ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XX, № 1 РАДИОФИЗИКА 1977

УДК 533.951

О ЦИКЛОТРОННОМ ПОГЛОЩЕНИИ НА ПЕРВОЙ ГАРМОНИКЕ ПРИ КВАЗИПОПЕРЕЧНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ

Е. В. Суворов, А. А. Фрайман

Показано, что из-за резонансного взаимодействия частиц с продольной (по отношению к внешнему магнитному полю) компонентой электрического поля волны при квазипоперечном распространении возрастает циклотронное поглощение обыкновенной волны в плазме с максвелловской функцией распределения.

1. Циклотронное поглощение в максвелловской плазме исследовалось в большом числе работ (см., например, [1, 2] и приведенную там литературу). Физический механизм, который привлекался для интерпретации результатов по циклотронному поглощению, следующий [1]. При выполнении условия Допплера $\omega = \omega_H + k_\parallel v_\parallel$ (где ω и $k_\parallel$ — частота и продольная компонента по отношению к внешнему магнитному полю волнового вектора волны, ω_H и $v_\parallel$ — гирочастота и продольная скорость электрона) циркулярно поляризованная компонента электрического поля волны, вращающаяся в ту же сторону, что и электрон в магнитном поле, имеет постоянную фазу по отношению к поперечной скорости электрона. Таким образом, частица резонансным образом взаимодействует с этой компонентой электрического поля, постоянно отдавая или набирая энергию в зависимости от фазы поля.

Мы хотим обратить внимание еще на один механизм резонансного взаимодействия частиц с волной, а именно: при наличии перпендикулярной по отношению к магнитному полю составляющей волнового вектора $k_\perp$ частицы резонансно взаимодействуют с продольной по отношению к H_0 компонентой электрического поля волны. Чтобы убедиться в этом, найдем среднюю за период волны силу, действующую со стороны этой компоненты поля на частицу, движущуюся во внешнем магнитном поле:

$$F_\parallel = \frac{\omega}{2\pi} eE_\parallel \int\limits_0^{2\pi/\omega} \exp\left(ik_\parallel v_\parallel t + ik_\perp r_H \sin\omega_H t - i\omega t\right) dt.$$

Видно, что эта сила отлична от нуля и при выполнении условия Допплера $\omega = \omega_H + k_\parallel v_\parallel$ имеет постоянную фазу по отношению к $v_\parallel$. Обмен энергией между волной и частицей за счет этой усредненной силы происходит, если $v_\parallel \neq 0$*. При изотропной функции распределения этот механизм также может существенно влиять на циклотронное поглощение.

Естественно, что при формальном вычислении тензора диэлектриче-

* Резонансный обмен энергией между волной и частицей объясняет как возможность поглощения (или усиления) волны ансамблем частиц, так и спонтанное излучение данной волны отдельной частицей. В частности, с приведенным выше механизмом связано излучение обыкновенной волны поперек магнитного поля частицей с $v_\parallel$, $v_\perp \neq 0$,

ской проницаемости и коэффициентов циклотронного поглощения автоматически учитывается совместное действие обоих упомянутых механизмов. Заметим, что при приближении направления распространения к поперечному второй механизм приводит к эффективному поглощению обыкновенной волны, которое может быть порядка и больше, чем поглощение необыкновенной волны.

2. Для плотной плазмы, где $\frac{\omega_p^2}{\omega_H^2 \beta_T} \gg 1$ (ω_p и ω_H—ленгмюровская и гирочастота электронов, $\beta_T = v_T/c$ — отношение тепловой скорости электронов к скорости света), с максвелловской функцией распределения $f(v) = \frac{n_0}{(\sqrt{\pi} v_T)^3} \exp(-v^2/v_T^2)$ коэффициенты циклотронного поглощения нормальных волн, отнесенные к волновому числу в вакууме, равны [2]

$$\frac{\varkappa_j}{k_0} = \beta_T \Phi_j(\theta, q) f(z_j),$$

$$f(z_j) = \exp(z_j^2) \Bigg/ \left[1 + \frac{4}{\pi} \left(\int_0^{z_j} e^{t^2} dt \right)^2 \right], \tag{1}$$

где j — индекс нормальной волны, θ — угол между направлением распространения и магнитным полем, $z_j = (\omega - \omega_H)/\omega\, n_j \beta_T \cos\theta$, n_j — показатель преломления j-й моды, $q = \omega_p^2/\omega_H^2$.

Формула (1) получена без учета релятивистской зависимости массы от скорости, что ограничивает пределы ее применимости неравенством

$$n_j \cos\theta \gg \beta_T. \tag{2}$$

Функция $f(z_j)$ в (1) определяет форму линии поглощения, а Φ_j при фиксированной расстройке и плотности определяет угловую зависимость коэффициента поглощения. Мы для удобства воспользуемся выражениями для Φ_j в форме [3], приняв, что частота волны близка к гирочастоте $\left(\left| \frac{\omega - \omega_H}{\omega} \right| \ll q \sin^2\theta \right)$:

$$\Phi_j = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{1}{1 + K_j^2} \frac{\cos\theta}{q \sin^4\theta} \{ 2(1 - q\cos^2\theta) + K_j \cos\theta [2(1-q) + q \operatorname{tg}^2\theta] \}^2,$$

где коэффициенты поляризации

$$K_j = \frac{2(1-q)\cos\theta}{\sin^2\theta \pm [\sin^4\theta + 4(1-q)^2 \cos^2\theta]^{1/2}}$$

определяют эллипсы поляризации нормальных волн в картинной плоскости (см. [4]). При квазипоперечном распространении ($\sin^2\theta \gg 2\,|1 - q|\cos\theta$) выражения для K_j и Φ_j можно существенно упростить. Коэффициенты циклотронного поглощения нормальных волн в этом случае приближенно равны:

для необыкновенной волны —

$$\frac{\varkappa_1}{k_0} \approx \frac{\beta_T}{4\sqrt{\pi}} \frac{\cos\theta}{q \sin^4\theta} [2 + q(1-q)]^2 f(z_1), \tag{3}$$

для обыкновенной волны

$$\frac{\varkappa_2}{k_0} \approx \frac{\beta_T}{4\sqrt{\pi}} \frac{q}{\cos\theta} f(z_2). \tag{4}$$

Из выражений (3) и (4) следует, что при оптимальной расстройке ($z_j \sim 1$) поглощение обыкновенной волны увеличивается при $\theta \to \pi/2$ (возрастает роль резонансного взаимодействия с продольным по отношению к H_0 электрическим полем волны), а поглощение необыкновенной волны — падает. Для $\theta = \pi/2$ формулы (3) и (4) неприменимы (формально при $\theta = \pi/2$ $\Phi_1 = 0$, а $\Phi_2 \to \infty$), однако при $\beta_T \ll 1$ они верно отражают угловую зависимость в интервале $\beta_T \ll \pi/2 - \theta \ll 1$.

3. Рассмотрим циклотронное поглощение волн, распространяющихся поперек магнитного поля. Для слаборелятивистской плазмы ($v_T \ll c$) используем максвелловскую функцию распределения в виде

$$f(p) = \frac{n_0}{(\sqrt{\pi}\, m_0 v_T)^3} \exp\left(-p^2/m_0^2 v_T^2\right), \tag{5}$$

а в зависимости массы от импульса учтем лишь первый член разложения:

$$m \approx m_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{m_0^2 c^2}\right). \tag{6}$$

Подставляя (5) и (6) в известные выражения для компонент тензора диэлектрической проницаемости [3], можно свести их в дипольном приближении $\left(\frac{k v_T}{\omega_H} \ll 1\right)$ к следующему виду:

$$\begin{gathered}
\varepsilon_{xx} \approx 1 + a - \frac{1}{4} b + c, \qquad \varepsilon_{yy} \approx 1 + a - \frac{3}{4} b + c, \\
\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} \approx -i\left(a - \frac{1}{2} b + c\right), \quad \varepsilon_{zz} \approx 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} + \frac{1}{4} b, \\
\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0,
\end{gathered} \tag{7}$$

где

$$a \approx -\frac{1}{\beta_T^2}\frac{\omega_0^2}{\omega\,\omega_H} F(z), \quad b \approx -\frac{4}{5} n^2 \frac{\omega_0^2 \omega}{\omega_H^3}\left[1 - zF(z)\right],$$

$$c \approx -\frac{1}{2}\frac{\omega_0^2}{\omega(\omega + \omega_H)}, \quad n^2 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2}, \quad z = \frac{2(\omega - \omega_H)}{\omega_H \beta_T^2},$$

а функция $F(z)$ выражается через интеграл вероятности $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$: $F(z) = \frac{4}{3}\left[\frac{1}{2} - z - \sqrt{\pi} z \sqrt{z}\, e^z \left(\Phi\left(\sqrt{z}\right) - 1\right)\right]$; при $|z| \gg 1$ $F(z) \approx 1/z$. $F(z)$ действительна при $z > 0$ и комплексна при $z < 0$. Это означает, что в отличие от нерелятивистского случая ($n\cos\theta \gg \beta_T$) форма линии поглощения не является симметричной — поглощение есть лишь при $z < 0$.

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости приведены в системе координат, в которой ось z направлена вдоль внешнего магнитного поля $\boldsymbol{H}_0$, а ось x — вдоль волнового вектора $\boldsymbol{k}$. В выражениях (7) учтены лишь члены первого и нулевого порядка по большому параметру $1/\beta_T^2$, дающие основной вклад в поглощение волн.

В случае поперечного распространения дисперсионное уравнение распадается на два. Уравнение для обыкновенной волны

$$n^2 = \varepsilon_{zz}$$

в рассматриваемом приближении можно решить точно:

$$n_2^2 = \frac{1 - \omega_0^2/\omega^2}{1 + (1/5)\left(\omega_0^2\omega/\omega_H^3\right)[1 - zF(z)]}. \tag{8}$$

Это решение найдено Гершманом [5]. Характерно, что тепловой разброс скоростей электронов определяет лишь ширину линии поглощения; величина поглощения при оптимальной расстройке $\dfrac{\omega_H - \omega}{\omega_H} \approx \dfrac{5}{4}\beta_T^2$ не зависит от температуры электронов: $\dfrac{\varkappa_2}{k_2} \approx 0{,}2\,\dfrac{\omega_0^2}{\omega_H^2}$. Действительная часть показателя преломления при $|z| \gg 1$ совпадает с показателем преломления «холодной» плазмы, внутри линии ($|z| \lesssim 1$) отличие от «холодного» приближения не превышает 20%.

Дисперсионное уравнение для необыкновенной волны имеет вид

$$(n^2 - \varepsilon_{yy})\,\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xy}^2.$$

Подставляя в это уравнение выражения (7) для компонент ε_{ij}, можно разложить его вблизи гирочастоты по степеням большого параметра a, который имеет порядок q/β_T^2:

$$a(n^2 - 2 - 4c) + n^2\left(1 - \frac{1}{4}b + c\right) - 1 + b - 2c + \frac{b^2}{16} + 2bc + \ldots = 0. \tag{9}$$

Решение дисперсионного уравнения находится методом возмущений по $1/a$ аналогично тому, как это сделано в [2] при нахождении нерелятивистского циклотронного поглощения*. В нулевом приближении получаем показатель преломления необыкновенной волны вблизи гирочастоты в «холодной» плазме:

$$n_1^2 = 2 + 4c = 2 - \frac{\omega_0^2}{\omega_H^2}.$$

В следующем приближении при $z < 0$ можно найти мнимую часть квадрата показателя преломления и выразить через нее коэффициент поглощения необыкновенной волны:

$$\frac{\varkappa_1}{k_1} \approx \frac{2\sqrt{\pi}}{75}\,\beta_T^2(2 - q)\,|z|^{3/2} e^z \left[qz^2 + \frac{(5/2 - q)^2}{q\,|F(z)|^2}\right], \tag{10}$$

где по-прежнему $q = \omega_0^2/\omega_H^2$. Поглощение необыкновенной волны существенно меньше, чем обыкновенной, и имеет порядок малости β_T^2.

---

* Процедура вычисления поглощения внутри линии циклотронного резонанса (т. е при $|z| \lesssim 1$), использованная в работах [6, 7] (см. также [2]), была необоснованно подвергнута сомнению Мелроузом [8]. Нетрудно убедиться, что дополнительные члены, которые Мелроуз предлагает учесть в дисперсионном уравнении, тождественно равны нулю.

Последнее обстоятельство связано с тем, что в необыкновенной волне проекция электрического поля на направление внешнего магнитного поля равна нулю, а в плоскости, перпендикулярной $\boldsymbol{H}_0$, поляризация близка к круговой с направлением вращения электрического вектора, противоположном направлению вращения электрона во внешнем магнитном поле $\boldsymbol{H}_0$. Малый параметр β_T^2 определяет эллиптичность поляризации и связанное с ней поглощение.

Из сопоставления коэффициентов поглощения при поперечном распространении с соответствующими выражениями в области $n \cos\theta \gg \beta_T$, где релятивизм можно не учитывать, следует, что для грубой оценки коэффициентов поглощения при поперечном распространении можно воспользоваться формулами (3) и (4), положив в них $n \cos\theta \sim \beta_T$.

Сделаем еще одно замечание относительно поглощения внутри линии циклотронного резонанса. Как известно, решения дисперсионного уравнения в виде комплексного $\boldsymbol{k}$ при действительном ω и комплексного ω при действительном $\boldsymbol{k}$ отвечают двум разным постановкам задачи — граничной и начальной. Если в дисперсионном уравнении при действительных ω и $\boldsymbol{k}$ имеется малая мнимая часть, то из его решения методом возмущений следует, что пространственный и временной коэффициенты затухания связаны соотношением [4]

$$\operatorname{Im} \omega = v_{\text{гр}} \operatorname{Im} \boldsymbol{k} \cos (\widehat{\boldsymbol{k}\, \boldsymbol{v}_{\text{гр}}}), \tag{11}$$

где групповая скорость $v_{\text{гр}} = \dfrac{d\omega}{dk}$. Для циклотронного поглощения такая связь заведомо имеет место на крыльях линии ($|z| \gg 1$). Внутри линии ситуация меняется. Так, например, при поперечном распространении в плотной плазме ($q/\beta_T^2 \gg 1$) временной коэффициент затухания необыкновенной волны, следующий из дисперсионного уравнения (9), не связан с пространственным соотношением типа (11), а для обыкновенной волны в рамках метода возмущений вообще нет решений внутри линии при действительном $\boldsymbol{k}$.

Авторы благодарны Г. В. Пермитину за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, изд. Наука, М., 1970.
2. А И. Ахиезер, И. А Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко; К. Н. Степанов, Электродинамика плазмы, Физматгиз, 1974.
3. А. А. Андронов, В. В Железняков, М. И. Петелин, Изв высш уч. зав — Радиофизика, 7, № 2, 251 (1964).
4. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
5. Б. Н. Гершман, Докл. АН СССР, **137**, 822 (1961).
6 Б. Н Гершман, ЖЭТФ, **38**, 912 (1960).
7. А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, ЖЭТФ, **31**, 642 (1956).
8. D. B. Melrose, Aust. J. Phys., **27**, 279 (1974).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 22 января 1976 г.

CYCLOTRON ABSORPTION AT THE FIRST HARMONIC WITHIN QUASI-TRANSVERSE PROPAGATION

E. V. Suvorov, A. A. Fraiman

A cyclotron absorption of an ordinary wave in plasma with Maxwell distribution function is shown to increase due to the resonance interaction between particles and the longitudinal (with respect to the external magnetic field) component of the electric field of a wave at quasi-transverse propagation.