_{грz} > 0, \\ \text{если } 3 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} < \left| \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \right| < 6 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$v_{грx} > 0, \quad v_{грz} < 0, \quad \text{если } \left| \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \right| > 6 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}. \quad (11)$$

Кроме того, заметим, что $v_{грz} = 0$ при условии

$$\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} = 6 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}. \quad (12)$$

Неравенства (11), (12) и (13) означают, что при заданной расстройке $\Delta = \omega - \omega_p$ существует некоторый критический угол выхода $\theta_{кр}$, при котором $v_{грz} = 0$; при углах, меньших $\theta_{кр}$, $v_{грz} > 0$, при углах, больших $\theta_{кр}$, $v_{грz}$ становится отрицательной. Однако всюду должно остаться выполненным соотношение (4) $k v_{гр} > 0$. Вид поверхностей показателя преломления $n(\theta)$, приведенный на рис. 1 для случая $\omega_p > \omega_H$, подтверждает вышесказанное. Действительно, согласно [12] групповая скорость направлена по нормали к поверхности $n(\theta)$ и при $\theta = \theta_{кр}$ компонента $v_{грz}$ обращается в нуль.

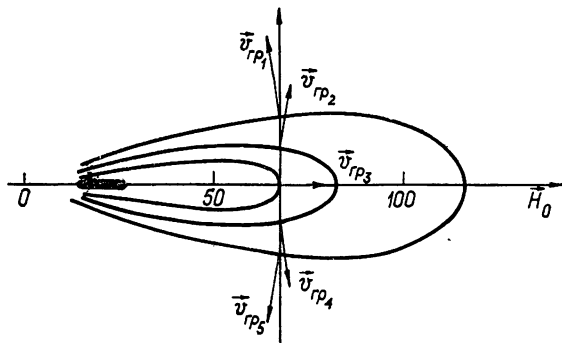


Рис. 1.

При $\omega_p < \omega_H$ и $k_x > 0$ из соотношений (3) и (8б) следует, что $v_{грx} < 0$, $v_{грz} > 0$ при любых углах выхода. Поверхности показателя преломления для этого случая приведены на рис. 2.

3. Рассмотрим распространение пакета плазменных волн в среде с линейным законом изменения концентрации электронов. Представим квадрат плазменной частоты в виде

$$\omega_p^2 = \omega_{p0}^2 + \beta x, \quad (13)$$

где ω_{p0} — значение плазменной частоты на уровне излучателя ($x=0$), $\beta = \left(\frac{\partial \omega_p^2}{\partial x} \right)_{x=0}$. Будем предполагать, что $|\beta x| \ll \omega_{p0}^2$. Из соотношений (2), (3) и (6) с учетом (13) видно, что компоненты групповой скорости $v_{грx}$ и $v_{грz}$ могут обратиться в нуль соответственно на уровнях $x = x_{\max}$ и $x = x_1$:

$$x_{\max} = \frac{\omega^2}{\beta} \frac{\frac{\omega^2 - \omega_{p0}^2}{\omega^2} - 3 \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}}{1 + 3 \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}}; \quad (14)$$

$$x_1 = \frac{\omega^2}{\beta} \frac{\frac{\omega^2 - \omega_{p0}^2}{\omega^2} - 6 \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}}{1 + 6 \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}}. \quad (15)$$

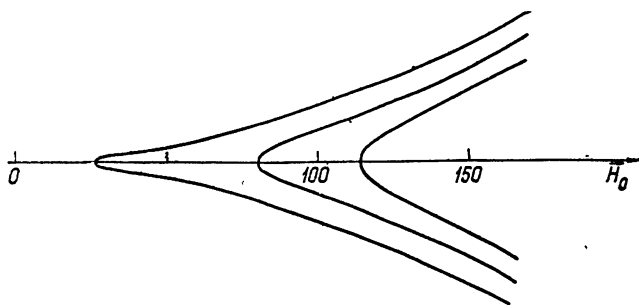


Рис. 2.

Обращение в нуль z -й компоненты групповой скорости связано с тем, что поверхность $n(\theta)$ (n — показатель преломления, θ — угол между волновой нормалью и магнитным полем) вблизи плазменной частоты имеет форму типа гантели (см. рис. 1).

Уравнение луча согласно [12] имеет вид

$$\frac{dx}{v_{грx}} = \frac{dz}{v_{грz}}. \quad (16)$$

Подставив (3) в (16) при учете (13), после интегрирования получаем

$$z = 2e \left[c \sqrt{a} - \sqrt{c - dx} \left(a + \frac{1}{3} bx \right) \right], \quad (17)$$

где

$$a = \frac{1}{3} \left(12 \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} - \frac{\omega^2 - \omega_{p0}^2}{\omega^2} \right) + 2 \frac{\frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}}{1 + 3(k_{z0}^2 v_t^2 / \omega^2)} \frac{c}{e},$$

$$b = \left(1 + 6 \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \right) \frac{\beta}{\omega^2}, \quad e = \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2},$$

$$c = e \left(\frac{\omega^2 - \omega_{p0}^2}{\omega^2} - 3 \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \right), \quad d = e \left(1 + 3 \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \right) \frac{\beta}{\omega^2}.$$

Из уравнения траектории (17) можно найти координату $z = z_{\max}$, которая вместе с (14) дает положение точки отражения:

$$z_{\max} = \frac{2}{3} \frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2} \left(12 \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} - \frac{\omega^2 - \omega_{p0}^2}{\omega^2} \right) \times \left[\frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_{p0}^2}{\omega^2} - 3 \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \right) \right]^{1/2}. \quad (18)$$

Заметим, что координате z_{\max} соответствует не только точка отражения $x = x_{\max}$, но и точка пересечения $x = x_2$, для которой имеем

$$x_2 = \frac{\omega^2}{\beta} \frac{\frac{\omega^2 - \omega_{p0}^2}{\omega^2} - 12 \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}}{1 + 6 \frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2}}. \quad (19)$$

При $0 < x_2 < x_{\max}$ траектория имеет петлеобразный вид.

Определим условия существования траекторий различных типов. Введем параметр γ с помощью соотношения

$$\gamma = \frac{|\omega^2 - \omega_{p0}^2|}{\omega_{p0}^2} \left(\frac{k_{z0}^2 v_t^2}{\omega^2} \right)^{-1}. \quad (20)$$

Величина γ при заданных параметрах плазмы ω_{p0} и v_t и фиксированной частоте волны ω определяет угол выхода, т. е. k_{z0} . Прежде всего рассмотрим случай $\omega < \omega_H$. Условие прозрачности в соответствии с (86) имеет вид $\gamma < 3$. При этом $x_{\max} < 0$ и волна отражается от области, где концентрация электронов меньше, чем на уровне излучателя. Точки x_1 и x_2 в этом случае лежат в области непрозрачности ($x_1, x_2 < x_{\max}$). Этот тип траектории показан на рис. 3.

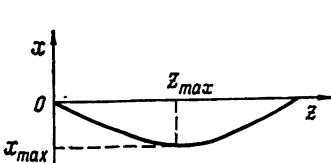


Рис. 3.

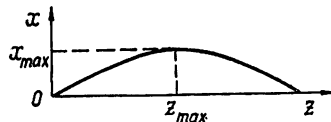


Рис. 4.

В обратном случае, когда $\omega > \omega_H$, область прозрачности определяется условием $\gamma > 3$. Координата точки отражения $x_{\max} > 0$. Если $3 < \gamma < 6$, то точка поворота $x_1 < 0$, а $z_{\max} > 0$. Траектория имеет обычный «квазипараболический» вид (см. рис. 4). При $\gamma = 6$ $x_1 = 0$, т. е. на уровне излучателя групповая скорость перпендикулярна магнитному полю (см. рис. 5). Если $6 < \gamma < 12$, то точка поворота $x_1 > 0$, точка пересечения $x_2 < 0$, $z_{\max} > 0$ и траектория имеет подковообразный вид (см. рис. 6). При $\gamma = 12$, $0 < x_1 < x_{\max}$ точках пересечения $x_2 = 0$ и $z_{\max} = 0$. При этом точки выхода и входа луча совпадают (см. рис. 7).

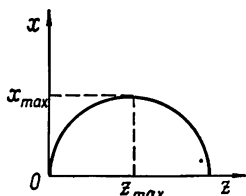


Рис. 5.

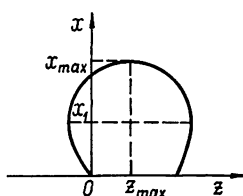


Рис. 6.

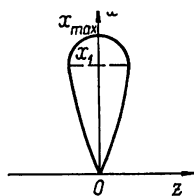


Рис. 7.

Наконец, при $\gamma > 12$ точка поворота x_1 и точка пересечения x_2 лежат выше уровня излучателя ($0 < x_2 < x_1 < x_{\max}$, $z_{\max} < 0$). Траектория в этом случае имеет вид петли (см. рис. 8).

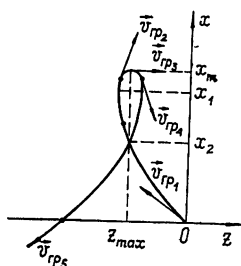


Рис. 8.

Все изложенное выше относится к случаю $k_{z0} > 0$. При $k_{z0} < 0$ критерии существования траекторий различных типов остаются прежними. Траектории будут иметь тот же вид, что и на рис. 3—8 с заменой направления оси z на противоположное. Таким образом, если излучаются одновременно волны с $k_{z0} > 0$ и $k_{z0} < 0$, то для случая $\omega > \omega_H$ в точку приема могут прийти одновременно два луча (одна траектория обычного типа, вторая — петлеобразная). Этот вывод может быть использован для интерпретации биений, наблюдаемых вблизи резонанса

$\omega \approx \omega_p$ при внешнем зондировании ионосферы.

В заключение авторы благодарят Б. Н. Гершмана за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Proc. IEEB, 57, № 6 (1969) (русский перевод «Тематический выпуск. Зондирование ионосферы сверху», изд. Мир, М., 1969).
2. J. R. Mc Afee, J. Geophys. Res., 74, 802 (1969).
3. J. R. Mc Afee, J. Geophys. Res., 74, 6403 (1969).
4. Б. Н. Гершман, А. Е. Крупина, Ю. Я. Яшин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 7, 981 (1973).
5. Б. Н. Гершман, А. Е. Крупина, Ю. Я. Яшин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика 17, № 10, 1461 (1974).
6. J. Vitou, Radio Sci., 9, 17 (1974).
7. А. Е. Крупина, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 19, № 12, 1810 (1976).
8. J. R. Mc Afee, J. Geophys. Res., 5, 4287 (1970).
9. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, 24, 659 (1953).

10. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
11. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред, Атомиздат, М., 1961.
12. K. G. Budden, Radio Waves in the Ionosphere, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1961.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
8 июля 1975 г.

SOME PECULIARITIES OF TRAJECTORIES OF LONGITUDINAL WAVES IN IONOSPHERIC PLASMA NEAR RESONANCE AT LANGMUIR FREQUENCY

A. E. Krupina, V. A. Yashnov

The problem of longitudinal wave refraction in the inhomogeneous magnetoactive plasma near Langmuir frequency is considered for the case of topside sounding of the ionosphere. In this case the propagation of only forward waves is shown to be possible, the wave vector and the group velocity forming an acute angle. The possibility of appearance of loop-like trajectories under the condition when the plasma frequency is greater than the electron gyro-frequency is analysed. The criteria of existence of different-type trajectories as a function of plasma parameters and characteristics of a wave are obtained.
