ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 2, РАДИОФИЗИКА 1977

УДК 538.574.2

ОБ АНОМАЛЬНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЛН В ТОНКИХ ПЛАЗМЕННЫХ СЛОЯХ

Н. А. Азаренков, А. Н. Кондратенко

Найдены коэффициенты отражения и прохождения, а также поля в плазме при наклонном падении электромагнитной волны, частота которой близка к плазменной, на изотропный однородный слой плазмы. Вычислен коэффициент трансформации электромагнитной волны в продольную. Оказывается, что в широком интервале углов падения коэффициент трансформации в тонком слое значительно больше, чем в полуограниченной плазме.

1. При наклонном падении электромагнитной волны, электрический вектор которой лежит в плоскости падения, на изотропную однородную плазму в последней может возбуждаться продольная волна, если частота падающей волны близка к ленгмюровской.

Преобразование поперечных волн в продольные или продольных в поперечные на границе плазмы (трансформация волн) имеет важное значение для диагностики: должна учитываться в энергобалансе плазмы, может быть использована для радиосвязи и в ряде других приложений.

Трансформация волн на резкой границе полуограниченной изотропной плазмы, граничащей с вакуумом или диэлектриком, рассматривалась в целом ряде работ [1–7]. Коэффициент трансформации, определяемый как отношение нормальных компонент плотностей потоков энергии возбуждаемой продольной волны и падающей электромагнитной на границе плазма—вакуум имеет следующее значение:

$$W = \frac{2\sqrt{6\varepsilon}\,\beta_T \sin^2\theta\cos\theta}{(\varepsilon\cos\theta + \beta_T\sqrt{3/2\varepsilon}\,\sin^2\theta)^2 + \sin^2\theta - \varepsilon}, \tag{1}$$

где θ — угол падения электромагнитной волны на плазму, $\beta_T = v_T/c$, v_T — средняя тепловая скорость электронов, c — скорость света, $\varepsilon = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2}$, Ω_e — плазменная частота. Столкновениями электронов пренебрегаем.

Формула (1) применима в области скинирования поперечной волны при условиях возбуждения продольной: $\sin^2\theta \gg \varepsilon > 0$, $\varepsilon \ll 1$.

В области прозрачности электромагнитной волны ($\sin^2\theta < \varepsilon$) в формуле (1) изменяется знаменатель, который оказывается равным

$$\left(\varepsilon\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta} + \beta_T\sqrt{\frac{3}{2\varepsilon}}\sin^2\theta\right)^2.$$

Коэффициент трансформации (1) имеет резонансный пик при угле падения $\theta = \theta_0 = \arcsin\sqrt{\varepsilon}$. Максимальное значение при условии $\varepsilon \gg \beta_T^2$

$$W_{\max} = 2\sqrt{\frac{6}{\varepsilon}}\,\beta_T. \tag{2}$$

Полуширина резонансной кривой очень мала: $\Delta\theta = \varepsilon\sqrt{\varepsilon}$. В остальном диапазоне углов коэффициент трансформации, определяемый формулой (1), мал: если $\sin^2\theta \gg \varepsilon$, то $W \approx 2\sqrt{6\varepsilon}\,\beta_T \cos\theta$, в противоположном случае $W \approx 2\sqrt{6\varepsilon}\,\beta_T \frac{\sin^2\theta}{\varepsilon}$.

В настоящей работе рассмотрим трансформацию волн на границе однородного плазменного слоя в кинетическом приближении. Оказывается, что в тонком плазменном слое (поперечный размер слоя меньше скиновой глубины в полуограниченной плазме при нормальном скин-эффекте) коэффициент трансформации может сильно возрастать и в широком интервале углов по порядку величины определяться формулой (2).

2. Рассмотрим проникновение электромагнитной волны, падающей под углом θ, в однородный плоскопараллельный плазменный слой, толщина которого равна a. Исходной системой уравнений являются уравнения Максвелла и кинетическое уравнение для высокочастотной добавки к равновесной функции распределения частиц. Систему координат выбираем так, что ось x нормальна к границам плазменного слоя, координаты которого $x = 0$, a, волна распространяется в плоскости $x0z$. Зависимость полей в плазме и вакууме от времени и координаты z определяется множителем $\exp[i(k_3 z - \omega t)]$, где $k_3 = k\sin\theta$, $k = \omega/c$. Зависимость от координаты y отсутствует.

Если электрический вектор падающей волны лежит в плоскости падения и отражение электронов от границ слоя зеркальное, то поля в плазме определяются суммами [8]:

$$E_x(x) = \frac{2}{ka}\sum_{n=0}^{\infty}{}' B\,\frac{k_3\alpha_n}{q_n^2}\left(\frac{1}{\varepsilon^l} + \frac{k^2}{q_n^2 - k^2\varepsilon^t}\right)\sin\alpha_n x; \tag{3}$$

$$E_z(x) = -\frac{2i}{ka}\sum_{n=0}^{\infty}{}' \frac{B}{q_n^2}\left(\frac{k_3^2}{\varepsilon^l} - \frac{\alpha_n^2 k^2}{q_n^2 - k^2\varepsilon^t}\right)\cos\alpha_n x, \tag{4}$$

где

$$B = H_y(0) - (-1)^n H_y(a), \qquad q_n = \sqrt{\alpha_n^2 + k_3^2}, \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{a},$$

штрих у знака суммы означает, что член суммы с $n = 0$ берется со множителем 1/2, ε^l и ε^t — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости изотропной плазмы, в которых x-составляющая волнового вектора принимает дискретный ряд значений.

Для максвелловской равновесной функции распределения ε^t и ε^l определяются формулами:

$$\varepsilon^t = \varepsilon_0 - \frac{\Omega_e^2}{\omega(\omega + i\nu_e)}\,\varphi(u),$$
$$\varphi(u) = 2u\exp(-u^2)\left[\int_0^u dy\,\exp(y^2) - \frac{i\sqrt{\pi}}{2}\right]; \tag{5}$$

$$\varepsilon^l = \varepsilon_0 + \frac{2\Omega_e^2 u^2}{\omega(\omega + i\nu_e)}\left[1 - 2u\exp(-u^2)\times\right.$$
$$\left.\times\int\limits_0^u dy\exp(y^2) + i\sqrt{\pi}\,u\exp(-u^2)\right], \tag{6}$$

где $u = \dfrac{\omega + i\nu_e}{v_T\sqrt{\alpha_n^2 + k_3^2}}$, ν_e — частота столкновений электронов, ε_0 — диэлектрическая проницаемость ионного остатка. Для газовой плазмы $\varepsilon_0 = 1$. В твердотельной плазме, в зависимости от вида вещества, ε_0 может иметь значение от нескольких единиц до нескольких десятков единиц.

Если частота волны близка к $\Omega_e/\sqrt{\varepsilon_0}$, а столкновениями электронов можно пренебречь ($\omega \gg \nu_e$), то в плазме могут возбуждаться продольные волны. Предположим, что главный вклад в суммы (3) и (4), дают небольшие значения α_n. Тогда следует взять асимптотики ε^t и ε^l в условиях слабой пространственной дисперсии ($u \gg 1$):

$$\varepsilon^t = \varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2},$$

$$\varepsilon^l = \varepsilon - \frac{3(\alpha_n^2 + k_3^2)v_T^2}{2\omega^2} + \frac{2\sqrt{\pi}\,i\,\Omega_e^2\,\omega}{(\alpha_n^2 + k_3^2)^{3/2}v_T^3}\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{\omega^2}{(\alpha_n^2 + k_3^2)v_T^2}\right]. \tag{7}$$

В условиях трансформации волн, когда $0 < \varepsilon \ll 1$, суммы (3) и (4) можно вычислить. В результате вычислений найдем

$$E_x(x) = -\frac{\sin\theta}{\varepsilon}\left\{H_y(a)\left(\frac{\sin qx}{\sin qa} - \frac{\sin\varkappa x}{\sin\varkappa a}\right) + \right.$$
$$\left. + H_y(0)\left[\frac{\sin q(a-x)}{\sin qa} - \frac{\sin\varkappa(a-x)}{\sin\varkappa a}\right]\right\}; \tag{8}$$

$$E_z(x) = \frac{i}{\varepsilon}\left\{H_y(a)\left[\frac{k\sin^2\theta\cos qx}{q\sin qa} + \frac{\varkappa\cos\varkappa x}{k\sin\varkappa a}\right] - \right.$$
$$\left. - H_y(0)\left[\frac{k\sin^2\theta\cos q(a-x)}{q\sin qa} + \frac{\varkappa\cos\varkappa(a-x)}{k\sin\varkappa a}\right]\right\}, \tag{9}$$

где

$$q = q_1 + i\xi, \qquad \xi \ll q_1,$$

$$q_1 = \left(\frac{2}{3}\frac{\varepsilon\omega^2}{v_T^2} - \frac{\omega^2}{c^2}\sin^2\theta\right)^{1/2}, \qquad \xi = \frac{1}{q_1 r_0^2}\sqrt{\frac{3\pi}{2\varepsilon^3}}\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{3}{2\varepsilon}\right), \qquad \varkappa = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}, \qquad r_0 = v_T/\Omega_e.$$

Используя граничные условия, состоящие в непрерывности полей E_z и H_y на границах слоя, найдем значения $H_y(0)$ и $H_y(a)$, а также амплитуду отраженной от слоя волны RE_0 и прошедшей через слой TE_0, где E_0 — амплитуда падающей волны:

$$\frac{H_y(0)}{E_0}=-\frac{2}{\eta}(\cos\theta-iZ_1)\cos\theta,\qquad \frac{H_y(a)}{E_0}=\frac{2iZ_2\cos\theta}{\eta};\tag{10}$$

$$R=\frac{1}{\eta}(Z_2^2-Z_1^2-\cos^2\theta),\qquad T=-\frac{2iZ_2\cos\theta}{\eta}e^{-ika\cos\theta},\tag{11}$$

где

$$\eta=Z_2^2+(\cos\theta-iZ_1)^2,$$

$$Z_1=-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{k}{q}\sin^2\theta\operatorname{ctg}qa+\frac{\varkappa}{k}\operatorname{ctg}\varkappa a\right),$$

$$Z_2=-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{k\sin^2\theta}{q\sin qa}+\frac{\varkappa}{k\sin\varkappa a}\right).\tag{12}$$

В полуограниченной плазме ($\xi a\gg 1$, $|\varkappa|a\gg 1$):

$$H_y(a)=0,\quad H_y(0)=\frac{2\varepsilon q_1E_0\cos\theta}{k\sin^2\theta+(\varkappa q_1/k)+\varepsilon q_1\cos\theta}.\tag{13}$$

Если плазменный слой настолько тонкий, что затуханием продольной волны в слое можно пренебречь ($\xi a\ll 1$), то при условии $q_1a=n\pi$ ($n=1,2,\ldots$) поле продольной волны возрастает вследствие пространственного резонанса [9, 10]. Резонансные частоты равны

$$\omega_n=\frac{\Omega_e}{\sqrt{\varepsilon_0}}+\frac{3n^2\pi^2v_T^2}{4\sqrt{\varepsilon_0}\,\Omega_ea^2}.\tag{14}$$

Рассмотрим случай, когда слой плазмы можно считать тонким для электромагнитной волны ($|\varkappa|a\ll 1$) и широким для продольной ($q_1a\gg 1$), т. е.

$$\frac{c\sqrt{\varepsilon_0}}{\Omega_e\sqrt{|\varepsilon-\sin^2\theta|}}\gg a\gg r_0\sqrt{\frac{3\varepsilon_0}{2\varepsilon}}.\tag{15}$$

Если коэффициент затухания продольной волны настолько мал, что $\xi a\ll 1$, то

$$H_y(0)=H_y(a)=\frac{-i\varepsilon q_1E_0\cos\theta}{i\varepsilon q_1\cos\theta+k\sin^2\theta\operatorname{tg}(q_1a/2)},\tag{16}$$

а компоненты электрического поля в плазме

$$E_x(x)=\frac{\sin\theta}{\varepsilon}H_y(0)\left[1-\frac{\sin q_1(a-x)+\sin q_1x}{\sin q_1a}\right],$$

$$E_z(x)=-\frac{i}{\varepsilon}H_y(0)\left\{\frac{\varkappa^2(2x-a)}{2k}+\frac{k\sin^2\theta}{q_1\sin q_1a}\times\right.$$
$$\left.\times[\cos q_1(a-x)-\cos q_1x]\right\}.\tag{17}$$

Амплитуда продольного поля определяется величиной магнитного поля на границе плазмы. В интервале углов $\frac{\pi}{2}>|\theta|>\sqrt{\varepsilon}$ это значение в тонком плазменном слое (16) значительно больше, чем в полуограниченной плазме (13).

Если $\xi a \gg 1$, т. е.

$$a \gg \frac{2\varepsilon^2 r_0}{3\sqrt{\pi\varepsilon_0}} \exp\left(\frac{3}{2\varepsilon}\right), \tag{18}$$

то продольная волна, возбуждаемая на одной из границ плазмы, полностью поглощается при распространении к другой границе. В этом случае для продольной волны плазму можно считать полуограниченной. Чтобы в то же время слой плазмы был тонким для электромагнитной волны, должно выполняться неравенство

$$\frac{v_T}{c} \ll \frac{3\sqrt{\pi}\,\varepsilon_0}{2\varepsilon^2} \exp\left(-\frac{3}{2\varepsilon}\right), \tag{19}$$

которое следует из (15) и (18).

Условие (19) может быть выполнено, если ε не слишком мало.

Поля в плазме и коэффициент трансформации W в этом случае оказываются следующими:

$$E_x(x) = \frac{\sin\theta}{\varepsilon} H_y(0)\,\{1 - \exp(iq_1x) - \exp[iq_1(a-x)]\},$$

$$E_z(x) = -\frac{H_y(0)}{\varepsilon}\left\{\frac{ix^2(2x-a)}{2k} + \frac{k\sin^2\theta}{q_1}\exp(iq_1x) - \right. \tag{20}$$

$$\left. - \frac{k\sin^2\theta}{q_1}\exp[iq_1(a-x)]\right\};$$

$$W = 1 - |R|^2 - |T|^2 = \frac{2Z_1'\cos\theta}{(Z_1' + \cos\theta)^2}. \tag{21}$$

Входящее в выражение (20) $H_y(0)$ имеет вид (16), где $\mathrm{tg}(q_1a/2)$ следует заменить на i,

$$Z_1' = \sqrt{\frac{3}{2\varepsilon^3}}\,\frac{v_T}{c}\sin^2\theta. \tag{22}$$

Ввиду условия (19) $Z_1' \ll 1$, поэтому для углов θ, не слишком близких к $\pi/2$,

$$W = \sqrt{\frac{6}{\varepsilon^3}}\,\frac{v_T}{c}\,\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}. \tag{23}$$

При $\theta \sim 1$ коэффициент трансформации в тонком слое плазмы (23) больше, чем в полуограниченной плазме, примерно в $1/\varepsilon^2$ раз.

При возрастании угла падения θ коэффициент трансформации растет и при $\theta_m = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{3}{2\varepsilon^3}}\,\frac{v_t}{c}$ принимает максимальное значение, равное 1/2.

Отметим, что такое максимальное значение коэффициента поглощения вообще характерно для тонких слоев плазмы независимо от характера диссипации волны: в работе [8] получено $W_m = 1/2$, обусловленное столкновениями частиц, в тонком однородном слое плазмы, а в работе [11] — такое же значение в тонком слое плазмы произвольной неоднородности.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. B. Field, Astrophys. J., 124, 555 (1956).
2. D. A. Jidman, Phys. Rev., 117, 366 (1960).
3. A. H. Kritz, D. Mintzer, Phys. Rev., 117, 382 (1960).
4. А. М. Федорченко, ЖТФ, 32, 589 (1962); УЖФ, 13, 1032 (1968).
5. Ц. Д. Лоладзе, Н. Л. Цинцадзе, ЖТФ, 34, 1380 (1964).
6. В. П. Силин, Е. П. Фетисов, ЖЭТФ, 41, 159 (1961).
7. А. Н. Кондратенко, И Н. Онищенко, ЖТФ, 40, вып. 2 (1970).
8. А. Н. Кондратенко, В. М. Мирошниченко, ЖТФ, 36, 2154 (1965).
9. P. Weissglas, Plasma Phys. J. Nucl. Energy P. C., 4, 329 (1962).
10. В. Ф. Алексин, сб. Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза, Киев, вып. 4, 96 (1965).
11. А. Н. Кондратенко, ЖТФ, 36, 398 (1966).

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию
2 апреля 1976 г.

ABNORMAL WAVE TRANSFORMATION IN THIN PLASMA LAYERS

N. A. Azarenkov, A. N. Kondratenko

The reflection and transformation coefficients are found, as well as the fields in plasma when an electromagnetic wave which frequency is close to the plasma one is incident on an isotropic homogeneous plasma layer. The coefficient of transformation of an electromagnetic wave into a longitudinal one is calculated. It appears that within a wide interval of the incidence angles the transformation coefficient in a thin layer is considerably greater than in a semi-bounded plasma.