

УДК 621.371.25

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДЕ ЗЕМЛЯ — ИОНОСФЕРА

*Н. С. Беллюстин, С. В. Поляков*

Рассмотрено возбуждение приземного волновода электрическими и магнитными источниками низкой частоты. Для расчетов выбрана плоская модель волновода Земля — ионосфера, ограниченного идеально проводящей Землей и однородной ионосферой. Направление внешнего магнитного поля произвольно. Получены выражения для полей в ионосфере в случае наземного источника, локализованного в волноводе в пренебрежении расплыванием волнового пучка. Смещение центров волновых пакетов зависит от ориентации геомагнитного поля. Приведены выражения для полей, создаваемых вблизи земной поверхности произвольной системой ионосферных токов. В случае возбуждения волновода локализованными ионосферными источниками получена картина «эффективных источников», расположенных на верхней границе волновода. Рассмотрена относительная эффективность дипольных источников различных типов и ориентаций. Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях низкочастотных сигналов искусственного и естественного происхождения

Известно, что распространение низкочастотных электромагнитных волн в условиях Земли носит волноводный характер. Это обусловлено отражением волн от ионосферы и от Земли, где показатели преломления велики. Вопросу о распространении электромагнитных волн в волноводе Земля — ионосфера посвящено значительное число работ, из которых укажем на [1-5]. В общем виде задача сложна, так как необходимо исследование уравнений Максвелла для сферической Земли, окруженной неоднородной анизотропной ионосферой, и в настоящее время не решена.

В данной работе рассмотрена модель плоского волновода между идеально проводящей Землей и однородной анизотропной ионосферой. Такая идеализация является довольно грубой в основном потому, что параметры ионосферной плазмы меняются с высотой по сложному закону (см., например, [3]). Кроме того, пренебрежение кривизной Земли позволяет рассматривать поля лишь на расстояниях, малых по сравнению с земным радиусом. Учет высотной зависимости показателей преломления нормальных волн исключает возможность получить обозримые аналитические результаты и требует применения численного счета. Поскольку численные методы не всегда дают возможность понять целостную картину распространения волн, представляется важным рассмотрение сравнительно простых модельных задач, позволяющих получить аналитические результаты и выявить некоторые характерные особенности распространения. Этому и посвящена настоящая работа.

Приближение резкой границы применимо для достаточно низких частот, пока длина волны велика по сравнению с толщиной переходного слоя. Мы полагаем  $f \leq 1$  кГц, хотя эта граница весьма условна. В работе [6] рассматривалась аналогичная задача в предположении, что внешнее магнитное поле вертикально. Как будет видно из дальнейшего, на-

клон магнитного поля существенно влияет на распространение волн в рассматриваемом диапазоне частот.

В первой части работы найдены поля, создаваемые в ионосфере локализованным источником, расположенным в волноводе. Во второй части рассмотрено возбуждение волновода ионосферными токами.

1. Рассмотрим излучение вертикального электрического диполя, расположенного на высоте  $z_0$  над земной поверхностью. Поля в волноводе описываются уравнениями Максвелла с  $\epsilon = 1$ . Введем потенциалы  $U$  и  $V$ , уравнения для которых имеют вид

$$\Delta U + k_0^2 U = 4\pi i k_0 P_e \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_0), \quad \Delta V + k_0^2 V = 0, \quad (1)$$

$$k_0 = \omega/c.$$

Поля определяются при этом следующими выражениями:

$$E = i k_0 U z_0 + \frac{i}{k_0} \text{grad} \frac{\partial u}{\partial z} - \text{rot}(V z_0), \quad (2)$$

$$H = i k_0 V z_0 + \frac{i}{k_0} \text{grad} \frac{\partial U}{\partial z} + \text{rot}(U z_0).$$

Здесь  $z_0$  — единичный вектор вдоль оси  $z$ . При таком выборе потенциалов  $U$  определяет поле  $TH$ -волн ( $H_z = 0$ ),  $V$  — поле  $TE$ -волн ( $E_z = 0$ ). В ионосфере

$$\Delta E - \text{grad} \text{div} E + k_0^2 \epsilon_{ij} E = 0, \quad H = \frac{i}{k_0} \text{rot} E. \quad (3)$$

Тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ij}$  в системе координат  $x, y, z$  (внешнее поле лежит в плоскости  $yz$ ) имеет вид

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon & ig \cos \nu & -ig \sin \nu \\ -ig \cos \nu & \epsilon \cos^2 \nu + \eta \sin^2 \nu & (\eta - \epsilon) \sin \nu \cos \nu \\ ig \sin \nu & (\eta - \epsilon) \sin \nu \cos \nu & \epsilon \sin^2 \nu + \eta \cos^2 \nu \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\epsilon, g, \eta$  — компоненты тензора в системе координат с осью  $z$  вдоль магнитного поля [7],  $\nu$  — угол между вертикалью и внешним магнитным полем  $H_0$ .

Решение исходных уравнений удобно искать в виде разложения по плоским волнам, используя преобразование Фурье по поперечным координатам  $x$  и  $y$ . Тогда с учетом граничных условий на плоскости  $z=0$

$$V = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \text{ получаем}$$

$$U(k_x, k_y, z) = C_1^f(k_x, k_y) \text{ch} qz + \frac{k_0 P_e}{2\pi q} e^{-q|z - z_0|} + \frac{k_0 P_e}{2\pi q} e^{-q|z + z_0|}, \quad (5)$$

$$V(k_x, k_y) = C_2^f(k_x, k_y) \text{sh} qz, \quad q^2 = k_{\perp}^2 - k_0^2, \quad k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2.$$

Подставив в (3) решение в виде плоской волны  $\sim \exp(ik_x x + ik_y y + ik_z z)$ , получим систему уравнений, определяющую дисперсионное уравнение и поляризацию нормальных волн:

$$\begin{aligned} & (k_0^2 \epsilon - k_y^2 - k_z^2)E_x + (ik_0^2 g \cos \nu - k_x k_y)E_y + (-ik_0^2 g \sin \nu + k_x k_z)E_z = 0, \\ & (-ik_0^2 g \cos \nu + k_x k_y)E_x + (k_0^2 \epsilon \cos^2 \nu + k_0^2 \eta \sin^2 \nu - k_x^2 - k_z^2)E_y + \\ & \quad + [k_0^2(\eta - \epsilon) \sin \nu \cos \nu + k_y k_z]E_z = 0, \\ & (ik_0^2 g \sin \nu + k_x k_z)E_x + [k_0^2(\eta - \epsilon) \sin \nu \cos \nu + k_y k_z]E_y + \\ & \quad + (k_0^2 \epsilon \sin^2 \nu + k_0^2 \eta \cos^2 \nu - k_x^2)E_z = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Приравнивая нулю детерминант (6), найдем дисперсионное уравнение, определяющее  $k_z(k_x, k_y)$ :

$$\begin{aligned} & Ak_z^4 + 2Bk_y k_z^3 + (Ck_0^2 + Dk_x^2 + Ek_y^2)k_z^2 + 2k_y(Fk_0^2 + Gk_x^2 + Jk_y^2)k_z + \\ & \quad + Lk_0^4 + Mk_0^2 k_x^2 + Nk_0^2 k_y^2 + Qk_x^4 + Pk_x^2 k_y^2 + Rk_y^4 = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$A = \eta \cos^2 \nu + \epsilon \sin^2 \nu, \quad B = G = J = (\eta - \epsilon) \sin \nu \cos \nu,$$

$$C = -\epsilon \eta (1 + \cos^2 \nu) - (\epsilon^2 - g^2) \sin^2 \nu,$$

$$D = \eta \cos^2 \nu + \epsilon (1 + \sin^2 \nu), \quad E = \eta + \epsilon, \quad F = -(\epsilon \eta - \epsilon^2 + g^2) \sin \nu \cos \nu,$$

$$L = \eta(\epsilon^2 - g^2), \quad M = -\epsilon \eta - \epsilon^2 + g^2, \quad N = -\epsilon \eta (1 + \sin^2 \nu) - (\epsilon^2 - g^2) \cos^2 \nu,$$

$$Q = \epsilon, \quad R = \eta \sin^2 \nu + \epsilon \cos^2 \nu, \quad P = \eta \sin^2 \nu + \epsilon (1 + \cos^2 \nu).$$

Поляризацию нормальных волн в плазме можно найти, подставляя  $k_z(k_x, k_y)$ , удовлетворяющее (7), в любые два уравнения из (6).

Выражение (7) достаточно сложно, и решить его в общем случае не удастся. Для упрощения воспользуемся тем, что в ионосфере  $|n| \gg 1$ , поэтому прошедший волновой пучок содержит плоские волны, направление которых составляет малый угол с вертикалью. При этом удобно разложение

$$k_{z1,2} \approx k_0 n_{1,2} + \alpha_{1,2} k_y + \beta_{1,2} k_x^2 + \gamma_{1,2} k_y^2 + \dots \quad (8)$$

Нас интересуют лишь два из четырех решений (7), которые спадают или удовлетворяют условию излучения на бесконечности. Коэффициенты в (8), вообще говоря, комплексны; если они действительны, то первый член разложения (8) определяет фазу, второй — смещение, квадратичные члены — распывание волнового пучка. В дальнейшем мы будем пренебрегать квадратичными членами, что справедливо при

$$\begin{aligned} & |\beta_{1,2}| k_{\perp \max}^2 \ll k_0 |n_{1,2}|, \quad |\gamma_{1,2}| k_{\perp \max}^2 \ll k_0 |n_{1,2}|, \\ & |\beta_{1,2}| k_{\perp \max}^2 (z - h) \ll \pi, \quad |\gamma_{1,2}| k_{\perp \max}^2 (z - h) \ll \pi, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $k_{\perp \max}$  определяется пространственным спектром падающей на границу первичной волны  $\sim e^{-(h-z)q}/q$ . При  $h - z_0 \ll k_0^{-1}$ , что выполнено в рассматриваемом диапазоне частот,  $k_{\perp \max} \sim (h - z_0)^{-1}$ . Кроме того, будем считать

$$|\alpha_{1,2}| k_{\perp \max} \ll k_0 |n_{1,2}|, \quad (10)$$

что позволит при вычислении поляризации волн считать  $k_{z1,2} \approx k_0 n_{1,2}$ .

Коэффициенты разложения в (8) имеют вид,

$$n_{1,2}^2 = \frac{\varepsilon\eta(1 + \cos^2 \nu) + (\varepsilon^2 - g^2)\sin^2 \nu \pm \sqrt{(\varepsilon\eta - \varepsilon^2 + g^2)^2 \sin^4 \nu + 4g^2 \eta^2 \cos^2 \nu}}{2(\eta \cos^2 \nu + \varepsilon \sin^2 \nu)}; \quad (11)$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{-\varepsilon\eta + \varepsilon^2 - g^2 + (\eta - \varepsilon)n_{1,2}^2}{\sqrt{(\varepsilon\eta - \varepsilon^2 + g^2)^2 \sin^4 \nu + 4g^2 \eta^2 \cos^2 \nu}} \sin \nu \cos \nu; \quad (12)$$

$$\beta_{1,2} = \frac{[\eta \cos^2 \nu + \varepsilon(1 + \sin^2 \nu)]n_{1,2}^2 - \varepsilon\eta + \varepsilon^2 - g^2}{2n_{1,2} \sqrt{(\varepsilon\eta - \varepsilon^2 + g^2)^2 \sin^4 \nu + 4g^2 \eta^2 \cos^2 \nu}}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{1,2} = & \frac{6(\eta \cos^2 \nu + \varepsilon \sin^2 \nu)n_{1,2}^2 + (\varepsilon\eta - \varepsilon^2 + g^2) \sin^2 \nu - 2\varepsilon\eta}{2n_{1,2} \sqrt{(\varepsilon\eta - \varepsilon^2 + g^2)^2 \sin^4 \nu + 4g^2 \eta^2 \cos^2 \nu}} \alpha_{1,2}^2 + \\ & + \frac{3(\eta - \varepsilon)n_{1,2}^2 - \varepsilon\eta + \varepsilon^2 - g^2}{n_{1,2} \sqrt{(\varepsilon\eta - \varepsilon^2 + g^2)^2 \sin^4 \nu + 4g^2 \eta^2 \cos^2 \nu}} \alpha_{1,2} \sin \nu \cos \nu + \\ & + \frac{(\eta + \varepsilon)n_{1,2} + (g^2 - \varepsilon^2) \cos^2 \nu - \varepsilon\eta(1 + \sin^2 \nu)}{2n_{1,2} \sqrt{(\varepsilon\eta - \varepsilon^2 + g^2)^2 \sin^4 \nu + 4g^2 \eta^2 \cos^2 \nu}}. \end{aligned}$$

Выполнимость условий (9) и (10) существенно зависит от угла наклона магнитного поля; при  $f > 10 \Gamma\mu$  для наземного источника ( $z_0 = 0$ ) они удовлетворяются в широкой области углов. Если вертикаль близка к резонансному направлению в плазме, то условия (9), (10) нарушаются и  $k_z(k_x, k_y)$  нельзя представить в виде разложения (8).

С учетом выписанных выше условий (9), (10) поля в ионосфере приближенно запишутся в виде

$$\begin{aligned} E_x & \approx C_3 e^{ik_0 n_1 (z-h)} - i \delta C_4 e^{ik_0 n_2 (z-h)}, \\ E_y & \approx -i \delta C_3 e^{ik_0 n_1 (z-h)} + C_4 e^{ik_0 n_2 (z-h)}, \\ E_z & \approx i \delta \operatorname{tg} \nu (1 - n_1^2/\eta) C_3 e^{ik_0 n_1 (z-h)} - \operatorname{tg} \nu (1 - n_2^2/\eta) C_4 e^{ik_0 n_2 (z-h)}, \\ H_x & \approx i \delta n_1 C_3 e^{ik_0 n_1 (z-h)} - n_2 C_4 e^{ik_0 n_2 (z-h)}, \\ H_y & \approx n_1 C_3 e^{ik_0 n_1 (z-h)} - i \delta n_2 C_4 e^{ik_0 n_2 (z-h)}, \\ H_z & \approx 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\delta = - \frac{g \cos \nu}{\varepsilon n_1^2 (\cos^2 \nu + \varepsilon \sin^2 \nu / \eta)};$$

$$C_3(x, y, z) = \iint C_3^f(k_x, k_y) \exp [ik_x x + ik_y (y + \alpha_1 z)] dk_x dk_y; \quad (15)$$

$$C_4(x, y, z) = \iint C_4^f(k_x, k_y) \exp [ik_x x + ik_y (y + \alpha_2 z)] dk_x dk_y. \quad (16)$$

Используя условия непрерывности тангенциальных компонент полей на плоскости  $z=h$ , найдем величины  $C_1^f, C_2^f, C_3^f, C_4^f$ :

$$\begin{aligned} C_1^f = & \frac{k_0 P_e e^{-qh} \operatorname{ch} qz_0}{\pi \Delta(k_x, k_y) q k_{\perp}^2} [(n_1 q + ik_0)(k_x^2 + \delta^2 k_y^2)(q \operatorname{ch} qh - ik_0 n_2 \operatorname{sh} qh) + \\ & + (n_2 q + ik_0)(\delta^2 k_x^2 + k_y^2)(q \operatorname{ch} qh - ik_0 n_1 \operatorname{sh} qh)], \end{aligned}$$

$$C_2^f = -\frac{ik_0 P_e}{\pi k_{\perp}^2 \Delta} (n_2 - n_1) \operatorname{ch} qz_0(k_x + i\delta k_y)(i\delta k_x + k_y), \quad (17)$$

$$C_3^f = -\frac{iP_e}{\pi \Delta} \operatorname{ch} qz_0(k_x + i\delta k_y)(q \operatorname{ch} qh - ik_0 n_2 \operatorname{sh} qh),$$

$$C_4^f = -\frac{iP_e}{\pi \Delta} \operatorname{ch} qz_0(i\delta k_x + k_y)(q \operatorname{ch} qh - ik_0 n_1 \operatorname{sh} qh),$$

где

$$\Delta = -ik_0 q(1 + \delta^2)(n_1 n_2 \operatorname{sh}^2 qh + \operatorname{ch}^2 qh) + [(k_x^2 + \delta^2 k_y^2)n_1 + (\delta^2 k_x^2 + k_y^2)n_2 - k_0^2(1 + \delta^2)(n_1 + n_2)]. \quad (18)$$

Очевидно, в волноводе  $V \neq 0$ , что связано с изменением поляризации волны при отражении от верхней границы. В принятом приближении поле в волноводе соответствует импедансным граничным условиям:

$$H_x = \frac{i\delta(n_1 - n_2)}{1 + \delta^2} E_x - \frac{\delta^2 n_1 + n_2}{1 + \delta^2} E_y,$$

$$H_y = \frac{\delta^2 n_1 + n_2}{1 + \delta^2} E_x + \frac{i\delta(n_1 - n_2)}{1 + \delta^2} E_y.$$

Перейдя к полярной системе координат  $k_x = k_{\perp} \cos \varphi$ ,  $k_y = k_{\perp} \sin \varphi$ , запишем корни уравнения  $\Delta = 0$  в виде

$$k_{\perp 0} \approx k_0 + i \frac{n_1(\sin^2 \varphi + \delta^2 \cos^2 \varphi) + n_2(\delta^2 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)}{2(1 + \delta^2)n_1 n_2 h}; \quad (19)$$

$$k_{\perp i}^2 = k_0^2 \left\{ 1 - p_i^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{i}{k_0 h} \frac{[n_1(\delta^2 + p_i^2) + n_2(1 + \delta^2 p_i^2)] \cos^2 \varphi + [n_1(1 + \delta^2 p_i^2) + n_2(\delta^2 + p_i^2)] \sin^2 \varphi}{(1 + \delta^2)n_1 n_2} \right\} \pm \quad (20)$$

$$\pm \sqrt{\frac{[n_1(\delta^2 + p_i^2) + n_2(1 + \delta^2 p_i^2)] \cos^2 \varphi + [n_1(1 + \delta^2 p_i^2) + n_2(\delta^2 + p_i^2)] \sin^2 \varphi}{(1 + \delta^2)^2 n_1^2 n_2^2} - \frac{4p_i^2}{n_1 n_2}};$$

$$p_l = \frac{\pi l}{k_0 h} \quad (l = 1, 2, \dots). \quad (21)$$

В случае вертикального магнитного поля цилиндрическая симметрия задачи позволяет проинтегрировать (6) по углу, а затем представить решение в виде ряда по нормальным модам волновода [5]. При наклонном магнитном поле этого, вообще говоря, сделать нельзя, но при  $k_0 l \gg 1$  можно представить поле в виде нормальных волн, свойства которых зави-

сят от азимутального угла. Из (19), (20) видно, что при  $|n_{1,2}| \gg 1$  корни дисперсионного уравнения близки к выражениям

$$k_{\perp 0} = k_0, \quad k_{\perp 1}^2 = k_0^2 - \frac{\pi^2 l^2}{h^2}, \quad (22)$$

соответствующим дисперсионному уравнению идеального волновода. Нетрудно убедиться, что в условиях волновода Земля — ионосфера поправки, связанные с отличием (19), (20) от (22), незначительны на расстояниях, где применима модель плоского волновода. Поэтому в дальнейшем будем основываться на приближении «идеального волновода», заменяя (19), (20) на (22). Тогда поля в ионосфере определяются формулами (14), где

$$C_3 = \frac{k_0 P_1 (i \cos \psi_1 - \delta \sin \psi_1)}{(1 + \delta^2) n_1} F(r_1), \quad C_4 = - \frac{k_0 P_1 (\delta \cos \psi_2 - i \sin \psi_2)}{(1 + \delta^2) n_2} F(r_2), \quad (23)$$

$$F(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} qz_0 H_1^{(1)}(k_{\perp} r) k_{\perp}^2 dk_{\perp}}{q \operatorname{sh} qh},$$

$$r_1^2 = x^2 + [y + \alpha_1(z-h)]^2, \quad r_2^2 = x^2 + [y + \alpha_2(z-h)]^2, \quad \cos \psi_1 = x/r_1, \quad \cos \psi_2 = x/r_2.$$

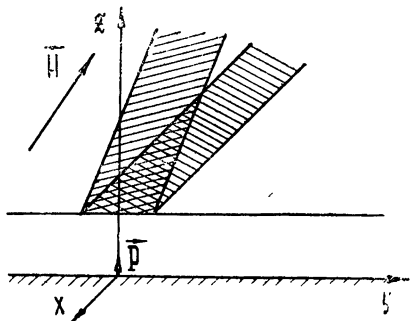


Рис. 1.

изображениям (для простоты возьмем наземный источник и предположим, что частота достаточно низка,  $k_0 h \ll 1$ ):

$$F(r) = 4r \sum \frac{1}{R_n^2} \approx \frac{4r}{R_0^2}, \quad (24)$$

где  $R_n^2 = r^2 + (2n + 1)^2 h^2$ . При этих же условиях на расстоянии  $r \gg h$  поле удобно представить в виде ряда по собственным модам волновода:

$$F(r) = \frac{2\pi i}{h} \left[ \frac{1}{2} H_1^{(1)}(k_0 r) k_0 + \sum_{l=1}^{\infty} \sqrt{k_0^2 - \frac{\pi^2 l^2}{h^2}} \times \right. \\ \left. \times H_1^{(1)} \left( r \sqrt{k_0^2 - \frac{\pi^2 l^2}{h^2}} \right) \right] \approx \frac{\pi i k_0}{h} H_1^{(1)}(k_0 r). \quad (25)$$

Полученные выражения (24) и (25) достаточно просты и позволяют легко оценить поля в ионосфере, создаваемые заданным наземным источником в диапазоне  $10 \text{ Гц} \leq f \leq 1 \text{ МГц}$ .

Аналогично можно рассчитать поля, создаваемые горизонтальным магнитным диполем. Результат заключается в следующем. Поля в ионосфере определяются выражениями (14), где

$$C_3 = -\frac{P_{mx}}{n_1(1 + \delta^2)} \left\{ i \delta k_0^2 D(r_1) + \cos \psi_1 (\sin \psi_1 - i \delta \cos \psi_1) G(r_1) - \frac{\sin 2\psi_1 - i \delta \cos 2\psi_1}{r_1} F(r_1) \right\} + \frac{P_{my}}{n_1(1 + \delta^2)} \times$$

$$\times \left\{ k_0^2 D(r_1) - \sin \psi_1 (\sin \psi_1 - i \delta \cos \psi_1) G(r_1) - \frac{i \delta \sin 2\psi_1 - \cos 2\psi_1}{r_1} F(r_1) \right\},$$

$$C_4 = -\frac{P_{mx}}{n_2(1 + \delta^2)} \left\{ k_0^2 D(r_2) + \cos \psi_2 (i \delta \sin \psi_2 - \cos \psi_2) G(r_2) - \frac{i \delta \sin 2\psi_2 - \cos 2\psi_2}{r_2} F(r_2) \right\} + \frac{P_{my}}{n_2(1 + \delta^2)} \times \quad (26)$$

$$\times \left\{ i \delta k_0^2 D(r_2) + \sin \psi_2 (\cos \psi_2 - i \delta \sin \psi_2) G(r_2) - \frac{\sin 2\psi_2 + i \delta \cos 2\psi_2}{r_2} F(r_2) \right\},$$

$$D(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ch } qz_0 H_0^{(1)}(k_{\perp} r) k_{\perp} dk_{\perp}}{q \text{ sh } qh}, \quad G(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ch } qz_0 H_0^{(1)}(k_{\perp} r) k_{\perp}^3 dk_{\perp}}{q \text{ sh } qh},$$

$P_{mx}$  и  $P_{my}$  — компоненты дипольного момента на осях  $x$  и  $y$  соответственно, остальные величины определены в (23). Входящие в (26) интегралы также могут быть представлены в виде рядов. При  $k_0 h \ll 1$ ,  $z_0 = 0$  получаем

$$r \leq h: \quad D(r) \approx \frac{4}{(r^2 + h^2)^{1/2}}, \quad G(r) \approx \frac{4(h^2 - 2r^2)}{(r^2 + h^2)^{3/2}},$$

$$r \gg h: \quad D(r) \approx \frac{\pi i}{h} H_0^{(1)}(k_0 r), \quad G(r) \approx \frac{\pi i}{h} k_0^2 H_0^{(1)}(k_{\perp} r). \quad (27)$$

Как и для вертикального электрического диполя, поле в ионосфере представляет собой суперпозицию пучков нормальных волн, структура которых определяется распределением поля на верхней стенке волновода, только это распределение становится более сложным.

Рассмотрение дипольных источников других ориентаций (горизонтального электрического и вертикального магнитного) не представляет интереса, так как они плохо возбуждают волновод в рассматриваемом диапазоне, а будучи расположенными на Земле не излучают вообще.

2. Рассмотрим теперь поля, создаваемые вблизи земной поверхности электрическими  $\mathbf{j}_e(x, y, z)$  и магнитными  $\mathbf{j}_m(x, y, z)$  ионосферными токами. Решение проще всего найти, используя полученные выше формулы и теорему взаимности для магнитоактивной плазмы [8, 9]:

$$\int [j_e^{(1)} E^{(2)}(\mathbf{r}, -H_0) - j_m^{(1)} H^{(2)}(\mathbf{r}, -H_0)] dV = \int [j_e^{(2)} E^{(1)}(\mathbf{r}, H_0) - j_m^{(2)} H^{(1)}(\mathbf{r}, H_0)] dV,$$

где интеграл берется по всему пространству, а  $j_e^{(1)}$ ,  $j_m^{(1)}$  — сторонние источники, создающие поле  $E^{(1)}$ ,  $H^{(1)}$  в некоторой линейной среде,  $j_e^{(2)}$ ,  $j_m^{(2)}$  и  $E^{(2)}$ ,  $H^{(2)}$  — источники и создаваемые ими поля в среде с противоположным направлением внешнего магнитного поля  $H_0$ . В итоге получим

$$E_z = -\frac{i}{\pi c n_1 (1 + \delta^2)} \iint \frac{k_x - i \delta k_y}{q \operatorname{sh} qh} \operatorname{ch} qz \Phi_1(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y +$$

$$+ \frac{i}{\pi c n_2 (1 + \delta^2)} \iint \frac{i \delta k_x - k_y}{q \operatorname{sh} qh} \operatorname{ch} qz \Phi_2(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y,$$

$$H_x = -\frac{i}{\pi \omega n_1 (1 + \delta^2)} \times$$

$$\times \iint \frac{k_x k_y - i \delta (k_0^2 - k_x^2)}{q \operatorname{sh} qh} \operatorname{ch} qz \Phi_1(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y - \frac{i}{\pi \omega n_2 (1 + \delta^2)} \times$$

$$\times \iint \frac{i \delta k_x k_y - (k_0^2 - k_x^2)}{q \operatorname{sh} qh} \operatorname{ch} qz \Phi_2(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y, \quad (28)$$

$$H_y = -\frac{i}{\pi \omega n_1 (1 + \delta^2)} \times$$

$$\times \iint \frac{k_0^2 - k_y^2 - i \delta k_x k_y}{q \operatorname{sh} qh} \operatorname{ch} qz \Phi_1(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y - \frac{i}{\pi \omega n_2 (1 + \delta^2)} \times$$

$$\times \iint \frac{i \delta (k_0^2 - k_y^2) - k_x k_y}{q \operatorname{sh} qh} \operatorname{ch} qz \Phi_2(k_x, k_y) \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y,$$

$\Phi_1$  и  $\Phi_2$  определяются пространственным спектром тока:

$$\Phi_1 = j'_{ex}(k_x, k_y, k_{z1}) + i \delta j'_{ey}(k_x, k_y, k_{z1}) - i \delta \operatorname{tg} \nu (1 - n_1^2/\eta) j'_{ez}(k_x, k_y, k_{z1}) +$$

$$+ i \delta n_1 j'_{mx}(k_x, k_y, k_{z1}) - n_1 j'_{my}(k_x, k_y, k_{z1}),$$

$$\Phi_2 = i \delta j'_{ex}(k_x, k_y, k_{z2}) + j'_{ey}(k_x, k_y, k_{z2}) - \operatorname{tg} \nu (1 - n_2^2/\eta) j'_{ez}(k_x, k_y, k_{z2}) +$$

$$+ n_2 j'_{mx}(k_x, k_y, k_{z2}) - i \delta n_2 j'_{my}(k_x, k_y, k_{z2}), \quad (29)$$

где  $j(k_x, k_y, k_z) = \iiint j(x, y, z) \exp(-ik_x x - ik_y y - ik_z z) dx dy dz,$

$$k_{z1,2} = k_0 n_{1,2} + \alpha_{1,2} k_y.$$

Эти выражения позволяют оценить поля в волноводе, создаваемые произвольной системой ионосферных токов. Поле в волноводе разбивается на две части, возбуждаемые обыкновенной и необыкновенной волнами, которые удобно рассматривать отдельно. Поскольку сторонний ток входит в выражения для полей через  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , можно сравнить эффективность токов различных направлений.



В случае локализованного источника, представляющего собой набор произвольно ориентированных электрического и магнитного диполей,  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= i\omega [P_{ex} + i\delta P_{ey} - i\delta \operatorname{tg} \nu (1 - n_1^2/\eta) P_{ez} + i\delta n_1 P_{mx} - n_1 P_{my}] \exp[ik_{z1}(z_0 - h)], \\ \Phi_2 &= i\omega [i\delta P_{ex} + P_{ey} - \operatorname{tg} \nu (1 - n_2^2/\eta) P_{ez} + n_2 P_{mx} - i\delta n_2 P_{my}] \exp[ik_{z2}(z_0 - h)]. \end{aligned} \quad (30)$$

Выражения (30) позволяют сделать простые выводы о сравнительной эффективности дипольных источников различных типов и ориентаций при возбуждении волновода Земля — ионосфера в случае наклонного магнитного поля. Видно, что вертикальный магнитный ток неэффективен независимо от угла наклона магнитного поля; вертикальный электрический ток малоэффективен лишь в полярных областях, где угол  $\nu$  мал; при сильном наклоне поля вертикальный электрический ток может быть эффективнее горизонтального. В свистовом диапазоне, где, как известно, распространяется лишь одна нормальная волна,  $n_1 = |g/\cos \nu|^{1/2}$ ,  $|\delta| \approx 1$  и эффективность горизонтального диполя любого типа не зависит от азимутального угла, при этом магнитный диполь той же величины эффективнее электрического в  $|g/\cos \nu| \gg 1$  раз.

Поскольку обычно направление возникающего в ионосфере магнитного диполя связано с внешним магнитным полем, рассмотрим подробнее магнитный диполь, направленный вдоль поля  $H_0$ . Предполагая распространяющимися обе нормальные волны, что может иметь место на частотах ниже гирочастоты протонов  $f \leq 700$  Гц, для электрического поля получим

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{-\cos \psi_1 + i\delta \sin \psi_1}{\pi c(1 + \delta^2)} P_m \sin \nu \exp[ik_0 n_1(z_0 - h)] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_1^{(1)}(k_{\perp} r_1) \operatorname{ch} qz k_{\perp}^2 dk_{\perp}}{q \operatorname{sh} qh} + \\ &+ \frac{-\delta^2 \cos \psi_2 - i\delta \sin \psi_2}{\pi c(1 + \delta^2)} P_m \sin \nu \exp[ik_0 n_2(z_0 - h)] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H_1^{(1)}(k_{\perp} r_2) \operatorname{ch} qz k_{\perp}^2 dk_{\perp}}{q \operatorname{sh} qh}, \end{aligned}$$

$$r_1^2 = x^2 + [y + \alpha_1(z_0 - h)]^2, \quad r_2^2 = x^2 + [y + \alpha_2(z_0 - h)]^2, \quad \cos \psi_1 = x/r_1, \quad \cos \psi_2 = x/r_2.$$

Заметим прежде всего, что поле определяется горизонтальной компонентой магнитного диполя  $P_{my} = P_m \sin \nu$ . Нетрудно убедиться, что поле в волноводе можно представить как поле двух эффективных точечных источников, расположенных на верхней границе волновода,

$$j_1 = i\omega \frac{P_{\nu} y_0 + i\delta P_y x_0}{1 + \delta^2} \exp[ik_0 n_1(z_0 - h)] \delta(x) \delta[y + \alpha_1(z_0 - h)] \delta(z - h),$$

$$j_2 = i\omega \frac{\delta^2 P_y y_0 - i\delta P_y x_0}{1 + \delta^2} \exp[ik_0 n_2(z_0 - h)] \delta(x) \delta[y + \alpha_2(z_0 - h)] \delta(z - h)$$

( $x_0$  и  $y_0$  — единичные векторы вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно), каждый из которых представляет суперпозицию двух горизонтальных магнитных диполей различных направлений. Таким образом, полученный результат можно интерпретировать так, что исходный горизонтальный магнитный диполь  $P_{my} y_0$  разбивается на сумму источников,

$$P_{my} y_0 = \frac{P_{my} y_0 + i\delta P_{my} x_0}{1 + \delta^2} + \frac{i\delta^2 P_{my} y_0 - i\delta P_{my} x_0}{1 + \delta^2},$$

каждый из которых связан с распространением нормальной волны и создает «эффективный дипольный источник» на верхней границе волновода (рис. 2), расположение последних определяется коэффициентами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  разложения (8). Эта простая картина является прямым следствием описанной выше картины распространения ионосферных пучков, создаваемых наземным источником, и теоремы взаимности.

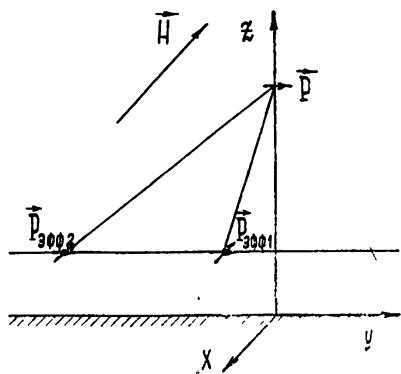


Рис. 2.

Заметим, что при оценке величины эффективных источников нужно учесть затухание волн в нижней ионосфере, особенно в верхней части рассматриваемого диапазона. Если мнимая часть показателя преломления мала по сравнению с действительной, можно решать задачу без учета диссипации, а в окончательные формулы добавлять экспоненциальный множитель, учитывающий интегральное поглощение.

В случае сильного затухания одной из нормальных волн, например, при  $\omega > \Omega_H$  и достаточной высоте ионосферного источника «эффективный источник» будет один. Он расположен не под реальным источником, а смещен на некоторое расстояние, которое зависит от угла наклона внешнего магнитного поля и может быть сравнимо с высотой расположения ионосферного источника. Это смещение необходимо учитывать, если наблюдатель расположен не слишком далеко от источника.

Хотя в настоящей работе рассмотрена простейшая модель волновода Земля — ионосфера с резкой границей, некоторые результаты, например, сравнительная характеристика эффективности различных ионосферных источников, не связаны с принятым приближением и носят более общий характер. Полученная в работе картина эффективных источников, возбуждающих волновод, может быть использована для интерпретации свойств низкочастотных сигналов в диапазоне  $10 \text{ Гц} < f < 1 \text{ МГц}$ , например «хвостов» атмосфериков, хотя необходимо учесть, что неоднородность реальной ионосферы исказит картину, и поэтому полученные выше результаты претендуют лишь на качественное описание. Отметим, что определение величин и положений двух «эффективных источников» на верхней границе волновода позволяет вычислить величину и положение ионосферного источника. Таким образом, картина «эффективных источников» может быть положена в основу методики определения местоположения и других характеристик ионосферных излучателей, что представляет значительный интерес для источников естественного происхождения.

Авторы выражают благодарность В. В. Тамойкину за обсуждение работы и полезные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. J. R. Wait, *Electromagnetic waves in stratified media*, Pergamon Press, N. Y., 1972.
2. J. Galejs, *Terrestrial propagation of long and very long waves*, Pergamon Press, N. Y., 1972.
3. Г. И. Макаров, В. В. Новиков, сб. Проблемы дифракции и распространения волн, изд. ЛГУ, Л., вып. 3, 1968, стр. 19.
4. Я. Л. Альперт, Э. Г. Гусева, Д. С. Флигель, *Распространение низкочастотных электромагнитных волн в волноводе Земля — ионосфера*, Физматгиз, М., 1967.

5. А. Б. Орлов, Г. В. Азарнин, Проблемы дифракции и распространения волн, изд. ЛГУ, Л., № 10, 1970, стр. 39.
6. Н. С. Беллюстин, В. П. Докучаев, С. В. Поляков, В. В. Тамойкин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 9, 1973 (1975).
7. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, Волны в магнитоактивной плазме, изд. Наука, М., 1975.
8. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, М., 1967.
9. И. Г. Кондратьев, В. И. Таланов, ЖТФ, 35, 571 (1965).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
3 июля 1975 г.

## LOW-FREQUENCY ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION IN THE EARTH—IONOSPHERE WAVEGUIDE

*N. S. Bellyustin, S. V. Polyakov*

The excitation of near-the-Earth waveguide by electric and magnetic low-frequency sources has been considered. A plane model of the Earth—ionosphere waveguide bounded by perfectly conducting Earth and homogeneous ionosphere is chosen for calculations. The direction of the external magnetic field is arbitrary. Expressions are obtained for the fields in the ionosphere in the case of a based—ground source localized in a waveguide, the dispersion of a wave beam being neglected. The displacement of the wave packet centers depends on orientation of the geomagnetic field. Expressions are given for the fields created near the earth surface of an arbitrary system of ionospheric currents. In the case of excitation of the waveguide by localized and ionospheric sources a pattern of "effective sources" situated on the upper boundary of the waveguide is obtained. The relative efficiency of dipole sources of different types and orientations is considered. The results obtained may be used to investigate low-frequency signals of artificial and natural origin.

---