

УДК 523.53

## РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН ПЛАЗМЕННЫМ ЦИЛИНДРОМ

Ю. В. Чумак, Р. И. Мойся

Рассмотрено рассеяние радиоволн бесконечным плазменным цилиндром в вакууме с гауссовым распределением электронов вдоль радиуса. Задача решена численно двумя методами: степенных рядов и Рунге — Кутта. Для линейной электронной плотности  $\alpha = 10^{11} \div 10^{18} \text{ см}^{-1}$  при двух значениях нормализованной частоты соударений электронов с нейтральными молекулами  $\nu_{\text{эфф}}/\omega = 0,1$  и  $0,01$  найдены коэффициент обратного рассеяния и фаза отраженного сигнала в случае параллельной и перпендикулярной поляризации. Показано, что поляризационное отношение не превышает двух. Задача решена также и для произвольной поляризации падающей электромагнитной волны.

В настоящее время радиофизическими методами интенсивно исследуются плазменные образования в верхней атмосфере, имеющие как естественное, так и искусственное происхождение. Примером такого рода объектов может служить метеорный след. С точностью, достаточной для решения многих теоретических и прикладных задач, метеорный след можно аппроксимировать бесконечным плазменным цилиндром с гауссовым распределением электронов вдоль радиуса.

Приближенное решение задачи о рассеянии радиоволн плазменным цилиндром проведено рядом авторов [1-4]. Точное ее решение может быть найдено лишь численными методами. В [5] для численного интегрирования дифференциальных уравнений был применен метод Рунге — Кутта. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с метеорными радиолокационными экспериментами в случае, если электрический вектор падающей электромагнитной волны параллелен оси метеорного следа. Однако приведенное в [5] очень высокое ( $\sim 100$ ) поляризационное отношение расходится с экспериментальными данными [6]. Кроме того, не согласуются с опытными данными расчеты изменения фазы отраженного сигнала, если линейно-поляризованный электрический вектор падающей волны перпендикулярен оси метеорного следа.

Рассмотрим бесконечный плазменный цилиндр в вакууме с изменяющейся по сечению электронной плотностью. На цилиндр, перпендикулярно его оси, падает плоская электромагнитная волна произвольной поляризации. Цилиндр расширяется радиально под действием амбиполярной диффузии. Комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы  $\epsilon(r)$  является функцией только радиуса и не зависит от угловой координаты.

Для упрощения задачи будем рассматривать два случая: а) падающая волна единичной амплитуды и временной зависимости  $e^{-i\omega t}$  имеет электрический вектор, параллельный оси цилиндра («параллельная» поляризация); б) электрический вектор перпендикулярен оси цилиндра («перпендикулярная» поляризация). Введем соответствующие обозначения:  $E_{\parallel}, H_{\parallel}, E_{\perp}, H_{\perp}$ .

В случае параллельной поляризации  $E = E_{\parallel} = E_z, E_x = E_y = 0$ . Из уравнений Максвелла получаем скалярное волновое уравнение

$$\nabla^2 E_z + k^2 \varepsilon(r) E_z = 0. \quad (1)$$

При перпендикулярной поляризации  $H = H_{\parallel} = H_z$ ,  $H_x = H_y = 0$  и скалярное волновое уравнение имеет вид

$$\nabla^2 H_z + \left( \frac{\nabla \varepsilon(r)}{\varepsilon(r)} \times \nabla H_z \right) + k^2 \varepsilon(r) H_z = 0. \quad (2)$$

Переходя к цилиндрическим координатам и разделяя переменные, получим

$$\frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_z}{dr} + \left[ k^2 \varepsilon(r) - \frac{m^2}{r^2} \right] E_z = 0; \quad (3)$$

$$\frac{d^2 H_z}{dr^2} + \left[ \frac{1}{r} - \frac{d\varepsilon(r)}{dr} \frac{1}{\varepsilon(r)} \right] \frac{dH_z}{dr} + \left[ k^2 \varepsilon(r) - \frac{m^2}{r^2} \right] H_z = 0. \quad (4)$$

Представляя падающее, прошедшее и рассеянное поля в виде разложений по цилиндрическим функциям и удовлетворяя условиям непрерывности на границе плазма—вакуум нормальных и тангенциальных составляющих, приходим к выражению для коэффициента рассеяния и фазы отраженного сигнала [7]:

$$\sigma = \sqrt{\left[ \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m (-1)^m A_{mR} \right]^2 + \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \delta_m (-1)^m A_{mJ} \right]^2}; \quad (5)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \delta_m (-1)^m A_{mJ}}{\sum_{m=0}^{\infty} \delta_m (-1)^m A_{mR}}, \quad (6)$$

где

$$\delta_m = \begin{cases} 0 & (m = 0) \\ 2 & (m \neq 0) \end{cases},$$

а коэффициенты  $A_m$  находятся из (3) для случая параллельной и (4) — для случая перпендикулярной поляризации.

Для гауссова распределения объемной электронной плотности вдоль радиуса цилиндра комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы может быть представлена [9] в виде

$$\varepsilon(r) = 1 - \frac{4r_e \alpha \exp[-(2\pi r/A\lambda)^2]}{A^2(1+i\sqrt{\nu})}, \quad (7)$$

где  $r_e$  — классический радиус электрона,  $A = \frac{2\pi}{\lambda} r_t$  — безразмерный радиус плазменного цилиндра,  $\alpha$  — линейная электронная плотность,  $\sqrt{\nu} = \nu_{\text{эфф}}/\omega$  — нормализованная частота соударений электронов,  $\nu_{\text{эфф}}$  — эффективная частота соударений электронов с нейтральными молекулами,  $\omega$  — круговая частота падающего поля.

Формально плазменный цилиндр при гауссовом распределении электронов вдоль радиуса является неограниченным. Однако на достаточно большом удалении от оси плотность электронов становится пренебрежимо малой. Физически это означает, что свободные электроны, находящиеся вне объема некоторого цилиндра с радиусом  $r_{\text{гр}}$ , практически не оказывают влияния на коэффициент рассеяния и фазу отраженного сигнала.

Исходными данными для численного решения уравнений (3) и (4) являются линейная электронная плотность  $\alpha$  и частота соударений электронов  $\bar{\nu}$ . В нашем случае  $\alpha$  изменялось от  $10^{11}$  до  $10^{13}$  см $^{-1}$ . С учетом условий, справедливых для метеорной радиолокации, были взяты два значения:  $\bar{\nu} = 0,1$  и  $0,01$ .

Вычисления были проведены на ЭВМ М-220 методом степенных рядов [8]. Для контроля был применен метод Рунге — Кутты с автоматическим выбором шага [10].

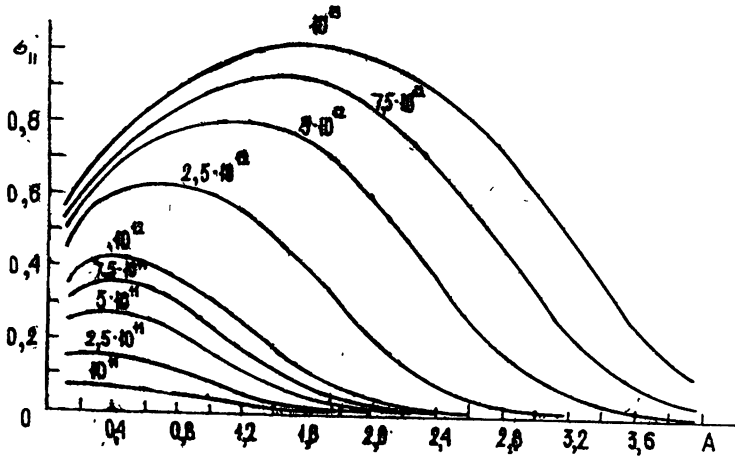


Рис. 1. Зависимость  $\sigma(A)$  для параллельной поляризации при  $\bar{\nu} = 0,01$ .

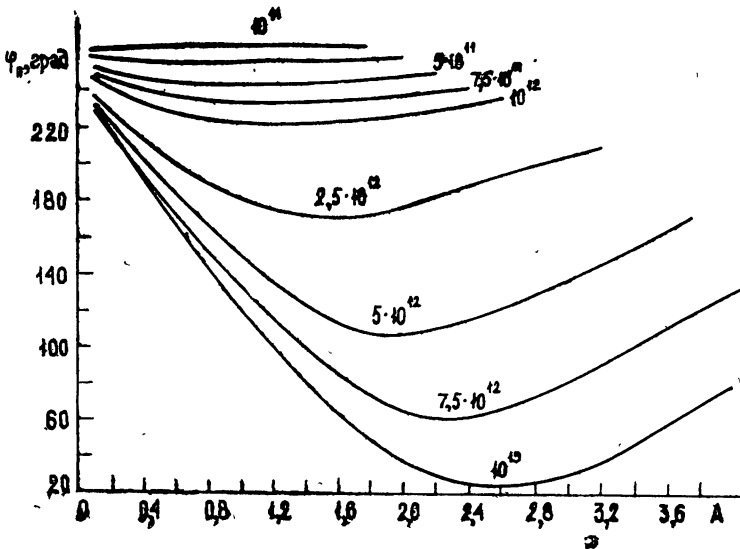


Рис. 2. Зависимость  $\varphi(A)$  для параллельной поляризации при  $\bar{\nu} = 0,01$ .

Результаты вычислений коэффициента обратного рассеяния и фазы отраженного сигнала в зависимости от безразмерной величины  $A$  при  $\bar{\nu} = 0,01$  для разных значений линейной электронной плотности  $\alpha$  приведены на рис. 1, 2 (при параллельной поляризации) и на рис. 3, 4 (при перпендикулярной поляризации). Как следует из приведенных рисунков,

поляризационное отношение не превышает двух. Этот результат находится в согласии с [6], где экспериментально полученное распределение поляризационных отношений характеризуется модальным значением, равным двум.

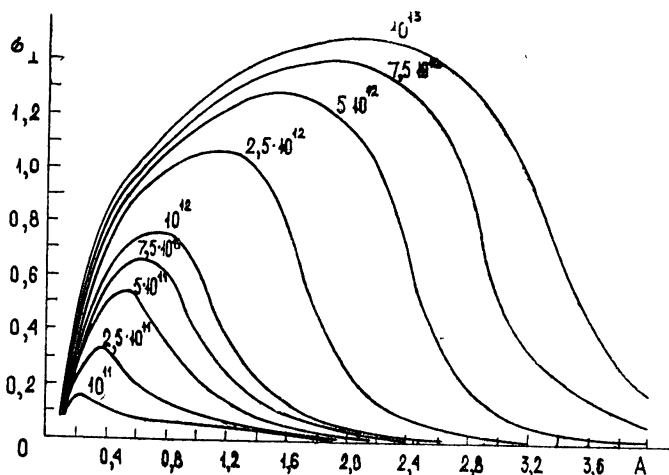


Рис. 3. Зависимость  $\sigma(A)$  для перпендикулярной поляризации при  $\bar{v} = 0,01$ .

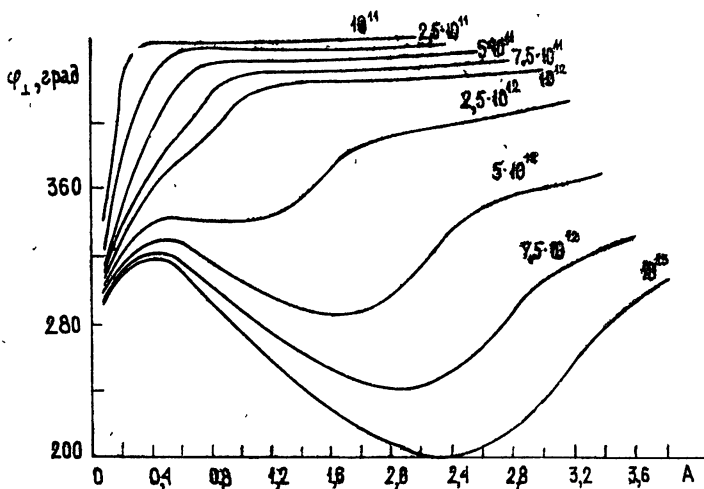


Рис. 4. Зависимость  $\varphi(A)$  для перпендикулярной поляризации при  $\bar{v} = 0,01$ .

Если электрический вектор падающего поля ориентирован произвольно по отношению к оси цилиндра под некоторым углом  $\beta$ , то его всегда можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие, одна из которых будет параллельна оси, а вторая — перпендикулярна. Можно показать, что в этом случае амплитуда и фаза отраженного сигнала определяются соответственно выражениями

$$E_{\text{отр}}^{\beta} = E_0 \sqrt{\sigma_{\parallel}^2 \cos^4 \beta + \sigma_{\perp}^2 \sin^4 \beta + 2\sigma_{\parallel} \sigma_{\perp} \cos^2 \beta \sin^2 \beta \cos(\varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp})}; \quad (8)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\sigma_{\parallel} \cos^2 \beta \sin \varphi_{\parallel} + \sigma_{\perp} \sin^2 \beta \sin \varphi_{\perp}}{\sigma_{\parallel} \cos^2 \beta \cos \varphi_{\parallel} + \sigma_{\perp} \sin^2 \beta \cos \varphi_{\perp}}. \quad (9)$$

На рис. 5 в качестве примера, приведены значения коэффициента рассеяния  $\sigma^{45}$  для  $\beta = 45^\circ$ .

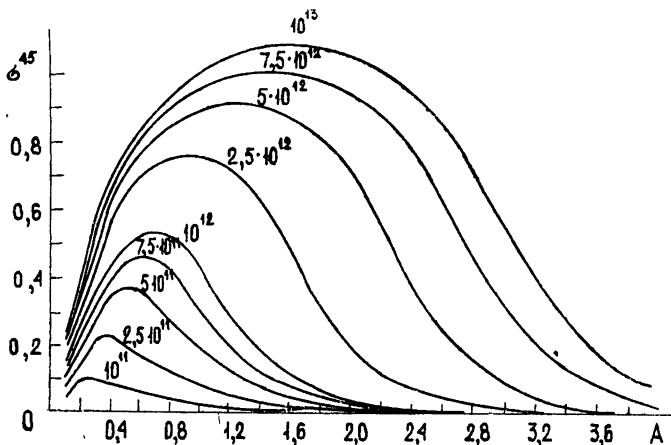


Рис. 5. Зависимость  $\sigma(A)$  в случае, когда угол между электрическим вектором падающего поля и осью цилиндра  $\beta = 45^\circ$  при  $\nu = 0,01$ .

В заключение отметим, что форма амплитудной и фазовой характеристик для произвольной поляризации удовлетворительно согласуется с радиолокационными метеорными экспериментами, что позволяет использовать результаты при интерпретации опытных данных.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. M. Herlofson, *Arckiv für Fysik*, 3, № 15, 247 (1951).
2. T. R. Kaiser and R. L. Closs, *Phil. Mag.*, Ser. 7, 53, № 336, 314 (1952).
3. G. H. Keitel, *Proc. IRE*, 43, № 10, 1481 (1955).
4. H. Brysk, *J. Geophys. Res.*, 63, № 4, 693 (1958).
5. А. К. Соснова, В. Н. Лебединец, *Геомagnetизм и аэрономия*, 8, № 4, 697 (1968).
6. E. R. Billam and I. C. Browne, *Meteors*, Pergamon Press, London, 1955, p. 73.
7. C. M. De Ridder and S. Edelberg, *Electromag. Aspect Hyperson Flight Ins.*, Cleaver-Hume Press, 1964, p. 286.
8. В. И. Смирнов, *Курс высшей математики*, изд. Наука, М., 1974.
9. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, изд. Наука, М., 1967.
10. Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова, *Численные методы анализа*, изд. Наука, М., 1967.

Киевский государственный университет

Поступила в редакцию  
16 января 1976 г.

#### RADIO WAVES SCATTERING BY PLASMA CYLINDER

*Yu. V. Chumak, R. I. Molsya*

The numerical solution of the problem of radio waves scattering by plasma cylinder is obtained. The case of arbitrary electromagnetic vectors polarization is considered. The radial distribution of electron density in column is assumed to be Gaussian. The polarization ratio obtained never exceeds two.